УДК 519.8

М. М. Маляр, О. Ю. Швалагін (Ужгородский нац. ун-т)

ОБРОБКА ЕКСПЕРТНОЇ ІНФОРМАЦІЇ У ДВОРІВНЕВІЙ ЗАДАЧІ ВИБОРУ

We study the twolevel hierarchic structure choice problem in the paper. We offer different expert information processing methods. In these methods we consider weights of criteria, experts and alternatives.

Розглядається задача вибору з дворівневою ієрархічною структурою. Пропонуються різні підходи обробки експертної інформації з врахуванням ваг критеріїв, експертів і альтернатив.

Вступ. Багато практичних задач прийняття рішень можуть бути представлені у вигляді системи з ієрархічною структурою. Це пояснюється тим, що ці задачі безпосередньо зв'язані з проблемою вибору за багатьма критеріями (ознаками) якості.

В роботі пропонується розглядати системи, які мають дворівневу структуру, причому нижній рівень має веєрну структуру, а верхній рівень — це один елемент, який називається центром (фокусом).

Постановка задачі. Розглянемо задачу вибору в такій постановці: вибрати найкращу альтернативу з множини альтернатив $X = \{x^1, x^2, \dots, x^n\}$, яка є скінченою, де кожна з цих альтернатив оцінюється за множиною критеріїв $K = \{K^1, K^2, \dots, K^m\}$.

Проблема прийняття рішень в загальному виді є багаторівневою, тобто має ієрархічну структуру [1]. Без обмеження загальності розглянемо її у виді дворівневої ієрархії [2]. Наприклад, на верхньому рівні є особа, що приймає рішення (ОПР), на другому рівні — експерти: спеціалісти в своїй галузі, які дають оцінку альтернативам за своєю множиною критеріїв відповідно до своїх знань. Оскільки множина критеріїв K може бути універсальною, тобто включати в себе критерії різного характеру (економічного, правового, екологічного, соціального, технічного та іншого змісту), то для більшої об'єктивності прийнятого рішення та полегшення процесу вибору, експертів має бути достатня кількість з кожної галузі. В більшості випадків їх має бути 10-20 [3]. Позначимо множину експертів $E = \{E^1, E^2, \dots, E^l\}$.

Для ефективного розв'язування задачі вибору вводяться вагові коефіцієнти компетентності експертів. При цьому можливі декілька підходів їх задання в залежності від того чи рівні компетентності експертів задаються ОПР, чи визначаються як середнє оцінок інших експертів тощо [3]. Позначимо вказані коефіцієнти через $\Lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_l)$, де λ_i — вага i-го експерта.

Для розв'язання задачі вибору також можуть бути використані числові оцінки властивості критеріїв. Значення вагових коефіцієнтів критеріїв можуть бути як довільними дійсними числами, так і дійсними числами з врахуванням обмежень, умов центрованості і (або) нормованості [4].

Алгоритм визначення вагових коефіцієнтів критеріїв в загальному випадку складається з двох етапів: попереднього визначення вагових коефіцієнтів на основі відомої інформації про переваги експертів та цілеспрямованої зміни цих коефіцієнтів для максимального задоволення експертному ранжуванню критеріїв [3]. Позначимо вагові коефіцієнти критеріїв через $H = (\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_m)$.

Існує багато методів визначення значень вагових коефіцієнтів критеріїв, які можна класифікувати за способом задання вхідної інформації: безпосереднє визначення важливості критерію для експерта; впорядкування критеріїв за важливістю тощо [3].

Нехай кожен експерт з множини критеріїв відповідно до власних знань формує свою групу критеріїв. Позначимо ці групи $G_1, G_2, \ldots, G_l$, де $G_q = \{K^{q_1}, K^{q_2}, \ldots, K^{q_l}\}$. Причому, експертів вибирають таким чином, щоб охопити всю множину критеріїв, тобто, щоб виконувалася умова: $\bigcup\limits_{q=1}^{l} G_q = K$.

Процес підготовки прийняття рішень починається з нижчого рівня. Кожен експерт, враховуючи власні знання і пріоритети, оцінює всі альтернативи з множини X за критеріями відповідної групи G_q. Позначимо через O_{iq}^{j} оцінку j-ї альтернативи i-им експертом за критерієм під номером q.

Оцінка альтернатив може проводитися за різними методами [5,6], наприклад:

- експерт задає строге ранжування альтернатив, коли різним альтернативам приписуються різні оцінки або нестроге, приписуючи кожній альтернативі числову оцінку;
- експерт, задавши власну "точку задоволення" $T = (t_{q_1}, t_{q_2}, \ldots, t_{q_r})$ за кожним критерієм зі своєї групи, будує нечітку множину $A_T = \{(x, \mu_A(x)), x \in X\}$, що складається з множини альтернатив X та функції належності $\mu(x)$, яка характеризує степінь належності, тобто близькість альтернативи x до точки задоволення T.

Розглянемо деякі підходи до розв'язку поставленої задачі.

Перший підхід. Для кожного експерта пронормуємо подані ним оцінки. Нехай

$$O'^{j}_{iq} = \frac{O_{iq}^{j}}{\sum\limits_{q=1}^{m} O_{iq}^{j}}$$

.

Застосуємо до утворених оцінок одну з вказаних згорток:

$$\begin{aligned} O_i^{j(2)} &= \frac{m}{\left(\sum\limits_{q=1}^{m} \left(\eta_q O_{iq}^{j}\right)^{-r}\right)^{1/r}}, \\ O_i^{j(3)} &= \sqrt[m]{\prod_{q=1}^{m} \left(O_{iq}^{j}\right)^{1/\eta_q}}, \\ O_i^{j(4)} &= \frac{1}{m}\sum_{q=1}^{m} O_{iq}^{j}\eta_q, \\ O_i^{j(5)} &= \left(\frac{1}{m}\sum_{q=1}^{m} \left(O_{iq}^{j}\eta_q\right)^{r}\right)^{1/r}. \end{aligned} \tag{1}$$

В результаті виконання вказаних дій експертами передається на верхній рівень системи інформація у виді числових оцінок або функцій належності.

На верхньому рівні ОПР отримує матрицю:

$$A=\begin{pmatrix} O_1^1 & O_2^1 & \dots & O_l^1 \\ O_1^2 & O_2^2 & \dots & O_l^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_1^n & O_2^n & \dots & O_l^n \end{pmatrix},$$

де O_i^j — кінцева оцінка j-ої альтернативи i-им експертом.

Для обробки даної матриці можна застосувати один із методів [4]:

- метод Кондорсе;
- метод парних порівнянь;
- алгебраїчні методи:
  - медіана Кемені - Снелла;
  - метод середнього значення;
  - метод компромісу.

Розглянемо випадок, коли експерти представляють числові оцінки альтернатив у виді функції належності і передають на верхній рівень системи результат у виді нечіткої множини A_T, де $\mu_i(x)$ оцінка i-го експерта альтернативи x, $i \in \{1, \dots, l\}$.

Тоді, на верхньому рівні системи ОПР отримує дані, які можна представити у виді матриці:

$$M=\begin{pmatrix} \mu_1\left(x^1\right) & \mu_1\left(x^2\right) & \dots & \mu_1\left(x^n\right) \\ \mu_2\left(x^1\right) & \mu_2\left(x^2\right) & \dots & \mu_2\left(x^n\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_l\left(x^1\right) & \mu_l\left(x^2\right) & \dots & \mu_l\left(x^n\right) \end{pmatrix}.$$

Компетентність кожного з експертів задаються нечіткою множиною $A_\Lambda = \{(e, \mu_\lambda(e)), e \in E\}$, де $\mu_\lambda(e_i)$ оцінка компетентності i-го експерта. В результаті отримуємо вектор-стовпець:

$$\mu_\Lambda = (\mu_\lambda(e_1), \dots, \mu_\lambda(e_l))^T.$$

На наступному етапі ОПР виконує композицію нечітких відношень за наступним правилом:

$$\tilde{\mu}\left(x^j\right) = \bigvee_{i=1}^{l} \left(\mu_\lambda\left(e_i\right) \wedge \mu_i\left(x^j\right)\right)$$

.

Отримаємо нечітку множину оцінок, де $\tilde{\mu}\left(x^j\right)$ — результуюча оцінка j-ї альтернативи.

Другий підхід. Експерти формують оцінки альтернатив за критеріями у виді матриці:

$$B=\begin{pmatrix} O_{i1}^1 & O_{i2}^1 & \dots & O_{im}^1 \\ O_{i1}^2 & O_{i2}^2 & \dots & O_{im}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{i1}^n & O_{i2}^n & \dots & O_{im}^n \end{pmatrix},$$

де O_{iq}^{j} — оцінка j-ої альтернативи i-им експертом за критерієм під номером q.

Впорядкуємо стовпці утворених матриць в порядку спадання ваг відповідних критеріїв, тобто на перше місце ставимо стовпець, що відповідає критерію з найбільшою вагою. З кожної матриці B_i вибираємо альтернативу, якій відповідає "максимальний рядок" за відношенням лексикографічного порядку. В результаті виконання цих дій експерти на верхній рівень передають єдину альтернативу. На верхньому рівні будуємо матрицю $A = (a_{ji})\,,\ i = \overline{1,l}\ j = \overline{1,n}$, де

$$a_{ij} = \begin{cases} \lambda_i, & \text{якщо } i\text{-ий експерт вибрав } j\text{-ту альтернативу;} \\ 0, & \text{в протилежному випадку.} \end{cases} \tag{2}$$

Найкращу альтернативу обираємо за правилом:

$$x^* \in \operatorname{Arg}\max_{j=\overline{1,n}} \sum_{i=1}^{l} a_{ij}. \tag{3}$$

Третій підхід. Експерт, оцінивши кожну альтернативу за заданими критеріям передає інформацію на верхній рівень. На верхньому рівні системи для кожного критерію застосуємо одну із згорток, аналогічних до (1), де замість ваг критеріїв будемо підставляти ваги експертів. В результаті отримаємо матрицю

$$B = \begin{pmatrix} O_{11} & O_{12} & \dots & O_{1m} \\ O_{21} & O_{22} & \dots & O_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_{n1} & O_{n2} & \dots & O_{nm} \end{pmatrix},$$

де O_{jq} — оцінка j-ої альтернативи за критерієм під номером q. На наступному етапі виконуємо множення матриці оцінок B на вектор ваг H:

$$R = B \cdot H, \tag{4}$$

в результаті чого отримаємо числову оцінку кожної альтернативи.

Приклад. Проілюструємо застосування вказаних підходів до розв'язання наступної задачі вибору: вибрати найкращу альтернативу з множини альтернатив $X = \{x^1, x^2, x^3\}$, де кожна з цих альтернатив оцінюється за множиною критеріїв $K = \{K^1, K^2, K^3, K^4\}$. Оцінки альтернатив визначають експерти: $E = \{e^1, e^2, e^3, e^4\}$. Відомі коефіцієнти компетентності експертів $\Lambda = (6, 9, 5, 4)^T$ та вагові коефіцієнти критеріїв $H = (10, 7, 6, 8)^T$. Кожен експерт оцінив альтернативи за критеріями множини K. Подамо їх у наступному вигляді:
оцінки першого експерта:

$$\begin{array}{c} \\ X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} K^1 & K^2 & K^3 & K^4 \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 7 & 6 & 3 \\ 5 & 4 & 5 & 2 \\ 5 & 2 & 4 & 7 \end{pmatrix} \end{array}$$

; оцінки другого експерта:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} K^1 & K^2 & K^3 & K^4 \end{array} \\ \begin{array}{c} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{array} & \begin{pmatrix} 4 & 6 & 3 & 5 \\ 9 & 7 & 8 & 6 \\ 5 & 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} \end{array}$$

; оцінки третього експерта:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} K^1 & K^2 & K^3 & K^4 \end{array} \\ \begin{array}{c} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{array} & \begin{pmatrix} 7 & 6 & 9 & 4 \\ 4 & 3 & 8 & 2 \\ 6 & 7 & 6 & 5 \end{pmatrix} \end{array}$$

; оцінки четвертого експерта:

$$\begin{array}{c c} & \begin{array}{cccc} K^1 & K^2 & K^3 & K^4 \end{array} \\ \begin{array}{c} X^1 \\ X^2 \\ X^3 \end{array} & \begin{pmatrix} 9 & 6 & 2 & 7 \\ 3 & 2 & 5 & 4 \\ 4 & 8 & 6 & 2 \end{pmatrix} \end{array}.$$

Відповідно до першого підходу розв'язування задачі вибору спочатку для кожного експерта пронормуємо подані ним оцінки. Застосуємо до отриманих оцінок згортку $O_i^{j(2)}$ при $r = 2$. В результаті отримаємо матрицю

$$A = \begin{pmatrix} 3,017305411 & 3,173530451 & 3,364839497 & 1,86880895 \\ 3,11728384 & 3,553338366 & 2,766663219 & 3,135965762 \\ 2,556300636 & 2,942202072 & 3,644891686 & 2,667441525 \end{pmatrix}.$$

Для обробки даної матриці застосуємо метод Кондорсе. Отримаємо: $x^1 : x^2 = 1 : 3$, $x^1 : x^3 = 2 : 2$, $x^2 : x^3 = 3 : 1$. Отже, кращою є альтернатива x^2.

Тепер застосуємо до пронормованих оцінок згортку $O_i^{j(4)}$. В результаті отримаємо матрицю

$$A = \begin{pmatrix} 1,791666667 & 1,944444444 & 1,903846154 & 2,083333333 \\ 1,966666667 & 1,958333333 & 1,838235294 & 1,892857143 \\ 2 & 2 & 1,927083333 & 1,85 \end{pmatrix}.$$

Згідно методу Кондорсе отримаємо: $x^1 : x^2 = 2 : 2$, $x^1 : x^3 = 1 : 3$, $x^2 : x^3 = 1 : 3$. Отже, кращою є альтернатива x^3.

Відповідно до другого підходу розв'язування задачі вибору впорядкуємо стовпці заданих матриць оцінок експертів в порядку спадання ваг відповідних критеріїв. З кожної матриці вибираємо альтернативу, якій відповідає "максимальний рядок" за відношенням лексикографічного порядку. Будуємо матрицю A за правилом (2). Отримаємо

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 9 & 0 \\ 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Відповідно до (3) кращою є альтернатива x^2.

Відповідно до третього підходу розв'язування задачі вибору застосуємо до ненормованих матриць оцінок експертів згортку $O_i^{j(2)}$ при $r = 2$. В результаті отримаємо матрицю

$$B = \begin{pmatrix} 41,46919332 & 65,25840217 & 29,59945745 & 46,63868545 \\ 38,65506351 & 26,93281617 & 56,26545589 & 27,47624103 \\ 49,15362887 & 36,78597851 & 54,6616525 & 29,35824425 \end{pmatrix}.$$

Відповідно до правила (4) отримаємо $R = (1422,206977; 1132,483012; 1311,874)^T$. Отже, кращою є альтернатива x^1.

Тепер застосуємо до ненормованих матриць оцінок експертів згортку $O_i^{j(4)}$ та правило (4). В результаті отримаємо $R = (956; 968; 865,25)^T$. Отже, кращою є альтернатива x^2.

Висновки. Представлення задачі вибору за допомогою ієрархічної структури дозволяє знайти нові підходи до її розв'язування. В загальному випадку, ОПР співпрацюючи з експертами, робить самостійний вибір. Але в реальних випадках розмірність задачі може бути досить великою, а між експертами та ОПР може не існувати зв'язку. Запропоновані підходи до розв'язування задачі вибору дозволяють на нижньому рівні системи обробити експертні дані, застосовуючи апарат згорток, та передати на верхній рівень узагальнені оцінки альтернатив, що може спростити процес прийняття рішення.

1. *Волкович В. Л., Волошин А. Ф., Горлова Т. М. и др.* Методы и алгоритмы автоматизированного проектирования сложных систем управления. – К.: Наук. думка, 1984. – 216 с.
2. *Маляр М. М, Швалагін О. Ю.* Моделювання дворівневого процесу вибору. // Информационные технологии и информационная безопасность в науке, технике и образовании "ИНФОТЕХ-2007": Материалы междунар. науч.-практ. конф. – Севастополь, 2007. – С. 38–39.
3. *Гнатієнко Г. М., Снитюк В. Є.* Експертні технології прийняття рішень: Монографія. – К.: ТОВ "Маклаут", – 2008. – 444 с.
4. *Тоценко В. Г.* Методы и системы поддержки принятия решений. Алгоритмический аспект. – К.: Наук. думка, – 2002. – 381 с.
5. *Волошин О. Ф.* Теорія прийняття рішень: Навчальний посібник. – К.: Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2006 – 304 с.
6. *Маляр М. М., Швалагін О. Ю.* Побудова функції належності для задачі вибору. //Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. матем. і інформ. – Ужгород, 2005. – Вип. 10-11. – С. 65–69.

Одержано 21.10.2008