О. П. Сабад

АНАЛІТИЧНІСТЬ АМПЛІТУДИ В ПРИМІТИВНІЙ ОБЛАСТІ ЯК НАСЛІДОК МІКРОПРИЧИННОСТІ

Добре відомо, що в різних напрямках аксіоматичного підходу до недавнього часу, крім прийняття фізично більш-менш осмислених аксіом, робилось і те чисто математичне припущення, що узагальнені функції, з якими доводиться мати справу при такому підході, — це узагальнені функції помірного зростання. Виникає, таким чином, дуже важлива проблема переформулювання всього аксіоматичного підходу без будь-яких чисто математичних припущень. Істотні результати в цьому напрямку були одержані Бросом, Епштейном і Глазером [1], які довели існування певних областей аналітичності амплітуди чисто геометричним методом, що не апелює до яких-небудь обмежень на зростання узагальнених функцій. Однак у цих роботах використовується припущення про аналітичність амплітуди в «примітивній області» імпульсного простору, яка у формалізмі Боголюбова або Лемана—Симанзика—Цимермана випливає з мікропричинності, спектральності та вимоги помірного зростання, але досі лишається недоведеною поза рамками останньої вимоги. У випадку, коли розглядаються властивості амплітуди в термінах однієї чотиривимірної змінної, «примітивна область» складається з труби майбутнього, труби минулого і комплексного околу дійсної області, обмеженої двома гіперболоїдами.

У даній замітці, по-перше, наводиться доведення аналітичності амплітуди в такій «примітивній області» без припущення про помірність її зростання, виходячи з вимоги причинності, спектральності та принципу локальності Меймана [2]. Показана також обмеженість амплітуди в «примітивній області» довільною лінійною експонентою. По-друге, такі ж результати одержуємо і при відмові від принципу локальності Меймана із заміною його формулюванням принципу мікропричинності Боголюбова у формі, яка дана Ломсадзе і Кривським [3].

В аксіоматичному підході Боголюбова—Медведєва—Поліванова [4] фізична амплітуда розсіяння двох безспінових частинок дається фур'є-трансформацією загаювальної амплітуди $F^{\text{ret}}(x)$, яка є узагальненою функцією помірного зростання і перетворюється в нуль поза верхньою полою світлового конуса. Ми не будемо вимагати помірності зростання функції $F^{\text{ret}}(x)$, але припустимо, що $F^{\text{ret}}(x)$ має символічний вигляд (порів. (3. 10) у [2])

$$F^{\text{ret}}(x) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{|\alpha|=\nu} \int_{\overline{V}+} d\,\sigma_\alpha(x') \frac{(-1)^\nu}{\alpha!} D^\alpha \delta(x-x') \tag{1}$$

або у функціональній формі

$$(F^{\text{ret}}, f) = \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{|\alpha|=\nu} \int_{\overline{V}+} d\,\sigma_\alpha(x') \frac{D^\alpha f(x')}{\alpha!}. \tag{2}$$

Тут $\overline{V}^+$ — замкнена верхня пола світлового конуса; f — функція основного простору і, крім того, використані звичайні позначення

$$\alpha \equiv (\alpha_0, \ldots, \alpha_3), \quad |\alpha| \equiv \alpha_0 + \ldots + \alpha_3, \quad D^\alpha \equiv \frac{\partial^{|\alpha|}}{\partial x_0^{\alpha_0} \ldots \partial x_3^{\alpha_3}},$$
$$\alpha! \equiv \alpha_0! \ldots \alpha_3! \tag{3}$$

Будемо вимагати, далі, щоб $F^{\text{ret}}(x)$ задовольняла принцип локальності Меймана, який у чотиривимірному випадку, що нас цікавить, повинен, очевидно, полягати в тому, щоб

$$\int_\omega d^4x\, F^{\text{ret}}(x) e^{ikx} \neq \int_\Delta dU_F(\xi) e^{ik\xi}, \quad \xi \equiv (\xi_0, \ldots, \xi_3). \tag{3}$$

Тут ω — довільна область дійсного чотиривимірного простору; $kx \equiv k_0 x_0 - \vec{k}\vec{x}$; Δ — чотиривимірна область в чотиривимірному комплексному просторі C^4, яка не може бути стягнена неперервно до області ω.

Щоб задовольнити принцип локальності, накладемо на $d\sigma_\alpha$ умови (порів. (3. 11) в [2])

$$S_\alpha \equiv \int\limits_{\bar{V}^+} |d\sigma_\alpha(x)| < \infty, \quad \lim_{\alpha \to \infty} S^{1/|\alpha|} = 0. \tag{5}$$

Поряд з $F^{\text{ret}}(x)$ можна розглядати випереджуючу амплітуду $F^{\text{adv}}(x)$. Якщо зараз перейти до фур'є-трансформацій $F^{\text{ret}}(\kappa)$ і $F^{\text{adv}}(\kappa)$ функцій $F^{\text{ret}}(x)$ і $F^{\text{adv}}(x)$, то (5) разом з умовами спектральності приводять до того, що існує єдина функція $H(\kappa)$, голоморфна в «примітивній області», що складається з $T^+ \equiv \{\kappa : \text{Im}\kappa \in V^+\}$, $T^- \equiv \{\kappa : \text{Im}\kappa \in V^-\}$ і деякого комплексного околу дійсної області, обмеженої двома гіперболоїдами, причому $H(\kappa)$ збігається з $F^{\text{ret}}(\kappa)$ в T^+ і з $F^{\text{adv}}(\kappa)$ в T^-. Крім того, в «примітивній області» $H(\kappa)$ обмежена довільною лінійною експонентою.

Ті ж самі результати одержимо, якщо замість (4) приймемо більш ліберальну вимогу — формулювання принципу мікропричинності Боголюбова у формі, яка дана Ломсадзе і Кривським [3]. У чотиривимірному випадку це формулювання повинно, очевидно, мати вигляд (порів. (10) в [3])

$$\int\limits_{\omega} d^4x\, F^{\text{ret}}(x) e^{ikx} \neq \int\limits_{\Delta'} dU_F(\xi)\, e^{ik\xi},$$

де ω — довільна область чотиривимірного простору; Δ' — чотиривимірна область в чотиривимірному комплексному просторі C^4, яка не може бути неперервно стягнута до якої-небудь скінченної області, що належить до $\bar{V}^+$.

Автор глибоко вдячний Ю. М. Ломсадзе за цінні поради при обговоренні порушених тут питань.

ЛІТЕРАТУРА

1. J. Bros, H. Epstein, V. Glaser, Nuovo Cim., **31**, 1265, 1964.
2. Н. Н. Мейман, ЖЭТФ, **47**, 1966, 1964.
3. Ю. М. Ломсадзе, сб. «Физика высоких энергий и теория элементарных частиц», К., 1966, стр. 791.
4. Н. Н. Боголюбов, В В. Медведев, М. К. Поливанов, Вопросы теории дисперсионных соотношений, М., 1958.