

УДК 519.87; 535.345.67

ПРОГРАМНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ПОХИБОК НА СТІЙКІСТЬ СПЕКТРАЛЬНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ДЕЯКИХ ОПТИЧНИХ ФІЛЬТРІВ

Міца Олександр Володимирович, доцент кафедри кібернетики і прикладної математики Ужгородського національного університету, *e-mail*: alex.mitsa@gmail.com

Матяшовська Беата Олександрівна, старший викладач кафедри інформатики та фізико-математичних дисциплін

Шумило Наталія Ярославівна, старший викладач кафедри інформатики та фізико-математичних дисциплін

Вступ. Матеріал германій широко використовується в оптичному приладобудуванні (об'єктиви фотокамер, мікроскопи, газоаналізатори і т.д.), а також використовується при створенні діодів, транзисторів, оптоволокна [1]. При вивченні фізичних властивостей даного матеріалу було виявлено, що при формуванні оптичного покриття на різних підкладках утворюються частково неоднорідні плівки з перехідними областями. Метою даної роботи є дослідити вплив похибки, яку дає дана часткова неоднорідність, та вплив технологічної похибки параметрів шарів на спектральні характеристики вузькосмугових та широкосмугових оптичних фільтрів. При дослідженні показник заломлення неоднорідних областей вибирався з ступінчастим, лінійним, квадратичним, логарифмічним та експоненціальним розподілами. Вплив технологічної похибки параметрів шарів на спектральні характеристики досліджується за допомогою методу Монте-Карло [2]. Для цього було розроблено відповідне програмне забезпечення, яке представляє собою комплекс програм, розроблених на мові програмування Delphi та математичній системі MathCad. Всі числові результати в даній роботі отримані програмно, на основі проведеного моделювання.

Математична модель. Вибираючи за параметри показник заломлення n , геометричну товщину шару d і довжину хвилі λ , можна записати характеристичну матрицю одного шару таким чином [3]:

$$M_s(n, d, \lambda) = \begin{vmatrix} \cos \delta(n, d, \lambda) & -\frac{i}{n} \sin \delta(n, d, \lambda) \\ -in \sin \delta(n, d, \lambda) & \cos \delta(n, d, \lambda) \end{vmatrix}, \quad (1)$$

де $\delta(n, d, \lambda) = \frac{2\pi nd}{\lambda}$.

Знаючи характеристичну матрицю всієї структури можна знайти коефіцієнт пропускання залежний від довжини хвилі λ :

$$T(\lambda) = \frac{4}{\left(2 + \frac{n_0}{n_s} M_{11}^2(\lambda) + \frac{n_s}{n_0} M_{22}^2(\lambda) + n_0 n_s M_{12}^2(\lambda) + \frac{1}{n_0 n_s} M_{21}^2(\lambda) \right)}, \quad (2)$$

де n_0, n_s – показники заломлення зовнішнього середовища і підкладинки відповідно.

Функцію якості будемо розглядати у вигляді:

$$F(\bar{n}, \bar{d}) = \left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L T^2(\bar{n}, \bar{d}, \lambda_{(i)}) \right)^{1/2}, \quad (3)$$

де L – число точок сітки спектрального інтервалу від λ_1 до λ_2 , $\lambda_{(i)}$ – значення довжин хвиль на даній сітці.

При визначенні стійкості спектральних характеристик інтерференційних фільтрів необхідно знати, що похибка вимірювання показника заломлення одного шару становить не вище ± 0.05 , а геометричної товщини – може становити ± 2 нм. Причому будемо вважати, що закон розподілу значень похибок є рівномірним.

Розглянемо алгоритм методу Монте-Карло. На першому кроці вводиться необхідна для організації розрахунків інформація: дані про структуру покриття, планована кількість досліджень k , межі інтервала (a, b) , із якого параметр шару приймає випадкове значення.

На другому кроці встановлюється, що розглядається перший шар і номер досліду рівний 1. На кроці 3 відбувається генерація випадкового числа. На кроці 4 параметр шару виражається через отримане випадкове число. На кроці 5 розраховується характеристика покриття і обчислюється значення цільової

функції $F_i(x)$ на i -му досліді. На кроці 6 обчислені значення $F_i(x)$ використовуються для формування сум виду

$$\sum_i F_i, \sum_i F_i^2.$$

На кроці 7 перевіряється умова виконання запланованого числа дослідів. Якщо ця умова виконується, то обчислюються числові характеристики розподілу цільової функції:

$$M = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k F_i(x);$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{k-1} \left(\sum_{i=1}^k F_i^2(x) - kM^2 \right)},$$

де M і σ – математичне очікування і дисперсія випадкової величини $F_i(x)$.

На кроці 8 здійснюється перехід до наступного шару.

На кроці 9 перевіряється умова закінчення обчислювального процесу.

Обчислювальний експеримент. Розглянемо вплив частково неоднорідних областей на спектральні характеристики вузькосмугового фільтру (рис. 1).

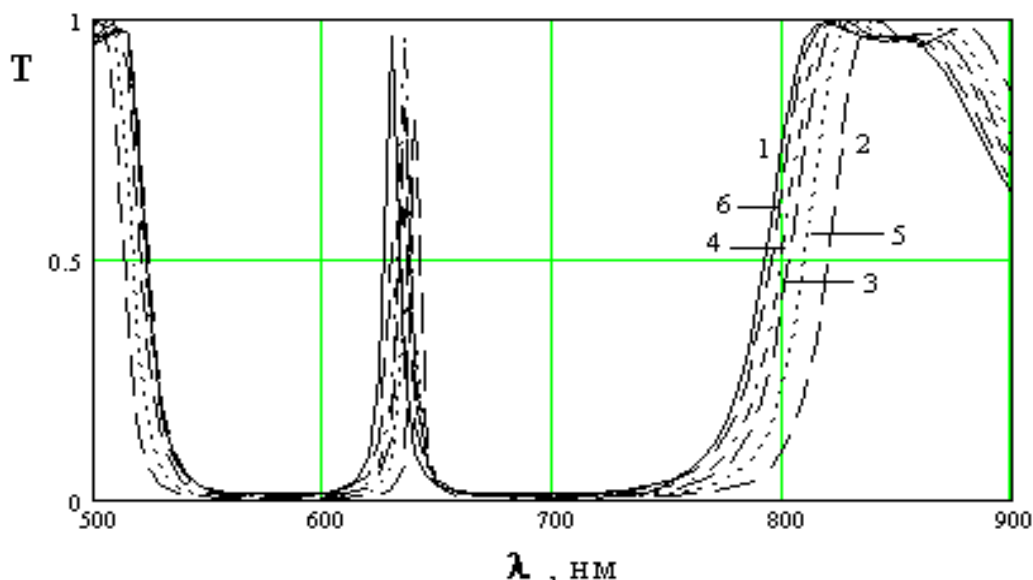


Рис. 1. Спектральні характеристики 17-шарової структури S-ВНВ..2В..ВНВ ($\lambda_0=630$ нм) в ідеальному випадку та при наявності приповерхневої та перехідної областей з різними розподілами показника заломлення: 1 – ідеальний випадок; 2 – зі ступінчастим розподілом показника заломлення; 3 – з лінійним розподілом показника заломлення; 4 – з квадратичним розподілом показника заломлення; 5 – з логарифмічним розподілом показника заломлення; 6 – з експоненціальним розподілом показника заломлення.

Як бачимо з рисунку 1, для 17-шарового вузькосмугового фільтру при робочій довжині хвилі 630 нм типи розподілу показника заломлення впливають на відхилення спектральних характеристик від ідеального випадку в залежності від величини середнього значення показника заломлення досліджуваних областей. Із збільшенням середнього значення показника заломлення досліджуваних областей для всіх типів розподілів збільшується зсув у довгохвильову область довжини хвилі λ_{\max} , зменшується напівширина пропускання $\Delta\lambda_{0.5}$ та ширина смуги $\Delta\lambda_{0.1}$. Щодо коефіцієнта пропускання T_{\max} , то із збільшенням середнього значення показника заломлення, збільшується його значення в порівнянні із ідеальним випадком, крім експоненціального розподілу показника заломлення. Для експоненціального розподілу показника заломлення значення коефіцієнта пропускання T_{\max} при робочих довжинах хвилі $\lambda_0=480, 630, 750$ та 1000 нм є меншим від ідеального випадку. Для довжини хвилі λ_{\max} збільшення кількості шарів призводить до зменшення відхилення від ідеального випадку для всіх типів розподілу показника заломлення. Коефіцієнт пропускання T_{\max} при різній кількості шарів змінюється не більше 10^{-3} . Також при збільшенні кількості шарів, напівширина пропускання $\Delta\lambda_{0.5}$ та ширина смуги $\Delta\lambda_{0.1}$ зменшуються. Причому знову, чим більше середнє значення показника заломлення досліджуваних областей, тим менше їх значення.

Промоделюємо стійкість спектральних характеристик вузькосмугового фільтру типу S-ВНВ...ВНВ відносно можливих похибок параметрів шарів методом Монте-Карло. Для 9-ти шарового вузькосмугового фільтру чутливість спектральних характеристик до варіації показника заломлення 2-го шару є набагато більшою за інші варіації параметрів шарів (рис. 2). Для $(4k+1)$ -шарового вузькосмугового фільтру спектральні характеристики у багато разів чутливіші до варіації показника заломлення низькозаломлюючих шарів, ніж до варіації показника заломлення високозаломлюючих шарів (рис. 2). Виключення стосується $(2k+1)$ -го шару, який являється напівхвильовим, і чутливість до варіацій якого теж значна.

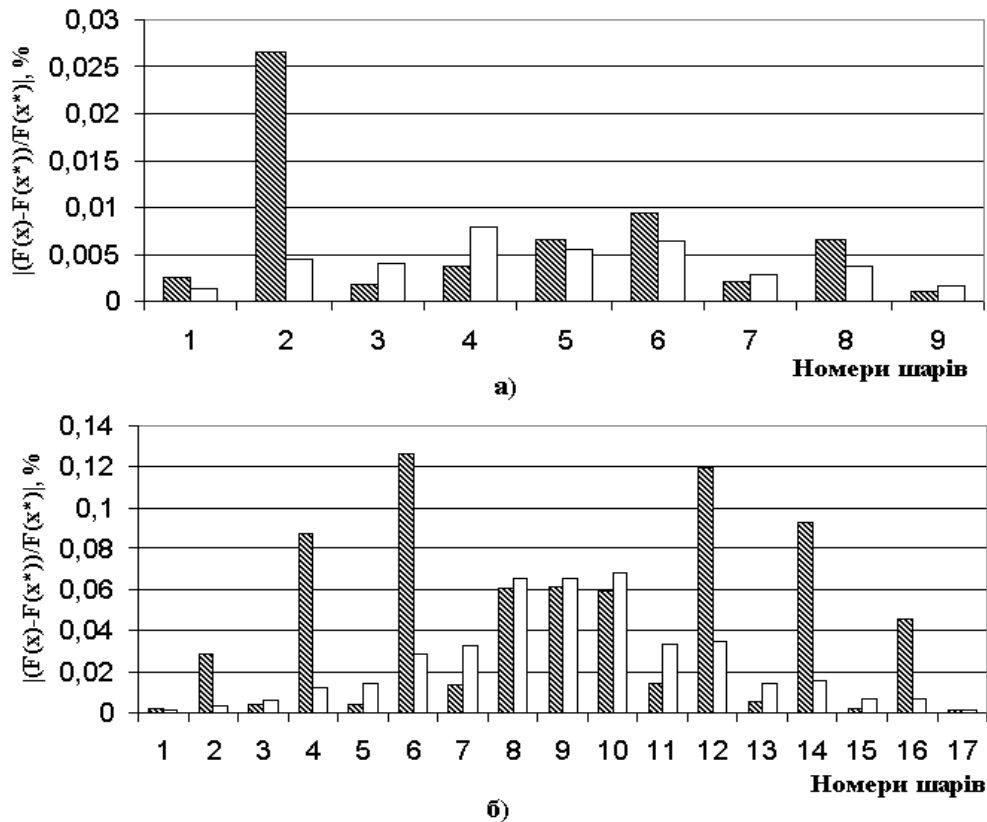


Рис. 2. Діаграма розсіювання цільової функції для вузькосмугового фільтру типу ВНВ..2В..ВНВ зі ступінчастим розподілом показника заломлення приповерхневої та перехідної областей при робочій довжині хвилі $\lambda_0=630$ нм, побудована за результатами аналізу методом Монте-Карло: а) 9-шарова структура; б) 17-шарова структура.

Чутливість спектральних характеристик до похибок геометричної товщини низькозаломлюючого шару значно менша, ніж до похибок показника заломлення. Виключення стосується $2k$ -го і $(2k+2)$ -го шарів, які є прилеглими до напівхвильового шару. Для них чутливість спектральних характеристик до похибок геометричної товщини є більшою, ніж до похибок показника заломлення. Це стосується і високозаломлюючих шарів, крім першого і останнього шару. Для вузькосмугового фільтру, на відміну від відрізаючого, величина середнього значення показника заломлення досліджуваної області не впливає на стійкість спектральних характеристик. Найбільший діапазон розсіювання має ступінчастий розподіл показника заломлення.

Розглянемо вплив частково неоднорідних областей на спектральні характеристики широкосмугового фільтру (рис. 3).

Як бачимо з рисунку 3, для 17-шарового широкосмугового фільтру при робочій довжині хвилі 630 нм ліві границі діапазонів пропускання для різних розподілів показника заломлення не впорядковані, як для відрізаючого фільтру, у порядку величини їх середнього значення показника заломлення досліджуваних областей.

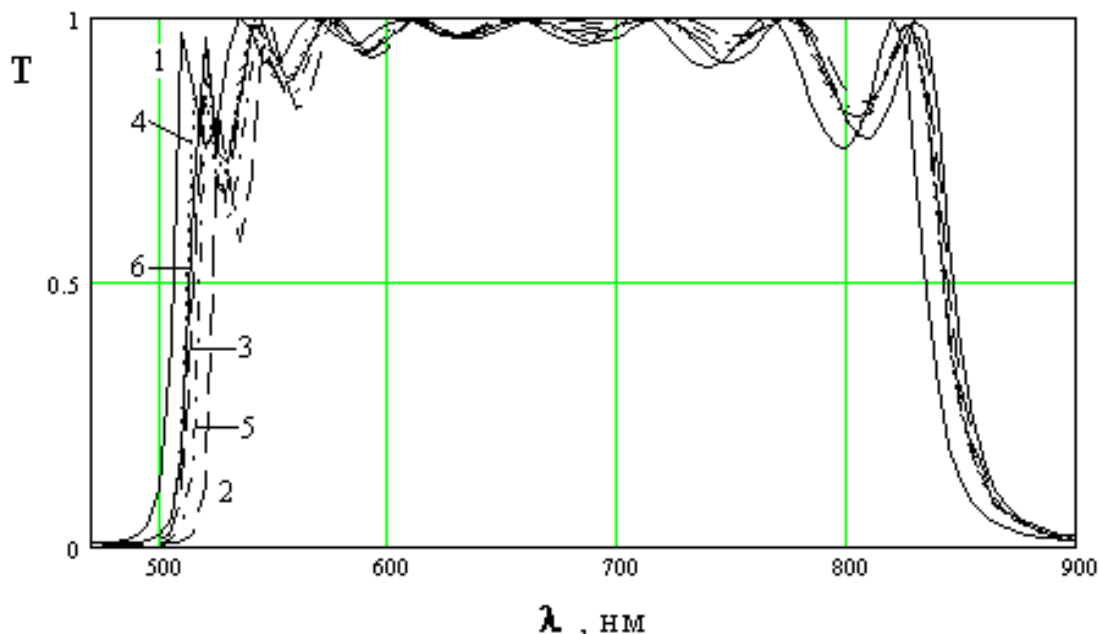


Рис. 3. Спектральні характеристики 17-шарової структури S-2ВН2В..2ВН2В ($\lambda_0=630$ нм) в ідеальному випадку та при наявності приповерхневої та перехідної областей з різними розподілами показника заломлення: 1 – ідеальний випадок; 2 – зі ступінчастим розподілом показника заломлення; 3 – з лінійним розподілом показника заломлення; 4 – з квадратичним розподілом показника заломлення; 5 – з логарифмічним розподілом показника заломлення; 6 – з експоненціальним розподілом показника заломлення.

Основними характеристиками широкосмугових фільтрів є ширина смуги $\Delta\lambda_{0,5}$, ширина смуги $\Delta\lambda_{0,1}$ та середина діапазону пропускання λ_{cp} . Середина діапазону пропускання λ_{cp} визначається за формулою:

$$\lambda_{cp} = \frac{\lambda_{0,5}^L + \lambda_{0,5}^R}{2},$$

де $\lambda_{0,5}^L$, $\lambda_{0,5}^R$ – ліва права границі діапазону пропускання відповідно, значення коефіцієнта пропускання в яких рівне 0.5.

Середина діапазону пропускання λ_{cp} зміщується в довгохвильову область відносно ідеального випадку на величину, яка прямо залежить від середнього

значення показника заломлення досліджуваних областей. Винятком є лінійний розподіл при робочій довжині хвилі $\lambda_0=480$ нм.

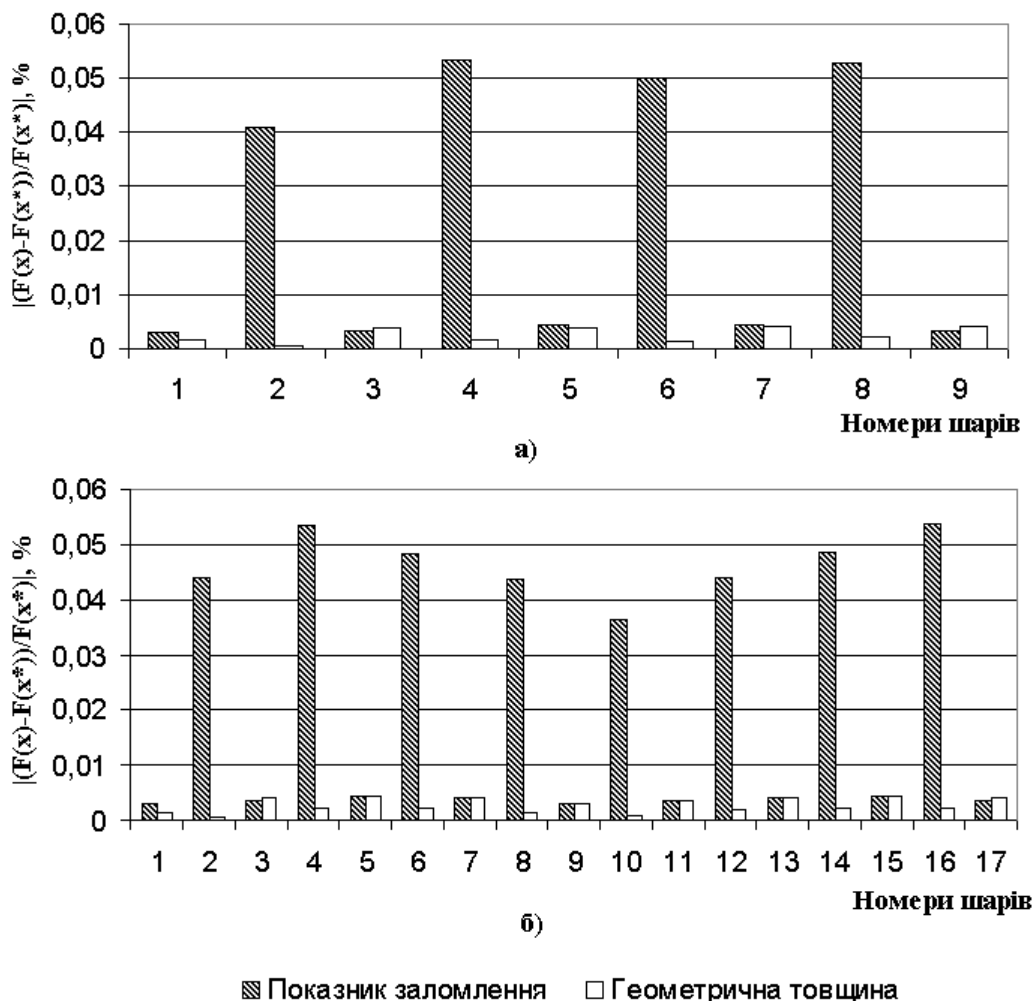


Рис. 4. Діаграма розсіювання цільової функції для широкопasmового фільтру типу 2ВН2В...2ВН2В з експоненціальним розподілом показника заломлення приповерхневої та перехідної областей при робочій довжині хвилі $\lambda_0=630$ нм, побудована за результатами аналізу методом Монте-Карло: а) 9-шарова структура; б) 17-шарова структура.

Ширини смуги $\Delta\lambda_{0,1}$ та $\Delta\lambda_{0,5}$ при робочих довжинах хвилі $\lambda_0=480, 630, 750$ та 1000 нм із збільшенням середнього значення показника заломлення досліджуваних областей зменшуються, за винятком експоненціального розподілу. Для нього значення цих основних характеристик є більшим, ніж при ідеальному випадку. При робочій довжині хвилі $\lambda_0=3000$ нм із збільшенням середнього значення показника заломлення досліджуваних областей зростає відхилення від ідеального випадку.

Із збільшенням кількості шарів зростають значення основних характеристик – середини діапазону пропускання $\lambda_{\text{ср}}$ та ширини смуги $\Delta\lambda_{0.5}$. Ширина смуги $\Delta\lambda_{0.1}$ при 17-ти шарах є більшою, ніж при 25-ти шарах. Це пояснюється стрімкішим спаданням коефіцієнта пропускання на границях діапазону пропускання.

Дослідимо стійкість спектральних характеристик широкосмугового фільтру типу S-2ВН2В...2ВН2В відносно невеликих змін параметрів шарів для різних типів розподілу показника заломлення методом Монте-Карло.

Із рисунку 4 видно, що для широкосмугового фільтру, як і для вузькосмугового фільтру, чутливість спектральних характеристик до похибок показника заломлення парних шарів набагато більша, ніж чутливість до похибок інших параметрів. Похибка геометричної товщини непарних шарів впливає на стійкість спектральних характеристик приблизно так, як і похибка показника заломлення, але більше, ніж похибка геометричної товщини парних шарів.

При збільшенні кількості шарів не завжди збільшується діапазон розсіювання, але, в цілому, зберігається тенденція до збільшення. Так для 9-шарової структури максимальне значення діапазону розсіювання становить 0.052, для 17-шарової – 0.054, для 25-шарової – 0.053 та для 33-шарової – 0.089. Загалом кажучи, спектральні характеристики широкосмугового фільтру є більш стійкими до похибок параметрів шарів, ніж спектральні характеристики вузькосмугового фільтру.

Висновки. Проведений аналіз показує, що при виборі структури інтерференційного фільтру необхідно враховувати їх стійкість до похибок. При наявності декількох структур інтерференційних фільтрів, які задають приблизно однакові спектральні характеристики, необхідно вибирати для практичної реалізації більш стійкі до похибок. Щодо методу Монте-Карло, то існують дві проблеми його практичної реалізації. Перша проблема пов'язана з необхідністю проведення великої кількості дослідів, так як статистична похибка оцінок M і σ зменшується дуже повільно, обернено пропорційно кореню квадратному із кількості дослідів. Друга проблема пов'язана з отриманням інформації про закон

розподілу похибок при визначенні параметрів шарів. Передусім це відноситься до показників заломлення шарів, значення яких залежать від багатьох технологічних параметрів, таких як температура нагріву підігріву підкладинок, швидкість випаровування і конденсації, залишковий тиск газу в напилювальній камері, наявність або відсутність окислювального середовища, чистота використовуваної сировини та інших, між якими, взагалі кажучи, існує кореляційний зв'язок.

Розроблене програмне забезпечення та розроблені математичні моделі можуть служити основою для проведення подальший наукових досліджень в даному та суміжних напрямках.

Список використаної літератури

1. Яковлев П.П., Мешков Б.Б. Проектирование интерференционных покрытий. – М.: Машиностроение, 1987. – 192 с.
2. Binder K. Monte Carlo methods in statistical physics. – Berlin, 1986. – 411 P.
3. Abeles F. Matrix method // Ann.de Physique. – 1950. – V.5. – P. 596-640.
4. Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження чутливості спектральних характеристик одно-, дво-, три- та чотиришарових однорідних оптичних структур до технологічних похибок за допомогою методу Монте-Карло // Міжнародна школа-семінар “Теорія прийняття рішень”. – Ужгород, 2012. – С. 142-143.