

НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ПЛАЗМА-ПУЧКОВОГО СУПЕРГЕТЕРОДИННОГО ЛАЗЕРА НА СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНАХ С Н-УБИТРОННОЙ НАКАЧКОЙ

В.В. Кулиш¹, А.В. Лысенко², В.В. Коваль²

¹ Национальный авиационный университет,
пр. Космонавта Комарова, 1, Киев, 03680

² Сумской государственной университет,
ул. Римского-Корсакова, 2, Сумы, 40007
e-mail: lysenko_@ukr.net

Построена квадратично-нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с Н-убитронной накачкой с учетом мультигармоничного взаимодействия волн. Проведен анализ инкремента нарастания электромагнитной волны сигнала. Показана перспективность использования данных систем для генерации мощного электромагнитного излучения в миллиметровом диапазоне длин волн.

Введение

Одной из приоритетных задач современной плазменной релятивистской СВЧ электроники является создание и разработка новых источников мощного электромагнитного излучения в миллиметровом и

субмиллиметровом диапазонах длин волн [1,2]. Именно этой проблеме и посвящена представленная статья — теоретическому исследованию плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах (ЛСЭ) с Н-убитронной накачкой.

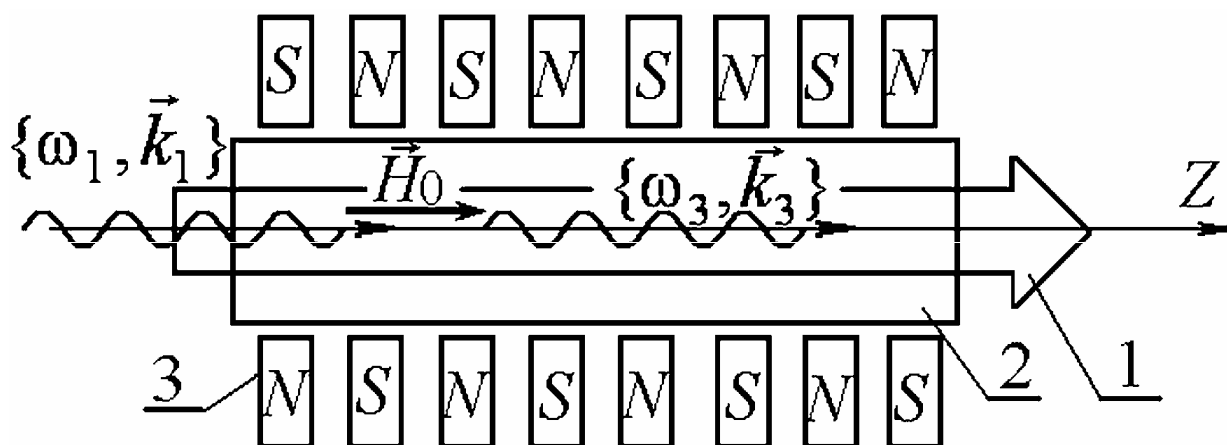


Рис. 1. Схема плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ

Впервые модель супергетеродинного плазма-пучкового ЛСЭ была предложена

в [3]. Дальнейшее развитие эти системы получили в [4, 5]. Следует отметить, что в

работах [3-5] изучались устройства, в которых в качестве накачки использовалась замедленная электромагнитная волна. То есть рассматривался плазма-пучковый ЛСЭ с доплертронной накачкой. В представленной работе в отличие от [3-5] исследуется плазма-пучковый супергетеродинный ЛСЭ с Н-убитронной накачкой.

В статье построена квадратично-нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ с Н-убитронной накачкой, проведен сравнительный анализ данной и эквивалентной двухпоточковой системы. Выяснено, что исследуемые в работе системы характеризуются существенно большими инкрементами нарастания, чем эквивалентные двухпоточковые. Показано, что на основе данных приборов могут быть созданы эффективные системы для генерации мощного электромагнитного излучения в миллиметровом диапазоне длин волн.

Теоретическая модель

Модель плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах представлена на рис. 1. Релятивистский электронный пучок 1, лэнгмюровская частота которого ω_b , проходит через плазму 2, характеризующейся плазменной частотой ω_p . Плазма-пучковая система находится в продольном фокусирующем магнитном поле с напряженностью H_0 . Релятивистский электронный пучок проходит через магнитное поле, которое создается спиральным Н-убитронным ондулятором 3 с периодом ондуляции Λ (или волновым числом $k_2 = 2\pi/\Lambda$). Магнитное поле ондулятора в исследуемой системе играет роль накачки. Также на вход системы подаем электромагнитный сигнал с частотой ω_1 и волновым числом k_1 . В результате параметрического резонанса между волной сигнала $\{\omega_1, k_1\}$ и поперечным Н-убитронным магнитным полем накачки $\{k_2\}$ в плазма-пучковой системе возбуждается волна пространственного

заряда (ВПЗ) с частотой ω_3 и волновым числом k_3 . Частоты и волновые числа этих волн связаны между собой условием параметрического резонанса

$$p_3 = p_1 + p_2 \text{ или } \omega_3 = \omega_1, k_3 = k_1 + k_2, \quad (1)$$

где $p_1 = \omega_1 t - k_1 z$ – фаза электромагнитной волны сигнала, $p_2 = -k_2 z$ – фаза электромагнитной волны накачки, $p_3 = \omega_3 t - k_3 z$ – фаза электронной волны ВПЗ. При этом параметры системы выбираем таким образом, чтобы волна ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$ нарастала вследствие плазма-пучковой неустойчивости.

Особенностью исследуемой системы является то обстоятельство, что здесь реализуется эффект супергетеродинного усиления [1,3]. Сущность его состоит в использовании дополнительного механизма усиления одной из трех волн, участвующих в параметрическом резонансе, который реализуется в рабочей области плазма-пучкового супергетеродинного ЛСЭ. В данном случае в качестве дополнительного механизма усиления выступает эффект усиления волны пространственного заряда за счет плазма-пучковой неустойчивости. Роль самого трехволнового параметрического резонанса здесь сводится лишь к переносу дополнительного усиления из ВПЗ на электромагнитную волну сигнала $\{\omega_1, k_1\}$.

Уравнения для амплитуд поля

В качестве исходных используем релятивистское квазигидродинамическое уравнение (см., например, [6]), уравнение непрерывности и уравнения Максвелла.

Для решения задачи движения и нахождения концентрации электронов пучка и плазмы, используем иерархический подход к теории колебаний и волн [6]. Для решения задачи возбуждения электромагнитных полей применим метод медленно меняющихся амплитуд.

Будем считать, что волна электромагнитного сигнала (E_1, B_1) , продольная

электронная волна (E_3) и магнитное поле накачки (B_2) имеют следующий вид:

$$E_1 = \sum_{m=1}^N [E_{1x,m} e_x + E_{1y,m} e_y] e^{imp_1} + c.c., \quad B_1 = \sum_{m=1}^N [B_{1x,m} e_x + B_{1y,m} e_y] e^{imp_1} + c.c.,$$

$$E_3 = \sum_{m=1}^N [E_{3,m} e^{imp_3} + c.c.] e_z, \quad B_2 = \sum_{m=1}^N [B_{2x,m} e_x + B_{2y,m} e_y] e^{imp_2} + c.c., \quad (2)$$

где N – количество гармоник, которые учитываем при решении задачи; m здесь и дальше является номером соответствующей гармоники, e_x, e_y, e_z – соответствующие орты.

Следует отметить, что закон дисперсии для электронной волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$, которая нарастает благодаря плазмпучковой неустойчивости, является линейным. Поэтому в этой системе реализуется параметрический резонанс между ее гармониками. Как показывает соответствующий анализ, параметрический резонанс между гармониками волны ВПЗ существенно влияет на работу плазмпучкового ЛСЭ.

В результате проведения стандартной процедуры асимптотического интегрирования [6] получаем в квадратичном приближении систему дифференциальных уравнений для амплитуд гармоник напряженности электрического поля электромагнитной волны $\{\omega_1, k_1\}$ и электронной волны ВПЗ $\{\omega_3, k_3\}$ (считаем, что в

этом приближении накачка практически не меняется):

$$K_{1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} = K_{3,m} E_{3,m} B_{2y,m}^*,$$

$$K_{1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} = K_{3,m} E_{3,m} B_{2x,m}^*,$$

$$C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3z,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3z,m}}{\partial t} + D_{3,m} E_{3,m} = \quad (3)$$

$$= C_{3,m} E_{1x,m} B_{2y,m} + C_{4,m} \langle E_3 (\int E_3 dp_3) \rangle_{mp_3} + C_{5,m} \langle (\int E_3 dp_3)^2 \rangle_{mp_3}$$

в этих уравнениях обозначено

$$D_{1,m} = \frac{im}{c\omega_1} \left(k_1^2 c^2 - \omega_1^2 + \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2 \Omega_{1,\alpha} (m\Omega_{1,\alpha} + \eta_1 \omega_{H,\alpha})}{m \bar{\gamma}_{\alpha} ((m\Omega_{1,\alpha})^2 - (\omega_{H,\alpha})^2)} \right)$$

– дисперсионная функция электромагнитной волны сигнала;

$$K_{1,m} = \frac{\partial D_{1,m}}{\partial(im\omega_1)} = -\frac{c^2 k_1^2 + \omega_1^2}{\omega_1^2 c} - \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2 (\Omega_{1,\alpha} \omega_1 + (\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha}) \bar{v}_{z,\alpha} k_1 / m)}{\omega_1^2 c \bar{\gamma}_{\alpha} (\omega_{H,\alpha} \eta_1 - m\Omega_{1,\alpha})^2};$$

$$K_{3,m} = -\frac{1}{c} \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2 e}{cm m_e} \frac{1}{\bar{\gamma}_{\alpha}^2 \Omega_{3\alpha}} \left(\frac{(m\Omega_{1\alpha} - \eta_2 \omega_{H,\alpha})}{(\omega_{H\alpha})^2 - (m\Omega_{1\alpha})^2} \left(\left(1 - 2 \frac{\bar{v}_{z,\alpha}^2}{c^2} \right) + \frac{\bar{v}_{z,\alpha}^2}{c^2} \frac{(m\Omega_{3\alpha} - \eta_2 \omega_{H,\alpha})}{(m\Omega_{2\alpha} - \eta_2 \omega_{H,\alpha})} \right) \right) +$$

$$+ \frac{1}{c} \sum_{\alpha=1}^2 \frac{\omega_{\alpha}^2 k_3}{\bar{\gamma}_{\alpha}^2 \Omega_{3\alpha}^2} \left(1 - \frac{\bar{v}_{z,\alpha}^2}{c^2} \right) \frac{e}{m_e} \frac{\bar{v}_{z,\alpha}}{cm} \frac{(m\Omega_{2\alpha} + \eta_2 \omega_{H,\alpha})}{(\omega_{H,\alpha})^2 - (m\Omega_{2\alpha})^2};$$

$$D_{3,m} = \frac{-im\omega_3}{c} \left(1 + \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2}{\Omega_{3,\alpha}^2 (im)^2 \bar{\gamma}_{\alpha}^3} \right) - \text{дисперсионная функция электронной волны ВПЗ};$$

$$C_{1,m} = \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)} = -\frac{1}{c} + \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2 (1 + 2k_3 \bar{v}_{z,\alpha} / \Omega_{3,\alpha})}{c\bar{\gamma}_{\alpha}^3 (im\Omega_{3,\alpha})^2}; \quad C_{2,m} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2} = -\sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2 (1 + 3k_3 \bar{v}_{z,\alpha} / \Omega_{3,\alpha})}{c\bar{\gamma}_{\alpha}^3 (im\Omega_{3,\alpha})^3};$$

$$C_{3,m} = \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{e}{m_e} \frac{\omega_{\alpha}^2 \omega_3 (1 - \eta_1 \eta_2)}{c^2 \bar{\gamma}_{\alpha}^2 im\Omega_{3\alpha}^2} \left(\left[\frac{\Omega_{1\alpha}}{\omega_{1\alpha}} \frac{im\Omega_{1\alpha} + i\eta_1 \omega_{H,\alpha}}{(im\Omega_{1\alpha})^2 + (\omega_{H,\alpha})^2} - \left(\frac{ck_1}{\omega_1} - \frac{\bar{v}_{z,\alpha}}{c} \right) \frac{\bar{v}_{z,\alpha}}{c} \frac{im\Omega_{2\alpha} + i\eta_2 \omega_{H,\alpha}}{(im\Omega_{2\alpha})^2 + (\omega_{H,\alpha})^2} \right] \right)$$

$$C_{4,m} = \sum_{\alpha}^{b,p} \frac{\omega_{\alpha}^2}{c\bar{\gamma}_{\alpha}^4 \Omega_{3\alpha}^3} \frac{e}{m_e} \left[\frac{2\bar{v}_{z,\alpha} k_3^2 + \omega_3 k_3}{\Omega_{3,\alpha} \bar{\gamma}_{\alpha}^2} - 3 \frac{\bar{v}_{z,\alpha} \omega_3}{c^2} \right]; \quad C_{5,m} = \sum_{\alpha}^{b,p} \left[\frac{\omega_{\alpha}^2}{c\bar{\gamma}_{\alpha}^6} \frac{e}{m_e} \frac{k_3}{\Omega_{3,\alpha}^3} \right];$$

$\eta_1 = E_{1y,m} / (iE_{1x,m}) = \pm 1$ – знаковая функция, которая характеризует поляризацию циркулярно-поляризованной волны сигнала; $\eta_2 = B_{2y,m} / (iB_{2x,m}) = \pm 1$ – знаковая функция, которая характеризует направление вращения спирального Н-убитронного поля накачки; c – скорость света; e – заряд электрона; m_e – масса электрона; индексом “ b ” характеризуем параметры пучка, индексом “ p ” – параметры плазмы; $\bar{v}_{z,b}$ – средняя скорость электронов пучка; $\bar{v}_{z,p} = 0$ – средняя скорость электронов плазмы; $\bar{\gamma}_{\alpha} = 1 / \sqrt{1 - (\bar{v}_{z,\alpha} / c)^2}$; $\Omega_{1,\alpha} = \omega_1 - k_1 \bar{v}_{z,\alpha}$; $\Omega_{2,\alpha} = -k_2 \bar{v}_{z,\alpha}$; $\Omega_{3,\alpha} = \omega_3 - k_3 \bar{v}_{z,\alpha}$; $\omega_{H,\alpha} = eH_0 / (\bar{\gamma}_{\alpha} m_e c)$; $\langle \dots \rangle_{mp3} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} (\dots \exp(-imp_3)) dp_3$.

Проанализируем коэффициент $C_{3,m}$ этой системы. Видим, что для реализации параметрического резонанса необходимо, чтобы направление вращения вектора напряженности электрического поля циркулярно поляризованной электромагнитной волны сигнала совпадало с направлением вращения вектора индукции магнитного поля накачки. То есть направления вращения векторов обеих волн должны быть направлены или по часовой стрелке, если смотреть вдоль вектора напряженности продольного магнитного поля, ($\eta_1 = +1, \eta_2 = +1$), или против часовой стрелки ($\eta_1 = -1, \eta_2 = -1$). В противном случае $C_{3,m}$ будет равен нулю, влияние поперечных полей на продольные осцилляции будет практически отсутствовать. Этот вывод полностью совпадает с выводами общей теории по отношению к резонансной поляризации [1,2].

Анализ

В системе, которая рассматривается, реализуется эффект плазма-пучковой неустойчивости. С математической точки зрения это означает, что некоторые решения дисперсионного уравнения для m -ой гармоники ВПЗ

$$D_{3,m}(\omega'_{3,m}, mk_3) = 0 \tag{4}$$

являются комплексными. То есть, полагая волновое число mk_3 действительным и известным, находим из соотношения (4) решения для частоты $\omega'_{3,m}$, которые являются комплексными

$$\omega'_{3,m} = \omega_{3,m} - i \cdot \Gamma_m. \tag{5}$$

Здесь $\omega_{3,m}$ – действительная часть комплексной частоты $\omega'_{3,m}$; Γ_m – инкремент нарастания m -ой гармоники волны ВПЗ. При этом, известно (см., например, [2]),

$$\omega_{3,m} \approx mk_3 / v_{z0} = m\omega_3. \tag{6}$$

То есть для действительной части частоты нарастающей волны ВПЗ закон дисперсии является линейным. Именно это обуславливает интенсивное параметрическое взаимодействие гармоник ВПЗ между собой.

С другой стороны, в условиях параметрического резонанса (1), а значит, и в полученной системе уравнений для амплитуд поля (3), используются действительные значения частоты ВПЗ ω_3 . Это приводит к тому, что в системе уравнений для амплитуд поля (3) дисперсионная фу-

нкция, которая зависит от действительных ω_3 и k_3 , оказывается неравной нулю $D_{3,m}(m\omega_3, mk_3) \neq 0$. Данное обстоятельство является характерным для систем, в которых реализуется неустойчивость (плазма-пучковая, двухпотоковая и прочие). Для более удобного анализа системы (3) преобразуем $D_{3,m}(m\omega_3, mk_3) \neq 0$, разложив выражение (4) в ряд Тейлора вблизи действительных значений $m\omega_3$, mk_3

$$0 = D_{3,m}(\omega'_{3,m}, mk_3) = D_{3,m}(m\omega_{3,m}, mk_3) + \frac{\partial D_{3,m}}{\partial(m\omega_3)}(-i\Gamma_m) + \frac{\partial^2 D_{3,m}}{2\partial(m\omega_3)^2}(-i\Gamma_m)^2 + \dots$$

Отсюда находим

$$D_{3,m}(m\omega_{3,m}, mk_3) = -\frac{\partial D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)}\Gamma_m - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 D_{3,m}}{\partial(im\omega_3)^2}(\Gamma_m)^2 + \dots = -C_{1,m}\Gamma_m - C_{2,m}\Gamma_m^2 + \dots$$

Тогда система уравнений (3) принимает вид

$$K_{1,m} \frac{\partial E_{1x,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1x,m} = K_{3,m} E_{3,m} B_{2y,m}, \quad K_{1,m} \frac{\partial E_{1y,m}}{\partial t} + D_{1,m} E_{1y,m} = K_{3,m} E_{3,m} B_{2x,m}, \quad (7)$$

$$C_{2,m} \frac{\partial^2 E_{3,m}}{\partial t^2} + C_{1,m} \frac{\partial E_{3,m}}{\partial t} - (C_{1,m}\Gamma_m + C_{2,m}\Gamma_m^2) E_{3,m} = C_{3,m} E_{1x,m} B_{2y,m}^* + C_{4,m} \left\langle E_3 \left(\int E_3 dp_3 \right) \right\rangle_{mp3} + C_{5,m} \left\langle \left(\int E_3 dp_3 \right)^2 \right\rangle_{mp3}$$

Проанализируем систему (7). Рассмотрим простейший случай, когда в плазма-пучковом супергетеродинном ЛСЭ реализуется монохроматический режим работы ($N=1$). Ищем решение в виде $E_{1x,1}, E_{3z,1} \sim \exp(\alpha t)$. Подставим этот вид решений в уравнения (7) и получим для инкремента α уравнение

$$\left(\frac{C_{2,1}}{C_{1,1}}(\alpha^2 - \Gamma_1^2) + (\alpha - \Gamma_1) \right) \cdot \alpha = \frac{C_{3,1}K_{3,1}}{C_{1,1}K_{1,1}} \cdot |B_{2y,1}|^2 \equiv \alpha_{par}^2. \quad (8)$$

Учтем, что инкремент нарастания плазма-пучковой неустойчивости Γ_1 намного больше параметрического инкремента нарастания α_{par} ($\Gamma_1 \gg \alpha_{par}$), и получим

$$\alpha = \Gamma_1 \left(1 + \frac{\alpha_{par}^2}{\Gamma_1^2(1 + 2C_{2,1}\Gamma_1/C_{1,1})} \right). \quad (9)$$

Из соотношения (9) следует, что по математической структуре инкремент су-

пергетеродинного усиления α совпадает с инкрементом [1], который получен в рамках модельной задачи без конкретизации механизма дополнительного усиления ВПЗ.

Также видим, что при условии $\Gamma_1 \gg \alpha_{par}$, инкремент нарастания α волн в системе практически совпадает с инкрементом нарастания плазма-пучковой неустойчивости Γ_1 . Используя известное соотношение для Γ_1 в случае, когда $k_3 \bar{v}_{z,b} = \omega_p$, (см., например, [2]) получим

$$\alpha \approx \Gamma_1 = \frac{\sqrt{3} \cdot \omega_b^{2/3} \cdot \omega_p^{1/3}}{\sqrt[3]{16} \cdot \bar{v}_b}. \quad (10)$$

Ближайшим физическим аналогом исследуемого явления является эффект супергетеродинного усиления в двухпотоковых супергетеродинных лазерах на

свободных электронах [1]. Для иллюстрации преимуществ плазма-пучкового над двухпотоковым супергетеродинным ЛСЭ проведем сравнение полученного инкремента нарастания α с максимальным инкрементом нарастания эквивалентной двухпотоковой системы Γ_2 [1]:

$$\Gamma_2 = \frac{\omega_b}{2 \cdot \bar{\gamma}_b^{3/2}}. \quad (11)$$

Под эквивалентной двухпотоковой системой в этом случае понимаем систему, в которой парциальный электронный пучок имеет такие же параметры, как и пучок в случае плазма-пучковой системы.

Анализируя соотношение (10) и (11) можем сделать вывод, что инкремент нарастания плазма-пучковой системы Γ_1 является гораздо большим, чем для эквивалентной двухпотоковой системы Γ_2 . Для иллюстрации сказанного проведем численные оценки. Считаем, что $\omega_p \sim 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $\omega_b \sim 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\gamma = 2$. Используя соотношения (10), (11) получаем, что $\alpha = 3,44 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\Gamma_2 = 1,77 \cdot 10^8 \text{ с}^{-1}$. Таким

образом, инкремент нарастания в исследуемой системе гораздо больше (почти в 20 раз!), чем в случае эквивалентной двухпотоковой системы.

Выводы

Таким образом, в работе построена квадратично-нелинейная теория плазма-пучкового супергетеродинного лазера на свободных электронах с Н-убитронной накачкой с учетом мультигармонического взаимодействия гармоник волн. Проведен анализ инкремента нарастания электромагнитной волны сигнала. Выяснено, что исследуемые системы характеризуются существенно большими инкрементами нарастания, чем эквивалентные двухпотоковые системы. Показана перспективность использования данных систем для генерации мощного электромагнитного излучения в миллиметровом диапазоне.

Литература

1. V.V.Kulish, Hierarchical methods. Vol. II. Undulative electrodynamic systems (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 2002).
2. М.В.Кузелев, А.А.Рухадзе, П.С.Стрелков, Плазменная релятивистская СВЧ-электроника (Изд-во МГТУ им. Баумана, Москва, 2002).
3. Н.Я.Коцаренко, В.В.Кулиш, Радиотехника и электроника, 25, 2470 (1980).
4. В.В.Кулиш, О.В.Лисенко, В.В.Коваль, Вісник Сумського держуніверситету: серія фізика, математика, механіка, 2, 112 (2007).
5. В.В.Кулиш, А.В.Лысенко, В.В.Коваль, В кн. 18-я Международная Крымская конференция "СВЧ - техника и телекоммуникационные технологии" (Севастополь, 2008), с.650-651.
6. V.V.Kulish, Vol. I. Hierarchy and Hierarchic Asymptotic Methods in Electrodynamics (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 2002).

NONLINEAR THEORY OF PLASMA-BEAM SUPERHETERODYNE FREE ELECTRON LASER WITH H-UBITRON PUMPING

V.V.Kulish¹, A.V. Lysenko², V.V. Koval²

¹ National Aviation University, Kosmonavta Komarova ave., 1, Kiev, 03680

² Sumy State University, Rimsky-Korsakov St., 2, Sumy, 40007
e-mail: lysenko_@ukr.net

A nonlinear quadratic theory of plasma-beam superheterodyne free electron laser with H-ubitron pumping is constructed. Multiharmonic interaction of waves is taken into account. The analysis of the growth increment for the signal electromagnetic wave is carried out. The systems under consideration are shown to be promising for the generation of powerful electromagnetic radiation of the millimeter range.

