МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД

“УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ”

VII МІЖНАРОДНА ШКОЛА-СЕМІНАР
ТЕОРІЯ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Ужгород, 29 вересня – 4 жовтня 2014 р.

ПРАЦІ ШКОЛИ-СЕМІНАРУ

УЖГОРОД – 2014

Програмний комітет:
Бабич М.Д., Бардачов Ю.М., Белько І.В., Бідюк П.І., Бодянський Є.В., Буй Д.Б., Величко В.Ю., Волошин О.Ф. – співголова, Воронін А.М., Гаращенко Ф.Г., Гече Ф.Е., Головач Й.І., Григорків В.С., Гуляницький Л.Ф., Гупал А.М., Донченко В.С., Задірака В.К., Зайченко Ю.П., Згуровський М.З., Івохін Є.В., Котов В.М., Крак Ю.В., Кудін В.І., Лепа Р.М., Литвиненко В.І., Литвинов В.В., Любчик Л.М., Ляшенко І.М., Маляр М.М., Марков К., Михальов О.І., Мікловда В.П. – співголова, Панкратова Н.Д., Провотар О.І., Семенова Н.В., Сергієнко І.В., Скатков О.В., Снитюк В.Є., Тесля Ю.М., Федунов Б.Є., Хапко Р.С., Чикрій А.О., Шило В.П., Яджак М.С.

Організаційний комітет:
Маляр М.М. – голова, Берзлев О.Ю., Гече Ф.Е., Гренджа В.І., Кузка О.І., Міца О.В., Млавець Ю.Ю., Мулеса О.Ю., Мулеса П.П., Повідайчик М.М., Поліщук В.В., Шаркаді М.М., Штимак А.Ю.

Підготовка матеріалів до друку: Маляр М.М., Млавець Ю.Ю., Повідайчик М.М.

Рецензування: Волошин О.Ф., Гуляницький Л.Ф.

Праці VII міжнародної школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, УжНУ, 2014. – 303 с.

УДК 519.21

Synyavska O. O.
Uzhorod National University
olja_sunjavska@ua.fm

SOME BAXTER ESTIMATOR IN MEASUREMENT ERROR MODEL

Assume that for fixed $n \geq 1$ observed variables $X(0), X\left(\frac{1}{a_n}\right), \cdots, X(1)$ differs from the true values of the fractional Brownian motion $\xi(t), t \in [0,1]$ in the points $\left\{\frac{k}{a_n}\middle|0 \leq k \leq a_n, n \geq 1\right\}$, where $(a_n) \subset \mathbb{N}, a_n \to \infty, n \to \infty$, by as error in observations $\{\varepsilon_{k,n}|0 \leq k \leq a_n\}$ which are independent from $\left\{\xi\left(\frac{k}{a_n}\right)\middle|0 \leq k \leq a_n\right\}$, that is

$$X\left(\frac{k}{a_n}\right) = \xi\left(\frac{k}{a_n}\right) + \varepsilon_{k,n}. \qquad (1)$$

Here assume that $\varepsilon_{k,n}$ are i.i.d., Gaussian random variables such that $\varepsilon_{k,n} \simeq N(0, \sigma_{n,\varepsilon}^2)$ with known $\sigma_{n,\varepsilon}, 0 \leq k \leq a_n$.

For the observation in a model (1) of the random process $\left\{X\left(\frac{k}{a_n}\right)\middle|0 \leq k \leq a_n\right\}$ we obtain an estimate of the Hurst parameter $\in (0, H^*]$. Suppose that H^* is known and $H^* < 1$. Also, let assume that for any $\alpha > 0$ the series $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^{-\alpha}$ is convergent.

Let denote

$$\Delta\xi_{k,n} = \xi\left(\frac{k+1}{a_n}\right) - \xi\left(\frac{k}{a_n}\right), \Delta\varepsilon_{k,n} = \varepsilon_{k+1,n} - \varepsilon_{k,n},$$

$$\Delta X_{k,n} = X\left(\frac{k+1}{a_n}\right) - X\left(\frac{k}{a_n}\right), 0 \leq k \leq a_n - 1.$$

Consider a sequence of Baxter sums:

$$\widehat{W}_n = a_n^{2H-1} \sum_{k=1}^{a_n-1} \left(\Delta\xi_{k,n}\right)^2,$$

$$S_n = \sum_{k=1}^{a_n-1} \left(\Delta X_{k,n}\right)^2 - 2a_n\sigma_{n,\varepsilon}^2, n \geq 1.$$

Theorem 1. Let $\xi(t), t \in [0,1]$ be a fractional Brownian motion with unknown Hurst parameter $H \in (0, H^*]$, with $H^* < 1$ known. Then $\widehat{W}_n \to 1$ with probability one as $n \to \infty$.

Theorem 2. Let $\xi(t), t \in [0,1]$ be a fractional Brownian motion with unknown Hurst parameter $H \in (0, H^*]$, with $H^* < 1$ known and the series $\sum_{k=1}^{\infty} a_n^{4H^*-1}\sigma_{n,\varepsilon}^4 < +\infty$. Then the estimate

$$\widehat{H}_n := \frac{1}{2}\left(1 - \frac{\ln S_n}{\ln a_n}\right),$$

where $S_n = \sum_{k=1}^{a_n-1}\left(\Delta X_{k,n}\right)^2 - 2a_n\sigma_{n,\varepsilon}^2$, is the strongly consistent estimate of the parameter Hurst H.

Bibliography

1. Baxter G., 1956. A strong limit theorem for Gaussian processes, Proc. Amer. Math. Soc. 7, No 3, 522-527.
2. Breton J-C., Nourdin I., Peccati G., 2009. Exact confidence intervals for the Hurst parameter of a fractional Brownian motion, Electronic Journal of Statistics 3, 416-425.
3. Kurchenko O. O., 2003. One strong consistency estimate of the Hurst parameter of the fractional Brownian motion, Theory Probab. Math. Stat. 67, 97-106.