

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДВНЗ «УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
Фізичний факультет
Кафедра квантової електроніки

А.О. МАЛІНІНА, О.М. МАЛІНІН, О.К. ШУАІБОВ

ФОРМУВАННЯ ПОЛЯ
ВИПРОМІНЮВАННЯ
В РЕЗОНАТОРАХ ЛАЗЕРА

Навчальний посібник

Ужгород
2019

УДК 681.7.069.24-046.55(075.8)

М 19

Малініна А.О., Малінін О.М., Шуаїбов О.К. Формування поля випромінювання в резонаторах лазера: навчальний посібник. Ужгород: Вид-во УжНУ «Говерла», 2019. 124 с.

ISBN 978-617-7333-79-0

Навчальний посібник «Формування поля випромінювання в резонаторах лазера» призначений для студентів фізичного факультету, які спеціалізуються на кафедрі квантової електроніки за спеціальністю з кодом 163 «Біомедична інженерія» та вивчають навчальну дисципліну «Квантова електроніка і світлотехніка».

Він має за мету допомогти студентам у засвоєнні фізичних принципів формування поля випромінювання в резонаторах лазерів різного типу.

У навчальному посібнику представлені загальні відомості до теми з квантової електроніки «Формування поля випромінювання в резонаторах лазера». Наведено вивід основних формул, графіки та рисунки до програмного матеріалу, перелік рекомендованої літератури, а також контрольні запитання для перевірки засвоєння матеріалу у відповідності до програми з даного спецкурсу.

Навчальний посібник може бути використаний також студентами інших інженерно-технічних спеціальностей.

Рецензенти:

Ремета Євген Юрійович, доктор фіз.-мат. наук, провідний науковий співробітник Інституту електронної фізики НАН України;

Суран Василь Васильович, доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри квантової електроніки УжНУ.

*Рекомендовано до друку
Вченою радою ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
(протокол №4 від 21 березня 2019 р.)*

*Рекомендовано до друку Редакційно-видавничою радою
ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
(протокол №3 від 19 березня 2019 р.)*

ISBN 978-617-7333-79-0

© А.О. Малініна,
О.М. Малінін,
О.К. Шуаїбов, 2019

ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА	4
Тема 1. Призначення резонансних систем. Відкриті резонатори. Добротність. Умови самозбудження квантового генератора. Втрати в резонаторах і спектральний склад лазерного випромінювання	5
Тема 2. Основи теорії стійких резонаторів. Гаусові пучки. Нестійкі резонатори	25
Тема 3. Частотний спектр генерації. Поперечні та поздовжні типи коливань. Принципи частотної селекції	55
Тема 4. Просторова - часова когерентність і поляризація лазерного випромінювання. Флуктуація і когерентність в фотонних пучках	68
Тема 5. Динаміка процесів у лазерах. Загальні відомості про режими роботи лазерів. Рівняння лазерної генерації в режимі вільної генерації і модуляції добротності резонатора	89
Тема 6. Фізичні основи активної і пасивної синхронізації мод	101
Контрольні питання	122
ЛІТЕРАТУРА	123

ПЕРЕДМОВА

Проблема оптичних резонаторів посідає чільне місце в квантовій електроніці, оскільки любий лазер складається з двох основних частин – активного середовища і системи позитивного зворотного зв'язку у вигляді відкритого оптичного резонатора. Роль активного середовища зводиться до забезпечення підсилення світла в деякому спектральному діапазоні. Інші же специфічні властивості лазерного випромінювання, зокрема, його когерентність та направленість формуються оптичним резонатором. Сучасні успіхи в розробці відкритих оптичних резонаторів лежать в основі звуження діаграми направленості і спектральної смуги випромінювання на декілька порядків в порівнянні з відповідними параметрами для перших лазерів, які були розроблені на початку 60-тих років минулого століття.

Особливості розробки і застосування відкритих оптичних резонаторів зумовлені і тим, що розміри подібних резонаторів на багато порядків переважають довжину хвилі лазерної генерації. При цьому, лазерні резонатори не є «пустими», оскільки всередині них розміщено активне середовище. Цей факт значно змінює механізм збудження коливань в таких резонаторах. Поєднання цих обставин привело до того, що знання фізики і техніки відкритих оптичних резонаторів важливо для змін в налаштуванні резонаторів, внесенням в нього додаткових елементів, які дозволяють вимірювати вихідні характеристики лазерного випромінювання в широких межах.

У посібнику розглянуто шість основних тем з характеристик і параметрів відкритих оптичних резонаторів. Зокрема висвітлено питання самозбудження лазерів, втрат в резонаторах, спектральний склад лазерного випромінювання, стійкі і нестійкі резонатори, когерентність випромінювання, динаміка процесі в лазерах та питання синхронізації мод.

ТЕМА 1. ПРИЗНАЧЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ СИСТЕМ. ВІДКРИТІ РЕЗОНАТОРИ. ДОБРОТНІСТЬ. УМОВИ САМОЗБУДЖЕННЯ КВАНТОВОГО ГЕНЕРАТОРА. ВТРАТИ В РЕЗОНАТОРАХ І СПЕКТРАЛЬНИЙ СКЛАД ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ

На попередніх лекціях розглянуто практично підсилювач біжучої хвилі

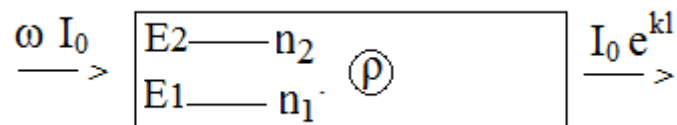


Рис. 1.

Однак взаємодія підсиленого випромінювання і активної речовини може проходити і у режимі стоячої хвилі. В цьому випадку випромінювання багатократно проходить через одну і ту же активну речовину, яка поміщена у резонатор. У радіодіапазоні застосовують металеві об'ємні резонатори, розміри яких порівняні з довжиною хвиль, які у них збуджуються. Для дуже коротких хвиль резонатори такого типу виготовити неможливо. Академіком А.М. Прохоровим був запропоновано відкритий оптичний резонатор. Розміри його значно більші ніж довжина хвилі, що збуджується у ньому.

Відкритий резонатор складається з двох паралельних пластин, що відбивають випромінювання, тобто дзеркал, що

знаходяться на шляху $l > \lambda$ одне від другого. Вони мають різну форму (в більшості випадків круглі або квадратні). Переріз дзеркал теж значно більший за довжину хвилі λ , що збуджується у резонаторі. Можна вважати, що між дзеркалами збуджується плоска хвиля, якщо між ними укладається ціле число півхвиль. Якщо розміри дзеркал досить великі, то дифракційними втратами енергії можна нехтувати і якщо, окрім того, простір між дзеркалами заповнено середовищем без втрат, то добротність резонатора визначається втратами енергії на відбивання, тобто лише втратами на випромінювання в зовнішній простір через дзеркала, якщо коефіцієнт відбивання $R=1$.

Для великих значень R добротність резонатора можна оцінити із наступних енергетичних міркувань. Будемо вважати, що розподіл поля у резонаторі близький до стоячої хвилі. Стояча хвиля еквівалентна двом хвилям однакової інтенсивності, що розповсюджуються у протилежних напрямках. Нехай потік енергії у кожній з цих біжучих хвиль дорівнює P . Тоді при відбиванні від двох однакових дзеркал втрачається $2P(1-R)$ енергії. Разом з тим енергія, що накопичена у оптичному резонаторі, складає $2P \cdot l/c$ ($E=P \cdot t$).

Фізика коливань і електроніка знають багато еквівалентних визначень добротності коливальних систем. Найбільш загальним з них є енергетичне визначення, яке свідчить, що за визначенням добротність оптичного резонатора рівна:

$$Q = 2\pi \frac{\text{енергія, що накопичена у резонаторі}}{\text{енергія, що втрачається у резонаторі за період}} \quad (1)$$

При цьому,

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{1}{1-R}, \quad (2)$$

де $R \leq 1$. Дію відбиваючих поверхонь можна розглядати як збільшення в $1/(1-R)$ разів шляху l , який проходить плоска хвиля у оптичному резонаторі.

Розглянемо більш поглиблено відкритий оптичний резонатор стосовно до лазерів. По суті такий резонатор є добре відомим з оптики інтерферометром Фабрі – Перо. Добротність інтерферометра, що розглядається як резонатор, дорівнює його роздільній, яка визначається як відношення довжини хвилі до ширини інтерференційного інтервалу $\delta\lambda$ на рівні інтенсивності, що рівна половині від максимальної. Для світла, що проходить, роздільна сила інтерферометра Фабрі-Перо при однакових дзеркалах складає:

$$Q = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\sqrt{\text{Re} \exp(-\alpha l)}}{1 - \text{Re} \exp(-\alpha l)}, \quad (3)$$

де $\exp(-\alpha l)$ характеризує втрати енергії при однократному проходженні. При $\alpha=0$ і $R \approx 1$ формули (2) і (3) співпадають.

Якщо вважати, що α обумовлена тільки резонансними втратами, то при досягненні інверсії коефіцієнт втрат $\exp(-\alpha l)$ перетворюється в коефіцієнт підсилення по потужності в

активному середовищі за один прохід $K = \exp(-\alpha_0 l)$. В результаті резонатор регенерується, тобто його добротність зростає, а смуга пропускання звужується. Ми тоді одержуємо:

$$Q = \frac{2\pi l}{\lambda} \frac{\sqrt{RK}}{1 - RK} \quad (4)$$

Очевидно, що формула (4) справедлива поки $RK < 1$.

Розглянемо, що проходить при регенерації. Для цього розглянемо прохідний оптичний підсилювач з резонатором Фабрі – Перо, що представляє собою підсилювач біжучої хвилі, який розміщено в резонаторі Фабрі – Перо.

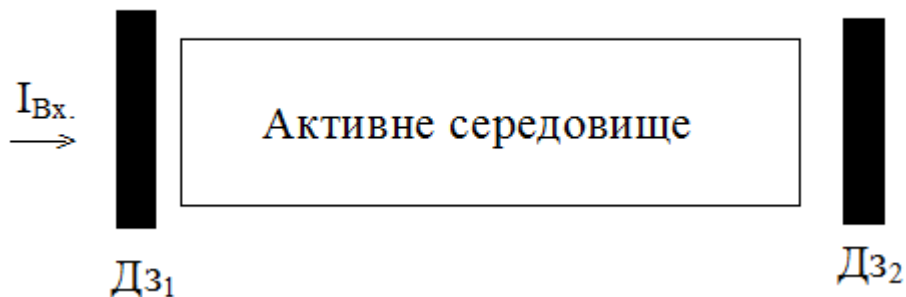


Рис. 2.

Нехай вхідний сигнал падає на ліве частково прозоре дзеркало резонатора. Простір між дзеркалами заповнено активним середовищем. Розглянемо підсилений сигнал, що виходить з резонатора через праве частково прозоре дзеркало, що

є ідентичним лівому. Коефіцієнт підсилення в цій ситуації можна обчислити, якщо провести складання амплітуд променів, що виходять з інтерферометра після багатократного відбивання.

При одиничній амплітуді вхідного сигналу поле на виході визначається сумою:

$$E = (1 - R) \times \sqrt{K} \exp[-j\omega(t - \ell/c)] \{1 + K \exp(-2j\omega\ell/c) + K^2 R^2 \exp(-4j\omega\ell/c) + K^3 R^3 \exp(-6j\omega\ell/c) + \dots\} \quad (5)$$

Підсумовуючи в припущенні $RK < 1$ здобуто прогресію, знаходимо комплексний коефіцієнт підсилення напруженості поля:

$$\Gamma = (1 - R) \sqrt{K} \frac{\exp(j\omega\ell/c)}{1 - RK \exp(-2j\omega\ell/c)} \quad (6)$$

Отже, коефіцієнт підсилення по потужності

$$G = |\Gamma|^2 = \frac{(1 - R)^2 K}{1 - 2RK \cos(4\pi\ell/\lambda) + R^2 K^2} \quad (7)$$

В резонансі, тобто при $\cos(4\pi\ell/\lambda) = 1$,

$$G_0 = \frac{(1 - R)^2 K}{(1 - RK)^2} \quad (8)$$

При $R=0$ здійснюється режим біжучої хвилі і $G_0 = K$. При $R=1$ вхідне випромінювання не проходить в підсилювач і $G_0 = 0$. При

$K=1$ немає ні підсилення ні втрат, G набуває смислу коефіцієнта передачі еталона Фабрі – Перо, в резонансі, який рівний одиниці. При $K \rightarrow 1/R$ коефіцієнт підсилення $G_0 \rightarrow \infty$. Це є ознакою виникнення генерації.

Таким чином, розгляд показує, що позитивний зворотний зв'язок приводить до виникнення лазерної генерації. Умова

$$RK=1 \quad (9)$$

є, по суті, енергетична умова самозбудження. Сенс його простий – втрати енергії за один прохід повинні бути скомпенсовані підсиленням за цей же прохід.

У лазері – генераторі є тільки одне вихідне, тобто частково прозоре дзеркало. Друге його дзеркало є «глухим», тобто таким, що не випускає назовні випромінювання. В цьому випадку при наявності інверсії населеності регенерується не прохідний, а відбиваючий підсилювач, тобто пристрій, коефіцієнт відбивання від якого переважає одиницю.

Підсумовуючи, аналогічно тому, як це робилось для прохідного підсилювача, амплітуди полів на виході системи, тобто амплітуди полів, що зазнають багатократного відбивання від підсилювача, знаходимо:

$$\Gamma = \frac{K \exp(-2j\omega\ell/c) - \sqrt{K}}{1 - K\sqrt{R} \exp(-j\omega\ell/c)}. \quad (10)$$

Цьому відповідає:

$$G=|\Gamma|^2 = \frac{R - 2K\sqrt{R} \cos(4\pi\ell / \lambda) + K^2}{1 - 2K\sqrt{R} \cos(4\pi\ell / \lambda) + K^2 R}. \quad (11)$$

В резонансі, тобто при $\cos(4\pi\ell / \lambda) = 1$,

$$G_0 = \left(\frac{K - \sqrt{R}}{1 - K\sqrt{R}} \right)^2. \quad (12)$$

При $R=1$ підсилення немає, при $R=0$ $G_0 = K^2$, тобто здійснюється підсилення біжучої хвилі, що двічі проходить через активне середовище. Генерація наступає при виконанні умови самозбудження:

$$RK^2=1. \quad (13)$$

Можна запропонувати багато різних схем поєднання системи дзеркал з активною речовиною і для кожної з них одержати умову самозбудження. Загальним для кожної з них буде потреба того, щоб підсилення в активній речовині за деякий (один) ефективний прохід випромінювання через систему дзеркал резонатора і активну речовину переважало всі втрати енергії в резонаторі за той же один прохід. При цьому, в загальний баланс повинні бути включені як втрати енергії на корисне випромінювання назовні, так і паразитні втрати енергії на розсіювання світла, його поглинання тощо.

Повернемося до резонансних знаменників формул (7) і (11). Умова резонансу:

$$\cos(4\pi\ell/\lambda) = 1 \quad (14)$$

еквівалентна добре відомій умові виникнення стоячої хвилі (ціле число півхвиль):

$$\ell/\lambda = m/2, \quad m=1, 2, 3, \dots \quad (15)$$

В оптичному діапазоні значення m для відкритих резонаторів складає $10^5 - 10^6$. Це приводить до високої густини резонансів, оскільки відстань між сусідніми резонансами складає:

$$\delta\lambda = \lambda/(2m). \quad (16)$$

Може трапитися, що інвертована резонансна лінія ширша проміжку між резонансами:

$$\Delta\nu_n/\nu_n > \delta\lambda/\lambda = 1/(2m). \quad (17)$$

Це приводить до ряду важливих особливостей в властивостях відповідних лазерів, які будуть обговорені в пізніше.

Умова самозбудження $RK=1$ дає баланс амплітуд. Однак для виникнення автоколивального режиму необхідним є також баланс фаз. Резонансна умова (14) виконується для

випромінювання тієї частоти, для якої всі фазові набіги взаємно компенсуються. Отже, умова балансу фаз дає значення частоти генерації.

Розглянемо це питання більш детально.

Дисперсійні властивості активного середовища визначають фазовий набіг в робочому середовищі. Як добре відомо, для середовища, що резонансно поглинає (підсилює) аномальне поглинання супроводжується аномальною дисперсією. Частотно залежний фазовий набіг обумовлений частотною залежністю сприйнятливості середовища. Показник заломлення

$$n = \sqrt{\varepsilon} = \sqrt{1 + 4\pi\chi}, \quad (18)$$

де діелектрична сприйтливості χ записується у вигляді

$$\chi = \chi' - j\chi''. \quad (19)$$

При малих χ' і χ''

$$n = 1 + 2\pi\chi' - j2\pi\chi''. \quad (20)$$

Це наближення еквівалентно наближенню малих втрат (підсилення) випромінювання на проміжку в одну довжину хвилі. Якщо записати плоску хвилю частоти ω (довжина хвилі λ), що розповсюджується в напрямку z , у вигляді:

$$\begin{aligned}
 E &= E_0 \exp[j(\omega t - 2\pi n z / \lambda)] = \\
 &= E_0 \exp(-4\pi^2 \chi'' z / \lambda) \exp\{j[\omega t - 2\pi(1 + 2\pi\chi' z) / \lambda]\} \quad (21)
 \end{aligned}$$

ми бачимо, що уявна частина діелектричної сприйнятливості обумовлює втрати (підсилення) випромінювання у речовині, а її дійсна частина – фазовий набіг:

$$\alpha = 8\pi^2 \chi'' / \lambda \quad (22)$$

$$\varphi_n = -4\pi^2 \chi' z / \lambda \quad (23)$$

Для визначення χ' існують добре розроблені квантомеханічні методи. Ми, однак, скористаємося класичною аналогією, вважаючи дворівневу квантову систему с кінцевим часом життя верхнього рівня класичним осцилятором з тертям. Рівняння

$$x + j\dot{x} + \omega_n x = A \exp(j\omega t) \quad (24)$$

має, як відомо, розв'язок, яке описує вимушене коливання:

$$x = \frac{A \exp(j\omega t)}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\gamma\omega} \quad (25)$$

З визначення діелектричної сприйнятливості як коефіцієнта пропорційності між дипольним моментом одиниці об'єму і

напруженістю поля слідує пропорційність χ зміщенню x , що викликане полем. Тоді, записуючи $\omega_{\text{л}}^2 - \omega^2$ у вигляді:

$$\omega_{\text{л}}^2 - \omega^2 = (\omega_{\text{л}} + \omega)(\omega_{\text{л}} - \omega) \approx 2\omega_{\text{л}}\delta\omega_{\text{л}}, \quad (26)$$

де по визначенню $\delta\omega_{\text{л}} = \omega_{\text{л}} - \omega$ – відхилення частоти випромінювання ω від центральної частоти лінії резонансного переходу $\omega_{\text{л}}$ і приводячи χ до виду (19), одержуємо:

$$\chi' = \frac{2\delta\omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}^2 + 4\delta\omega_{\text{л}}^2} B, \quad (27)$$

$$\chi'' = \frac{\Delta\delta\omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}^2 + 4\delta\omega_{\text{л}}^2} B, \quad (28)$$

де B – константа, а $\Delta\omega_{\text{л}} = \gamma$. Індивідуальні особливості активного середовища зручно врахувати, якщо охарактеризувати середовище величиною α за допомогою співвідношень (28) і (22). Це дозволяє виключити константу B і представити фазовий набіг у речовині у вигляді:

$$\varphi_{\text{л}} = -\frac{\delta\omega_{\text{л}}}{\Delta\omega_{\text{л}}} \ln G, \quad (29)$$

де $G = \exp(-\alpha z)$.

Таким чином, фазовий набіг у речовині виникає при відхиленні частоти випромінювання від центру спектральної

лінії. Речовина, що поміщена у резонатор, і на дисперсійній кривій резонатора також відбувається фазовий зсув. Проходження випромінювання через резонатор описується частотною функцією передачі резонатора. В рамках однієї коливної моди фазова характеристика резонатора повністю еквівалентна характеристиці одиночного LCR-контурі. Як відомо, зсув фази між вхідним і вихідним сигналами може бути представлено у вигляді:

$$\operatorname{tg} \varphi_p = Q \frac{1 - \omega^2 / \omega_p^2}{\omega^2 / \omega_p^2}, \quad (30)$$

де Q -добротність резонатора, а ω_p – його власна частота. Якщо ввести по визначенню $\delta\omega_p = \omega_p - \omega$ – зсув частоти випромінювання ω від ω_p і вважати її малою, одержимо:

$$\varphi_p = \operatorname{arctg} \left(Q 2 \frac{\delta\omega_p}{\omega_p} \right) \approx Q 2 \frac{\delta\omega_p}{\omega_p} = 2 \frac{\delta\omega_p}{\Delta\omega_p}, \quad (31)$$

де $\Delta\omega_p$ – ширина смуги пропускання резонатора (в одній моді). Тоді прирівнюючи фазові здвиги (31) і (29), дістаємо умову балансу фаз, що задає частоту генерації лазера.

Зсув частоти генерації від власної частоти резонатора і від частоти спектральної лінії зв'язані співвідношенням:

$$\frac{\omega_p - \omega}{\Delta\omega_p} = \frac{\omega - \omega_l}{\Delta\omega_l} \ln K, \quad (32)$$

де $\ln K = (\ln G)/2$. Інакше кажучи, частота генерації:

$$\omega = \frac{\omega_p \Delta\omega_l / \ln K + \omega_l \Delta\omega_p}{\Delta\omega_l / \ln K + \Delta\omega_p} \quad (33)$$

відрізняється як від частоти резонатора, так і від частоти спектральної лінії, якщо тільки резонатор неточно налаштований на лінію $\omega_p \neq \omega_l$. Тільки в межах дуже вузької лінії або дуже високого підсилення ($\Delta\omega_l / \ln K \rightarrow 0$) $\omega \rightarrow \omega_l$. В межах дуже широкої лінії ($\Delta\omega_l \gg \Delta\omega_p \ln K$) частота генерації визначається частотою резонатора.

Формула (33) була отримана академіком О. М. Прохоровим в 1954 році стосовно до аміачного молекулярного генератора. З лазерної точки зору важно відмітити, що у випадку широкої лінії частота генерації визначається налаштуванням оптичного резонатора. Якщо лінія неоднорідно розширена і перекриває декілька мод резонатора (див. формулу (17)), то генерація виникає на декількох частотах, що відповідають цим модам.

Отже, при регенерації квантового підсилювача у процесі оберненого зв'язку, що виникає при розміщенні підсилювача у резонатор, відбувається його самозбудження, тобто перетворення в генератор. Аналіз коефіцієнта підсилення регенованого підсилювача дозволив визначити умову самозбудження – знайти

величину мінімально необхідного для генерації коефіцієнта підсилення за один прохід (поріг самозбудження). Аналіз фазових співвідношень при самозбудженні дозволив знайти частоту генерації. Лінійна теорія на більше не здатна. Амплітуда генерації може бути знайдена тільки з врахуванням нелінійності процесу підсилення, тільки у рамках нелінійної теорії.

Вихідна потужність лазерних генераторів

Як і у квантових підсилювачах, визначальну роль тут відіграє ефект насичення і наявність втрат випромінювання.

Будемо розглядати лазер з одним повністю відбиваючим дзеркалом і другим дзеркалом, що має прозорість $T=1-R$. Розглянемо: $R=\infty$, $T=1-R$ (частково прозоре дзеркало). В резонаторі лазера випромінювання, що підсилюється, розповсюджується в активному середовищі між дзеркалами у вигляді послідовності наростаючих біжучих хвиль, які вважаються плоскими. Напишемо рівняння переносу для хвиль, що біжать зліва на право і з права наліво.

$$\frac{dJ^+}{dz} = -\beta J^+ + \frac{\alpha_0 J^+}{1 + J^+ + J^-} \quad , \quad (34)$$

$$-\frac{dJ^-}{dz} = -\beta J^- + \frac{\varepsilon_0 J^-}{1 + J^+ + J^-} .$$

Тут інтенсивність вимірюється в одиницях інтенсивності насичення ($J = I/I_s$), а індекси \pm відмічають хвилі, що розповсюджуються в протилежних напрямках. Окрім того,

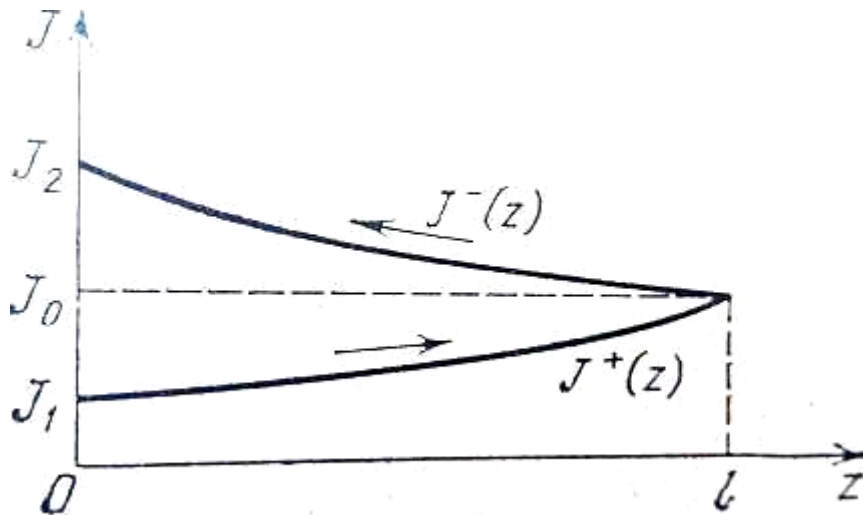


Рис.3. Розподіл інтенсивності зустрічних хвиль в резонаторі лазера довжиною l . Зліва направо розповсюджується випромінювання з інтенсивністю $J^+(z)$, справа наліво - з інтенсивністю $J^-(z)$.

прийнято, що в кожному довільному перерізі z ефект насичення визначається сумарною усередненою інтенсивністю потоків енергії зліва направо і справа наліво, тобто вплив модової структури поля випромінювання в резонаторі на ефект насичення не враховується.

Системі рівнянь (34) відповідає схема, що представлена на рис.1. Для позначень J на межі $z=0$ введемо позначення $J^+(0)=J_1$, $J^-(0)=J_2$. Вважасмо, окрім того, що $R(0)=R$ і $R(l)=1$, тоді для умови стаціонарності генерації:

$$J_1 = RJ_2, \quad J(1) = J^+(1) = J_0. \quad (35)$$

Вихідна інтенсивність:

$$J_{\text{вих}} = J_2 - J_1 = (1-R) J_2 = \frac{1-R}{R} J_1. \quad (36)$$

Розділимо рівняння (34) одне на друге:

$$\frac{dJ^+}{dJ^-} = -\frac{J^+}{J^-}, \quad (37)$$

Що легко інтегрується:

$$J^+ J^- = \text{const}. \quad (38)$$

Оскільки при $z=1$ $J^+ = J^- = J_0$, то $\text{const} = J_0^2$. Отже, рівняння (34) мають інтеграл:

$$J^+ J^- = J_0^2, \quad (39)$$

де J_0 -інтенсивність, що падає на праве (глухе) дзеркало.

Вона зв'язана з вихідною інтенсивністю простим співвідношенням. Дійсно, так як

$$J_1 = J_{\text{вих}} R / (1-R), \quad J_2 = J_{\text{вих}} / (1-R),$$

то:

$$J_1 J_2 = J_0^2 = J_{\text{вих}}^2 R / (1-R)^2.$$

Таким чином,

$$J_0 = \frac{\sqrt{R}}{1-R} J_{\text{вих}}. \quad (40)$$

Далі рішення іде по наступній схемі. Записуємо J у вигляді $J = J_0^2 / J^+$, підставляючи в перше рівняння (34), опускаємо індекс $+$ і дістаємо рівняння:

$$\frac{dJ}{dz} = -\left(\beta - \frac{\alpha_0 J}{J + J^2 + J_0^2}\right)J, \quad (41)$$

яке інтегрується в елементарних функціях.

В частковому випадку сильного насичення і великого переважання підсилення над втратами ($\alpha_0 / \beta \gg 1, J \gg 1$) одержимо:

$$J_{\text{вих}} = \frac{\alpha_0}{\beta} (1-R) \frac{1 + \exp(-\beta \ell)}{1 - \exp(-\beta \ell)}, \quad (42)$$

при $\ell \rightarrow \infty$

$$I_{\text{вих}} \rightarrow (1-R) \frac{\alpha_0}{\beta} I_s. \quad (43)$$

Так як довжина генератора передбачається нескінченною, цей вираз не має оптимуму по R . Гранично можлива інтенсивність складає:

$$I_{вих}^{max} = \frac{\alpha_0}{\beta} I_s \quad (44)$$

що співпадає з випадком підсилювача.

В протилежному частому випадку генератора відносно малої довжини ($\beta\ell \ll 1$) можна вважати, що інтенсивність хвиль J^+ і J^- наростає по z лінійно. Тоді $J^+ + J^- = \text{const} = J$, і вихідне рівняння (34) приймає наступний вигляд:

$$\frac{dJ^+}{J^+} = \left(-\beta + \frac{\alpha_0}{1+J} \right) dz, \quad \frac{dJ^-}{J^-} = \left(\beta - \frac{\alpha_0}{1+J} \right) dz \quad (45)$$

і легко інтегрується .

В результаті вихідна інтенсивність нашого генератора досягає максимального значення:

$$I_{вих}^{max} = \alpha_0 \ell \left(1 - \sqrt{\beta / \alpha_0} \right)^2 I_s \quad (46)$$

при оптимальній прозорості вихідного дзеркала

$$T_{opt} = 1 - R_{opt} = 2\alpha_0 \ell \left(\sqrt{\beta / \alpha_0} - \beta / \alpha_0 \right). \quad (47)$$

З виразів (47) і (46) випливає, що величина оптимального зв'язку сильніше залежить від коефіцієнта втрат β , ніж максимальна вихідна потужність, яка відповідає цьому зв'язку. При $\alpha_0 = 10^{-3} \text{ см}^{-1}$, $l = 10^2 \text{ см}$ і $\beta = 10^{-4} \text{ см}^{-1}$ величина $T_{\text{опт}} = 0.042$ і $\Gamma_{\text{вих.}}^{\text{max}} = 0.07I_s$. З цього прикладу видно, які високі вимоги пред'являють до лазерних дзеркал при невеликих коефіцієнтах підсилення, які характерні для газових лазерів. При такому слабому зв'язку з резонатора лазера виходить тільки мала доля сконцентрованої у нього енергії випромінювання. З прикладу видно, що інтенсивність випромінювання, яка падає на глухе дзеркало з середини резонатора, приблизно в 20 разів перевершує вихідну інтенсивність (див. (40)). При великому підсиленні ситуація суттєво полегшується.

Більша частина лазерів середньої потужності працюють в умовах, що відповідають умовам формул (46), (47).

Вихідне дзеркало резонатора узгоджує активне середовище лазера з вільним простором.

Таким чином, лазер – генератор при малому β/α_0 і оптимальному зв'язку випромінює α_0 і I_s . Це означає, що вся енергія, яка запасається в активній речовині лазера випромінюється в зовнішній простір.

Фізично лазерна генерація обумовлена випромінюванням середовища з інверсною населеністю. Інтенсивність генерації визначається щільністю інверсії заселеності. Для того, що може дати активне середовище, особливо у випадку потужних лазерів,

зручно користуватись наступними міркуваннями. Нехай в стаціонарних умовах швидкість створення інверсії складає Λ частинок в одиничному об'ємі за одиницю часу. Тоді максимальна можлива потужність, віднесена до одиниці об'єму складає:

$$P = \Lambda h\nu \quad (49)$$

Це співвідношення приводить, наприклад у випадку CO_2 – лазера ($\lambda = 10.6$ мкм) до наступної оцінки. При витрачанні збудженого газу M [кг/с] максимальна потужність генерації складає $250 M$ [кВт] відповідає потужності 250 кВт при масовому витрачанні 1 кг/с.

Для імпульсних лазерів енергія генерації визначається енергією, що накопичена в активному середовищі до моменту початку генерації, тобто інверсією, що створена до початку генерації. Так як генерація завершується, коли зникає інверсія, що виникає при зрівнянні заселеностей верхнього і нижнього лазерних рівнів, то інверсія в N частинок відповідає випромінюванню з енергією

$$E_{\text{вип}} = N h\nu / 2 \quad (50)$$

Для CO_2 – лазера це означає 125 кДж при 1 кг збудженого вуглекислого газу.

ТЕМА 2. ОСНОВИ ТЕОРІЇ СТІЙКИХ РЕЗОНАТОРІВ. ГАУСОВІ ПУЧКИ. НЕСТІЙКИ РЕЗОНАТОРИ

З попередніх лекцій випливає, що в основі квантової електроніки лежить активне середовище з інверсною населеністю, яке охоплено позитивним зворотним зв'язком, який здійснюється за рахунок індукованого випромінювання в резонаторі. Активне середовище запасає енергію і підсилює випромінювання, що генерується, індуковане випромінювання забезпечує когерентність підсилення, а резонатор формує спектральні і просторові властивості лазерної генерації.

В класичній електроніці (лазери відносяться до оптичної частини електроніки) довгохвильового та надвисокочастатного (НВЧ) діапазонів визначальною характеристикою монохроматичного випромінювання є його частота. Значення частоти задається резонансним контуром. Для довгих хвиль використовуються квазістаціонарні мережі змінного струму, тобто мережі з зосередженими параметрами. Розміри відповідних резонансних контурів значно менші за довжину хвилі випромінювання. В НВЧ діапазоні мережі стають суттєво не стаціонарними з переходом в хвильові. Для каналізації енергії в цьому діапазоні використовуються хвильоводи різного типу - коаксіальні, порожнисті трубчасті, діелектричні. Відрізки цих хвильових пристроїв належним чином закорочені і просторово організовані відповідно до електродинаміки НВЧ і очікуваним розподілом полів в них, є резонаторами НВЧ.

Найбільш відомі пустотілі металеві об'ємні резонатори. Малі втрати у стінках при великих коефіцієнтах відбивання від добре провідного металу приводять до високої добротності цих резонаторів. Конфігурація і розподіл електро-магнітних полів у НВЧ-резонаторах дуже відрізняється від випадку вільного простору. Лінійні розміри цих резонаторів можна порівняти з довжиною хвилі. Тому спектр власних коливань цих резонаторів сильно розріджений. В них можна просто досягнути одне власне коливання в широкому діапазоні частот.

Довгі хвилі випромінюються в простір і є ізотропними. А НВЧ-резонаторів можна формувати різко анізотропний просторовий розподіл випромінювання, який називається в електроніці діаграмами направленості випромінювання. Формування цих діаграм здійснюється зовнішніми по відношенню до генератора системами антен, зазвичай інтерференційними, а в більш короткохвильовій області – квазіоптичними, однак завжди багато більшими за довжину хвилі розмірами.

При переході по частоті в субміліметровий або інфрачервоний (ІЧ) діапазони виготовлення об'ємних металевих резонаторів з розмірами порядку довжини хвилі стає технологічно неможливим. Тому необхідно здійснювати перехід до резонаторів з розмірами набагато більшими за довжину хвилі.

В резонаторі з лінійними розмірами, які значно перевищують довжину хвилі, можливий цілий набір напрямків

розповсюдження електро-магнітного випромінювання. Обернений зв'язок у ньому здійснюється за рахунок індукованого випромінювання фотонів, що мають однакові частоти, поляризації і напрямки розповсюдження випромінювання, тобто хвилі з однаковими ω і \mathbf{k} . Таким чином, резонатор визначає баланс фаз, в чотиривимірному просторі ωt і \mathbf{kr} , де \mathbf{r} – деякий радіус вектор. Іншими словами резонатор визначає чотиривимірну частоту генерації або набір таких частот. Звідси випливає, що в квантовій електроніці резонатор формує одночасно частоту осциляцій і напрямок розповсюдження генераційного випромінювання, тобто часові і просторові його характеристики, які виявляються тісно пов'язані між собою.

Можна показати, що в оптичному діапазоні, тобто при зменшенні довжини хвилі λ , відповідно, зменшенні розмірів порожнистих металевих резонаторів їх добротність зменшується. Відомо, що для замкнутої металевої порожнини добротність визначається відношенням характерного лінійного розміру резонатора a до глибини проникнення випромінювання у метал δ :

$$Q = a / \delta \quad (1)$$

При нормальному скін-ефекті глибина проникнення е-м поля у метал обернено пропорційна кореню квадратному з частоти: $\delta \propto \nu^{-1/2}$. За припущенням, лінійний розмір резонатора слідує за довжиною хвилі. Отже, $a \propto \nu^{-1}$. У результаті $Q \propto \nu^{1/2}$, тобто

добротність різко зменшується при переході від НВЧ діапазону до оптичного.

Значить, необхідним є перехід до резонаторів, розміри яких великі і порівняні з довжиною хвилі. Однак, слід врахувати ще одну обставину. В більшому, в порівнянні з довжиною хвилі, замкнутому об'ємі число осциляторів е-м поля в одиничному об'ємі і одиничному спектральному інтервалі співпадає з такою для вільного простору. Це число складає:

$$n = 8\pi\nu^2 / c^3, \quad (2)$$

яке було введено нами в першій лекції (див.1.12). Тоді в об'ємі V і в частотному інтервалі $\Delta\nu$ загальне число осциляторів поля описується виразом:

$$N = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} V \Delta\nu \quad (3)$$

Частотний інтервал, що припадає на один осцилятор (одне власне коливання замкнутого об'єму), складає

$$\Delta\nu / N = c^3 / (8\pi V \nu^2) \propto 1 / \nu^2, \quad (4)$$

Тобто зменшується є обернено пропорційним до \mathcal{G}^2 . Разом з тим, ширина смуги частот, що припадає на одне коливання, визначається добротністю цього коливання Q .

У випадку замкнутої порожнини великих розмірів величина a у формулі (1) від частоти не залежить ($a = V^{1/2}$), і для нормального скін-ефекту добротність виявляється пропорційною $\mathcal{G}^{1/2}$. Тобто, ширина резонансної кривої відповідного коливання $\Delta\mathcal{G}_p$ виявляється пропорційною $\mathcal{G}^{1/2}$:

$$\Delta\mathcal{G}_k = \mathcal{G}/Q_\infty\mathcal{G}^{1/2} \quad (5)$$

Порівняння виразів (4) і (5) показує, що з збільшенням частоти або об'єму резонансні криві коливань замкнутої порожнини перекриваються. А це означає, що резонатор втрачає свої резонансні властивості.

Отже, в оптичному діапазоні резонатор з розмірами порядку довжині хвилі не може бути застосовано у силу технологічних труднощів і із – за різкого падіння добротності, а також в силу високої щільності його власних коливань, які приводять до втрати резонансних властивостей. Виходячи з цього, необхідними стають великі резонатори з розріджених спектром власних коливань.

Найбільш розповсюдженим способом розрідження спектру власних коливань резонаторів великих об'ємів при збереженні

високої добротності стало застосування відкритих оптичних резонаторів.

Розглянемо відкритий резонатор, що складається з двох плоских дисків радіусом a , рознесених на відстань l , що мають коефіцієнти відбивання $R \leq 1$, які паралельні один до одного і встановлені на одній осі перпендикулярно до неї. Вважаємо, що між ними розповсюджується система плоских е-м хвиль (див. формулу 2 теми 1). Було відзначено, що дію відбиваючих поверхонь можна розглядати як підвищення інтенсивності в $1/(1-R)$ разів.

Окрім хвилі, що розповсюджується строго перпендикулярно до поверхонь дисків, в об'ємі між дисками можуть збуджуватись і другі хвилі, що розповсюджуються майже нормально поверхні дисків. Якщо плоска хвиля, що розповсюджується під деяким кутом до вісі резонатора, встигає відбитися $1/(1-R)$ раз, перш ніж вийде за границі дисків, то відповідній їй резонанс має добротність приблизно в два рази меншу, ніж у випадку нормального розповсюдження. Отже кут:

$$\theta = 2a(1 - R) / l \quad (6)$$

є граничним кутом, обмежуючим напрямком розповсюдження хвиль в резонаторі, що відповідають коливанням з високою добротністю. Означати, що з загального числа коливань (3)

більшою добротністю володіють ті, напрямки розповсюдження хвиль яких лежать в тілесному куті $\Omega = \pi\theta^2$.

Помножуючи (3) на відношення $\Omega/4\pi$, після нескладних перетворень одержимо загальне число цих коливань в смузі частот $\Delta\nu$:

$$N_0 = 32\pi^2 \frac{a^4(1-R)^2}{\lambda^3 \ell} \frac{\Delta\nu}{\nu}, \quad (7)$$

а

$$N = 32\pi^2 \frac{a^2 \ell}{\lambda^3} \frac{\Delta\nu}{\nu}, \quad (8)$$

$\lambda = c/\nu$ – довжина хвилі.

Порівняння цих формул свідчить про значне, в $\ell^2/a^2(1-R) \gg 1$ разів, зменшення числа власних коливань, що потрапляють в одиничний спектральний інтервал у випадку відкритого оптичного резонатора. Причиною настільки сильного прорідження спектра власних коливань є відсутність бічних стінок у відкритому оптичному резонаторі.

Формулі (7) бажано придати інший вигляд. Частотний інтервал, що приходить на одне власне коливання відкритого оптичного резонатора, складає у відповідності з виразом (7):

$$\frac{\Delta\nu}{N_0} = \frac{\lambda^3 \ell \nu}{32\pi^2 a^4 (1-R)^2}. \quad (9)$$

Разом з тим ширина смуги частот одного коливання $\Delta\nu_k$ визначається його добротністю, що дається формулою (2 теми 1):

$$\Delta\mathcal{G}_k = \frac{\mathcal{G}}{Q} = \frac{\lambda\mathcal{G}(1-R)}{2\pi\ell} \quad (10)$$

Резонансні криві різних коливань не перекриваються, коли відношення

$$\frac{\Delta\mathcal{G}_k}{\Delta\mathcal{G}/N_0} = 16\pi N_F^2 (1-R)^3 < 1, \quad (11)$$

де введено позначення для числа Френеля – (N_F).

$$N_F = a^2 / \ell\lambda. \quad (12)$$

Наведений вище розгляд виконано в наближенні геометричної оптики з повним нехтуванням дифракційних явищ. Критерієм застосовності геометричної оптики є умова $N_F \gg 1$. Дивлячи на вираз (11), бачимо, що при достатньо високому відбиванні від дзеркал відкритого резонатора, тобто при достатньо високій його добротності, можливо досягнення задовільного прорідження спектра власних коливань навіть при великих числах Френеля.

Таким чином, відкриті оптичні резонатори є зручними резонансними системами для лазерів. Власні коливання (типи коливань) резонатора прийнято називати *модами*. За визначенням мода оптичного резонатора - це розподіл поля у резонаторі, що відтворюється при багаторазовому розповсюдженні е-м хвилі між дзеркалами резонатора. Наявність реальних втрат енергії приводить до загасання коливань, відповідних тій або іншій моді.

Нехай втрати енергії випромінювання, що розповсюджується у виді тієї чи іншої коливальній моді резонатора між його дзеркалами, можуть бути описані деяким еквівалентним коефіцієнтом поглинання α :

$$\frac{dI}{dz} = -\alpha I \quad (13)$$

Величина α визначається втратами на поглинання і розсіювання світла середовищем між дзеркалами, а також дифракційними втратами і втратами при відбиванні. Цю величину зручно представити у вигляді $\alpha = A/l$, де A -коефіцієнт поглинання енергії випромінювання за один прохід резонатора довжини l . Вводячи щільність енергії $\rho = I/c$ і враховуючи співвідношення $dz = c \cdot dt$, одержимо наступне рівняння:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\frac{Ac}{l} \rho \quad (14)$$

Розв'язок якого;

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{Ac}{\ell}t\right) = \rho_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{ef}}\right) \quad (15)$$

свідчить про експоненціальний характер затухання власних коливань резонатора з характерним часом:

$$\tau_{ef} = \ell / (Ac) = 1 / (\alpha c) \quad (16)$$

Час τ_{ef} , що названо часом життя фотонів у моді резонатора, простим співвідношенням зв'язаний з добротністю цієї моди. По визначенню (1 теми 1):

$$Q = 2\pi \frac{\rho_0}{\rho_0 [1 - \exp(-T/\tau_{ef})]} = 2\pi \frac{\tau_{ef}}{T} = \omega \tau_{ef}, \quad (17)$$

де T – період власних коливань розглянутої моди, причому для всіх скільки-небудь добротних мод $T \ll \tau_{ef}$. Кожному виду втрат енергії відповідає свій час життя. Оскільки втрати сумуються, то результуючий час життя моди визначається співвідношенням:

$$1/\tau_{ef} = \sum 1/\tau_{ef}^i \quad (18)$$

Аналогічний вираз справедливий і для добротності:

$$1/Q = \sum 1/Q^{(i)}, \quad (19)$$

Де індекс «і» вказує вид втрат енергії, що визначає відповідну парціальну добротність (час життя) при дифракційних втратах. Насамперед слід відмітити, що саме дифракційні втрати здійснюють проріджування спектру власних коливань при переході від замкненої металевої порожнини до відкритого резонатора, виключаючи у процесі встановлення резонансної моди коливання, що розповсюджуються під кутами до вісі резонатора. Звичайно, що це не єдине джерело втрат.

Очевидно, що в рамках геометрично-оптичного підходу до опису відкритих резонаторів дифракційні втрати не можуть бути враховані. Геометрична оптика вірна при великих числах Френеля $N_F = a^2/\lambda l$.

Грубу оцінку можна зробити в припущенні плоских хвиль. За Юнгом дифракцію на краю екрана можна розглядати як поперечну дифузію амплітуди світлового поля в область тіні. На відстані l від екрану область дифузії досягає розміру $\sqrt{l\lambda}$. Тому, пучок світла, що містить плоску хвилю, яка відбивається, наприклад, від лівого дзеркала з радіусом a і, що досягає після проходження шляху l правого дзеркала того ж радіуса a розширюється по радіусу на $\sqrt{l\lambda} \ll a$. Випромінювання, що попадає у кільце площиною $2\pi a\sqrt{l\lambda}$, виходить з резонатора. При

піднесенні до квадрату ця величина дає оцінку дифракційних втрат енергії за один прохід:

$$A_{\text{дифр}} = 4\ell\lambda/a^2 = 4/N_F. \quad (20)$$

Чим більшим є число Френеля, тим менші дифракційні втрати. В реальності в модах оптичного резонатора розподіл поля по поперечному перерізу сильно відрізняється від однорідного, помітно спадаючи до країв. Тому дифракційні втрати виявляються суттєво меншими, що і випливає з формули (20).

Більш точне значення дифракційних втрат було дано в працях вчених А. Фокса і Т. Лі, які розробили наглядну картину формування власних мод відкритого оптичного резонатора методом розгляду змін в розподілі амплітуди і фази початкової плоскої хвилі при її багаторазових послідовних проходах через резонатор.

Нехай однорідна плоска хвиля стартує від лівого дзеркала і направляється до правого дзеркала. По мірі розповсюдження деяка доля енергії із-за дифракції потрапляє і периферійну область хвилі ще до того, як вона досягне правого дзеркала. При відбиванні також послаблюється зовнішня частина хвилі, що відбивається. Хвиля, що відбивається, розповсюджується зправо наліво і втрачає енергію аналогічним чином. В результаті багаторазового повторення поле на краях хвильового фронту стає менш інтенсивнішим.

Для обчислення електромагнітного поля біля одного з дзеркал у вигляді інтеграла від поля біля другого дзеркала використовувалося скалярне формулювання принципу Гюйгенса. Це допустимо, якщо $a \gg \lambda$, тоді поле близьке до поперечного і є лінійно поляризованим. В результаті виявилось, що після 300 відбивань дійсно встановлюється стаціонарний розподіл поля, при якому його амплітуда зменшується до краю дзеркала. В широкому інтервалі значень чисел Френеля одержана на комп'ютері крива дифракційних втрат апроксимується функцією:

$$A_{\text{дифр}} = a e^{-b N_F} \quad (21)$$

У важливому частковому випадку, який буде розглянуто в випадку конфокального резонатора і для основної його моди константи $a \approx b \approx 10$, що при великих N_F приводить до дуже малих значень втрат енергії.

Результати машинного розрахунку підтверджують той інтуїтивний висновок, що після багаторазових проходів розподіл поля біля дзеркал мало змінюється від відбивання до відбивання. В стаціонарній стадії поля біля дзеркал стають однаковими з точністю до комплексної постійної. Тоді, якщо виразити поле біля одного дзеркала через поле біля другого дзеркала за допомогою принципу Гюйгенса у формі Френеля-Киргофа, одержимо інтегральне рівняння для шуканої функції розподілу поля на дзеркалі.

Дійсно, поле u_1 у зоні Френеля на одному з дзеркал описується виразом:

$$u_1 = \frac{jk}{4\pi} \int_A u_2 \frac{e^{-jkr}}{r} (1 + \cos\theta) ds, \quad (22)$$

де u_1 – поле на апертурі дзеркала, що випромінює, k – постійна розповсюдження, r – координати точки на дзеркалі, яка випромінює, до точки спостерігача, θ – кут, який вектор r утворює з нормаллю до площини дзеркала. Після q проходів поле біля одного дзеркала зв'язано з полем, що відбите другим дзеркалом, формулою (22), в якій u_1 потрібно замінити на u_{q+1} , а u_2 на u_q .

Машинний розрахунок показав, що поле біля дзеркал стає однаковим з точністю до комплексної постійної.

Таким чином можна записати, що:

$$u_q = (1/\gamma)^q v, \quad (23)$$

де v – функція розподілу, що не змінюється від відбивання до відбивання, а γ – комплексна постійна, що характеризує умови розповсюдження між відбиваннями. Підставляючи вираз (23) у (22), одержимо інтегральне рівняння:

$$v = \gamma \int_A v K ds, \quad (24)$$

ядро якого має вигляд:

$$K = \frac{jk}{4\pi} (1 + \cos\theta) e^{-jkr} \quad (25)$$

Власні функції цього інтегрального рівняння є модами (нормальними коливаннями, власними коливаннями, нормальними типами коливань коливними модами і т.д.), резонатора, що досліджується, а $\ln\gamma$ визначає затухання і фазовий зсув хвилі в проміжку кожного проходу, будучи, таким чином, постійною розповсюдження відповідних мод.

Аналіз Фокса и Лі, що виконаний ними для відкритих резонаторів типу Фабрі–Перо в декількох геометричних конфігураціях (прямокутні плоскі дзеркала, круглі плоскі дзеркала, конфокальні сферичні і параболічні дзеркала), приводить до наступних висновків.

1. Відкриті оптичні резонатори типу інтерферометра Фабрі–Перо як з плоскими, так і з вгнутими дзеркалами характеризуються дискретним набором коливних мод.

2. Однорідні плоскі хвилі не є нормальними модами відкритих оптичних резонаторів.

3. Електромагнітні хвилі, що відповідають власним хвилям резонатора майже повністю поперечні. Тому моди позначаються ТЕМ.

4. Моді більш високого порядку завжди мають більш високі дифракційні втрати, ніж основна.

5. Для основної моди амплітуда поля сильно зменшується до країв дзеркала. Тому її дифракційні набагато менші.

Гаусові пучки

Отже, аналіз Фокса і Лі показав, що у відкритих оптичних структурах типу інтерферометра Фабрі - Перо існують характерні коливні моди. Є велика кількість модифікацій відкритих резонаторів, що відрізняються один від одного конфігурацією і взаємним розміщенням дзеркал. Найбільшою простотою і зручністю відрізняється резонатор, що утворений двома сферичними відбивачами з рівною кривизною, що звернені увігнутими поверхнями назустріч один до одного і розміщених на відстані радіуса кривизни, рівного радіусу сфер, один від одного. Фокусна відстань сферичного дзеркала рівна половині його радіусу кривизни. Тому фокуси відбивачів співпадають внаслідок чого резонатор називається конфокальним (рис. 1).

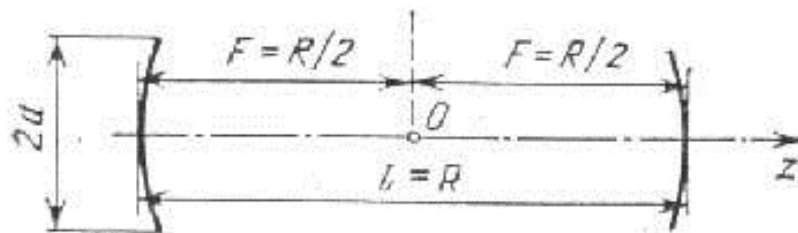


Рис. 1. Схема конфокального резонатора. Площина xy перпендикулярна до осі z . Конфокальна точка знаходиться в початку координат O .

Розглянемо конфокальний резонатор більш детально.

Нехай всі розміри резонатора великі у порівнянні з довжиною хвилі. Тоді моди резонатора, розподіл полів у ньому і дифракційні втрати можна одержати на основі принципу Гюйгенса – Френеля шляхом рішення відповідного інтегрального рівняння. Це рівняння допускає розділення змінних відносно поперечних координат і зводиться до одномірних інтегральних рівнянь. Якщо відбивачі резонатора мають квадратний переріз з стороною $2a$, яка мала в порівнянні з відстанню між дзеркалами l рівною їх радіусу кривизни R , а числа Френеля великі, то власні функції інтегрального рівняння типу Фокса і Лі апроксимуються множенням поліномів Ерміта $H_n(x)$ на Гаусову функцію $(-x/w^2)$.

В системі координат Декарта, початок якої поміщено в центр резонатора, тобто в конфокальну точку, а вісь z співпадає з віссю резонатора (рис.1), поперечний розподіл поля дається виразом:

$$S(x, y) = H_m(x/w)H_n(y/w)\exp[-(x^2 + Y^2)/2w^2], \quad (26)$$

де w визначає розмір тієї області поперечного перерізу, при виході з якої інтенсивність поля в резонаторі, пропорційна S^2 , падає в e разів. Іншими словами, величина w є шириною розподілу інтенсивності в плямі площею πw^2 , що зосереджена в

основній енергії хвилі, яка поширюється в напрямку z на площину $xу$.

Поліноми Ерміта для кількох перших степенів мають вигляд:

$$H_0(x)=1, H_1(x)=2x, H_2(x)=4x^2-2,$$

$$H_3(x)=8x^3-12x, H_4(x)=16x^4-48x^2+12 \quad (7.27)$$

Власними функціями рівняння, що описують поперечний розподіл (26), відповідають власні частоти, які визначаються умовою:

$$4\ell / \lambda = 2q + (1 + m + n) \quad . \quad (28)$$

Оскільки повздовжня складова власних функцій дуже мала, то рішення вихідного рівняння, а відповідно і поперечні розподіли (26), описують моди TEM_{mnq} . На рис.2 графічно представлені три перші функції Ерміта-Гауса для однієї з поперечних координат, що побудовані по формулі (26). Ці графіки наглядно показують характер зміни поперечного розподілу поля з збільшенням поперечного індексу n_1 .

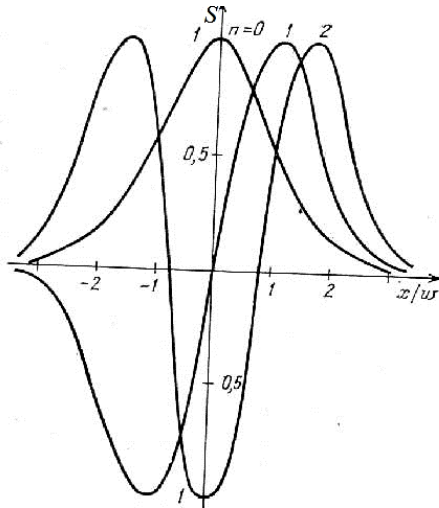


Рис.2. Розподіл поля в конфокальному резонаторі по одній з поперечних координат для перших трьох мод ($n = 0, 1, 2$). Максимальне значення нормовано на одиницю.

Резонанси в конфокальному резонаторі мають місце тільки для цілих значень $4l/\lambda$. Спектр мод конфокального резонатора вироджений, збільшення $m+n$ на дві одиниці і зменшення q на одиницю дає теж значення частоти. Індекси m і n в позначеннях моди TEM_{mnq} відносяться до змін поля в напрямках x і y і приймають значення $0, 1, 2, \dots$, в той час як індекс q рівний числу на півхвиль, що вкладаються на довжині резонатора (вздовж осі z).

Основною є мода TEM_{00q} , поперечний розподіл поля якої визначається простою функцією Гауса $\exp[-(x^2 + y^2)/2w^2]$. Ширина розподілу інтенсивності міняється вздовж осі z за законом

$$w^2 = w_0 + (z/kw_0)^2, \quad (29)$$

де $k = 2\pi/\lambda$, а w_0 - це радіус пучка в фокальній площині резонатора, тобто при $z = 0$, і зазвичай називається радіусом перетяжки каустики. Величина w_0 визначається довжиною резонатора і складає:

$$w_0 = \sqrt{\ell\lambda/4\pi} = \sqrt{\ell/2k} . \quad (30)$$

На поверхні дзеркала, тобто при $z = \ell/2$, площа плями основної моди, як випливає з виразів (29) і (30), вдвічі більша, ніж площа перерізу перетяжки каустики.

Вкрай важливим є та обставина, що поперечний розмір пучка Гауса $2w$ не залежить від поперечного розміру дзеркал $2a$.

Рішення (26) одержане для поля всередині оптичного резонатора. Однак коли одне дзеркало часткове прозоре, як це буває у випадку активних лазерних резонаторів, то хвиля, що виходить назовні, є біжучою хвилею з поперечним розподілом (26).

По суті, виділення основної моди активного конфокального резонатора – це спосіб генерації пучка Гауса монохроматичного світла.

Фокс і Лі показали, що в фокальній перетяжці хвиля є плоскою, однак просторово обмеженою ефективним розміром w_0 . Саме цей розмір визначає розбіжність моди TEM_{00q} .

Розподіл амплітуди по хвильовому фронту пучка Гауса має осьову симетрію і ширину - w (29). На великій відстані від

резонатора ($z \gg kw_0 = l/2$) ширина $w = z/kw_0$, чому відповідає кутове розходження:

$$\theta = w/z = 1/(kw_0). \quad (31)$$

В результаті основна частина енергії пучка Гауса зосереджена в тілесному куті:

$$\Omega = \pi\theta^2 = \lambda/l. \quad (32)$$

Таким чином, розбіжність лазерного випромінювання в основній моді визначається не поперечним, а повздовжнім розміром резонатора.

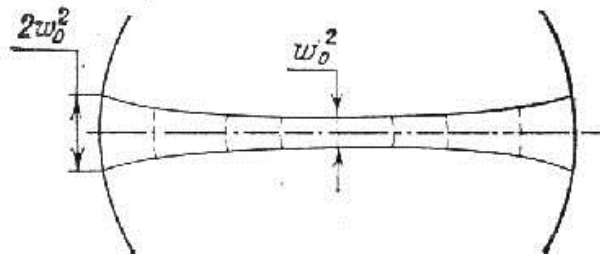


Рис. 3. Огинаюча інтенсивності пучка Гауса в конфокальному резонаторі і хвильові фронти.

Нестійкі резонатори

Резонатор стійкий, коли при поперемінному відбиванні світла від дзеркал резонатора відбувається таке періодичне фокусування випромінювання, що розповсюджується в ньому,

при якому в наближенні геометричної оптики енергія випромінювання не виходить з резонатора. В нестійкому резонаторі при кожному проході випромінювання між дзеркалами резонатора помітна частка запасеної енергії виходить з резонатора. Іншими словами стійкий резонатор характеризується наявністю стаціонарного розподілу поля, що постійно повторюється при багаторазових проходах випромінювання між дзеркалами резонатора; він має малі дифракційні втрати, такими, що для часу життя цього розподілу у резонаторі виконується умова $\omega\tau_{\text{дифр.}} \gg 1$ (17).

Якщо теоретично розглянути умови стійкості резонатора на основі геометрично-оптичного і хвильового підходів, то можна одержати умову стійкості і діаграму стійкості для відкритого лазерного резонатора, а саме:

$$1 \geq (1 - \ell/2F_1)(1 - \ell/2F_2) \geq 0 . \quad (33)$$

Якщо ввести позначення:

$$g_1 = 1 - \ell/2F_1, \quad g_2 = 1 - \ell/2F_2,$$

то в цих позначеннях границі зміни допустимих значень відношень $\ell/2F$ визначаються простими рівняннями:

$$g_1 g_2 = 1 \quad (34)$$

$$g_1 g_2 = 0 \quad (35)$$

Вирази (34) і (35) дають можливість графічного представлення області стійкості резонатора в координатах g_1 і g_2 .

На рис.4. гіперболи $g_1 g_2 = 1$ і осі координат, що відповідають рівнянню (35), окреслюють область стійкості. Для більшої наочності ця область заштрихована. Допустимі значення g_1 і g_2 лежать в заштрихованій області і на її границі. Відмітимо деякі

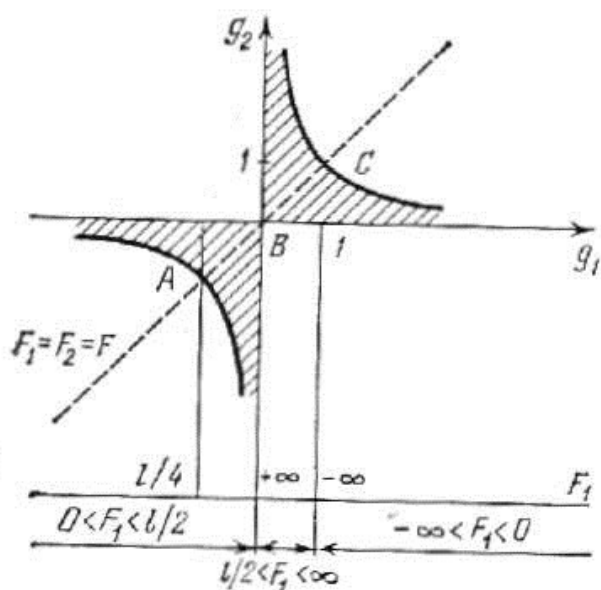


Рис.4. Діаграма стійкості. Внизу показані діапазони зміни фокусної відстані F_1 , які відповідають зміні параметра $g_1 = 1 - 1/2F_1$ від $-\infty$ до $+\infty$.

спеціальні точки на цій діаграмі, що представляють особливий інтерес. Початок координат B ($g_1 = 0, g_2 = 0$) відповідає

конфокальній системі $F_1 = F_2 = F = l/2$. Видно, що конфокальний резонатор цього типу лежить на границі між областями стійких і нестійких траєкторій. Точка С ($g_1 = 1, g_2 = 1$) відповідає граничному випадку нескінченної фокусної відстані. Точка А ($g_1 = -1, g_2 = -1$) відповідає резонатору з однаковими дзеркалами, фокусна відстань $F = l/4$ є гранично мала для резонатора цього типу.

Найбільше розповсюдження одержав так званий напівконфокальний резонатор (рис.5), у якого одно дзеркало плоске ($F_1 = \infty$), а радіус кривизни другого обраний так, що його фокус знаходиться на плоскому дзеркалі ($F_2 = l$). Резонатор стійкий, множення $g_1 g_2 = 1/2$. Плоске дзеркало в фокальній області поділяє конфокальний резонатор навпіл, замінюючи реальне поле у віддаленій частині оптичного резонатора зображенням поля. Тому в напів конфокальному резонаторі встановлюється половина розподілу поля, характерного для конфокального резонатора.

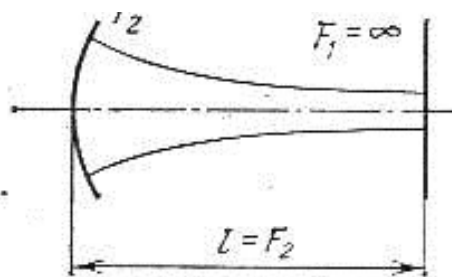


Рис. 5. Напів конфокальний резонатор.

Отже, для нестійкого резонатора або множення:

$$g_1 g_2 < 0, \quad (36)$$

або множення:

$$g_1 g_2 > 1, \quad (37)$$

де $g_1 = 1 - \nu/2F_1$ і $g_2 = 1 - \nu/2F_2$. Відповідно нестійкі резонатори підрозділяються на два класи – резонатори від’ємної області (36) і позитивної області $g_1 g_2 > 1$. На діаграмі стійкості рис.4. позитивна область нестійкості знаходиться в першому і в третьому квадрантах зовні гіперболи $g_1 g_2 = 1$, а від’ємна область нестійкості – в другому і четвертому квадрантах.

Аналіз нестійких резонаторів може бути проведено достатньо глибоко методами геометричної оптики.

Нехай числа Френеля дзеркал резонатора великі і дифракційними втратами можна знехтувати. В силу відсутності фокусування випромінювання до осі резонатора природньо вважати, що дзеркала однорідно заповнені випромінюванням. Це відрізняє нестійкий резонатор від стійкого. Разом з тим, хвильовий фронт випромінювання, що задається граничними умовами, які накладаються сферичними дзеркалами, є сферичним. Це з’єднує нестійкі резонатори з стійкими.

Отже ми вважаємо, що в геометрично - оптичному наближенні розподіл поля в нестійкому резонаторі, тобто його мода, представляє собою суперпозицію двох сферичних хвиль з однорідним розподілом інтенсивності по фронту, який виходить з двох центрів, які розміщені на осі резонатора. Для виконання вимоги замкнутості траєкторії променів при повному обході резонатором випромінюванням, ці центри повинні бути зображенням один одного на відповідних дзеркалах. Іншими словами, вихідні з одного центру промені після відбивання у дзеркалі повинні переходити в промені, що виходять з другого центра. В залежності від розміщення центрів сферичних хвиль, які формують моду нестійкого резонатора, відносно його дзеркал, реалізуються різні типи нестійких резонаторів.

Розглянемо геометрію нестійкого резонатора в загальному вигляді. На рис.6. а показано нестійкий резонатор, утворений сферичними дзеркалами M_1 і M_2 . Припустимо, що хвиля, яка відходить від дзеркала M_1 , є сферичною з центром в точці P_1 , відстань від точок P_1 і P_2 до дзеркал M_1 і M_2 , відповідно, r_1 і r_2 , а радіуси кривизни дзеркал - R_1 і R_2 .

Проходячи резонатор від дзеркала до дзеркала і у зворотному напрямку, пучок випромінювання збільшує свій поперечний розмір в:

$$M=m_1m_2 \quad (38)$$

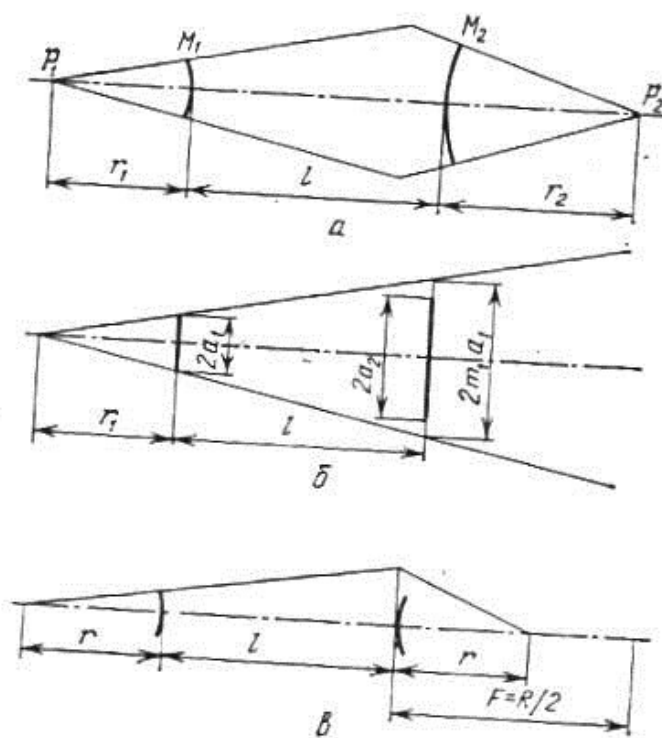


Рис. 6. Нестійкій резонатор: *a* – загальний випадок, *б* - до розрахунку втрат на випромінювання за один прохід, *в* – симетричний резонатор на основі опуклих дзеркал.

раз, де m_1 і m_2 – коефіцієнти збільшення при одноразовому проході. Із рис. 6. випливає, що

$$m_1=(r_1+\ell)/r_1, m_2=(r_2+\ell)/r_2 . \quad (39)$$

При багаторазовому проходженні оптичного резонатора безмежного збільшення поперечного перерізу пучка не відбувається в силу кінечності поперечного розміру дзеркал. Частина випромінювання виходить за край дзеркал. Так як розмір

плями сферичної хвилі зростає в M разів, то щільність потоку випромінювання в резонаторі зменшується в M^2 раз. Це означає, що відносні втрати енергії на випромінювання в зовнішній простір за один повний прохід складають:

$$A=1-1/M^2=(M^2-1)/M^2 \quad (40)$$

і визначаються значеннями r_1 , r_2 і l , тобто конфігурацією резонатора.

Для випадку (в) рис.6. $R_1 = R_2 = R$, то $r_1 = r_2 = r$ і тоді

$$r = \frac{\ell}{2} [\sqrt{1 + 2R/\ell} - 1], \quad (41)$$

і відповідно:

$$M = \frac{\ell + r}{r} = \frac{\sqrt{1 + 2R/\ell} + 1}{\sqrt{1 + 2R/\ell} - 1}. \quad (42)$$

З практичної точки зору найбільше розповсюдження здобув конфокальний нестійкий резонатор рис.7. Якщо цей резонатор складається з увігнутого ($R_1 > 0$) і опуклого ($R_2 < 0$) дзеркал, то він називається телескопічним. Для нього коефіцієнт збільшення:

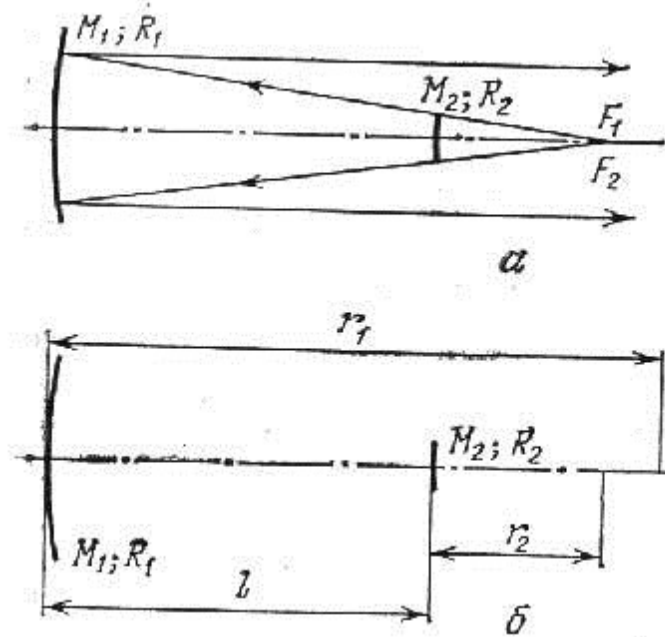


Рис. 7. Телескопічний нестійкий резонатор.

$$M = (r_2 + l/r_2) = F_1/F_2 = R_1 R_2, \quad (43)$$

А коефіцієнт зв'язку з зовнішнім простором складає:

$$A = (M^2 - 1)/M^2 = (R_1 - R_2^2)/R_1^2 \quad (44)$$

Відмітимо також, що телескопічний резонатор відноситься до позитивної гілки нестійких резонаторів, оскільки прямий розрахунок показує, що для цього резонатора добуток $g_1 g_2 > 1$.

Для нестійких резонаторів характерно, що різниця між втратами для основної моди і втратам для інших мод велика. Зв'язок між еквівалентним числом Френеля $N_{Фекв}$ виражається

через геометричний коефіцієнт збільшення M . У випадку симетричного резонатора з двох дзеркал:

$$N_{F_{\text{екв.}}} = \frac{M^2 - 1}{2M} N_F, \quad N_F = \frac{a^2}{\ell \lambda}. \quad (45)$$

Для телескопічного резонатора:

$$N_F = \frac{M - 1}{2} N_F, \quad N_F = \frac{a_2^2}{\ell \lambda} \quad (46)$$

Основні переваги нестійких оптичних резонаторів:

1. великий об'єм моди,
2. відсутність гаусового стиснення розподілу поля до осі резонатора,
3. хороша селекція поперечних мод, що зумовлено великою величиною геометрично-оптичних втрат на випромінювання поблизу границі стійкості вони близькі до дифракційних; відповідно, сумарні втрати випромінювання в нестійких резонаторах сильно залежать від поперечного індексу, що і приводить до селекції мод за цією ознакою;
4. з практичної точки зору великою перевагою нестійких резонаторів є можливість використання в них відбиваючої оптики як для створення резонатора, так і для виводу випромінювання. Тому, можна використовувати металеві дзеркала в силовій оптиці інфрачервоного діапазону.

ТЕМА 3. ЧАСТОТНИЙ СПЕКТР ГЕНЕРАЦІЇ. ПОПЕРЕЧНІ ТА ПОЗДОВЖНІ ТИПИ КОЛИВАНЬ. ПРИНЦИПИ ЧАСТОТНОЇ СЕЛЕКЦІЇ

Раніше говорилося, що перехід до відкритих оптичних резонансних систем при зменшенні довжини хвилі по суті справи зв'язаний з необхідністю різкого розрідження спектра коливань, який згущується з ростом частоти ($\lambda <$) пропорційно ν^2 . Матеріал, який був представлений раніше показав, що в відкритих резонаторах це розрідження досягається завдяки підвищенню радіаційних втрат небажаних мод при збереженні низького рівня втрат корисних типів коливань.

Разом з тим спектр власних коливань залишається в них «занадто» багатим з точки зору потреб багатьох лазерних застосувань. Методи подальшої очистки цього спектру, інакше кажучи методи покращення модового складу лазерного випромінювання, одержали назву селекції мод. Всі методи селекції засновані на ідеї підвищення втрат енергії в резонаторі для небажаних мод при збереженні високої добротності для моди, яка потрібна. При селекції поперечних хвиль використовується їх різниця в поперечній структурі поля. В більшості випадків потрібно виділити основну моду. Ця мода має найменші дифракційні втрати, які сильно наростають при підвищенні поперечних індексів мод. В стійких оптичних резонаторах дифракційні втрати такі малі, що різниця між ними не може служити для дискримінації мод. Тому селекція мод може

бути заснована лише на різниці у розподілі поля мод з різними поперечними індексами. Оскільки основна мода має симетричний відносно осі резонатора гаусів розподіл з мінімальною шириною цього розподілу в поперечній площині, тому простішим і найбільш надійним способом селекції є діафрагмування пучків всередині резонатора. Якщо розмір отвору діафрагми малий, то число Френеля для резонатора $N_F = a^2/l\lambda$ визначається дією діафрагми. Із зменшенням числа Френеля різниця в дифракційних втратах для основної моди і мод вищих порядків зростає, що і дозволяє здійснювати селекцію.

Знаючи розрахункову залежність дифракційних втрат основної і наступною за нею по порядку поперечних індексів моди від числа Френеля, можна визначити потрібний діаметр діафрагми. Просту оцінку, маючи поперечний розмір діафрагми, можна зробити виходячи з того, що цей розмір приблизно рівний поперечному розміру розподілу поля моди, прямууючою за основною, а місце розташування діафрагми повинно бути вибрано там, де розміри мод відрізняються найбільш сильно. Для стійких резонаторів через малість поперечних розмірів моди отримується полегшена селекція мод, але зменшується вихідна потужність, оскільки не весь об'єм активного середовища виявляється охоплений електромагнітним полем. Для підвищення вихідної потужності необхідно перейти до нестійких резонаторів. Застосування нестійких резонаторів є ефективним засобом селекції поперечних хвиль.

Для нестійких резонаторів, в силу променевої нестійкості дифракційні втрати навіть основної моди великі і, як правило, перевищують всі інші втрати. Тому втрати сильно залежать від поперечних індексів, що приведе до придушення вислих поперечних мод i , тим самим, до виділення основної моди. Реально, нестійкі резонатори застосовують в лазерах, активне середовище яких має велике підсилення і тому досить основної моди, щоб відбулося збудження і підсилення генерації в активному середовищі.

Перевагою нестійких резонаторів є можливість впливати на величину виведеної із резонатора енергії і досягнення оптимального зв'язку резонатора з простором.

Поздовжні хвилі мають однакову поперечну структуру поля, але різняться числом півхвиль, які вкладаються між дзеркалами резонатора. Відповідно, поздовжні хвилі моди відрізняються частотою і розміщенням вузлів стоячої хвилі вздовж осі резонатора.

Найбільш загальний метод селекції поздовжніх мод застосовує їх різницю одна від одної по частоті і тому потребує введення в резонатор лазера вузькосмугових дисперсійних елементів. В якості таких елементів можуть бути застосовані еталони Фабрі - Перо, призми і дифракційні решітки, дзеркала з частотно залежним коефіцієнтом відбивання, тощо.

Простішим є застосування для селекції поздовжніх хвиль частотної залежності підсилення активної речовини лазера.

Відомо (раніше див. 14 – 17 теми 1) міжмодова довжина для поздовжніх мод складає:

$$\Delta \mathcal{G}_q = c/2L . \quad (1)$$

Якщо відстань між модами перевищує ширину лінії підсилення,

$$\Delta \mathcal{G}_q > \Delta \mathcal{G}_l, \quad (2)$$

а центральні частоти якоїсь однієї моди і лінії підсилення близькі одна до одної:

$$\mathcal{G}_q \approx \mathcal{G}_l , \quad (3)$$

то в лазері збуджується одномодова і тим самим одночасна генерація. Частота генерації ω в такому випадку у відповідності за формулою:

$$\omega = \frac{(\omega_p \Delta\omega_l)/\ln k + \omega_l \Delta\omega_p}{\frac{\Delta\omega_l}{\ln k} + \Delta\omega_p}$$

визначається за налаштуванням частоти моди на частоту спектральної лінії (ω_l) і співвідношенням їх добротності.

Цей метод селекції може бути успішним у випадку газових лазерів, спектральні лінії підсилення яких достатньо вузькі.

Прикладом може бути CO₂-лазер низького тиску з шириною лінії підсилення 60 МГц і довжиною резонатора 1 м ($\Delta\nu_q=150$ МГц).

Проте в більшості випадків лінії підсилення активних середовищ набагато ширші і цей метод призводить до дуже коротких резонаторів.

Метод дисперсного дзеркала

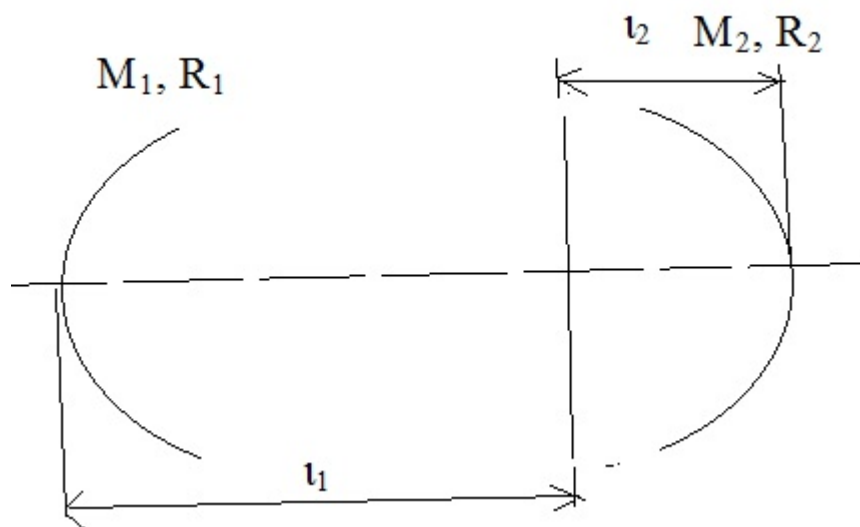


Рис.1

При $l_2 \ll l_1$ в цьому трьохдзеркальному резонаторі два правих дзеркала можна розглядати як єдине дзеркало з коефіцієнтом відбивання R_2 , що залежить від частоти. Оцінити характер залежності $R_2(\lambda)$ можливо застосувати формулу (7) для коефіцієнта пропускання регенеруючого еталона Фабрі -Перо

$$C_T = |\pi|^2 = \frac{(1-R)^2 K}{1 - 2RK\omega_\rho \left(\frac{4\pi l}{\lambda}\right) + R^2 K^2}$$

При $K=1$ в наближенні плоских хвиль коефіцієнт пропускання двох паралельних дзеркал з коефіцієнтом відбивання R , які рознесені на відстань l_2 , складає у відповідності з (виразом 7 теми 1):

$$D = \frac{(1 - R)^2}{1 - 2R \cos(4\pi l_2 / \lambda) + R^2} \cdot \quad (4)$$

Тоді коефіцієнт відбивання дзеркала R_2 дорівнює:

$$R_2 = 1 - D = 2R \frac{1 - \cos(4\pi l_2 / \lambda)}{1 - 2R \cos(4\pi l_2 / \lambda) + R^2} \cdot \quad (5)$$

При $\cos(4\pi l_2 / \lambda) = 1$ величина R_2 перетворюється в нуль. На цих частотах резонатора, що утворенні дзеркалами R_1 і R_2 , не має добротності, що і призводить до селекції відповідних поздовжніх мод.

На практиці використовується безліч модифікацій селективного дзеркала. При конструюванні приймають до уваги необхідність узгодження поперечного розподілу поля, тобто узгодження мод, у всіх резонансних об'ємах одержаного таким чином багатодзеркального резонатора, і враховується взаємний вплив цих парціальних резонаторів.

Найбільш зручним для виділення однієї поздовжньої моди складовими дзеркалами виявилися пристрої, конструкція яких суттєво відрізняються від лінійної. Це наприклад несиметричні

схеми, що містять резонатори Майкельсона і Фокса-Смітта, а також симетричний Т-подібний резонатор. Зв'язок основного резонатора з селективним дзеркалом здійснюється тут за допомогою світлоподільної пластики.

При селекції поздовжніх мод, у принципі, може бути використана різниця в поздовжньому розподілі поля різних мод. Кожна поздовжня мода представляє собою стоячу хвилю. Шлях між вузлами в цих стоячих хвилях відрізняється від моди до моди.

Розглянемо моду з поздовжніми індексами:

$$q=2\ell/\lambda \quad . \quad (6)$$

Шлях між найближчими до дзеркал вузлами мод q і $q+1$ складає:

$$\Delta_1 = \frac{\lambda_q}{2} - \frac{\lambda_{q+1}}{2} = \frac{\ell}{q^2} = \frac{\lambda^2}{4\ell} \quad (7)$$

ℓ є дуже малим.

При відхиленні від дзеркала шлях між вузлами наростає і для вузла q -ї моди номер $q/2$ складає:

$$\Delta_2 = \left(\frac{\lambda_q}{2} - \frac{\lambda_{q+1}}{2}\right) \frac{q}{2} = \frac{\ell}{2q} = \frac{\lambda}{4} \quad . \quad (8)$$

Це означає, що з вузлом q -ої моди співпадає пучність $q+1$ моди. Це відбувається на довжині:

$$L_2 = \frac{\lambda_q}{2} \frac{q}{2} = \frac{l}{2} . \quad (9)$$

Тобто в середині резонатора. Однак в цій точці знаходиться пучність $q+2$ -ї моди, вузол $q+3$ -ї, пучність $q+4$ -ї і т.д. Тому якось використовувати таке просторове рознесення вузлів і пучностей поздовжніх хвиль для їх ефективної селекції неможливо.

Очевидно, що загальне число мод, серед яких потрібно провести селекцію, складає:

$$m = \Delta \vartheta_l / \Delta \vartheta_q . \quad (10)$$

Будемо вважати, що ми шукаємо спосіб виділити моду за номером q і що її центральна частота ν_q співпадає з центральною частотою лінії підсилення ν_L . Тоді номер найбільш далеких хвиль (мод), від яких потрібно позбутися, рівний $q \pm m/2$. В районі першого вузла моди q довжина між вузлами все ще дуже мала:

$$\Delta = \frac{\lambda_q}{2} - \frac{\lambda_{q \pm m/2}}{2} = \pm \frac{m}{2} \frac{l}{q^2} = \pm \frac{m \lambda^2}{2 \cdot 4l} . \quad (10_1)$$

Номер N -ого вузла моди q , який перший співпадає з пучністю моди $q \pm m/2$, визначається наступним рівнянням:

$$\frac{m}{2} \frac{1}{q^2} N = \frac{\lambda}{4} \quad (11)$$

і складає:

$$N = \frac{\lambda}{2} \frac{q^2}{m \ell} = \frac{q}{m} . \quad (12)$$

Це відбудеться на відстані:

$$L = N \frac{\lambda_q}{2} = \frac{\ell}{m} = \frac{\Delta \mathcal{G}_q}{\Delta \mathcal{G}_s} \ell \quad (13)$$

від дзеркала. В цій точці шлях між вузлами ближніх мод q і $q+1$ у відповідності з виразами 7, 10, 12 і 6 дорівнює:

$$\Delta = \Delta_1 N = \frac{\Delta \mathcal{G}_q}{\Delta \mathcal{G}_s} \frac{\lambda}{2} , \quad (14)$$

що для багатьох газових лазерів складає помітну долю довжини хвилі.

Викладене підводить до думки про можливість наступного методу селекції поздовжніх мод.

Помістимо у вузол з номером N бажаної моди q тонкий частково прозорий поглинач. Якщо його товщина набагато менша довжини хвилі, то напруженість електричного поля моди q дорівнює нулю і не викликає втрат енергії із моди q . Всі інші моди мають не нульову напруженість електричного поля, тому вони зазнають втрат енергії.

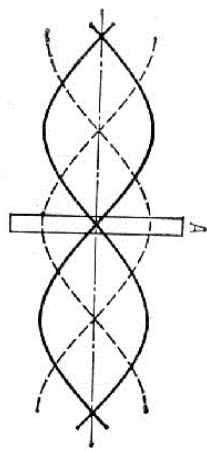


Рис.2. Дискримінація повздовжніх мод тонких поглиначів. Штриховий лінією показана стояча хвиля однією з мод, яку виключають, суцільною лінією – стояча хвиля, яку виділяють (А-частково прозора плівка, що поглинає).

Цей метод – для газових лазерів видимого діапазону. Ці поглиначі виготовляють у вигляді тонких плівок з шарів металів товщиною 1-10 мкм на оптично полірованій прозорій підкладці.

З огляду на малу оптичну стійкість таких плівок їх застосування обмежено в лазерах середньої потужності.

Введення у резонатор лазера вузькосмугових дисперсійних елементів дозволяє не тільки здійснювати селекцію повздовжніх

мод, але і в тих випадках коли спектральна лінія підсилення достатньо широка, а частота налаштування дисперсійного елемента керується, щоб здійснювати переналаштування частоти лазерного випромінювання. Резонатори з дисперсійними елементами (призмами, дифракційними решітками, еталонами Фабрі - Перо), які призначені для лазерів з частотою випромінювання, що перебудовується, здобули назву дисперсійних резонаторів. Найпростіший дисперсійний резонатор утворюється при введенні в звичайний резонатор призми (рис. 3).

Для зменшення втрат, її розміщують під кутом Брюстера для випромінювання, що падає на призму. Дисперсії призми недостатньо для одержання високої ступені монохроматичності і тонкої перебудови частоти випромінювання. В інших (складних резонаторах) поруч з еталонем Ф-П використовується і дифракційна решітка.

В таких резонаторах еталон Фабрі – Перо дозволяє виділити одну поздовжню моду, а дифракційна решітка подавляє генерацію на небажаних максимумах пропускання еталона. Телескоп служить для розширення пучка, яке виходить з активного середовища, що необхідно для ефективної роботи, як еталона, так і дифракційної решітки.

Такі дисперсійні резонатори дозволяють одержувати одномодове за поздовжнім і поперечним індексами випромінювання,

частота якого перебудовується у широкому діапазоні. Є ще так звані РОС-резонатори на основі розподіленого зворотного зв'язку.

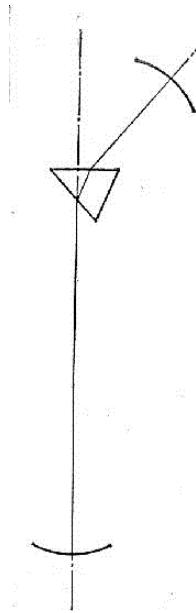


Рис.3. Дисперсійний резонатор на основі призми

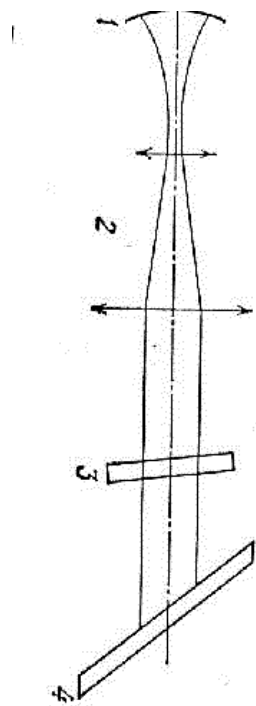


Рис.4. Складний дисперсійний резонатор: 1 - дзеркало, 2 – телескоп, 3-еталон Фабрі – Перо, 4 – дифракційна решітка.

Лазери з цими резонаторами називаються РОС-лазерами. В них відбувається розподілення оберненого зворотного зв'язку шляхом організації просторової модуляції оптичних параметрів робочої речовини в напрямку розповсюдження генеруючого випромінювання з періодом приблизно рівним половині довжини хвилі випромінювання у середовищі. Механізмом оберненого зв'язку є брегівське розсіяння світла на штрихах решітки, що виникає при просторовій модуляції χ' або χ'' середовища.

Якісне пояснення. Хвиля, наприклад, що розповсюджується зліва-направо, по мірі проходження середовища зазнає послідовно відбивання від штрихів решітки і послаблюється. Однак, при цьому, виникають дифракційні хвилі, що розповсюджуються в оберненому напрямку з права – наліво. Вихідна хвиля тому і затухає, що перекачується в хвилю, яка розповсюджується в протилежному напрямі. І вихідна хвиля буде наростати при синфазному складанню. Сумарне поле в РОС-резонаторі є суперпозицію цих двох хвиль.

Розподілений зворотний зв'язок спектрально селективний по своїй природі. Довжина хвилі налаштування РОС- резонатора дається умовою Бреґга для розсіяння назад і визначається кроком дифракційної решітки. Відомі методи створення об'ємних дифракційних решіток, а також рельєфних решіток на поверхні тонкого шару (планарного хвилеводу) активної речовини. Ці методи можуть бути як стаціонарні, так в динамічні.

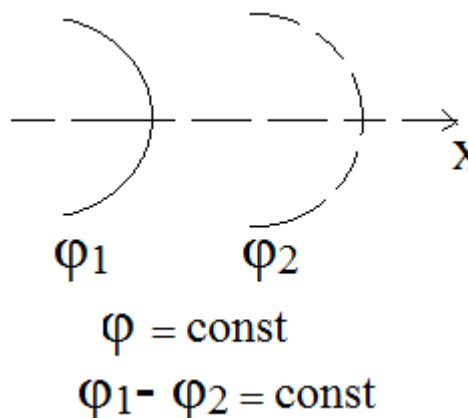
ТЕМА 4. ПРОСТОРОВО - ЧАСОВА КОГЕРЕНТНІСТЬ І ПОЛЯРІЗАЦІЯ ЛАЗЕРНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ. ФЛЮКТУАЦІЇ І КОГЕРЕНТНОСТЬ В ФОТОННИХ ПУЧКАХ

Поняття когерентності. Для електромагнітної хвилі існує поняття просторової і часової когерентності.

Фронт хвилі це поверхня на всіх точках якої хвиля має в даний момент часу однакову фазу. Розповсюдження хвилі відбувається в напрямі нормалі до хвильового фронту і може розглядатись як рух хвильового фронту через середовище.

Якщо різниця фаз для будь-яких точок хвильового фронту в любий момент часу t залишається незмінною, то ця хвиля вважається повністю просторово- когерентною.

Якщо різниця фаз зберігається лише в деякій кінцевій області простору, то хвиля є лише частково просторово- когерентна.



Якщо в даній точці простору на інтервалі часу Δt фаза хвилі залишається незмінною, то існує часова когерентність на інтервалі Δt .

Якщо Δt не обмежено, то має місце повна часова когерентність, якщо Δt обмежено, - то часткова часова когерентність. (Приклад - для звичайного He-Ne лазера в багатомодовому режимі довжина когерентності $\Delta l = 20$ см, в одномодовому режимі-десятки метрів, а часова когерентність 10^{-8} с для спеціальних типів лазера).

Поняття поляризації. З поняттям поляризації світла зв'язано поняттям направленості поля, наприклад вектора \vec{E} (напрямок електричного поля) у світловій хвилі. При наявності упорядкованих напрямків вектора \vec{E} говорять про поляризацію світлового поля.

Відомо, для плоскої хвилі може бути записаний хвильовий вектор:

$$\vec{E}(z, t) = \text{Re}\{E'_0 \exp[i(\pm kz - \omega t)]\} \quad (1)$$

(У плоскій хвилі вектори \mathbf{E} і \mathbf{H} рівноправні, але фотохімічні, фізіологічні і фотоелектричні дії світла обумовлені саме вектором \mathbf{E}). Знаки \pm визначають напрямки розповсюдження хвилі, в позитивному або від'ємному напрямку осі Z , k - хвильовий вектор $=\omega/c$, E'_0 - комплексний вектор амплітудний вектор. Вектори \mathbf{E} і \mathbf{H} здійснюють гармонійні коливання в різних площинах і в однакових фазах.

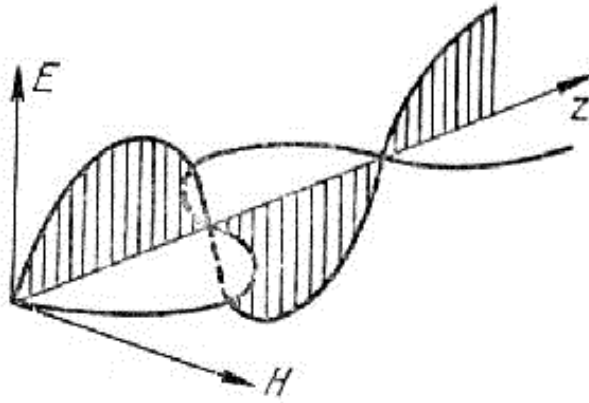


Рис.1.

Якщо амплітудний вектор \mathbf{E}'_0 є дійсним, то коливний вектор \mathbf{E} проводить весь час в одній і тій же площині (коливань) – це лінійно поляризоване світло. В загальному випадку амплітудний вектор \mathbf{E}'_0 є комплексним коли кінець вектора \mathbf{E} описує еліпс в площині перпендикулярній напрямку розповсюдження хвилі – це еліптично поляризоване світло. Якщо вектор \mathbf{E} повертається по часовій стрілці (дивитись назустріч хвилі), то це права поляризація, а в протилежному – ліва поляризація.

Таким чином, плоска монохроматична хвиля характеризується хвильовим вектором \mathbf{k} і індексом поляризації α (1,2). Він відповідає двом незалежним поляризаціям: правій (1) і лівій (2) у випадку еліптичної або кругової поляризації, уздовж взаємно перпендикулярних осей – у випадку лінійної поляризації.

В загальному випадку світлова хвиля є суперпозицією монохроматичних хвиль. В кожній із монохроматичних хвиль

кінець вектора \mathbf{E} описує свій еліпс з своїм часом обертання $2\pi/\omega$. У результаті виникає частково поляризоване світло, що характеризується ступенем поляризації (ν):

$$\nu = (I_2 - I_1) / (I_2 + I_1), \quad (2)$$

де I_2 і I_1 інтенсивності світла, які проходять через поляризатор (максимальне значення і мінімальне, відповідно). Для лінійно поляризованого світла $\nu = 1$. Для поляризованого світла з круговою ν поляризацією $\nu = 0$.

Реальні хвилі є суперпозицією плоских монохроматичних хвиль. При формуванні всякої суперпозиції неминучим є збій в налаштуванні хвильових параметрів. Тому в реальній ситуації маємо часткову когерентність, часткову поляризацію і часткову монохроматичність, які визначають поняття ступені когерентності, ступені монохроматичності і ступені поляризації.

Когерентність світлових хвиль. Функція взаємної когерентності

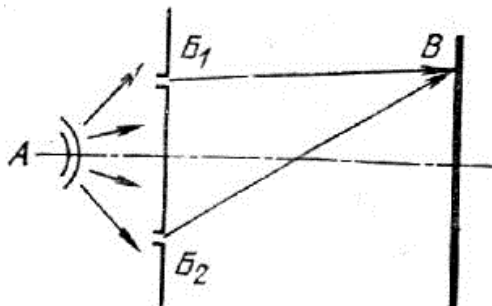


Рис. 2.

Нехай джерело світла А знаходиться перед екраном з малими отворами B_1 і B_2 . Поставимо питання про взаємну когерентність (кореляцію) світлових хвиль, які виходять з точок B_1 і B_2 і приходять в точку В другого екрана. Для простоти розглянемо лінійно поляризоване світло. Це дає можливість розглядати світло з одною компонентною вектора напруженості поля. Позначимо через E_1 напруженість поля в точці B_1 і E_2 в точці B_2 . Нехай θ_1 і θ_2 часи, за які хвиля проходить шлях B_1 - В і B_2 -В. Тоді поле в точці В у момент часу t може бути представлено у вигляді:

$$E(t)=E_1(t-\theta_1) + E_2(t-\theta_2). \quad (3)$$

Вираз для інтенсивності світлової хвилі в точці В представимо в комплексній формі, тоді напруженості: $I = \langle E \cdot E^* \rangle$ ($\langle \rangle$ - усереднене значення добутку напруженості поля, $*$ - означає комплексне поєднання).

$$I = \langle [E_1(t-\theta_1) + E_2(t-\theta_2)] \times [E_1(t-\theta_1) + E_2(t-\theta_2)]^* \rangle. \quad (4)$$

Позначимо:

$$I_1 = \langle E_1(t-\theta_1) E_1^*(t-\theta_1) \rangle = \langle E_1(t) E_1^*(t) \rangle,$$

$$I_2 = \langle E_2(t-\theta_2) E_2^*(t-\theta_2) \rangle = \langle E_2(t) E_2^*(t) \rangle, \quad (5)$$

де I_1 – інтенсивність світла в точці В при закритому отворі B_2 , а I_2 – при закритому отворі B_1 .

Відмітимо, що на результат усереднення не впливає зміщення початку відліку часу. Введемо позначення $\theta = \theta_2 - \theta_1$ і проведемо зміщення за часом відліку часу, тоді одержимо:

$$\begin{aligned} & \langle E_1(t - \theta_1)E_2^*(t - \theta_2) + E_1^*(t - \theta_1)E_2(t - \theta_2) \rangle = \\ & = \langle E_1(t + \theta)E_2^*(t) + E_1^*(t + \theta)E_2(t) \rangle = \\ & = 2\text{Re} \{ \langle E_1(t + \theta)E_2^*(t) \rangle \} \end{aligned} \quad (6)$$

Підставимо (5) і (6) у вираз (4), тоді одержимо:

$$I = I_1 + I_2 + 2\text{Re} \{ \langle E_1(t + \theta)E_2^*(t) \rangle \}. \quad (7)$$

Ефект взаємної когерентності описується останньою складовою рівняння (7).

Позначимо:

$$\gamma_{12}(\theta) = \langle E_1(t + \theta)E_2^*(t) \rangle / \sqrt{I_1 I_2} \quad (8)$$

Функцію $\gamma_{12}(\theta)$ називають функцією взаємної когерентності, світлових хвиль, що розглядаються. Тоді:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \text{Re} \{ \gamma_{12}(\theta) \} \quad (9)$$

Величина $|\gamma_{12}(\theta)|$ змінюється від 0 до 1.

Випадок $|\gamma_{12}(\theta)|=0$ відповідає відсутності когерентності.

Випадок $|\gamma_{12}(\theta)|=1$ відповідає повній когерентності.

Часова когерентність

Функція $\gamma_{12}(\theta)$ описує когерентні властивості світлових хвиль в загальному випадку. Розглянемо окремий випадок. Розглянемо наступний експеримент. Сполучимо точки B_1 і B_2 , проте забезпечимо існування двох різних хвиль в точці В за рахунок дзеркала.

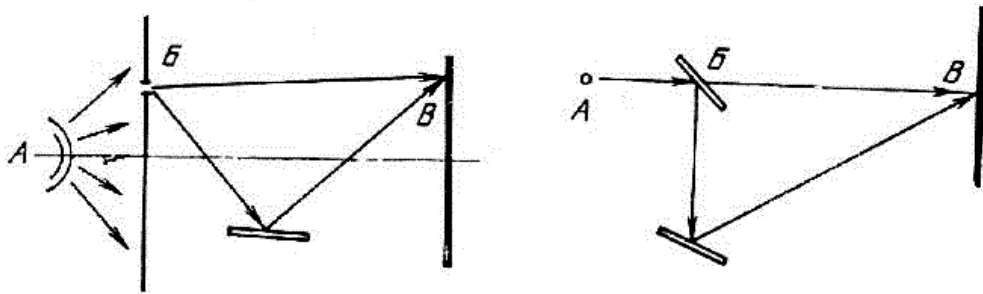


Рис.3.

Замість функції $\gamma_{12}(\theta)$ будемо тут мати:

$$\gamma_{11}(\theta) = I_1^{-1} \langle E_1(t + \theta) E_1^*(t) \rangle \quad (10)$$

Функція $\gamma_{11}(\theta)$ описує кореляцію між світловими коливаннями, що розглядаються в одній і тій же точці простору (в точці В) у різні моменти часу, що розділені проміжком часу $\theta = \theta_2 - \theta_1$. Цей окремий випадок відповідає так званій часовій когерентності.

Просторова когерентність

Другий окремий випадок відповідає так званій просторовій когерентності.

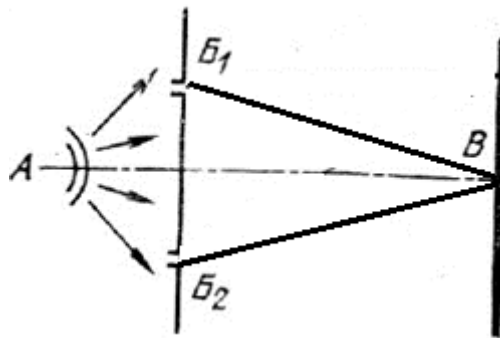


Рис. 4

Тут $B_1 = B_2$ і відповідно $\theta_1 = \theta_2$. Замість виразу (8) одержимо:

$$\gamma_{12}(0) = \langle E_1(t) E_2^*(t) \rangle / \sqrt{I_1 I_2}$$

Функція $\gamma_{12}(0)$ описує кореляцію між світловими коливаннями, що розглядаються в двох різних точках простору в один і той же момент часу.

Просторова когерентність і ступінь направленості випромінювання

Якщо випромінювач точковий, то його випромінювання завжди просторово когерентне. Для протяжних випромінювачів ступінь просторової когерентності залежить від розмірів джерела і відстані від джерела до точки спостереження. Можна показати, що для просторово когерентного джерела кут α (рис.5) повинен

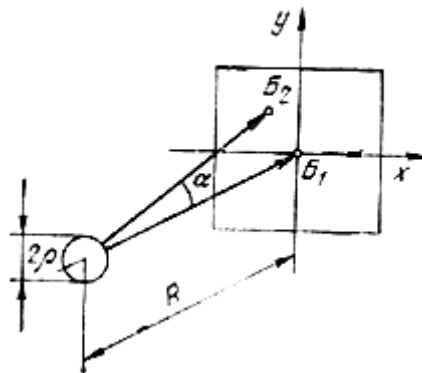


Рис. 5.

Задовольняти наступній умові:

$$0 \leq \alpha \leq 0,16\lambda / \rho \quad (11)$$

Чим більші розміри джерела 2ρ , ти меншим повинен бути кут α , в межах якого випромінювання розглядається як просторове когерентне.

Характеристики світлової хвилі і степені її когерентності

Світлова хвиля, яка має повну когерентність, характеризується плоским фронтом (кут $\alpha=0$), монохроматичністю ($\Delta\omega=0$) і певною поляризацією. Її описують виразом:

$$E(z,t)=E_0^* \exp[i(\pm kz - \omega t)]$$

$$k=\omega/c=2\pi/\lambda, k=n\omega/c,$$

k – хвильовий вектор, E_0^* - амплітудний вектор.

Такі хвилі є ідеалізацією. Реальні хвилі представляють собою різні суперпозиції з ідеальних хвиль.

Як вже відмічалось, для суперпозиції завжди спостерігається деяка розбіжність характеристик, що складають дану суперпозицію хвиль, тому когерентні властивості суперпозиції виявляються більш низькими. Реальні світлові хвилі є завжди частково когерентні і характеризуються тією чи іншою ступінню просторової і часової когерентності.

Якщо розмістити джерела по ступені когерентності, то буде:

1. Лампи розжарювання,
2. Лампи денного світла,
3. Напівпровідникові лазери,
4. 77ерівно важні лазери,
5. Рідинні лазери і
6. Газові лазери.

Ступінь когерентності хвилі є найважливішою характеристикою. Інші характеристики хвилі зв'язані з ступінню її когерентності:

1. Направленість зв'язана з ступінню просторової когерентності,
2. Щільність світлового потоку в тому чи іншому перерізі хвилі зв'язана з направленістю, тільки з високою просторовою когерентністю удається одержати велику концентрацію енергії для практичного використання,
3. Ступінь монохроматичності зв'язана з ступінню часової когерентності,
4. Ступінь поляризації хвилі зв'язана з ступінню її монохроматичності. Кожна монохроматична хвиля поляризована, кінець її вектора напруженості поля описує еліпс з періодом $2\pi/\omega$, тому чим менший розкид частот $\Delta\omega$ в суперпозиції монохроматичних хвиль, тим менше розмажеться період еліпсу поляризації і тим вищими будуть поляризаційні характеристики світлової хвилі. Відповідно, ступінь поляризації хвилі зв'язана з ступінню її часової когерентності.

Властивості фотонних колективів

Деякі вступні зауваження загального характеру.

Будемо розглядати ідеальний газ деяких мікрочастинок. Нехай g є число якимось образом виділених квантових станів

мікрочастинки, а $\langle \Delta N \rangle$ середнє число мікрочастинок в одному такому стані. Тоді середнє число мікрочастинок в цих станах:

$$\langle \Delta N \rangle = g \langle \Delta N \rangle /$$

Експериментально спостерігаємо числа мікрочастинок N флюктують біля середнього значення $\langle \Delta N \rangle$. Характер і ступінь цих флюктуацій є характеристикою колективу мікрочастинок, розглядається. Для опису флюктуації використовують величину:

$$\langle \Delta N^2 \rangle = \langle (\langle N \rangle - N)^2 \rangle \quad (11)$$

яка називається середнім квадратичним відхиленням або дисперсією. Для рівноважного ідеального газу:

$$\langle \Delta N^2 \rangle = kT \frac{\partial}{\partial \mu} \langle N \rangle, \quad (12)$$

де T і μ термодинамічні параметри: температура і хімічний потенціал.

При наявності термодинамічної рівноваги величина $\langle \Delta N \rangle$ має універсальний вигляд. При цьому можливі три випадки:

1. Випадок не виродженого колективу, тобто колективу, що описується класичним розподілом Больцмана-Максвела

$$\langle N \rangle = g \exp\left(\frac{\mu - \varepsilon}{kt}\right), \quad (13)$$

ε -енергія частинки в розглянутому стані ,

2. Випадок виродженого колективу бозонів, тобто колективу , що описується розподілом Бозе-Ейнштейна:

$$\langle N \rangle = \frac{g}{\exp[(\varepsilon - \mu)/kT] - 1} \quad (14)$$

3. Випадок виродженого колективу бозонів, тобто колективу , що описується розподілом Фермі-Дірака:

$$\langle N \rangle = \frac{g}{\exp[(\varepsilon - \mu)/kT] + 1} . \quad (15)$$

Якщо є умова, що $\exp(-\mu/kT) \gg 1$ – умова невиродженості,

Використовуючи вирази (12) і (14), запишемо вираз для дисперсії виродженого колективу бозонів:

$$\langle \Delta N^2 \rangle = \langle N \rangle + \langle N \rangle^2 / g \quad (16)$$

Для дисперсії не виродженого колективу бозонів (якщо число частинок менше числа станів, в яких може виявитися частинка):

$$\langle \Delta N^2 \rangle = \langle N \rangle \quad (17)$$

Для дисперсії виродженого колективу ферміонів:

$$\langle \Delta N^2 \rangle = \langle N \rangle - \langle N \rangle^2 / g. \quad (18)$$

Порівняємо результати, що одержані для дисперсії не виродженого і виродженого колективу бозонів. Вони відрізняються на складову, яка при $\langle N \rangle \gg 1$ стає визначальною. Це зв'язано з прагненням бозонів до злипання. Цей ефект злипання бозонів приводить до того, що при $\langle N \rangle \gg 1$

$$\langle \Delta N^2 \rangle = \langle N \rangle^2 / g. \quad (19)$$

Тобто дисперсія дорівнює середньому числу частинок поділеному на число квантових станів.

Фотонний газ

Для нього є специфічні властивості:

1. Фотони не взаємодіють один з одним, тому рівновага у фотонному газі встановлюється лише із – за частинок або других тіл,
2. У відмінності від багатьох других частинок на фотони не розповсюджуються умова збереження числа частинок (фотони можуть народжуватись і знищуватися в різних станах без

порушення рівноваги газу) наслідком цього є рівність нулю хімічного потенціалу фотонного колективу

$$\mu = 0$$

3. Із-за того що $\mu = 0$ слідує що для фотонного колективу умова не виродження не виконується. Фотонний газ завжди вироджений. Вважаючи $\varepsilon = \hbar\omega$ із (9.14) і $\mu = 0$ одержимо:

$$\langle N \rangle = \frac{g}{\exp[(\varepsilon - \mu)/kT] - 1}. \quad (20)$$

Величина g для фотонного газу має вигляд (число станів):

$$g = V \omega^2 \Delta\omega / \pi^2 c^3 \quad (21)$$

Тобто це означає, що під величиною $\langle N \rangle$ розуміють число фотонів в об'ємі V з довільною поляризацією, довільним напрямком руху частинок в інтервалі від ω до $\omega \pm \Delta\omega$.

При переході до **світлових променів (пучків)** потрібно розглядати стани з певної направленості і певної поляризації. При врахуванні поляризації g поділимо на 2, а напрямком руху в межах тілесного кута Ω , потрібно g помножити на $\Delta\Omega/4\pi$, тоді:

$$g = V \omega^2 \Delta\omega \Delta\Omega / 8\pi^3 c^3 \quad (22)$$

число квантових станів фотона в об'ємі V , що характеризує напрям руху $\Delta\Omega$ частот в інтервалі від ω до $\omega \pm \Delta\omega$.

Флуктуації у фотонному пучку

Лазерні пучки це не рівноважний фотонний газ, тому вирази, що здобути вище автоматично розповсюджувати на не рівноважний газ (пучки) не можна.

При переході від рівноважного фотонного газу до не рівноважного фотонного пучку (лазерні пучки) в співвідношенні (17) повинні змінитися: 1) величина g замість (21) (22), 2) число фотонів в одному стані $\langle N \rangle / g$ (в теплових 10^{-3} - 10^{-1}) для лазерних пучків $\langle N \rangle / g$ від 10^6 до 10^{12} (фотони мають тенденцію злипатись). Іншими словами на передній план виступають хвильові властивості оптичного випромінювання.

Кореляція флуктуацій в фотонних пучках

Розглянемо два однакових пучки частинок. Якщо $\langle \Delta N_1 \cdot \Delta N_2 \rangle = \langle \Delta N_1 \rangle \cdot \langle \Delta N_2 \rangle = 0$ – кореляції, то флуктуації відсутні. $\langle \Delta N_1 \cdot \Delta N_2 \rangle \neq 0$ – наявність кореляції, флуктуацій. Для фотонних пучків можна одержати із виразу (17):

$$\langle \Delta N_1 \Delta N_2 \rangle = \langle N_1 N_2 \rangle / g$$

тобто є кореляція. Це є свідомством на користь існування ефекта злипання фотонів, який і обумовлює кореляцію флуктуацій. Фотони якби притягуються при русі і в підсумку виявляється тенденція накопичування в тих чи інших станах. Це викликано не силовою природою, а їх природою, як бозонів (в класичному сенсі фотони не взаємодіють).

Фотонні колективи і когерентність

Когерентність оптичного випромінювання є наслідком кореляції, яка має місце в фотонному колективі і зв'язана з характером фотонів, як бозонів.

Граничний випадок повної когерентності відповідає ситуації коли завдяки кореляціям в фотонному колективі всі фотони виявляються в одному визначеному $k\alpha$ – стані, в цьому випадку маємо плоску монохроматичну світлову хвилю з хвильовим вектором \mathbf{k} і поляризацією α . Протилежний граничний випадок коли фотони найбільш рівноважно розподілені по різних станах, інтерференційні ефекти при цьому практично відсутні, цей випадок відповідає рівноважному випромінюванню. Реальні світлові пучки відповідають проміжним ситуаціям, що характеризуються різною ступеню когерентності. При цьому проявляється загальне правило: чим сильніша кореляція в фотонному колективі тим більш 84 рівно важні, більш вибірково

розподіляються фотони по станам і тим сильніше виражені когерентні властивості випромінювання. Відмітимо, що когерентність випромінювання принципово зв'язана з його рівно важністю.

Більш сильне заповнення фотонами одних станів за рахунок других дозволяє в кінцевому підсумку переходити до класичного розгляду і описувати випромінювання як набір плоских монохроматичних світлових хвиль, що відповідають заповненим станам. Когерентність тим більш висока, чим слабше виражені корпускулярні і чим сильніше виражені хвильові властивості фотонного колективу.

Умову класичності:

$$N_{k\alpha} \gg 1$$

в відомому смислі можна розглядати як умову когерентності випромінювання. З підвищенням когерентності випромінювання зменшується роль квантового шуму і зростає роль теплового шуму, а також відповідають стани з меншою невизначеністю фази Δf (у відповідності з співвідношенням невизначеності

$$\Delta N \cdot \Delta f \sim f$$

і з більшою невизначеністю числа фотонів ΔN .

Кореляція флуктуацій і когерентності

Із співвідношення:

$$\langle \Delta N_1 \Delta N_2 \rangle = \langle N_1 N_2 \rangle / g$$

Видно, що кореляція флуктуацій в фотонних пучках тим більша чим більше фотонів і чим менше величина g .

З цього випливає, що

$$g \sim \Delta \omega \Delta \Omega.$$

Це означає, що величина g тим менша, чим більша монохроматичність і направленість світлового пучка. Або другими словами чим вища ступінь часової і просторової когерентності оптичного випромінювання.

Будемо вважати, що світловий пучок в достатній ступені просторово когерентний, так що:

$$Z \ll 1,$$

$$(Z = 2\pi\alpha\rho / \lambda),$$

Враховуючи, що:

$$\Delta\Omega = 4\pi\alpha^2$$

і використовуємо нерівність з виразу (18) одержимо:

$$|\gamma_{12}(0)| = 2J_1(z) \cdot z$$

(модуль функції просторової когерентності на відстані R для точок B₁ і B₂ (див. рис.3.1))

J₁(z) – функція Бесселя першого порядку

$Z = 2\pi\rho \cdot \sqrt{x^2 + y^2} / \lambda R$ (x, y-координати точок на екрані)

Функція $|\gamma_{12}(0)|$ від z:

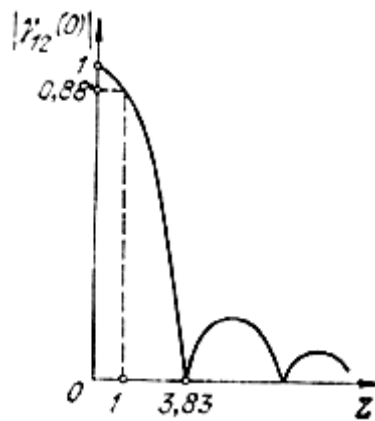


Рис.6.

$$|\gamma_{12}(0)| = \frac{2J_1(Z)}{Z} \approx 1 - \frac{Z^2}{8} = 1 - \frac{\pi\Delta\Omega\rho}{8\lambda^2} \quad (32)$$

Таким чином, звідси:

$$\Delta\Omega \approx (1 - |\gamma_{12}(0)|) / 8\lambda^2 / \pi\rho^2, \quad (33)$$

одержуємо:

$$g = 8V(1 - |\gamma_{12}(0)|) / \pi^2 c \tau \rho^2 \quad (34)$$

Таким чином, величина g тим менша, чим більша величина просторової когерентності $|\gamma_{12}(0)|$

І чим більший час когерентності τ .

Використовуючи це перепишемо вираз (25) для кореляції фотонних флуктуацій у вигляді:

$$\langle \Delta N_1 \Delta N_2 \rangle \approx \frac{\langle N_1 N_2 \rangle \tau c \rho^2}{V(1 - |\gamma_{12}(0)|)} \quad (35)$$

Співвідношення (35) наглядно демонструє зв'язок кореляції в фотонному колективі з ступінню когерентності оптичного випромінювання. Другими словами, ефект злипання фотонів проявляється тим сильніше, чим вища ступінь когерентності.

Кореляції в фотонних колективах можуть підвищувати ступінь когерентності світла по мірі його розповсюдження від джерела до приймача. Це справедливо для умов вакууму. Прикладом може бути висока просторова когерентність для світла зірок.

ТЕМА 5. ДИНАМІКА ПРОЦЕСІВ У ЛАЗЕРАХ. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ ПРО РЕЖИМИ РОБОТИ ЛАЗЕРІВ. РІВНЯННЯ ЛАЗЕРНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ В РЕЖИМІ ВІЛЬНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ І МОДУЛЯЦІЇ ДОБРОТНОСТІ РЕЗОНАТОРА

Під динамікою процесів в лазерах розуміють ситуацію (закономірності) зміни процесів в часі, які визначають основні параметри лазерів: енергію випромінювання в імпульсі, тривалості імпульсу, середньої та пікової потужності, частоти слідування імпульсів і т.п. Дослідження динаміки процесів в лазерах проводяться у зв'язку з необхідністю створення лазерів з наперед заданими керованими параметрами. Сучасні лазери дозволяють одержувати світлові імпульси різної тривалості: мілісекундної, мікросекундної і наносекундної. Реалізовані генерації, як одиночних імпульсів, так і їх послідовностей, що характеризуються різними частотами слідування імпульсів (в діапазоні до 10 МГц), а в режимі синхронізації мод – до декількох гігагерц. Значення пікової потужності генерації переважає 10^{15} Вт.

Імпульси лазерного випромінювання знаходять широке застосування в різних технологічних процесах, зв'язаних з обробкою інформації, різних фізичних, хімічних, біологічних дослідженнях, медицині тощо. Можна відмітити, що зменшення тривалості лазерних імпульсів і збільшення крутизни їх фронту необхідно, наприклад, для високотемпературного нагрівання плазми (проблема керованого лазерного термоядерного синтезу).

Зменшення тривалості заднього фронту імпульсів генерації потрібно для дослідження різних релаксаційних процесів. Для ряду технологічних задач, в голографії, для накачки параметричних генераторів світла, навпаки, потрібно збільшенні тривалості лазерних імпульсів.

Таким чином, лазерна генерація, по суті справи, завжди є нестационарною (як імпульсний, так і неперервний режим роботи), тому завжди виникає питання динаміки процесів. Стационарна генерація - є ідеалізацією, яка призначена для опису деяких реальних ситуацій лише в деякому наближенні.

Причини не стаціонарності лазерної генерації

Очевидною причиною нестационарної генерації є часто застосовувана на практиці нестационарна накачка, наприклад накачка випромінюванням імпульсних ламп, або імпульсним електричним розрядом. Така зміна в часі величини «шкідливих» втрат (активна модуляція добротності резонатора), чи корисних втрат (модуляція навантаження, внесення в резонатор нелінійних елементів, наприклад насичуючого резонансного поглинача (просвітлюючого фільтру). Але є фактори, які діють, окрім нашої волі. Ці фактори мають, як фізичну, так і технічну природу. З технічних факторів це нестабільність параметрів оптичного резонатора, активного середовища, системи накачки (наприклад,

нерівномірність нагрівання активного елемента в процесі імпульсної накачки і вібрація дзеркал резонатора).

До фізичної природи належить також багатомодовість випромінювання лазерів. При цьому, різним модам відповідає різна структура електромагнітного поля в оптичному резонаторі, різна величина коефіцієнтів підсилення і втрат. Характер режиму генерації залежить від кількості мод, які одночасно збуджуються, входження в генерацію кожної нової моди супроводжується порушеннями стабільності кінетики генерації. В різні моменти часу енергія випромінювання може по-різному розподілятися між модами – спочатку можуть реалізовуватись більш вигідні умови генерації одних мод, а потім для інших. Імовірності переходів між енергетичними рівнями активних центрів за одиницю часу мають кінцеву величину. Це означає, що процеси заселення і релаксації робочих енергетичних рівнів характеризуються деякою інерційністю. Вона приводить до того, що обумовлений накачкою ріст інверсної заселеності рівнів не завершується на досягненні порогового значення інверсної заселеності; виникаюче в процесі генерації випромінювання знижує в цьому випадку інверсну заселеність до величини, яка стає меншою за порогову. В результаті виникають періодичні зміни в часі величини інверсної заселеності біля її порогового значення, що призводить до пульсації потужності лазерного випромінювання. Необхідно також мати на увазі, що лазерне випромінювання виникає у результаті вибіркового підсилення первинної

люмінесценції. Інакше кажучи, першоосновою служать «випадкові процеси» спонтанного випромінювання. Нерегулярна в часі і просторі картина виникнення генерації, яка визначається цими процесами, впорядковується при переході лазера в режим генерації, проте ця впорядкованість не є повною.

Режим вільної генерації реалізується коли в резонаторі лазера знаходиться тільки активний елемент і нема будь-яких нелінійних елементів або елементів, властивості яких змінюються під дією зовнішніх сигналів. Загальна її риса це - відсутність якогось спеціального управління генерацією і якоїсь дії на неї зовні. При цьому, відсутня люба модуляція як активна, так і пасивна добротності резонатора. Вільна генерація може мати місце, як у випадку імпульсної, так і у випадку неперервної накачки.

Найбільш цікавою є картина вільної генерації в твердотільних лазерах. Вільне випромінювання твердотільного лазера представляє собою послідовність відносно коротких імпульсів або пічків. (В газових лазерах пульсації потужності менш виражені).

Тривалість окремого пічка дорівнює 10^{-7} - 10^{-6} с, а імпульсна потужність генерації досягає 10^4 - 10^5 Вт. Часовий інтервал між суміжними пічками складає близько 1-10 мкс.

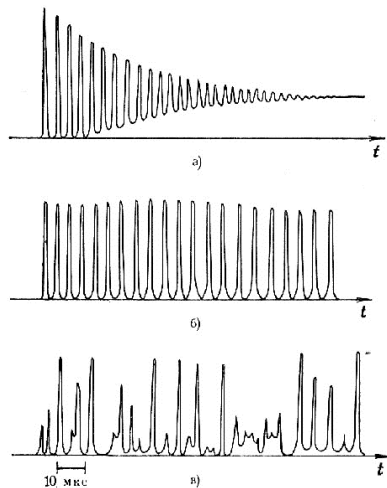


Рис.1.

На рис. 1 наведено три осцилограми випромінювання твердотільного лазера, відповідно цим трьом характерним типам пульсацій: а) режим регулярних затухаючих в часі пульсацій з виходом на генерацію з нестійким рівнем потужності, б) режим регулярних незатухаючих пульсацій, в) режим нерегулярних затухаючих пульсацій – (для імпульсної накачки) коли незатухаючі пульсації існують на проміжку часу, який відповідає тривалості імпульсу накачки. Його тривалість для твердотільного лазера складає 0,1-1мс. У лазерів на барвниках – до 1 мкс. Природа пічків наступна: 1) регулярні затухаючі пульсації зв'язані з перехідними процесами, що супроводжують початок генерації при появі чергового імпульсу накачки; інакше кажучи, ці пульсації зв'язані з інерційністю процесів заселення і релаксації енергетичних рівнів. Суттєвий вплив здійснює і

багатомодовість лазерної генерації, оскільки вона може вносити в картину пульсацій неоднорідності.

2) Незатухаючі пульсації – зв’язані головним чином з впливом нестабільності параметрів резонатора на динаміку генерації лазера, тобто мають переважно технічне походження (можуть також бути зв’язані з багатомодовістю генерації).

Режим генерації гігантських імпульсів при активній модуляції добротності резонатора.

Ця ідея, а саме використання модуляції добротності резонатора лазера з імпульсною накачкою для генерації потужних і коротких світлових імпульсів була реалізована в 1962 році. Керуючи добротністю оптичного резонатора, спочатку, забезпечують високий рівень шкідливих втрат, тобто спеціально піднімають поріг генерації. Це дозволяє створити значну інверсну заселеність в активному середовищі. Потім по зовнішньому сигналу рівень втрат, а відповідно і поріг генерації швидко знижується до мінімально можливого значення; в результаті початкова величина інверсної заселеності виявляється суттєво вище нового порогу, що відповідає малим втратам. В цих умовах замість послідовності пучків, висвітлюється одиничний короткий світловий імпульс великої потужності (так званий гігантський імпульс). Його потужність тим більша, чим більшим є переважання початкової інверсії заселеності (яка реалізується в умовах низької добротності резонатора) над пороговим

значенням інверсної заселеності (що відповідає високій добротності резонатора). Імпульсна потужність одержаних на практиці гігантських імпульсів досягає 10^9 Вт. Тривалість гігантських імпульсів генерації знаходиться в діапазоні 10-100 нс. Мінімальна тривалість гігантського імпульсу генерації не переважає 1-3 нс. Подальшому росту потужності імпульсу перешкоджає спонтанне випромінювання і надлюмінесценція, інтенсивність якої збільшується з підвищенням початкової інверсної населеності.

Для реалізації режиму генерації в формі гігантського імпульсу у резонатор лазера встановлюють модулятор добротності, що керується зовнішнім сигналом. Під дією цього сигналу модулятор швидко змінює рівень шкідливих втрат у резонаторі. Оскільки такі переходи здійснюються у результаті дії з зовні, то даний режим модуляції добротності оптичного резонатора називають активною модуляцією. Спочатку застосовувались оптико-механічні, потім електричні, а пізніше акустичні оптичні модулятори.

Як правило, модулятор працює, як оптичний затвор, який управляється дією зовнішнього сигналу. Це призводить до зміни пропускання затвору, а відповідно і втрат в оптичному резонаторі. Якщо затвор «відкритий», то втрати низькі (добротність резонатора велика); якщо затвор «закритий» то втрати великі (добротність резонатора низька).

В окремих випадках роль модулятора відграє дзеркало резонатора, яке швидко обертається (модулятор оптико-механічного типу). Очевидно, що переходи оптичного затвору із «закритого» стану у «відкритий» повинні бути синхронізовані в часі з імпульсами накачки; затвор повинен відкриватися після того, як досягнута досить висока інверсна заселеність робочих енергетичних рівнів.

На рис.2 показаний процес розвитку гігантського імпульсу генерації при активній модуляції добротності резонатора. Крива $P(t)$ описує зміни в часі потужності імпульсної генерації, $Q(t)$ – добротність, $N(t)$ - густина інверсної заселеності. У вихідному стані маємо низьку добротність ($Q=Q(t)$). Під дією керуючого сигналу добротність Q починає зростати і, відповідно, починає зменшуватись порогове значення густини інверсної заселеності (воно на рис.2 не показано). Як тільки поріг, що зменшується, зрівняється з величиною N , почнеться процес генерації гігантського імпульсу лазерної генерації. Він складається із двох етапів: відносно довгого етапу повільного (лінійного) розвитку імпульсу (тривалість цього етапу $t_0 = 100$ нс) і короткого етапу швидкого (нелінійного) розвитку (тривалість

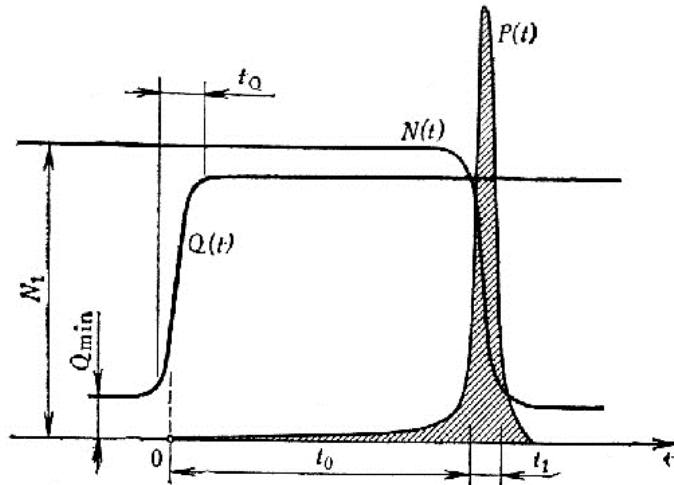


Рис.2.

$t_1=10$ нс). Майже вся енергія випромінюється на другому етапі, тому тривалість гігантського імпульсу генерації прийнято вимірювати за тривалістю вказаного етапу (тобто, за величиною часу t_1).

Позначимо через t_Q – проміжок часу, в пробігу якого добротність зростає від найменшого до найбільшого значення (час вмикання добротності). Якщо $t_Q < t_0$, то говорять про швидке вмикання добротності.

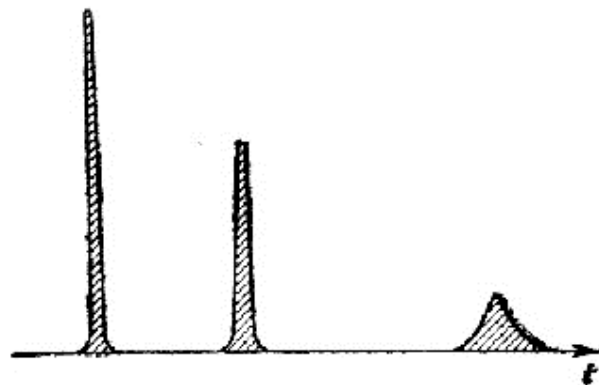


Рис. 3

При повільному вмиканні добротності (рис. 10.3) картина лазерної генерації змінюється: замість одиничного імпульсу можуть висвітлюватись декілька імпульсів генерації з потужністю, яка поступово зменшується, а їх тривалість - збільшується. Часовий інтервал між імпульсами поступово зростає в діапазоні від 100 нс до 1 мкс.

Режим генерації гігантських імпульсів при пасивній модуляції добротності резонатора.

Пасивна модуляція добротності заснована на застосуванні нелінійних елементів, характеристики яких змінюються в залежності від потужності випромінювання, що генерується в активному елементі.

Широко використовуються «просвітлюючі фільтри» оптичні затвори, що працюють на основі нелінійно-оптичного явища просвітлення середовища, застосовують також комірки на основі примусового розсіювання Мендельштама - Брильюсна, напівпровідникових дзеркал з коефіцієнтом відбивання залежним від інтенсивності падаючого світлового пучка тощо.

На рис. 4 проілюстровано процес розвитку гігантського лазерного імпульсу при пасивній модуляції добротності резонатора лазера з імпульсною накачкою. Модуляція здійснюється за рахунок застосування просвітлюючого фільтра. Крива $P(t)$ описує зміни в часі потужності генерації, χ_a - коефіцієнт резонансного поглинання фільтра на частоті генерації і густина інверсної заселеності рівнів середовища (крива $N(t)$).

Вихідний стан відповідає непросвітленому фільтру ($\chi_a = \chi_{0a}$). При цьому стані порогового значення густини інверсної заселеності досягається величина ($N_{\text{пор. макс.}}$). В процесі надходження в активний елемент випромінювання накачки, величина N буде рости. Як тільки вона досягає значення $N_{\text{пор. макс.}}$, то почнеться процес лазерної генерації. Цей момент вибраний на рис. $t=0$. Даний процес теж складається з двох етапів: повільного (лінійного) розвитку (тривалість t_0) і короткого швидкого (нелінійного) розвитку (тривалість t_1). При пасивній модуляції добротності етап лінійного розвитку N на порядок триваліший ніж при активній модуляції, він складає тепер 1 мкс. Це забезчується тим, що розвиток імпульсу генерації на цьому етапі відбувається в умовах високих втрат. Тривалість другого етапу складає 10 пнс (як і при активній модуляції).

Після випромінювання гігантського імпульсу коефіцієнт резонансного поглинання фільтра знову зростає - за рахунок спонтанних переходів у фільтрі. Час T_a , на протязі якого фільтр повертається в вихідний стан, є часом релаксації фільтра.

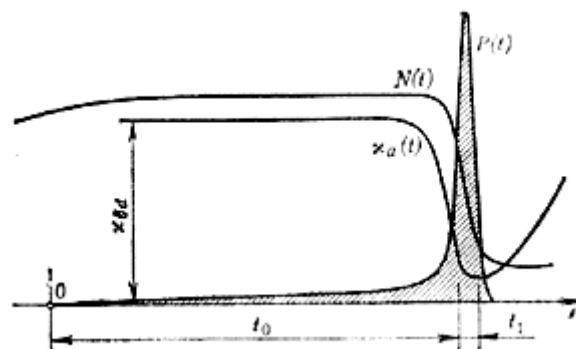


Рис. 4.

Рівняння лазерної генерації в режимі вільної генерації і модуляції добротності резонатора (самостійно див. [4] с.286-350). На основі рівнянь балансу виводять систему рівнянь Статса – Де-Марса. Їх вигляд (вони не залежать від конкретної схеми енергетичних рівнів) одержано в 1960 році:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}M &= B' M(t)N(t) - \frac{M(t)}{T}; \\ \frac{d}{dt}N &= -\beta B' M(t)N(t) + \frac{N_0 - N(t)}{T_1} \end{aligned} \quad (1)$$

Шуканими функціями тут виступає густина інверсної заселеності $N(t)$ і густина числа фотонів на частоті $M(t)$. Величина $M(t)$ виражається через густину світлового потоку $S(t)$.

$$M(t) = S(t) \nu \lambda \omega . \quad (2)$$

$B' = B h \omega$ – постійний коефіцієнт Ейнштейна для примусових переходів у каналі генерації помножений на енергію фотонів, T -час життя фотонів в резонаторі ($T = Q/\omega$), який визначає сукупність корисних і шкідливих втрат, T'' – час повздовжньої релаксації, β -ціле число, що описує зміну різниці населеності робочих енергетичних рівнів при випромінюванні одного фотона, N_0 – рівноважна густина у відсутності генерації. T_1 – час життя повздовжньої релаксації (релаксації різниці заселеності рівнів).

ТЕМА 6. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ АКТИВНОЇ І ПАСИВНОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ МОД

В попередніх темах було показано якими є параметри лазерної генерації в оптичному діапазоні спектру і було розглянуто властивості необхідних для цього відкритих оптичних резонаторів. Модова структура поля в резонаторах визначає модовий склад лазерної генерації.

Якщо поперечні моди подавлені, а генерація декількох мод можлива, то при неоднорідному уширенні генераційного переходу $\Delta\nu_{\text{Л}}$, що перевищує відстань між модами $\Delta\nu_q$

$$\Delta\mathcal{G}_n > \Delta\mathcal{G}_q \quad (1)$$

виникає генерація на декількох частотах, різниця між якими складає:

$$\Delta\mathcal{G}_q > c/2\ell \quad (2)$$

Називається вона частотою міжмодового биття. Генерація відбувається поблизу частоти, що відповідає центральній частоті лінії генераційного переходу $\nu_{\text{Л}}$, приблизно рівній частоті q -й поздовжньої моди ν_q :

$$\mathcal{G}_n \approx \mathcal{G}_q = qc/2\ell, \quad q=2\ell/\lambda \quad (3)$$

Кількість мод, які генеруються, визначається відношенням $\Delta\nu_{\text{Л}}/\Delta\nu_{\text{q}}$. При цьому, передбачається, що умови самозбудження виконуються для всієї неоднорідно уширеної спектральної лінії $\Delta\nu_{\text{Л}}$. Так як неоднорідне уширення відповідає випромінюванню (поглинання) в різних спектральних інтервалах різним частинкам, то при багатомодовій генерації умови самозбудження незалежно виконуються для декількох (приблизно $\Delta\nu_{\text{Л}}/\Delta\nu_{\text{q}}$) незалежних генераторів, поміщених в спільний резонатор. Відповідно, сумарний спектр лазерної генерації відповідає хаотичному складанню випромінювань декількох генераторів і має нерегулярний характер. Результируюче поле на виході може бути представлено у вигляді:

$$E(t) = \sum_{q_0-N/2}^{q_0+N/2} A_q \sin[2\pi(\mathcal{G}_l + q\Delta\mathcal{G}_q)t + \varphi_q], \quad (4)$$

$$\text{де } N \approx \Delta\mathcal{G}_l / \Delta\mathcal{G}_q, \quad q_0 = 2\ell / \lambda_0,$$

номер поздовжньої моди відповідає центру лінії. Фаза кожного із N незалежних генераторів φ_q ніяким регулярним чином не зв'язана з фазою будь-якого із цих генераторів, що і приводить до хаотичного спектрального розподілу. Необхідно, однак, мати на увазі, що монохроматичність випромінювання залишається достатньо високою, оскільки частоти генерації окремих спектральних компонент не виходять за границі $\Delta\nu_{\text{Л}}$.

Розглянемо неоднорідне уширення обумовлене ефектом Доплера у відповідності з формулою:

$$\Delta\nu_{\text{л}}/\nu_0=7* 10^{-7} \sqrt{T/M}.$$

У видимій області спектру $\Delta\nu_{\text{л}}\approx 1000-1500$ МГц. Для газового лазера довжиною - 1 м, $\Delta\nu_{\text{q}}=150$ МГц. Відповідно, N досягає значень 5-10. Саме така кількість незалежних генераторів працює одночасно, якщо не прийняти міри чи по їх синхронізації, чи по придушенню генерації всіх непотрібних генераторів (окрім одного).

Таким чином, багатомодовість резонатора призводить до досить широкої лінії підсилення і до ефекту генерації на декількох практично еквідістантних частотах, що відповідають декільком незалежним генераторам. Іншим важливим ефектом є те, що вони не точно відстоять одна від одної на $C/2l$, а є трохи зміщеними до центру лінії. При виводі формули:

$$\omega = \frac{\omega_p \Delta\omega_{\text{л}}}{\ln K + w_{\text{л}} \Delta\omega_p},$$

для частоти генерації обговорювались фазові умови самозбудження, тобто умови балансу фаз при самозбудженні. Резонансна лінія підсилення вносить у резонатор лазера свої дисперсійні властивості. При широкій лінії, що накриває декілька

мод, це проявляється наступним чином. Для частот, що менші центральної, аномальна (резонансна) матеріальна дисперсія зменшує показник заломлення речовини, оптична довжина надає і, відповідно, резонансні частоти відповідних мод зростають, тобто зміщуються до центру спектральної лінії. З іншої сторони, для мод з частотами більшими центральної оптимальна матеріальна дисперсія збільшує показник заломлення, оптична довжина росте, резонансні частоти відповідних мод надають, тобто здвигаються до центру лінії. Іншими словами, для фіксованого значення q при наявності допоміжної зміни показника заломлення σ_n умова цілого числа на півхвиль набуває вигляд $l(n+\sigma_n)=q(\lambda+\sigma_\lambda)/L$, що призводить до відповідної зміни частоти моди $\sigma_\nu/\nu=-\sigma_\lambda/\lambda$. Ефект визначається виглядом кривої аномальної дисперсії при інверсії заселеності і збільшується при мірі віддалення від центру лінії. Оскільки як залежність $n=n(\nu)$ при збудженні активного середовища може бути дуже складно (особливо для неоднорідно уширеної спектральної лінії), то можуть спостерігатися ефекти розщеплення частоти мод, її....до центру лінії, відштовхування від центру лінії і т.д. , що призводить до порушення еквідистантності частот генерації окремих поздовжніх мод. Ці ефекти невеликі (для гелій-неон лазера відповідні зміщення складають 20-200 кГц). Однак, є ситуації, коли ефект затягування повинен прийматися до уваги.

Таким чином, ми бачимо, що при багатомодовій генерації вихідне випромінювання в часі змінюється нерегулярним чином,

оскільки не тільки фази генеруючих мод випадкові, однако і генерація на них не виникає одночасно і не проходить з приблизно однаковими амплітудами. Однак, якщо заставити моди генерувати одночасно з приблизно однаковими амплітудами із визначеним способом жорстко зв'язаними фазами, то вийде цікаве явище.

Із Фур'є аналізу відомо, що періодична послідовність однакових імпульсів, які повторюють з фіксованим періодом T (рис.1), може бути представлено рядом дискретних гармонічних коливань:

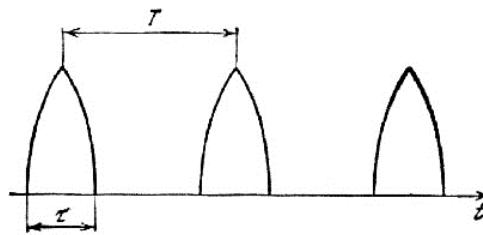


Рис.1.

$$F(t) = \frac{F_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} \left[F_m \cos\left(2\pi \frac{mt}{T}\right) + F'_m \sin\left(2\pi \frac{mt}{T}\right) \right]. \quad (5)$$

Спектральний розклад (5) відповідає примикаючому до нуля частоті еквідистантного спектра з частотним інтервалом між сусідніми компонентами рівними частоті слідування імпульсів. Як добре відомо, загальна ширина спектрального розкладу $F(t)$ обернено пропорційна тривалості одного із імпульсів періодичної послідовності τ . У записі (5) ширина спектру визначається m , для

якого спектральні амплітуди F_m або F_m ще не надто малі. Функція $F(t)$ описує послідовність так званих відеоімпульсів. Ці імпульси, слідуєть з періодом T і мають тривалість $\tau \ll T$, вони можуть бути огиноючою деякого високочастотного процесу, несуча частота якого $\nu \gg 1/\tau$.

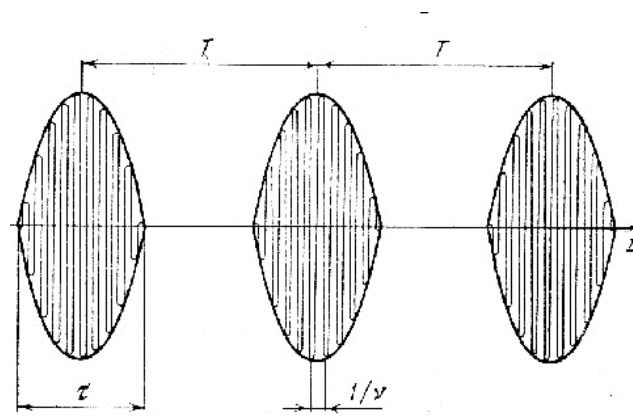


Рис.2. Імпульсна огиноюча високочастотного процесу.

Такий високочастотний імпульсно-періодичний процес може бути записаний, наприклад у вигляді:

$$E(t) = AF(t)\cos(2\pi\nu t) + BF(t)\sin(2\pi\nu t), \quad (6)$$

де A і B – довільні постійні. Із виразів (6) і (5) випливає, що частотний спектр процесу $E(t)$ складається із еквідистантної послідовності спектральних компонент з інтервалом між сусідніми компонентами (рівним частоті слідування імпульсів $1/T$), яка розташована в околі частоти ν .

Число компонент (або, що теж саме, сумарна ширина спектру) обернено пропорційна тривалості одного імпульсу τ .

Таким чином, періодичній послідовності коротких імпульсів високочастотних коливань відповідає складання великого числа спектральних еквідистантних монохроматичних коливань з жорсткими фазовими співвідношеннями між ними. Спектр поздовжніх мод відкритого резонатора достатньо близький, як ми бачили, до еквідистантного. Тому лазери, в спектральну лінію підсилення активного середовища яких потрапляє багато поздовжніх мод, можуть генерувати випромінювання у вигляді послідовності коротких імпульсів. Для досягнення цього необхідно забезпечити одночасну участь в процесі лазерної генерації великого числа мод, строгу еквідистантність спектра частот мод, які зформувались, і жорстку синхронізацію їх фаз. Одержаний при цьому режим генерації називається режимом синхронізації мод.

Цей режим може досягатись періодичною модуляцією параметрів резонатора лазера. При цьому, повинно модулюватись випромінювання лазерної генерації і, відповідно, в його спектрі повинні виникати допоміжні компоненти, відстроєні від несучої частоти, крайній частоті модуляції. Якщо частота рівна частоті міжродового биття (міжмодовому інтервалу) ($\Delta\nu_q$), то бокові частоти спектра кожної із мод співпадають з частотами сусідніх мод і будуть грати одна для одної роль вимушуючої сили. Так як кожна із лазерних мод, взята сама по собі, є незалежною

автоколивною системою, то під дією сили, що вимушує систему, з частотою, яка є близькою до частоти її власних коливань, проходить її «вимушена» синхронізація. Так як синхронізація автономних систем характеризується деякою кінцевою смугою захоплення, то невелика відміна спектру мод від еквідистантного, наприклад, через ефект затягування, ролі не грає. Синхронізація примусово робить моди строго еквідистантними. Загальне число синхронізованих мод визначається шириною спектральної лінії підсилення, втратами в резонаторі і його дисперсійними властивостями, не еквідистантністю його мод, глибиною і видом модуляції тощо. У найпростішому випадку амплітудної модуляції можна надати наглядну картину розвитку синхронізацію модуляції, приведену на рис. 3, що умовно показує розщеплення спектру кожної із мод на компоненти і їх послідовне взаємне захоплення.

Умовою частотної синхронізації є збереження постійності різниці фаз між синхронізованими коливаннями.

Нехай різниця фаз сусідніх мод дорівнює $\Delta\varphi_q$, різниця частот $\Delta\omega_q$, частота центральної моди $\omega_q = \omega_l$, а фаза дорівнює 0. Амплітуди коливань у всіх модах однакові і рівні E_0 . Тоді результуюче поле $2n+1$ жорстко синхронізованих мод виражається сумою:

$$E(t) \sum_{k=-n}^{k=n} E_0 \exp\{j[(\omega_l + k\Delta\omega_q)t + k\Delta\varphi_q]\} \quad (7)$$

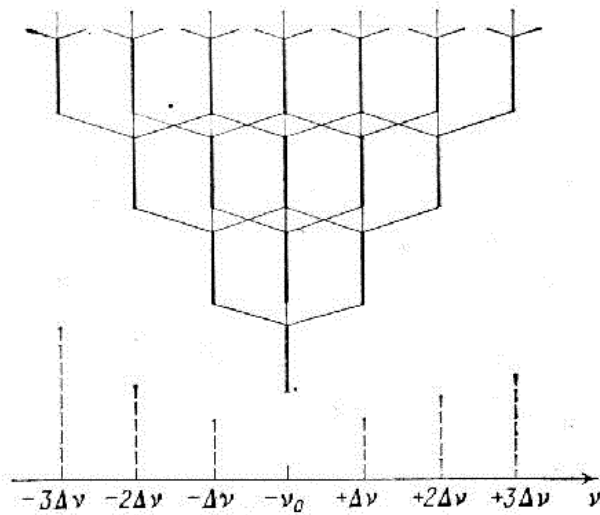


Рис.3. Схема розвитку синхронізації мод при амплітудній модуляції з частотою міжродового биття $\Delta\nu$.

Сумування у виразі (7) виконується за допомогою тотожностей:

$$\sum_{-n}^n e^{jk\alpha} = 1 + 2\sum_1^n \cos(k\alpha);$$

$$\sum_0^n \cos(k\alpha) = \frac{\cos \frac{n\alpha}{2} \sin(\frac{n+1}{2}\alpha)}{\sin \frac{\alpha}{2}}$$

У результаті перетворення одержимо, що:

$$E(t) = E_0 \frac{\sin \left[\frac{2n+1}{2} (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) \right]}{\sin \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}} e^{j\omega_s t}. \quad (8)$$

Таким чином, сумарне поле, що виникає у результаті інтерпретації $2n+1=N$ синхронізованих коливань, представляє собою періодичне модульоване за амплітудою коливання з несучою частотою ω_s , яка рівна частоті центральної моди (частоті центру лінії підсилення), і є огибаючою:

$$A(t) = E_0 \frac{\sin \left[\frac{N}{2} (\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q) \right]}{\sin \frac{\Delta\omega_q t + \Delta\varphi_q}{2}}. \quad (9)$$

На рис. 4. - приведено квадрат огибаючої; функція $A^2(t)$ інтенсивна для випадку синхронізації семи мод ($N=7$).

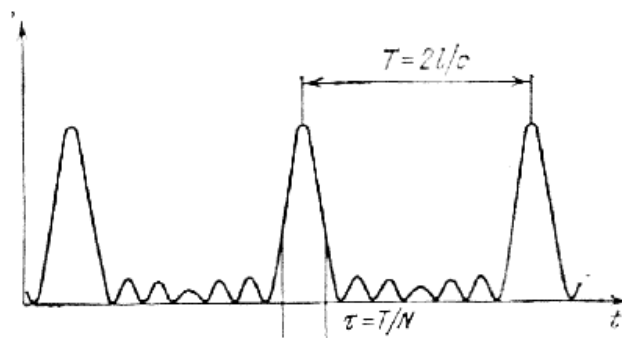


Рис.4.Огибаюча інтенсивності у випадку синхронізації семи мод.

З виразу (9) випливають наступні висновки. Пікові значення огибаючої складають NE_0 , що призводить, як це звичайно буває

при інтерпретації, до N - кратного збільшення пікової інтенсивності в порівнянні з некогерентним складанням інтенсивності N незалежних коливань. Період слідування імпульсів максимальної інтенсивності визначається моментами перетворення в нуль знаменника (9) і складає:

$$T = 2\pi / \Delta\omega_q = 1 / \Delta\mathcal{G}_q = 2\ell / c . \quad (10)$$

Тобто він співпадає з періодом міжродового биття або інакше кажучи, дорівнює часу повного обходу резонатора випромінюванням. Це означає, що послідовність імпульсів, яка формується при синхронізації мод можна представити як один імпульс, що розповсюджується в резонаторі між дзеркалами поперемінно в прямому і оберненому напрямках.

Тривалість одного імпульсу в послідовності або , як говорять по іншому, одного пічка із цугу імпульсів синхронізованих мод (визначаємо, як інтервал часу, в проміжку якого випромінюється практично вся енергія, що відповідає одному повному обходу світла в резонаторі) дається періодом перетворення в нуль чисельника виразу (9) і складає:

$$\tau = 1 / (N\Delta\mathcal{G}_q) = T / N , \quad (11)$$

оскільки число синхронізованих мод не може перевищувати загальне число мод, що розміщуються на ширині лінії підсилення

$\tau \geq 1/\Delta\nu_d$. Це твердження є очевидно наслідком теореми Фур'є. Характерні тривалості таких ультракоротких імпульсів лазерного випромінювання складають 1 нс для типових газових лазерів і 1 пс для твердотільних лазерів.

Співвідношення (10) і (11) засновані на описі явища синхронізації мод. Є велике різноманіття методів синхронізації. Суть кожного із них зводиться до періодичної модуляції параметрів резонатора, з тим щоб одержати спектральні компоненти випромінювання, які зміщені по частоті на міжмодовий інтервал $\Delta\nu_q$. Синхронізацію мод у випадку зовнішньої примусової модуляції параметрів резонатора називають активною синхронізацією. При цьому, застосовуються різні способи амплітудної і фазової модуляції, модуляції довжини резонатора і коефіцієнта підсилення активного середовища. У випадку коли синхронізація здійснюється за допомогою поглиначів, які насичуються, і які розміщені у резонаторі лазера, то така синхронізація називається пасивною.

Пасивна синхронізація, теорія якої достатньо складна, якісно може бути розглянута двома еквівалентними способами. Нехай у резонатор поміщено поглинаюча речовина з двома рівнями енергії і резонансною частотою, що рівна частоті лазерного випромінювання. Нехай його спектральна лінія поглинання є однорідна уширена і характеризується періодом поглинання σ і часом релаксації $\tau_{\text{рел.}}$. Якщо початкове поглинання фільтра не занадто велике, то генерація збуджується легко. Поле

лазерного випромінювання визиває насичення поглинання в фільтрі. При генерації на декількох модах насичене поглинання визначається сумарним полем випромінювання i , у відповідності до формул, що визначають резонансне поглинання (підсилення):

$$Z = n_2/g_2 - n_1/g_1$$

$$Z = \frac{z_0}{1 + (g_1 + g_2) I / 2g_2 I_s},$$

дають нелінійну (квадратичну) залежність поглинання від поля. Тобто вони містять складові, які змінюються з частотою міжмодового биття, якщо період їх перевищує час релаксації $\tau > \tau_{\text{рел.}}$. Таким чином, пропускання фільтра модулюється на частоті міжмодового биття, що і призводить до синхронізації мод.

Інший можливий розгляд пасивної синхронізації мод можливий при представленні цугу імпульсів, що слідує з періодом T , як одного і того ж короткого, порівнюючи з періодом T імпульсу, багаторазово проходячи шлях між дзеркалами у прямому і оберненому напрямках. Нехай просвітлений фільтр розміщено біля одного з дзеркал. Випадково виникнувши і ще не ставши гранично коротким, імпульс випромінювання досягає поглинаюче середовище за рахунок енергії поглинання, що міститься у передній частині імпульсу. Укорочений, таким чином, імпульс проходить через просвітлений фільтр,

відбивається від дзеркала і розповсюджується в оберненому напрямку. Якщо $T > \tau_{\text{рел.}}$, то при іншому підході до поглинача імпульс взаємодіє знову з вже насиченим фільтром, знову дещо скорочується і т.д. Необхідно мати на увазі також підсилення імпульсів при кожному проході між актом скорочення в поглиначі. Це відбувається поки значення τ не почне обмежуватися величиною $1/\Delta\nu$.

Таким чином просвітлений фільтр діє як амплітудний модулятор, що автоматично налаштовує частоту модуляції на період міжмодового биття.

У випадку, коли пасивна синхронізація здійснюється не за допомогою спеціально введеного в резонатор лазера насичуючих поглиначів або який інших нелінійних середовищ, а визивається нелінійними властивостями самого активного середовища лазера, для її опису застосовується термін «самосинхронізація».

Синхронізація поздовжніх мод і генерація надкоротких світлових імпульсів.

Синхронізація поздовжніх мод здійснюється різними методами (періодична модуляція параметрів резонатора). Один із них (дуже близький до синхронізації мод) модуляція (включення) добротності, що призводить до генерації гігантських лазерних імпульсів. Вона виникла, як спосіб керування поведінкою в часі імпульсної генерації твердотільних лазерів. Суть діла: нехай

властивості активного середовища лазера такі, що в ньому реалізується накачка з швидкістю Λ . Тоді лазер здатний випромінювати безперервно потужність $P_{\text{випр.}} = h\nu\Lambda$. За час життя верхнього лазерного рівня $\tau_{\text{в}}$ цій потужності відповідає енергія $W = h\nu\Lambda\tau_{\text{в}} = P_{\text{ім.}} \tau_{\text{в}}$.

Допустимо тепер, що накачка здійснюється, а умови для генерації відсутні, оскільки дзеркала резонатора перекриті поглинаючими фільтрами. Тоді енергія накачки накопичується на верхньому енергетичному рівні активного середовища, не випромінюється, тобто цей енергетичний рівень не спорожнюється радіаційно не розселяється. Однак, з огляду на кінечність часу життя рівня $\tau_{\text{в}}$, на ньому не може бути накопичена енергія більша ніж W . Нехай тепер «миттєво» із резонатора прибрати поглинаючий фільтр. Це означає, що відбудеться швидке вмикання добротності резонатора. Якщо до моменту вмикання добротності резонатора за рахунок накопичення енергії умови самозбудження майбутнього лазера добре добре виконується, то вся енергія випромінюється в одному гігантському імпульсі. При тривалості імпульсу випромінювання τ оцінка (імпульсної) потужності дається виразом:

$$P_{\text{ім}} = W / 2\tau_{\text{ім}} = P_{\text{ім}} \tau_{\text{жс}} \cdot 2\tau_{\text{ім}} \quad . \quad (12)$$

За час імпульсу верхній рівень спустошується. Рис.5. показує послідовність «подій», що відбуваються при різкому вмиканні добротності резонатора в момент часу t_0 .

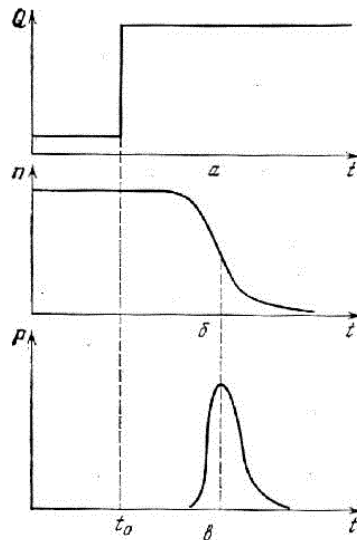


Рис.5.

Цей метод доцільно здійснювати коли час життя лазерного рівня $\tau_{ж}$ великий. Цей метод виник при вмиканні добротності резонатора шляхом її періодичної модуляції (наприклад обернення одного з дзеркал резонатора).

Розглянемо зараз лазер у режимі добротності, яка вмикається, вважаючи, що це вмикання відбувається миттєво і при нехтуванні релаксацією та дією накачки за час гігантського імпульсу.

Нехай при ввімкненій добротності час життя фотона у резонаторі складає $\tau_{ф.}$ (він зв'язаний з добротністю резонатора

$Q = \omega \tau_{\phi}$). Оскільки $1/\tau_{\phi}$ дає значення швидкого виходу фотонів із резонатора, то швидкісне рівняння для числа фотонів Φ може бути записано у наступному вигляді:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \Phi \left(\alpha c - \frac{1}{\tau_{\phi}} \right), \quad (13)$$

де c - швидкість світла, α - коефіцієнт підсилення активного середовища. Вводячи позначення:

$$\alpha_{пор} = 1/(c \tau_{\phi})$$

для порогового коефіцієнта підсилення і згадуючи, що підсилення пропорційне величині інверсії, можна переписати вираз (13) у вигляді:

$$\frac{d\Phi}{dt} = \left(\frac{n}{n_{пор}} - 1 \right) \frac{\Phi}{\tau_{\phi}}. \quad (14)$$

Тут $n/n_{пор} = \alpha/\alpha_{пор}$, $\Phi/(n_{пор}\tau_{\phi})$ дає швидкість наростання числа фотонів в резонаторі. Це наростання превалює над спаданням при $n > n_{пор}$. Оскільки кожний акт випускання одного фотону зменшує інверсію на 2 одиниці, то швидкість спадання інверсії пропорційна швидкості наростання числа фотонів, а коефіцієнт пропорційності рівний 2:

$$\frac{dn}{dt} = 2 \frac{n\Phi}{n_{nop}\tau_{\Phi}} . \quad (15)$$

Спільний розв'язок рівнянь (14) і (15), здійснюється чисельно. Однак деякі якісні висновки можна зробити на основі допустимих аналітичних розв'язків. Поділемо вираз (14) на вираз (15), дістанемо рівняння:

$$\frac{d\Phi}{dn} = \frac{1}{2} \left(\frac{n_{nop}}{m} - 1 \right), \quad (16)$$

розв'язок якого відомий і має наступний вигляд :

$$\Phi = \Phi_0 + \frac{1}{2} \left[n_{nop} \ln \frac{n}{n_0} - (n - n_0) \right], \quad (17)$$

де Φ_0 і n_0 – число фотонів і інверсія в початковий час, тобто в час миттєвого вмикання добротності резонатора. Природньо вважати, що $\Phi_0 \ll \Phi$, тоді:

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[n_{nop} \ln \frac{n}{n_{nop}} - (n - n_0) \right]. \quad (18)$$

Далі ми не знаємо розв'язок рівняння (14), тобто не знаємо вигляд функції $\Phi(t)$. Однак, очевидно, що при $t \gg \tau_{\Phi}$, число фотонів $\Phi \gg 0$. Інверсія при цьому в нуль не перетворюється, а досягає деякого кінцевого значення n_k , яке може бути знайдено

при $\Phi=0$ із виразу (18), тобто є розв'язком трансцендентного рівняння:

$$\frac{n_k}{n_0} = \exp \frac{n_k - n_0}{n_{\text{пор}}} . \quad (19)$$

Рівняння (19) можна використовувати, для визначення доли частки накопиченої в інверсії енергії, яка «корисно» використовується:

$$\eta = \frac{n_0 - n_k}{n_0} = 1 - \frac{n_k}{n_0} = 1 - \exp \frac{n_k - n_0}{n_{\text{пор}}} . \quad (20)$$

Із виразу (20) випливає висновок, що при великому переважанні початкової інверсії над пороговою ($n_0/n_{\text{пор}} \Rightarrow \infty$) вся накопичена в інверсії енергія використовується для генерації випромінювання $\eta \Rightarrow 1$.

Потужність випромінювання лазера описується очевидним співвідношенням:

$$P = \Phi \hbar \omega / \tau_{\phi} \quad (21)$$

тобто, вона зв'язана з числом фотонів в резонаторі лазера Φ і часом життя фотона τ_{ϕ} . Із (21) і (18) одержуємо:

$$P = \frac{\hbar \mathcal{G}}{2\tau_{\Phi}} \left[n_{\text{пор}} \ln \frac{n}{n_0} - (n - n_0) \right] \quad (22)$$

Якщо би знати функцію $n(t)$, то формула (22) описувала би форму імпульсу випромінювання. Чисельний розв'язок рівнянь (14) і (15) показує, що при великих перевищеннях початкової інверсії над пороговою ($n_0 \gg n_{\text{пор}}$) час наростання (передній фронт) імпульсу надає менше часу життя фотону в резонаторі τ_{Φ} , а час спаду (хвостова частина) імпульс дає величину порядку τ_{Φ} .

Пікова потужність гігантського імпульсу (імпульсу модульованої добротності) можна обчислити за допомогою виразу (22). Із умови $dP/dt = 0$, випливає, що максимальне значення потужності випромінювання за час генерації гігантського імпульсу досягається, коли $n = n_{\text{пор}}$. При цьому:

$$P_{\text{max}} = \frac{\hbar \mathcal{G}}{2\tau_{\Phi}} \left[n_{\text{пор}} \ln \frac{n_{\text{пор}}}{n_0} - (n_{\text{пор}} - n_0) \right], \quad (23)$$

що при великому переважанні початкової інверсної населеності над пороговою, дає вираз:

$$P_{\text{max}} \approx n_0 \frac{\hbar \mathcal{G}}{2\tau_{\Phi}}. \quad (24)$$

Так як початкова інверсія n_0 має смисл добутку швидкості накачки верхнього лазерного рівня на час його життя ($n_0 = \Lambda \tau_{ж}$), то видно, що оцінка (12) співпадає з більш строгим виразом (24), в припущенні, що тривалість гігантського імпульсу генерації приблизно рівна часу життя фотона в резонаторі.

Для здійснення режиму модуляції добротності, що вмикається, використовують оптико-механічні і електрооптичні затвори, а також затвори на основі просвітлених фільтрів. В останньому випадку поперечний переріз резонатора переріз поглинаючого фільтра описуються нерівністю $\sigma_{\text{філ}} \gg \sigma_{\text{під}}$ (резонатор підсилює активну речовину). Час релаксації фільтра повинен бути значно меншим від часу існування інверсії $\tau \ll \tau_{ж}$.

Контрольні питання

1. Яке функціональне призначення резонаторів в лазерах?
2. Яка умова самозбудження квантового генератора?
3. Добротність резонатора при різних видах втрат.
4. Як за G-діаграмою визначити стійкість роботи резонатора?
5. Нестійкий резонатор і умови його використання.
6. Що визначає рівність підсилення і втрат на один прохід?
7. Чому у лазерного пучка висока направленість?
8. Чому лазерне випромінювання є когерентним?
9. Просторова когерентність лазерного випромінювання і її залежність від розмірів джерела випромінювання.
10. Як часова когерентність залежить від ширини контуру випромінювання?
11. Кількісні характеристики ступені когерентності випромінювання.
12. Чим визначається частотний спектр лазерної генерації ?
13. Як розрізнити поперечні і поздовжні моди ?
14. Селекція поздовжніх типів коливань.
15. Чим визначаються флуктуаційні шуми в оптичних квантових підсилювачах ?
16. Динаміка процесів в лазерах.
17. Які є режими роботи квантових підсилювачів і генераторів ?
18. Як здійснити модуляцію добротності резонатора ?
19. Фізика одержання гігантських імпульсів.
20. На чому базується суть активної синхронізації мод ?
21. В чому суть пасивної синхронізації мод ?
22. Методи активної синхронізації мод.
23. Методи пасивної синхронізації мод.
24. Чому одержуються ультракороткі світлові імпульси ?
25. Як виміряти тривалість ультракоротких лазерних імпульсів ?

ЛІТЕРАТУРА

1. Стьопін Л.Д., Мовчан С.П. Квантові генератори і підсилювачі. К.: «Вища школа», Київський поліграфічний комбінат. 1970.
2. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и проблема расходимости лазерного излучения. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1979.
3. Тарасов Л В. Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения. М.: Радио и связь, 1981.
4. Карлов Н.В. Лекции по квантовой электронике. М.: Наука, 1988.
5. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1990.
6. Gas lasers / edited by Masamori Endo and Robert F. 2007.
7. Физика лазеров учебное пособие / В.С. Айрапетян, О.К. Ушаков. Новосибирск: СГГА, 2012.

Навчальне видання

Малініна Антоніна Олександрівна
Малінін Олександр Миколаєвич
Шуаїбов Олександр Камілович

ФОРМУВАННЯ ПОЛЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ В РЕЗОНАТОРАХ ЛАЗЕРА

Навчальний посібник

Гарнітура Times New Roman. Формат 60×84/16.
Ум. друк. арк. 7,20. Обл. вид. арк. 2,43.
Зам. № 15. Наклад 100 прим.

Видавництво УжНУ «Говерла»
88000, м. Ужгород, вул. Капітульна, 18, hoverla@i.ua

*Свідоцтво про внесення до державного реєстру видавців,
виготавників і розповсюджувачів продукції
Серія 3т № 32 від 31 травня 2006 року*