

УДК 539.12.01

НОВІ АНАЛІТИЧНІ ФОРМИ ХВИЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ ДЕЙТРОНА ДЛЯ ПОТЕНЦІАЛУ Argonne v18

В. І. Жаба

*Ужгородський національний університет;
88000, м. Ужгород, вул. Волошина, 54; e-mail: viktorzh@meta.ua*

Для апроксимації хвильових функцій дейтрона в координатному представленні запропоновано дві нові аналітичні форми. Чисельно розраховані коефіцієнти аналітичних форм для хвильової функції дейтрона в координатному представленні для потенціалу Argonne v18. Отримані хвильові функції не містять надлишкових вузлів. Розраховані параметри дейтрона добре узгоджуються з експериментальними і теоретичними даними.

Ключові слова: *хвильова функція, аналітична форма, дейтрон, вузол.*

Вступ

Дейтрон є найпростішим ядром, яке складається з двох сильно взаємодіючих частинок (протона і нейтрона). Простота будови дейтрона робить його зручною лабораторією для вивчення нуклон-нуклонних сил. На даний час дейтрон добре вивчений як експериментально, так і теоретично.

Розрахунки статичних характеристик дейтрона (енергія зв'язку, магнітний момент, електричний квадрупольний момент та ін.) добре узгоджуються з експериментальними даними [1]. Але, незважаючи на це, існують певні теоретичні неузгодженості. Наприклад, в деяких теоретичних роботах [2] одна (Боннський потенціал) або обидві (Московський потенціал) [3] компоненти хвильової функції мають вузли поблизу початку координат. Така поведінка хвильової функції суперечить загальній математичній теоремі про число вузлів власних функцій крайових задач [4]. Основному стану системи відповідає функція без вузлів у середині інтервалу крайової задачі. Наявність вузлів у хвильових функціях основного і єдиного стану дейтрона може вказувати на існування певних неузгодженостей в реалізації чисельних алгоритмів, які застосовуються у подібних задачах. У роботі [5] показано, що асимптотика компонент розв'язку системи рівнянь вже не визначається одним орбітальним моментом L , як у випадку з розв'язками одиночного рівняння Шредінгера, а обумовлюється повним орбітальним моментом J і асимптотичною поведінкою тензорного потенціалу на малих відстанях, який забезпечує зв'язування рівнянь Шредінгера в систему. Вплив вибору чисельних алгоритмів на розв'язки задачі приведено в роботах [5-7].

Такі потенціали нуклон-нуклонної взаємодії, як Боннський [2], Московський [3], потенціали Неймегенської групи (NijmI, NijmII, Nijm93 [8]), Argonne v18 [9] чи Паризький потенціал [10] мають досить непросту структуру і громіздкий запис. Оригінальний потенціал Рейда Reid68 був параметризований на основі фазового аналізу Неймегенською групою і отримав назву Reid93. Параметризація була проведена для 50 параметрів потенціалу, причому $\chi^2/N_{data}=1.03$ [8].

Крім того, хвильова функція дейтрона може бути представлена таблично: через відповідні масиви значень радіальних хвильових функцій. Іноді при чисельних розрахунках оперувати такими масивами чисел доволі складно. І текст програм для чисельних розрахунків є перевантажений. Тому є доцільним отримання більш простих аналітичних форм представлення хвильових функцій дейтрона.

Аналітична форма хвильової функції дейтрона

Відомі чисельні значення радіальної хвильової функції дейтрона в координатному представленні можна апроксимувати за допомогою зручних розкладів [11] в аналітичній формі:

$$\begin{cases} u_a(r) = \sum_{i=1}^{N_a} A_i \exp(-a_i r^2), \\ w_a(r) = r^2 \sum_{i=1}^{N_a} B_i \exp(-b_i r^2), \end{cases} \quad (1)$$

асиметричного подвійного сигмоїдала [7]:

$$R_l = C_0 + C_1 \cdot \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{r - C_2 + C_3/2}{C_4}\right)} \left(1 - \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{r - C_2 - C_3/2}{C_5}\right)} \right). \quad (2)$$

або апроксимацій юкавівського виду [2, 10, 12]:

$$\begin{cases} u_b(r) = \sum_{j=1}^{N_b} C_j \exp(-m_j r), \\ w_b(r) = \sum_{j=1}^{N_b} D_j \exp(-m_j r) \left[1 + \frac{3}{m_j r} + \frac{3}{(m_j r)^2} \right], \end{cases} \quad (3)$$

де $m_j = \beta + (j-1)m_0$, $\beta = \sqrt{ME_d}$, $m_0 = 0.9 \text{ fm}^{-1}$. M – нуклонна маса, E_d – енергія зв'язку дейтрона. Пошук коефіцієнтів аналітичної форми (3) був здійснений для Боннського [2] і Паризького потенціалів [10], причому $N_b=11$. Крайові умови для (3) при $r \rightarrow 0$:

$$u_b(r) \rightarrow r, \quad w_b(r) \rightarrow r^3.$$

Асимптотики хвильової функції дейтрона на $r \rightarrow \infty$:

$$u(r): A_S \exp(-\beta r),$$

$$w(r): A_D \exp(-\beta r) \left[1 + \frac{3}{\beta r} + \frac{3}{(\beta r)^2} \right],$$

де A_S і A_D – асимптотики нормування S - і D -станів. Крім (1)-(3), хвильову функцію дейтрона можна апроксимувати аналітичними формами виду:

$$\begin{cases} u_c(r) = \sum_{i=1}^{N_c} E_i \exp(-e_i r^3), \\ w_c(r) = r^2 \sum_{i=1}^{N_c} F_i \exp(-f_i r^3), \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} u_d(r) = x^{3/2} \sum_{i=1}^{N_d} G_i \exp(-g_i r^2), \\ w_d(r) = x^{3/2} \sum_{i=1}^{N_d} H_i \exp(-h_i r^2), \end{cases} \quad (5)$$

де $N_c=20$; $N_d=15$.

Таблиця 1. Коефіцієнти аналітичної форми (4) для потенціалу Argonne v18

i	E_i	e_i	F_i	f_i
1	0.9048858339	1.6683842781	1.3156000969	0.0457925264
2	-0.2028953553	1.6693637735	1.0228042519	-0.3456018987
3	-0.1087978814	0.0006897253	1.3156000969	0.0457925264
4	-0.1054912161	0.0027276797	1.3639315871	0.0523900169
5	0.3985578355	0.0172227215	1.3823944168	0.1441946896
6	-0.2028953541	1.6693423417	1.3148727985	0.0436620974
7	-0.1064136725	0.0026887689	1.3156000969	0.0457925264
8	-0.1066071774	0.0006818009	0.0011486049	0.0001856868
9	0.3383396417	0.0005205081	0.0988365420	0.0427851832
10	-0.2028953543	1.6693468659	1.8996472051	-0.1752567878
11	-0.1285865920	0.0121102345	1.8958366646	-0.1726280265
12	-0.1093346222	0.0006809469	1.3787356306	0.1306156550
13	0.3416750833	0.0016819302	1.3605636193	0.1078053263
14	-0.2028953536	1.6693350504	1.3156006097	0.0457937970
15	-0.1122329418	0.0107949358	1.8958366646	-0.1726280265
16	-0.1193541312	0.0114481077	0.0062222286	0.0019692289
17	0.3566354406	0.0059025462	1.3823944168	0.1441946896
18	-0.2028953543	1.6693461332	0.3867810576	0.1318540711
19	-0.2028953560	1.6693754397	1.3156000969	0.0457925264
20	-0.2028953544	1.6693479322	0.0259804393	0.0111623675

Незважаючи на громіздкі і довготривалі розрахунки і мінімізації χ^2 (до величини менших за 10^{-4}), доводилося апроксимувати чисельні значення хвильових функцій дейтрона для потенціалу Argonne v18 [9], масиви чисел яких становили по 1500x4 значень в інтервалі $r=0-15$ fm. Значення коефіцієнтів E_i, e_i, F_i, f_i для формул (4) і G_i, g_i, H_i, h_i для формул (5) приведено в табл. 1 і 2. Наприклад, точність параметризації (4) характеризується

$$I_S = \left(\int_0^{\infty} [u(r) - u_c(r)]^2 dr \right)^{1/2} = 1.2 \times 10^{-4},$$

$$I_D = \left(\int_0^{\infty} [w(r) - w_c(r)]^2 dr \right)^{1/2} = 1.4 \times 10^{-4}.$$

Таблиця 2. Коефіцієнти аналітичної форми (5) для потенціалу Argonne v18

i	G_i	g_i	H_i	h_i
1	0.0043031548	0.0101222319	2.7494873856	-0.2950661455
2	1.6148440607	2.0789614416	0.6492685755	0.1502582691
3	0.2958409425	0.5500403647	0.2803922016	0.0196084691
4	-0.2868751157	2.4191756902	1.6515106278	-0.0457398539
5	-0.2868751157	2.4191756902	0.0129503945	0.0004406135
6	0.0709822904	0.2311168780	0.2559641341	0.0130897806
7	0.0519253201	0.1327520477	2.7494873858	-0.2950661456
8	0.0689225656	0.2306435235	1.6515106278	-0.0457398539
9	0.0514735544	0.0713641466	2.0165235861	0.4505313839
10	-0.2868751158	2.4191756903	0.2410174264	0.0109112085
11	-0.2868751158	2.4191756903	0.0393006061	0.0038447216
12	-0.2868751159	2.4191756904	0.1129614514	0.0071222054
13	-0.2868751159	2.4191756904	0.0970945713	0.0122854004
14	0.0218641801	0.0293886381	0.2625386468	0.0143329960
15	-0.2868751158	2.4191756903	0.2217843395	0.0088991104

Розраховані радіальні хвильові функції дейтрона $u(r)$ і $w(r)$ по аналітичним формам (4) (чи (5)) в конфігураційному представленні не містять надлишкових вузлів (рис. 1). Отримані хвильові функції дейтрона добре корелюють із даними роботи [9].

Параметри дейтрона

Якщо відомі хвильові функції (1)-(5) в координатному представленні, тоді можна розрахувати параметри дейтрона [2, 6]:

- радіус дейтрона r_d :

$$r_d = \frac{1}{2} \left\{ \int_0^\infty r^2 [u^2(r) + w^2(r)] dr \right\}^{1/2};$$

- електричний квадрупольний момент Q_d :

$$Q_d = \frac{1}{20} \int_0^\infty r^2 w(r) [\sqrt{8}u(r) - w(r)] dr;$$

- магнітний момент:

$$\mu_d = \mu_s - \frac{3}{2} \left(\mu_s - \frac{1}{2} \right) P_D;$$

- вклад D - стану:

$$P_D = \int_0^\infty w^2(r) dr;$$

- асимптотика D/S -стану:

$$\eta = A_D / A_S.$$

Розраховані параметри дейтрона приведено в табл. 3. Вони добре узгоджуються з експериментальними і теоретичними результатами [9].

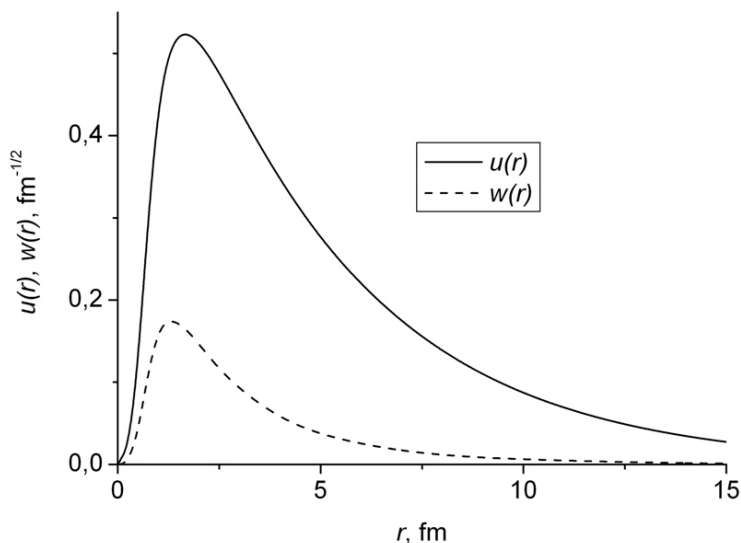


Рис. 1. Хвильові функції дейтрона $u(r)$ і $w(r)$ по аналітичним формах (4)

Таблиця 3. Параметри дейтрона

	P_D (%)	r_d (fm)	Q_d (fm ²)	μ_d	η
(1)	5.75949	1.96737	0.267685	0.846988	0.0260866
(2)	5.86864	1.95462	0.298555	0.846366	0.035337
(3)	5.75841	1.96756	0.269694	0.841437	0.0250208
(4)	5.75805	1.95603	0.266864	0.846996	0.0272228
(5)	5.75971	1.96154	0.268848	0.846987	0.025058
[9]	5.76	1.967	0.270	0.847	0.0250

Висновки

Запропоновано дві нові аналітичні форми (4) і (5) для апроксимації хвильових функцій дейтрона в координатному представленні.

Чисельно розраховані коефіцієнти апроксимаційних залежностей в аналітичній формі (1)-(5) для чисельних значень хвильової функції дейтрона в координатному представленні для реалістичного феноменологічного потенціалу Argonne v18. Отримані по цим формам хвильові функції не містять надлишкових вузлів.

Використовуючи хвильові функції дейтрона в координатному представленні, розраховано параметри дейтрона, які добре узгоджуються з наявними в літературі експериментальними і теоретичними результатами.

По отриманих хвильових функціях доцільними є розрахунки поляризаційних характеристик дейтрона [6]: компоненти тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} , тензорної аналізуючої здатності A_{yy} і тензор-тензорної передачі поляризації K_{yy} .

Література

1. Machleidt R. The nuclear force in the third millennium / R. Machleidt // Nucl. Phys. A. – 2001. – Vol. 689, Iss. 1. – P. 11-22.
2. Machleidt R. High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential / R. Machleidt // Phys. Rev. C. – 2001. – Vol. 63, Iss. 2. – P. 024001-024032.
3. Moscow-type NN-potentials and three-nucleon bound states / V.I. Kukulin, V.N. Pomerantsev, A. Faessler, A.J. Buchmann, E.M. Tursunov // Phys. Rev. C. – 1998. – Vol. 57, Iss. 2. – P. 535-554.
4. Courant R. Methods of Mathematical Physics / R. Courant, D. Hilbert. - New York: Interscience, 1953. – 561 p.
5. Гайсак І. Про вузли хвильової функції дейтрона / І. Гайсак, В. Жаба // Вісник Львів. ун-ту. Серія фізична. – 2009. – №. 44. – С. 8-15.
6. Гайсак І.І. Дейтрон: хвильова функція і параметри / І.І. Гайсак, В.І. Жаба // Науковий вісник Ужгород. ун-ту. Серія Фізика. – 2014. – 36. – С. 100-106.
7. Бохінюк В.С. До питання про енергетичну залежність перерізу реакції (γ, γ') / В.С. Бохінюк, В.І. Жаба, О.М. Парлаг // Науковий вісник Ужгород. ун-ту. Фізика. – 2012. – 31. – С. 111-115.
8. Construction of high quality NN potential models / V.G.J. Stoks, R.A.M. Klomp, C.P.F. Terheggen, J.J. de Swart // Phys. Rev. C. – 1994. – Vol. 49, Iss. 6. – P. 2950-2962.
9. Wiringa R.B. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking / R.B. Wiringa, V.G.J. Stoks, R. Schiavilla // Phys. Rev. C. – 1995. – Vol. 51, Iss. 1. – P. 38-51.

10. Parametrization of the deuteron wave function of the Paris N-N potential / M.Lacombe, B.Loiseau, R.Vinh Mau, J.Côté, P.Pirés, R. de Tourreil // Phys. Lett. B. – 1981. – Vol. 101, Iss. 3. – P. 139-140.
11. Дубовиченко С.Б. Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели / С.Б.Дубовиченко. – Алматы: Данекер, 2004. – 247 с.
12. Krutov A.F. Parametrization of the deuteron wave function obtained within a dispersion approach / A.F.Krutov, V.E.Troitsky // Phys. Rev. C. – 2007. – Vol. 76, Iss. 1. – P. 017001-017003.

*Стаття надійшла до редакційної колегії 14.12.2015 р.
Рекомендовано до друку д.т.н., професором Олійником А.П.
к.ф.-м.н., доцентом Плеканом Р.М. (м. Ужгород)*

NEW ANALYTICAL FORMS OF A DEUTERON WAVE FUNCTION FOR POTENTIAL Argonne v18

V. I. Zhaba

*Uzhhorod National University;
88000, Uzhhorod, Voloshyna str., 54; e-mail: viktorzh@meta.ua*

For approximation of a deuteron wave function in coordinate representation two new analytical forms are offered. Numerical coefficients of analytical forms for deuteron wave function in configuration representation for potential Argonne v18 are designed. The obtained wave functions do not contain superfluous knots. The designed parameters of a deuteron well agree with the experimental and theoretical data.

Key words: *wave functions, analytical form, deuteron, knot.*