

Д. І. Сікора, В. О. Шкода-Ульянов

ДО ПИТАННЯ ПРО ВИЗНАЧЕННЯ КРИТИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ В ЛАВИННІЙ ТЕОРІЇ*

У роботах [1, 2, 3, 4], а також в експериментах з бульбашковою камерою [5] було встановлено, що рівноважний спектр фотонів Беленького—Тамма істотно перевищує число фотонів порівняно з експериментально визначеним для середніх та великих значень атомних номерів Z . Дані, які одержано в роботі [5], де експериментально визначалось відношення енергії електрона інтегрального пробігу $E_0/N(E_0, E) = V_{\text{експ}}$ для $E = 1 \text{ Мев}$, показують, що $V_{\text{експ}}$ більше $V_{\text{теор}}$, розрахованого з допомогою рівноважного спектра Беленького—Тамма для свинцю навіть у випадку, якщо $V_{\text{теор}}$ помножити на $\frac{1}{\cos\theta} = 1,34$. Для міді узгодження спостерігається, якщо $V_{\text{теор}}$ помножити на $\frac{1}{\cos\theta} = 1,30$.

Дійсно, для свинцю

$$V_{\text{експ}} \frac{E_0}{N(E_0, E)} = 21,1 \pm 10\% \text{ Мев}/X_0; \quad (1)$$

$$V_{\text{теор}} = 15,9 \text{ Мев}/X_0 \text{ при } \varepsilon_{\text{іон}} = 7,6 \text{ Мев} [5].$$

Причому у [6] відмічено, що в свинці розходження теорії з експериментом дуже велике, щоб його можна було пояснити збільшенням шляху електронів за рахунок кутового розходження зливи, яка усереднена за всіма напрямками і з врахуванням багатократного розсіювання

* Матеріали статті доповідались на Ювілейній республіканській конференції по ядерній фізиці елементарних частинок (Ужгород, 6—7 червня 1967 р.).

(блукання) електронів, тобто гіпотезою, яку автори [5] висунули для пояснення причин розходження теорії з експериментом. Автори роботи [6], які провели спеціальні розрахунки методом Монте-Карло та зіставили згадані розрахунки з експериментальними даними [5], відмічають, що розходження з теорією повністю ліквідувати не вдається, що на їх думку пов'язано з припущенням наявності неперервних енергетичних втрат, які були використані також в їх розрахунках. Для ліквідації цієї причини автори роботи [6] планують провести розрахунки без таких припущень. Наскільки нам відомо, ці розрахунки ще не опубліковані. Відмітимо, що подібні розрахунки проведені в роботі [7], мова про які буде йти нижче.

У роботі [8] описані експерименти по визначенню середніх характеристик каскадних злив, які генеруються в свинці електронами з енергією 500 та 1000 *Мев*, прискорених з допомогою синхротрона. Результати, які отримані в роботі [8] з допомогою камери Вільсона, також показують на розходження з теорією. Автори [8] зіставляють свої дані з аналогічними даними [9, 10] і вказують на їх відповідність. Однак там же вони відмічають, що площі під перехідними кривими, які одержано в цих дослідах для свинцю, виявились не відповідними до площ, які одержано з допомогою закону збереження енергії ([8] стор. 242) з використанням для значення критичної енергії величини 7,5 *Мев* на одній радіаційній одиниці довжини. (У згаданій вище роботі [8] значення $\epsilon = 23,6$ *Мев/рад. довжина*). У [8] вказується, що таке велике розходження в значеннях ϵ (приблизно в три рази) вимагає спеціального пояснення і що природа його зовсім не зрозуміла. Подібне розходження, але меншої величини, приблизно в 1,8 разів, спостерігалось і для міді в роботі [10]. Показується, що, якщо припустити, що частинки зливи мали б строго ізотропний кутовий розподіл, то і тоді одержане розходження в ϵ не повинно перевищувати множника порядку двох. Це показує на необхідність для пояснення одержаних експериментальних даних в роботах [8, 9, 10] застосування якогось іншого механізму, який відрізняється від ефектів, обумовлених розсіюванням частинок. Відмітимо, що до такого ж висновку прийшли й автори експериментальної роботи [5].

У роботі [8] відмічається, що, який би це механізм не був, тільки одна третина або у кращому випадку половина енергії зливи, яка йде на іонізацію, спостерігається в експериментах з використанням багатопластинчастих детекторів лічби частинок. У цій же роботі допускається, що інша енергія зливи в кінцевому результаті виявляється у вигляді кінетичної енергії, яка передається великому числу нерелятивістичних електронів з енергією порядку 10—300 *Кев*, які, як відомо, супроводжують фотоефект і комптонівське розсіювання. Тут же відмічається, що такою гіпотезою можна спробувати пояснити результати як їх вимірювань, так і дані дослідів, які одержано з використанням іонізаційної камери для зняття перехідних кривих, наприклад робіт [11, 12]. Від таких електронів повинні бути великі іонізаційні втрати, а пробіги малої енергії малі і, таким чином, ці частинки можна «не помітити» при реєстрації. Як приклад, в роботі [8] розглядається злива в свинцю, викликана електроном з енергією 1000 *Мев*. За даними роботи [8] у цьому випадку «видима» енергія становить 400 *Мев* при використанні для критичної енергії значення 7,5 *Мев*. Інші 600 *Мев* передаються згідно з їх гіпотезою низькоенергетичним електронам, які не реєструються в їх досліді. У результаті кількісного розгляду цієї гіпотези, яка допускає таку передачу дуже великої долі енергії нерелятивістичним електронам з довільною енергією, автори роботи [8] замість формули (1)

$E_0 = 23,6 \pm 1,6 \times \text{площа під перехідною кривою в радіаційних одиницях}$, яка виходить безпосередньо з експериментальних даних, де E_0 — енергія початкового електрона в *Мев*, одержують зв'язок у вигляді,

$E_0 = 12,5 \times \text{площа під перехідною кривою в радіаційних одиницях довжини}$ (2), яка відповідає низькоенергетичним електронам, де E_0 — енергія низькоенергетичного електрона в *Кев*. Відмітимо, що уже просте зіставлення формул роботи [8], з яких виходить, що електрони з енергією в 1 *Кев* і в 1 *Мев* мають довжину пробігу «track length» одного порядку, не може не насторожити. Автори роботи [8] це відчують, відмічаючи, що їх гіпотеза допускає на диво велику передачу енергії електронам малої енергії, і тому вони намагаються з допомогою застосування додаткових гіпотез якимось об-

грунтувати можливість такого ([8], стор. 243), використовуючи для цих цілей теоретичні роботи, про які на початку своєї статті відмічають, що в наведені там розрахунки не включені електрони малих енергій.

Тепер звернемо увагу на те, що в роботі з використанням камер Вільсона, бульбашкових камер та інших аналогічних детекторів певну похибку вносять такі фактори, як неможливість рахування частинок із-за малої величини пробігу, неізотропність в кутовому розподілу, враховуючи наближеність введення усереднених по всіх напрямках середніх характеристик. Коректне введення цих поправок на ці апертурні ефекти є досить делікатна справа. Однак важко собі уявити, щоб похибка тут досягала значень порядку 3. Навряд чи можна погодитись з авторами роботи [8] у питанні, що причину розходження експерименту з теоретичними розрахунками, які проведено методом Монте-Карло, слід шукати в тому, що останні не враховують електронів з малою енергією.

Для підтвердження можна навести ряд фактів. По-перше, зіставлення числових розрахунків методу Монте-Карло з аналітичними даними згідно з теорією Беленького—Тамма показує на їх хороше узгодження при однакових початкових принципових допущеннях, але при цьому має місце розходження теорії з експериментом для середніх та важких елементів, як показали наші експерименти [3, 4], навіть у випадку, коли спеціальною постановкою дослідів виключаються вищезгадані апертурні похибки і зіставлення експериментальних даних з теоретичними проводяться не за результатами числових розрахунків, а за даними аналітичної теорії, в якій всі покоління враховані, а вибрана для досліджень енергія вторинних частинок досить велика і де, таким чином, нема підстави чекати якихось «теоретичних ефектів».

У табл. 1 нами наведені значення інтегральних спектрів з $E > 10$ Мев, утворених в свинцевому поглиначі первинними електронами з енергією 50, 100, 200, 500 та 1000 Мев. Значення стовпчика 1 одержані інтегруванням даних [13], розрахованих методом Монте-Карло і наведених у стовпчику 9 верхнього рядка таблиць I, III, V, VII, IX [13].

У стовпчику 2 таблиці 1 наводяться значення спектрів за даними роботи [14] за рис. 8 (площі під кривими знаходились за формулою Сімпсона). У табл. 1 наводяться також значення тих же величин, але розрахованих за формулою Беленького—Тамма [17] для рівноважного спектра електронів

$$N(E_0, E) = \frac{E_0}{\beta} X(E_0, E)$$

В стовпчику 4 таблиці приводиться порівняння в процентах результатів стовпчиків 1 і 3. З наведених результатів видно, що рівноважний спектр Беленького—Тамма і для свинцю добре узгоджується з числовими результатами, які одержано при проходженні випромінювання через речовину. Для легких речовин (повітря) це було показано Россі [15].

Відмітимо, що автори роботи [8] (стор. 247) у вигляді свого основного результату формулюють висновок про те, що їх експериментальні дані (спектральні) знаходяться в хорошому узгодженні з розрахунками методу Монте-Карло для енергій, більших 10 *Мев* (і відповідно з теорією Беленького—Тамма), при початкових енергіях електронів 500 і 1000 *Мев*. Розходження ж теорії з експериментом, як це видно з наведених нами даних, проявляє себе тоді, коли до аналізу притягається закон збереження енергії, тому що знайдена ними формула (1) дає для значення ϵ занадто велике значення, щоб його можна було пояснити «апертурними ефектами». Хоча цей останній висновок автори чітко і не формулюють, нам здається, що це єдиний, незалежний від будь-яких гіпотез наслідок, який впливає з експериментальних даних.

У зв'язку з цим ми вважаємо корисним звернути увагу на одну з приміток, яку, наскільки нам відомо, вперше зробив Россі в роботі [15] (стор. 323 та 325, формули (76.8) та (76.13)). Суть цієї примітки така. Нехай величина $\epsilon(E)$ характеризує втрати енергії електроном на одній радіаційній одиниці довжини. Закон збереження енергії у загальному випадку в позначених Россі може бути записаний у вигляді

$$\int_0^{E_0} P_0^{(\pi)}(E_0, E) \cdot \epsilon(E) dE = E_0,$$

де E_0 — енергія первинного електрона, а $P_0^{(\pi)}(E_0, E)dE$ — число електронів в енергетичному інтервалі від E до $E+dE$. В $\varepsilon(E)$ у цьому випадку входять не тільки втрати енергії на іонізацію, але й його втрати енергії на радіацію. Нагадаємо тепер, як виникає і визначається в аналітичній теорії критична енергія. У так зване наближення B вводять поняття про неперервні втрати, тобто нехтують великими втратами при зіткненнях, враховуючи, що їх роль незначна, і допускають, що втрати енергії електроном проходять малими порціями, так що частинки поступово зсуваються в область менших енергій.

Точні інтегральні кінетичні рівняння лавинної теорії внаслідок введення неперервних енергетичних втрат модифікують в інтегро-диференціальні шляхом введення деякого обрізувального параметра η , зміст введення якого полягає у тому, що не існує простого виразу для імовірності зіткнень, в яких електрон набуває енергію порядку енергії зв'язку електрона в атомі. Однак існує формула для середньої втрати енергії внаслідок всіх зіткнень, при яких вторинні електрони набувають енергію, меншу η , що дає можливість обійти це затруднення [15] (стор. 38 та 264) і одержати робочі формули для втрат на зіткнення, які добре працюють при енергії $E < \eta$ та $E > \eta$.

У числових розрахунках спектрів частинок в зливах, проведених Россі, η вибиралося рівним $5 \cdot 10^6$ ев, тобто в тій області енергій, де формули, які відображують два крайніх випадки, дають результати, які угоджуються один з одним.

Внаслідок введення обрізувального фактора з інтегральних рівнянь виключаються з розгляду інтеграли з так званими диференціальними зіткненнями (порівняйте в [15] рівняння (70.1a) та (70.16) з (63.10a) та (63.106)) і їх внесок враховується виниклим диференціальним членом типу ([15] стор. 276)

$$\frac{\partial [P_0^{(\pi)}(E_0, E) \cdot \varepsilon(E)]}{\partial E}$$

Величина $\varepsilon(E)$ в наближенні B вважається наближено

незалежною від енергії і дорівнює ϵ_0 , тобто так званій критичній енергії.

Одночасно введенням обрізувального параметра η_0 ліквідується розбіжність, яка виникає в диференціальній імовірності для зіткнень $\varphi_{\text{зіткн}}(E, E')$ при $E' \rightarrow E$. У результаті значення критичної енергії згідно з Россі визначається за формулою

$$\epsilon_{\text{тон}}(E) = \int_0^{\eta_0} \varphi_{\text{зіткн}}(E, E') dE' \quad (3)$$

при $\eta_0 = 5 \cdot 10^6$ ев. Величина η_0 добре узгоджується з найбільш обгрунтованими тепер числовими значеннями для цієї величини Довженко і Поманського [16]. Відмітимо, що розбіжність має місце імовірності процесу випромінювання $\varphi_{\text{рад}}(E, E'dE)$, яку уникають звичайно в наближенні B перегрупуванням розбіжних членів (віднімають від ∞ величину нескінченно велику), але яку більш послідовно слід було б ліквідувати шляхом, аналогічним тому, який був застосований при розгляді процесів зіткнень, тобто включенням в $\epsilon(E)$ і радіаційних втрат енергії.

Тоді легко показати, що кинетичні рівняння будуть мати той же вигляд, але в ϵ ввійдуть і радіаційні втрати енергії, які визначаються виразом, аналогічним (3). У необхідності врахування в $\epsilon(E)$ радіаційних втрат і полягає зауваження Россі, на яке ми хотіли б звернути тут увагу. Дійсно, при зіставленні своїх числових розрахунків з теорією Беленького Россі саме так і робив, констатуючи при цьому, що існує добре узгодження між його результатами і теорією Беленького—Тамма [15] (стор. 239) для повітря. Цю обставину ми спеціально підкреслюємо тому, що врахування радіаційних втрат для речовин з більш високим Z є тим більш необхідним. Справа у тому, що відносна роль цього процесу порівняно з іонізацією зростає із зростанням Z . Як аргумент наведемо ряд міркувань. Як це видно з формули (2), закон збереження енергії у тому вигляді, в якому він записується в наближенні B , а саме:

$$\frac{E_0}{\epsilon_0} = N(E_0, 0) = \int_0^{E_0} P_0^{(\pi)}(E_0, E) dE, \quad (4)$$

при введенні обрізувального параметра $E = \eta$, строго кажучи, може бути записаний тільки для $\eta = 0$. Тільки в тому випадку можна нехтувати в його виразі радіаційними втратами для електронів. Якщо ж η відрізняється від нуля, вираз (4) в деякій мірі з відомою точністю може бути застосований для речовин з малими Z , в яких втрати електронами енергії на іонізацію для електронів з енергією, меншою η , значно більші, ніж відповідні втрати на радіацію. Але ми можемо прийти до серйозного протиріччя із законом збереження енергії, якщо спробуємо нехтувати радіаційними втратами для елементів з великим Z .

Як видно з формули (2), введення неперервних втрат тільки на іонізацію і, як наслідок цього, виникнення обрізувального фактора η неминуче приводить до того, що така операція повинна бути поширена і на втрати на випромінювання, нехтувати якими ми можемо тільки у випадку $\eta = 0$. Найбільш різко це протиріччя буде відчуватися в енергетичній області $E \rightarrow E_0$. Дійсно, у міру наближення E до E_0 інтегральні рівняння з δ -функцією (див. [15] стор. 323) приймають вигляд

$$-\delta(E - E_0) = -P_0^{(\pi)}(E_0, E) \mu^{(\pi)}(E) + \frac{\partial}{\partial E} [P_0^{(\pi)}(E_0, E) \varepsilon(E)].$$

Функція $P_0^{(\pi)}(E_0, E)$ при $E = E_0$ має стрибок, що дорівнює $\frac{1}{\varepsilon(E_0)}$, тому що $P_0^{(\pi)}(E_0, E) = 0$ для $E > E_0$; з іншого боку інтегрування цього виразу дає значення для цієї функції зліва від $E = E_0$, яке дорівнює

$$P_0^{(\pi)}(E_0, E_0^-) = \frac{1}{\varepsilon(E_0)}.$$

Таблиця 1

E_0 Мев	$N(E_0, E)$ [13] 1	$N(E_0, E)$ [14] 2	$N(E_0, E)$ [17] 3	Порівнення значень 1 і 3, %
50	1,40	1,37	1,42	1
100	2,70	2,96	2,84	4
200	5,44	5,69	5,64	4
300		8,26	8,46	
500	13,19	13,32	14,2	8
1000	25,82	26,02	28,4	10

Таблиця 2

Речовина	$\epsilon, \text{ Мев}$	$\epsilon, \text{ Мев}$	$\epsilon [7]$	Примітка
Вода	73 +5=78	90 +5=95	93,3	$\epsilon_{\text{ion}} \text{ з [16]}$
Мідь	18,8+5=23,8	20,9+5=25,9	27,5	
Свинець	7,4+5=12,4	7,5+5=12,5	13,2	

Таблиця 3

$E_0, \text{ Мев}$	1	2	3
50	3,90	3,79	12,82
100	7,98	7,58	12,53
200	15,59	15,15	12,82
500	37,87	37,88	13,20
1000	74,48	75,75	13,40

Таким чином, якщо величина радіаційних втрат порядку іонізаційних (для $E=\eta$), а це як раз так і є для елементів з великим Z , то значення для $P_0^{(\pi)}(E_0, E_0^-)$ в цій області енергій приблизно в два рази відрізняється від того, яке буде одержано без врахування радіаційних втрат. Обґрунтуємо тепер сказане числовими прикладами.

У табл. 2 наведені значення критичних енергій з врахуванням радіаційних втрат для води, міді та свинцю. ϵ_{ion} бралися з роботи [16], які слід вважати тепер найбільш точними, і розраховувались за формулою (1.13) роботи [17].

Як видно з наведеної таблиці, врахування радіаційних втрат особливо істотне для важких елементів. З четвертого стовпчика таблиці видно, що значення $\epsilon_{\text{повн}}$ при $\delta=0$ (без врахування ефекта густини) добре узгоджується з ϵ , одержаним зіставленням числових спектрів, розрахованих в роботі [7] (також без врахування ефекта густини), з рівноважним спектром Беленького—Тамма.

У табл. 3 наведені дані для повного числа електронів, які утворилися при розвитковій зливи в свинцевому поглиначі від первинного електрона. Результати стовпчика 1 за даними [13] одержані таким чином: до числа електронів з $E > 10$ Мев додавалося число електронів з $E < 10$ Мев. У стовпчику 2 наведені ті ж значення, але одержані із закону збереження енергії з використанням для критичної енергії значення $\epsilon = 13,2$ Мев, тобто шукалося відношення

$$\frac{E_0}{\epsilon} = N(E_0, 0).$$

В стовпчику 3 наведені значення ϵ , які одержано при використанні результатів розрахунків спектра електронів методом Монте-Карло [13] (стовпчик 1) та закону збереження енергії. Середнє значення критичної енергії для свинцю, знайдене з цих даних, дорівнює 12,95 Мев і добре узгоджується із значенням, розрахованим за формулою $\epsilon_{\text{повне}} = \epsilon_{\text{ion}} + \epsilon_{\text{rad}}$, які також наводяться в табл. 2.

При зіставленні рівноважного спектра Беленького—Тамма з числовими розрахунками спектрів роботи [7] при енергіях E , близьких до E_0 , було показано, що ці результати найкраще узгоджуються при значенні критичної енергії $\epsilon = 13,2$ Мев.

Таким чином, як ми бачимо, закон збереження енергії для зливи має місце тільки у випадку, коли

$$\epsilon_{\text{крит}} = \epsilon_{\text{ion}} + \epsilon_{\text{rad}}.$$

Як висновок, відмітимо, що дані дослідів [1—4] з врахуванням цієї обставини добре узгоджується з теорією Беленького—Тамма. Більш детально це питання буде викладено в спеціальній статті. Слід також звернути увагу на те, що на відміну від дослідів [5, 8, 9, 10, 11, 12] і аналогічних інших сама постановка дослідів [1—4] виключала тут необхідність внесення поправок, обумовлених розсіюванням частинок на великі кути, а також поправок, обумовлених крайовими ефектами, тобто тих, на які вперше звернув увагу С. В. Вернов. Можливо, що в дослідах [5, 9, 10] їх роль досить істотна, проте навряд чи можуть вони характеризуватися множителем порядку 3, на що звертають також увагу автори роботи [8].

Відмітимо також, що ведення в критичну енергію радіаційних втрат, величина яких визначається вибраним значенням обрізувального фактора η_0 , не є ефектом, який можна спостерігати при визначенні критичної енергії дослідним шляхом, наприклад при визначенні останньої іонізаційним або калориметричним методами. Введення радіаційних втрат в $\epsilon_{\text{крит}}$ є штучним засобом, який виправляє аналітичну теорію злив в наближенні B , тобто при допущенні наявності неперервних втрат енергії.

Автори дякують І. П. Іваненко, В. В. Гужавину, І. О. Гришаєву, Б. І. Шраменко, О. М. Парлагу за корисні дискусії і допомогу в роботі.

ЛІТЕРАТУРА

1. В. М. Грижко, Д. І. Сикора, В. А. Шкода-Ульянов, А. Д. Абраменков, Б. І. Шраменко, А. Н. Фисун, ЖЭТФ, 38, 1370, 1960.
2. В. М. Грижко, Д. І. Сикора, В. А. Шкода-Ульянов, А. Д. Абраменков, А. М. Парлаг, Б. І. Шраменко, А. Н. Фисун, Доклады и сообщения Ужгородского госуниверситета, серия физ.-мат. наук № 3, Изд-во Львовского университета, 1960.
3. І. О. Гришаєв, Д. І. Сикора, Б. І. Шраменко, В. О. Шкода-Ульянов, УФЖ, 8, 1193, 1963.
4. М. М. Дорош, А. М. Парлаг, В. А. Шкода-Ульянов, Л. А. Шабалина, ЖЭТФ, 46, 1540, 1964.
5. H. Lengeler, W. Tejessy, M. Deutschmann, Z. Phys, 175, 283, 1963.
6. H. Nagel, C. Schlier, Z. Phys., 174, 464, 1963.
7. Д. І. Сикора, УФЖ, 9, 697, 1964.
8. E. E. Becklin, J. A. Carl, Phys. Rev., 136, B, 237, 1964.
9. H. Lengeler, M. Deutschmann, W. Tejessy, Nuovo Cimento, 28, 1501, 1963.
10. W. Q. Hazen, Phys. Rev., 99, 911, 1965.
11. G. Backenstoss, B. D. Hyams, G. Knopp, V. Stierlin, Nucl. Inst. Meth. 21, 155, 1963.
12. G. Q. Pugh, D. H. Frisch, R. Gomer, Rev. Sci Instr. 25, 1124, 1954.
13. D. F. Crawford, H. Messel, Phys. Rev., 128, 2352, 1962.
14. C. D. Zerby, H. S. Moran, J. Appl. Phys., 34, 2445, 1963.
15. Б. Росси, Частицы больших энергий, ГИТТЛ, М., 1955.
16. И. О. Довженко, А. А. Поманский, ЖЭТФ, 745, 268, 1963.
17. С. З. Беленький, Лавинные процессы в космических лучах, ГИТТЛ, М.—Л., 1948.