Про подібність мономіальних матриць над комутативними кільцями

М. Ю. Бортош

Інститут математики НАН України, Київ, Україна

bortosmaria@yandex.ua

Перенесення поняття подібності матриць з полів на довільні комутативні кільця сильно ускладнює задачу їх класифікації. В більшості випадків, як над кільцем класів лишків [1], вона включає в себе класичну нерозв'язну задачу про пару матриць (в сучасній термінології є дикою [2]).

У доповіді мова буде йти про подібність матриць M вигляду

$$M(t,\ s_1,\ldots,s_n) = \begin{pmatrix} 0 & \ldots & 0 & t^{s_n} \\ t^{s_1} & \ldots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \ldots & t^{s_{n-1}} & 0 \end{pmatrix}$$

над комутативним кільцем K, де t — ненульовий елемент його радикалу і $s_1,\ldots,s_n$ — цілі невід'ємні числа. Будемо вважати, що порядок n матриці $M = M(t,\ s_1,\ldots,s_n)$ більший за 1. Число $s_1+\cdots+s_n$ позначатимемо через $w(M)$ і називатимемо вагою матриці M.

Теорема. *Нехай вага матриці $M = M(t,\ s_1,\ldots,s_n)$ не взаємно проста з її порядком. Тоді для довільного їх спільного дільника $d>1$ матриця M подібна матриці вигляду*

$$M_d = \begin{pmatrix} A & C \\ 0 & B \end{pmatrix},$$

де A — квадратна матриця порядку $m = \frac{n}{d}$. Більш того, можна вважати, що $A = M(t,\ k_1,\ldots,k_m)$ і до того ж $w(A) = \frac{w(M)}{d}$.

Розглядаються також інші твердження про мономіальні матриці вказаного вигляду.

Робота виконана разом з В. М. Бондаренком і О. А. Тилищаком.

1. Бондаренко В. М. О подобии матриц над кольцами классов вычетов, Матем. сб., Киев, "Наукова думка", 1976, С. 275-277.
2. Дрозд Ю. А. О ручных и диких матричных задачах, Матричные задачи, Киев, Институт математики АН УССР, 1977, С. 104 – 114.