

ВИКОРИСТАННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНОГО НІВЕЛЮВАННЯ В ІНЖЕНЕРНО-ГЕОДЕЗИЧНИХ РОБОТАХ

студ. IV курсу – Л.В. Валько, науковий керівник ст. викладач – М. Р. Ничвид

У статті розглянуто основні аспекти використання тригонометричного нівелювання в інженерно-геодезичних роботах, способи нівелювання: двостороннє, між точками, одностороннє, а також вплив різних факторів на точність даного методу.

Ключові слова: нівелювання, геометричне нівелювання, тригонометричне нівелювання, інженерно-геодезичні роботи, триангуляція, перевищення, вертикальна рефракція, теодоліт, тахеометр .

Постановка проблеми

Роботи, пов'язані з визначенням висот є важливою частиною геодезії, їх реалізація виконується за допомогою нівелювання, одним із способів якого, є тригонометричне нівелювання.

Тригонометричне нівелювання поширилося в триангуляції для визначення висот пунктів у гірських умовах, а також для передавання висот через великі водні простори, так як геометричне нівелювання не доцільно використовувати при великих відстаннях і перевищеннях між точками, через його недолік - низьку продуктивність, викликану невеликою довжиною променя візування від приладу до рейки.

Точність тригонометричного нівелювання хоч і на порядок нижче, ніж у геометричному, але якщо спостереження проводити у найвигідніший час: коли чітко видно візирні цілі і вони легенько колишуться та дме невеликий вітер, - то можна досягти досить високої точності [1].

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Вертикальна рефракція має значний вплив на результати вимірювань зенітних відстаней тригонометричним нівелюванням. Для врахування вертикальної рефракції, вводиться коефіцієнт k , значення якого визначається експериментально. Вченими Бесселем, Кларком, Байєром, Теннером, Струве було визначено значення даного коефіцієнта[5].

Авторами публікації [3] було досліджено вплив вертикальної рефракції на результати тригонометричного нівелювання над водною поверхнею на прикладі озера в м. Бережани та запропоновано методи виключення впливу цього фактора. Також у статті [4] описано новий спосіб двостороннього тригонометричного нівелювання, який дозволяє не вимірювати висоту інструментів та відбивачів.

Постановка завдання проблеми

Метою роботи було проаналізувати як тригонометричне нівелювання використовується в інженерно-геодезичних роботах.

Основний матеріал дослідження

Тригонометричне нівелювання - це метод визначення перевищення за вимірним кутом нахилу і відстанню між точками. Його застосовують при топографічних зніманнях і при визначенні великих перевищень. На рис. 1

наведено спрощену схему тригонометричного нівелювання. Над точкою A встановлюють теодоліт і вимірюють висоту приладу i , а в точці B встановлюють рейку. Для визначення перевищення h вимірюють кут нахилу v , горизонтальне прокладання d і фіксують висоту візування a (відлік, на який наведено візирний промінь), Δk_{AB} – поправка за кривизну Землі і рефракцію [6].

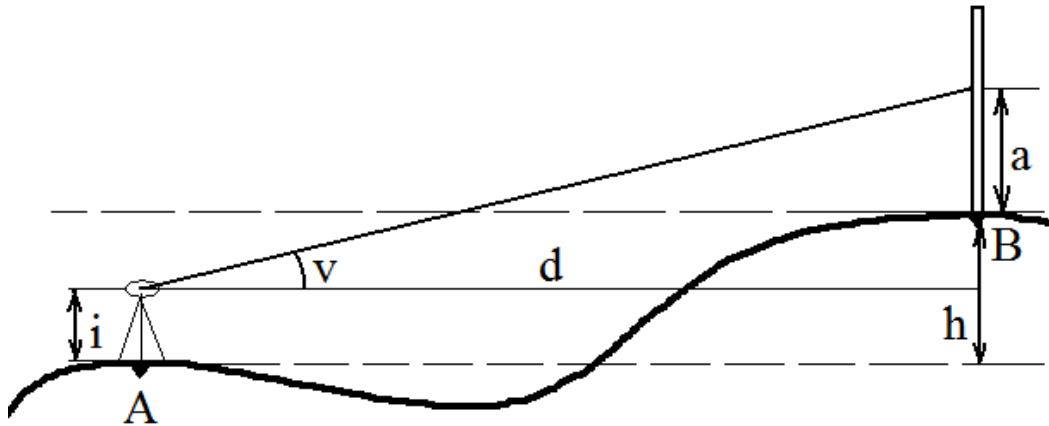


Рис. 1. Спрощена схема тригонометричного нівелювання

Загальна формула тригонометричного нівелювання:

$$h = dtgv + i - a + \Delta k_{AB} \quad (1)$$

Розрізняють такі способи тригонометричного нівелювання:

- 1) двостороннє;
- 2) між точками;
- 3) одностороннє.

Двостороннє тригонометричне нівелювання – це нівелювання з вимірюванням зенітних відстаней або вертикальних кутів з двох сторін спостережуваної лінії. Розрізняють двосторонні спостереження одночасні та неодночасні [2]. Перевищення між пунктами спостереження A і B із двостороннього нівелювання обчислюють за формулою:

$$h_{AB} = d \cdot tg \frac{Z_{BA} - Z_{AB}}{2} + \frac{i_A + l_B}{2} - \frac{i_B + l_A}{2} + \Delta H_{AB}^{сер} + \Delta k_{AB}^{сер} + \Delta U_{AB}^{сер} \quad (2)$$

де d – горизонтальна відстань між пунктами;

Z - зенітна відстань між пунктами;

i_A, l_B – відповідно висота приладу в точці і висота візирної цілі в точці;

$\Delta H_{AB}^{сер}$ – поправка за середню висоту точок A і B ;

$\Delta k_{AB}^{сер}$ – поправка за вертикальну рефракцію;

$\Delta U_{AB}^{сер}$ – поправка за відхилення прямовисних ліній;

У [4] пропонується виконувати подвійне вимірювання перевищення способом нівелювання між точками. Встановлюється тахеометр на станції C на віддалі 5-10 м від пункту A (рис. 2). Похибка у перевищенні за вплив вертикальної рефракції на віддалі CA несуттєва і нею можна знехтувати:

$$k_{CA} \frac{D_{CA}^2 \sin^2 Z_{CA}}{2R_3} = k_{DB} \frac{D_{DB}^2 \sin^2 Z_{DB}}{2R_3} = 0 \quad (3)$$

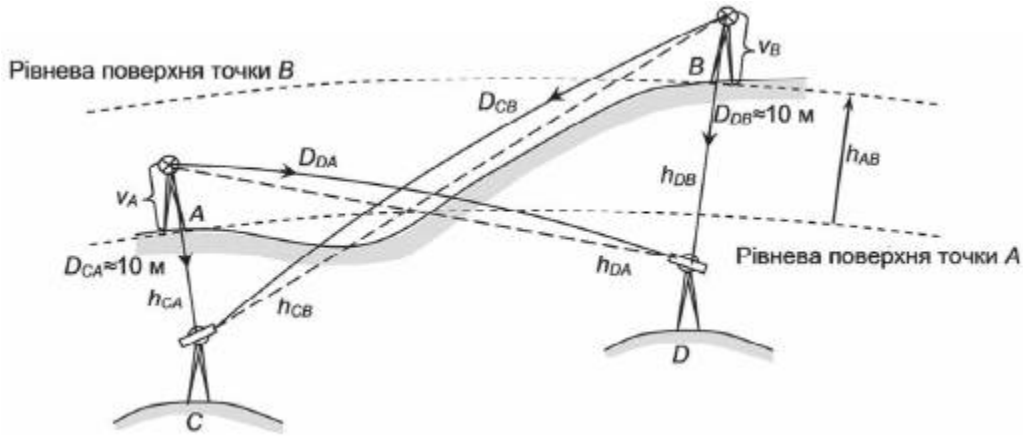


Рис. 2. Схема двостороннього тригонометричного нівелювання методом нівелювання між точками

Виконавши спостереження на пункти A і B , де встановлено відбивачі на однакових висотах $v_A = v_B$, на підставі виразу $h = h^{\text{ТАК}} - k \frac{D^2 \sin^2 Z}{2R_3}$ запишемо значення перевищення між точками A і B з урахуванням рівняння (3):

$$h_{AB} = h_{CB}^{\text{ТАК}} - h_{CA}^{\text{ТАК}} - k_{CB} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB}}{2R_3} \quad (4)$$

Здійснивши аналогічні спостереження на станції D , розташованій поблизу пункту B , на ті самі напрями A і B та для тих же висот візорних цілей, знайдемо перевищення між ними. За аналогією з формулою (4) запишемо:

$$h_{AB} = h_{DB}^{\text{ТАК}} - h_{DA}^{\text{ТАК}} + k_{DA} \frac{D_{DA}^2 \sin^2 Z_{DA}}{2R_3} \quad (5)$$

Середнє значення перевищення отримаємо з формул (4) і (5):

$$\bar{h}_{AB} = \frac{h_{CB}^{\text{ТАК}} - h_{CA}^{\text{ТАК}} + h_{DB}^{\text{ТАК}} - h_{DA}^{\text{ТАК}}}{2} - \left(k_{CB} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB}}{4R_3} - k_{DA} \frac{D_{DA}^2 \sin^2 Z_{DA}}{4R_3} \right) \quad (6)$$

З другого члена формули (6), за деяких припущень ($D_{CB} \cong D_{DA}$ та $\sin^2 Z_{CB} \cong \sin^2 Z_{DA}$), можна отримати лінійне значення поправки за вертикальну рефракцію $\Delta r_{AB}^{\text{двост}}$ у двостороннє тригонометричне нівелювання на коротких трасах:

$$\Delta r_{AB}^{\text{двост}} = \frac{k_{CB} - k_{DA}}{2} \frac{D_{CB}^2 \sin^2 Z_{CB(DA)}}{2R_3} \quad (7)$$

Для підвищення точності виконання тригонометричного нівелювання таким способом пропонується встановлювати відбивачі на однаковій висоті, не вимірюючи їх.

Тригонометричне нівелювання між точками – це нівелювання з вимірюванням зенітних відстаней або вертикальних кутів віддалей з третьої точки C , яку найкраще обирати посередині між спостережуваними точками A і B , тобто $d_{CA} \approx d_{CB}$ [2]. Перевищення між точками спостереження знаходять як різницю односторонніх спостережень:

$$\begin{aligned}
h_{AB} &= h_{CB} - h_{CA} \\
&= d_{CB} \operatorname{ctg} Z_{CB} - d \operatorname{ctg} Z_{CA} - l_B + l_A + \frac{1 - k_{CB}}{2R_3} \frac{d_{CB}}{\sin^2 Z_{CB}} \\
&\quad - \frac{1 - k_{CA}}{2R_3} \frac{d_{CA}}{\sin^2 Z_{CA}}
\end{aligned} \tag{8}$$

де d – горизонтальна відстань між пунктами;

Z - zenітна відстань між пунктами;

l - висота візирної цілі;

k – поправка за кривизну Землі та рефракцію;

R_3 – середній радіус Землі для середини лінії AB .

Одностороннє тригонометричне нівелювання – це нівелювання, коли перевищення між точками спостереження A і B знаходять за формулою[2]:

$$h_{AB} = H_B - H_A = d \cdot \operatorname{ctg} Z_{AB} + i_A - l_B + \Delta H_{AB} + \Delta k_{AB} + \Delta U_{AB}, \tag{9}$$

де Z - zenітна відстань між пунктами;

i – висота приладу над центром пункту спостереження;

l – висота візирної цілі над центром спостережуваного пункту;

d – горизонтальна віддаль між пунктами;

ΔH – поправка за висоти пунктів A і B .

Вертикальна рефракція має значний вплив на результати вимірювань zenітних відстаней. Внаслідок зміни щільності атмосфери з висотою, світловий пучок поширюється не по прямій AB (рис.3), а по дузі c , внаслідок чого, ми бачимо спостережувану точку у напрямку d .

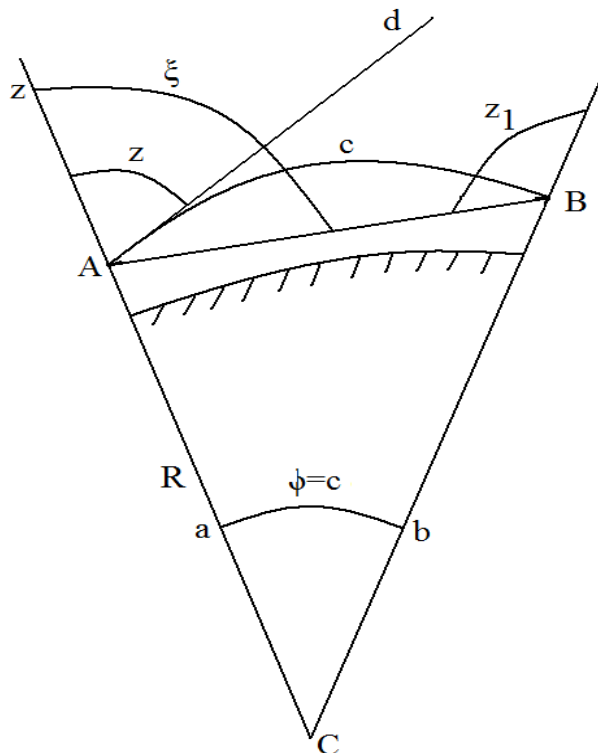


Рис. 3. Вплив вертикальної рефракції

Для врахування вертикальної рефракції, вводиться коефіцієнт k , значення якого визначається експериментально. В таблиці (1) представлені надійні визначення величини k , виконані Бесселем, Кларком, Байєром, Теннером, Струве [5].

Надійні визначення коефіцієнту k

Таблиця 1

Ім'я	Триангуляція	Значення k
Бессель	Англійська	0,158
Кларк	Пруссська	0,137
Байер	Пруссська	0,145
Теннер	Західно-російська	0,145
Струв	Ліфляндська	0,124

В середньому для Європи $k=0,14$. Як видно з табл.1, навіть середнє значення коефіцієнта рефракції може змінюватися в значних межах (0,158 - 0,124 = 0,034 або в межах 25%).

Найпростіший і найточніший метод визначення дії рефракції над озерами і річками – це визначення точного значення перевищення між точками на лівому та правому берегах водоєм іншими методами, наприклад прокладенням ходу геометричного нівелювання I, II або III класу по мостах. Проте метод дуже трудомісткий, тому ще застосовують метод двостороннього одночасного нівелювання, який дає змогу визначити повну рефракцію σ без вимірювання метеопараметрів за формулою (10) [3]:

$$\sigma = 180 \cdot (Z_1 + Z_2) + \frac{d}{R_3} \rho'' \quad (10)$$

Для врахування впливу вертикальної рефракції і кривизни Землі була отримана формула (11) тригонометричного нівелювання, вільна від перерахованих недоліків

$$h = S \frac{\sin\left(\frac{v_1 - v_2}{2}\right)}{\cos\left(\frac{v_1 + v_2}{2}\right)} \quad (11)$$

Як видно з рис. 4, у формулі (11) враховується кривизна Землі, а також зменшується вплив вертикальної рефракції. Так як кути рефракції входять в вимірювані кути з одним знаком [5].

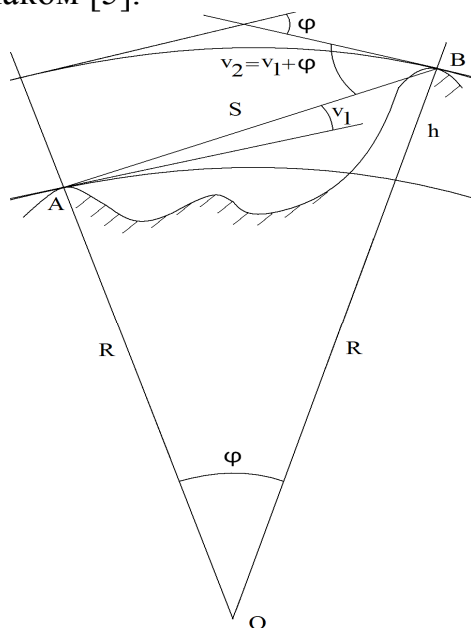


Рис. 4. Вплив кривизни Землі на тригонометричне нівелювання

Прилади, за допомогою яких можливо якісно виконати тригонометричне нівелювання, а зокрема точно виміряти вертикальні кути і відстані - це теодоліти та тахеометри (Sokkia NET05 або Leica TS30).

Електронний тахеометр Leica TS30 забезпечує високоточні кутові і лінійні вимірювання, оснащений системою автоматичного наведення і розпізнавання відбивача. У ньому застосовуються нові прямі приводи, що використовують технологію Piezo, які гарантують більш тривалу роботу з низьким енергоспоживанням і потребують мінімального обслуговування. Leica TS30 розроблений для використання в найважчих умовах навколишнього середовища. Він забезпечує роботу в широкому діапазоні температур, захищений від вітру, проливної дощу, піску і пилу, протягом тривалих періодів часу, не страждаючи від зносу. Технічні характеристики електронного тахеометра Leica TS30 наведені в табл. 2 [7].

Технічні характеристики тахеометра

Таблиця 2

Точність вимірювання кутів, сек	0,5
Збільшення зорової труби	30
Компенсатор і його діапазон	двовісний, $\pm 4'$
Точність вимірювання відстані на 1 призму, м	$\pm (0,6 + 1\text{ppm} * D)$

Висновки

Отже, з вищенаведеного можна зрозуміти, що двостороннє тригонометричне нівелювання можна вважати оптимальним і точним способом, який за точністю відповідає геометричному нівелюванню III класу.

Найбільший вплив на точність тригонометричного нівелювання дають похибки вимірювання зенітних відстаней, врахування кутів земної рефракції та похибки за кривизну Землі.

Зважаючи на складність врахування кривизни Землі та впливу вертикальної рефракції метод тригонометричного нівелювання не рекомендується застосовувати при відстанях, які перевищують 1 км.

Список використаної літератури

1. Багратуни Г. В., Болгов И. Ф. и др. Инженерная Геодезия. Недра, 389с, 1969.
2. Геодезичний енциклопедичний словник/За редакцією Володимира Літинського. - Львів: Євросвіт, 2001.
3. Кравчук О.В., Островський А.Л. Дослідження закономірностей дії вертикальної рефракції та точності тригонометричного нівелювання над водними поверхнями. – Львів: Вид-во НУ «Львівська політехніка», 2007.
4. Літинський В.О., Перій С.С., Сухоруков В.О. Особливості застосування двостороннього тригонометричного нівелювання. – Л.: Вісник геодезії та картографії, 2013. - № I (82).

5. Красовский Ф.Н. Руководство по высшей геодезии (Часть I). Издание Геодезического Управления В.С.Н.Х. С.С.С.Р. и Московского Межевого Института, 1926.

6. Левчук Г. П., Новак В. Е., Лебедев Н. Н. Прикладная геодезия. Геодезические работы при изысканиях и строительстве инженерных сооружений. Учебник для вузов. – М.: 1983. – 400 с.

7. Leica-geosystems [Электронный ресурс] - режим доступа http://www.leica-geosystems.ru/ru/Leica-TS30_77093.htm