

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

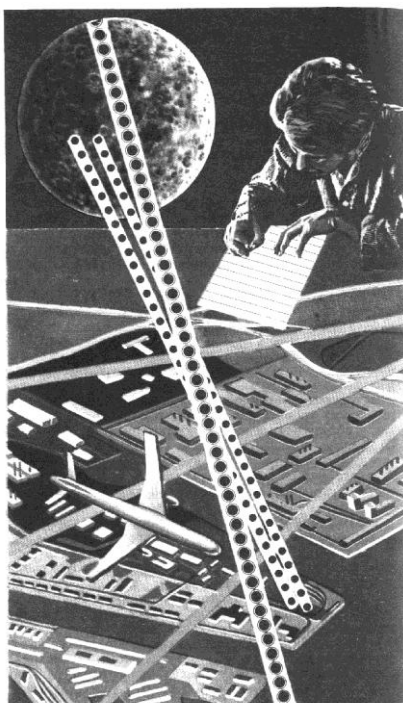
ДВНЗ «УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ»

ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ

Малініна А.О., Малінін О.М.

**Навчальний посібник до теми «Фізика активних  
середовищ квантових генераторів і підсилювачів»  
спецкурсу “Фізика лазерів”**



Ужгород-2016

## ***Передмова***

*Навчальний посібник з теми «Фізика активних середовищ квантових генераторів і підсилювачів» спецкурсу “Фізика лазерів”*

*призначається для студентів науково-педагогічного та науково-виробничого відділення, які спеціалізуються на кафедрі квантової електроніки.*

*Він ставить своєю метою допомогти студентам в освоєнні фізичних принципів підсилення і генерації світла на основі індукованого випромінювання.*

*Навчальний посібник складено у відповідності з вимогами, в ньому формулюються загальні відомості до теми «Фізика активних середовищ квантових генераторів і підсилювачів» спецкурсу “Фізика лазерів”, дано вивід формул, основні графіки та рисунки до програмового матеріалу, перелік рекомендованої, а також контрольні запитання для перевірки засвоєння матеріалів у відповідності до програми з спецкурсу. Вказаний навчальний посібник може бути використаний студентами інших спеціальностей із зменшеним обсягом програмного матеріалу.*

### **Рецензенти:**

**Шуаїбов О.К.**, доктор фіз.-мат. наук, професор кафедри квантової електроніки ДВНЗ «Ужгородський національний Університет»

**Кельман В.А.**, доктор фіз.-мат. наук., професор, завідувач відділом квантової електроніки Інституту електронної фізики НАН України

*Рекоменовано до друку*

*Редакційно-видавничою радою ДВНЗ«УжНУ»  
(протокол № від 2016 р.)*

*Рекоменовано до друку Вченою радою*

*ДВНЗ«Ужгородський національний Університет»  
(протокол № 14 від 13 грудня 2016 р.)*

## ЗМІСТ

1. <i>Лекція перша.</i> Предмет і задачі квантової електроніки. Основні етапи розвитку. Лазери і науково-технічний прогрес. ...4	
2. <i>Лекція друга.</i> Основні характеристики поля випромінювання. Коефіцієнти Ейнштейна і матричний елемент оператора дипольного переходу.....17	17
3. <i>Лекція третя.</i> Спектральна ширина випромінювання атомів і молекул. Процеси в плазмі і їх кількісне описання. Структура і типи зв'язків в твердих тілах. Енергетичні зони, квазічастинки, оптичні переходи. Релаксаційні переходи.....32	32
4. <i>Лекція четверта.</i> Одержання активних середовищ. Пройдення світла через речовину. Загальні принципи створення інверсної населеності. Поглинання і підсилення випромінювання квантовими системами.....63	63
5. <i>Лекція п'ята.</i> Умови одержання стаціонарної і імпульсної інверсії населеності при оптичній накачці, в електричному розряді, рекомбінаційному потоці і хімічних реакціях.....76	76
6. Контрольні питання до теми.....88	88
7. Рекомендована література.....89	89

## **ЛЕКЦІЯ ПЕРША. ВСТУП. ПРЕДМЕТ І ЗАДАЧІ КВАНТОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ. ОСНОВНІ ЕТАПИ РОЗВИТКУ. ЛАЗЕРИ І НАУКОВО-ТЕХНІЧНИЙ ПРОГРЕС**

Видатним досягненням другої половини ХХ століття є створення принципово нового методу підсилення та генерації електромагнітного випромінювання на основі індукованих переходів квантової системи. Цей напрямок розвитку фізики називають "квантова електроніка", що має такі розділи: *квантові генератори —мазери і лазери, нелінійна оптика*. Роки, які пройшли з моменту створення квантових генераторів (1954 р., (робоче тіло — аміак  $\text{NH}_3$ ); 1960 р., (робоче тіло — рубін), були «золотим» віком квантової електроніки. Лазери розвинули не тільки оптику, але й багато інших областей фізики, хімії, кібернетики, біології, медицини, технології. Квантова електроніка стала багатогранною.

Створення квантових генераторів, як і будь-яке відкриття, були підготовлено попереднім розвитком фізики. Основи нового напрямку закладались при розробці квантової теорії випромінювання, спектроскопії, оптики та радіотехніки. Днем народження теорії квантів слід вважати 14 грудня 1900 року, коли в доповіді М. Планка вперше з'явилась формула  $E=h\nu$ . Це співвідношення показує взаємозв'язок двох областей фізики: хвильової ( $\nu$ — її частота) і корпускулярної (енергія  $E$ ). Для класичної фізики незвичайність цього зв'язку полягає в появі фундаментальної сталої  $h = 6,626176 \cdot 10^{-34}$  Дж • с, яка отримала назву сталої Планка. Те саме можна сказати і про формулу А. Ейнштейна  $E = mc^2$ , в якій маса  $m$  пов'язана з енергією  $E$  за допомогою фундаментальної сталої  $c = 299792458 \pm 0,5$  м / с.

Фізичні основи квантової електроніки були закладені А. Ейнштейном задовго до її створення. Першу його роботу надруковано в 1905 р., присвячено квантової теорії світла.

В цій роботі гіпотезу світлових квантів використано для аналізу фотоефекту і фотофлуоресценції. Відомо, що існує "червона" межа фотоефекту, яка не залежить від інтенсивності світла. Саме квантовий характер світла добре пояснює "червону" межу. Здавалося б: таке пояснення могло легко прийти в голову, бо ще І. Ньютон висунув гіпотезу про корпускулярний характер світла. Але тоді перемогла хвильова гіпотеза світла. Після

гігантських успіхів хвильової теорії світла (багато оптичних приладів широко використовували інтерференцію та дифракцію світла, а рівняння Дж. Максвелла повністю пояснювали всі явища поширення світла в різних середовищах) повернення до квантової гіпотези світла здавалось неможливим. Разом із тим хвильова теорія світла не могла пояснити такий фундаментальний факт, як спектральний розподіл світлового випромінювання абсолютно чорного тіла. Це ввійшло до історії фізики як ультрафіолетова катастрофа. Справа в тому, що згідно з хвильовою теорією світла, інтенсивність випромінювання в короткохвильовій області спектра не спадає, а зростає. Це знаходиться в повному протиріччі з експериментальним фактом.

Отримана М. Планком формула прекрасно описує експериментальне досліджений спектральний розподіл випромінювання абсолютно чорного тіла

$$p = \frac{8\pi h^3 \nu^3}{c^3} \cdot \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \cdot \left[ \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{\text{см}^3} \right].$$

При виведенні цієї формули він встановив, що тіла випромінюють світло квантами. Разом із тим М. Планк вважав, що квантованість пов'язана із властивостями випромінювальних тіл, а не з полем випромінювання. А. Ейнштейн перший зрозумів, що хвильова теорія світла не може пояснити всі факти поведінки світлового поля і для їх пояснення необхідно ввести поняття квантів світла. По суті-це був перший крок до визнання дуалізму світла, тобто, світло мало як хвильові, так і корпускулярні властивості. Друга робота А. Ейнштейна (надрукована в 1916р.) присвячена виведенню формули Планка. В цій роботі вперше введено поняття індукованого випромінювання збуджених атомів під впливом зовнішнього поля. Це поняття є фундаментом квантової електроніки. Ймовірність індукованого випромінювання пропорційна густині падаючого на квантову частинку (атом, молекулу) випромінювання. При цьому частота випромінювання квантової частинки рівна частоті падаючого на неї кванта; просторові направленості, поляризації збуджувального і випромінювального квантів також збігаються, тобто ці кванти тотожні.

Таким чином, якщо на систему збуджених частинок діє

випромінювання, то після проходження світла через цю систему інтенсивність світла зростає, тобто має місце підсилення світла. Для підсилення світла необхідно, щоб у верхньому стані знаходилась достатня кількість квантових частинок, а для генерації — щоб частинок у верхньому стані було більше, ніж у нижньому з урахуванням виродження.

Гіпотеза А. Ейнштейна про вимушене випромінювання викликала велику зацікавленість, і, природно, фізики стали шукати експериментальну перевірку цього явища. На той час була розвинена тільки оптична спектроскопія, але для оптичних переходів верхні рівні практично не були заселені, отже, індуковане випромінювання ніякої ролі не відігравало. Тому необхідно було створити такі умови, щоб населеність верхніх рівнів стала значною і перевищувала число частинок у нижньому стані. В цьому випадку мало місце підсилення світла або зміна знаку кривої дисперсії показника заломлення, що значно простіше реалізувати. Саме таку спробу було зроблено в газовому розряді (А. Ладенбург і Е. Конферман, 1928р.). Для того часу, напевно, це була єдина можливість виконати експеримент подібного роду. Розвиток квантової електроніки показав, що така ситуація дійсно може виникнути в газовому розряді при визначених умовах і для певних атомних переходів.

У 30-ті роки не спостерігалось спроб створити лазер. Експерименти, які ставились на той час, переслідували одну мету — довести існування індукованого випромінювання. При цьому ніхто не висунув ідею створення монохроматичних генераторів світла на основі індукованого випромінювання, а саме це є принциповим кроком у створенні квантових генераторів світла. Така ідея з'явилась тільки після початку робіт по квантових генераторах радіодіапазону — *мазерах*. Самі мазери були створені в 1954-1955 рр., на базі досліджень газової радіоспектроскопії, швидкий розвиток якої був зумовлений промисловим випуском монохроматичних генераторів надвисоких частот (НВЧ). Газова радіоспектроскопія вивчала резонансні переходи в області НВЧ. На відміну від оптичної спектроскопії, населеність верхніх рівнів у цьому випадку була значною і поглинання визначалось різницею числа молекул між нижніми і верхніми рівнями. Ця різниця складала лише невелику частку числа молекул на нижньому рівні, і тому ефект

індукованого випромінювання обов'язково треба було враховувати, щоб правильно визначити величину поглинання. У радіодіапазоні вже існували генератори монохроматичного випромінювання і теорія автоколивальних систем була розвиненою.

За наявності підсилювального елемента, зворотного позитивного зв'язку і резонатора система здатна генерувати монохроматичні коливання. Все це сприяло створенню квантового генератора, де і використовується ефект індукованого випромінювання.

Після створення квантових генераторів радіоастрономи відшукали космічні джерела монохроматичного випромінювання. Звичайно, могло б бути і навпаки. Після винаходу мазерів розпочались роботи зі створення *лазерів — оптичних генераторів світла*. Це надзвичайно важливо, бо в оптичному діапазоні не винайшли монохроматичних джерел світла, в той час як у радіодіапазоні задовго до народження квантової електроніки вже існували радіогенератори.

При створенні лазерів необхідно здолати деякі труднощі. Одні з них полягають в тому, що тоді не було вирішено проблему резонатора. До того ж, вона існувала і для класичних генераторів радіодіапазону. Для розуміння складності цієї проблеми, необхідно повернутись до історії розвитку генераторів радіодіапазону. Спочатку було освоєно довгохвильовий радіодіапазон, де як резонансні системи використовувались коливальні контури, які складаються з індуктивності та ємності.

Поступово освоювались більш короткі хвилі. При переході до надвисоких частот розміри коливальних контурів визначались так, щоб їх можна було порівняти з довжиною хвилі і поняття чистої індуктивності та ємності втрачало зміст. І тоді для цього діапазону стали використовувати об'ємні резонатори (резонатори з розподіленими параметрами), розміри яких порівнювались з довжиною хвилі. При просуванні в бік міліметрових і субміліметрових хвиль розміри резонаторів ставали настільки малими, що вони втрачали сенс внаслідок малої енергії, яку вони могли мати, і технічну можливість їх виготовлення. Якщо ж робити об'ємні резонатори для набагато більших довжин хвилі, то вони втрачають селективність, тому що такий резонатор має велике число власних коливань. Здавалося, що виходу немає. Але

О.М. Прохоров у 1958 р. запропонував відкриті резонатори (інтерферометр Фабрі - Перо), розміри яких набагато більші, ніж довжина хвилі. Фундаментальне питання про резонатори вирішилося, і вони тепер широко використовуються для лазерів.

Другою важливою проблемою є отримання інверсної заселеності. В 1955 р. Н.Г. Басов і О.М. Прохоров запропонували метод отримання інверсної заселеності у три рівневі схемі під впливом зовнішнього джерела накачування. Суттєвий вклад у розвиток цього методу зробив Н. Бломберген у 1956 р. Це дозволило створити в 1957-58 рр. квантові підсилювачі НВЧ на парамагнітних кристалах; підсилювачі мали надзвичайно малі шуми. Ця ж ідея зробила важливий вклад у появу лазерів. Перший лазер, створений Н.Т. Мейманом у 1960 р., працював за три рівневою схемою (рубін). При його створенні були використані відкриті резонатори, а для накачування — імпульсна оптична лампа,

Після створення першого лазера почався бурхливий розвиток лазерної техніки. Було розроблено інші методи одержання інверсної заселеності, а відкриті резонатори отримали подальший розвиток.

Нині лазери працюють у широкому діапазоні довжин хвиль, причому значний розвиток отримали лазери на барвниках і твердих тілах з плавною перебудовою довжини хвилі випромінювання. Тепер можна отримати дуже короткі імпульси світла в фемтосекундному діапазоні (фемтосекунда —  $10^{-15}$  с = 1 фс), які містять невелике число оптичних коливань. Потужне лазерне випромінювання дозволяє спостерігати різні нелінійні явища.

Розвиток лазерів і їх застосування інтенсивно продовжується і сьогодні. Ознаки ефекту насичення в цьому напрямку розвитку науки поки що не спостерігається.

Вперше уявлення про вимушене випромінювання висунуто А. Ейнштейном у 1916р. При цьому стверджувалось:

а) інтенсивність індукованого випромінювання пропорційна густині випромінювання, яке падає на квантову систему  $I_{\text{вим}} \sim I_{\text{пад}}$ ,

б) характеристики збуджувального випромінювання квантової системи (частота, поляризація, напрямок поширення) тотожні характеристикам примусового випромінювання.



Потрібно відзначити, що вимушене випромінювання не є прерогативою квантових систем. Воно має місце і для класичних систем на відміну від спонтанного випромінювання, яке є квантовим ефектом. Наприклад, М. Планк розглядав жорсткі ротатори — нелінійні осцилятори (рівні — не еквідистантні), для яких він показав пропорціональність індукованого випромінювання інтенсивності падаючої хвилі. У випадку лінійного осцилятора (всі рівні — еквідистантні) ефект вимушеного випромінювання відсутній.

Принциповою характеристикою квантових генераторів є когерентність їх випромінювання (в елементарному акті випромінювання). Слово "когерентність" {*cogaerentis*} перекладається з латинської мови — зчеплення, зв'язок. Увів це поняття М. Юнг у 1901 р, вкладаючи до його змісту зв'язок між двома променями, отриманими від одного джерела спонтанного випромінювання. А під когерентністю індукованого випромінювання слід розуміти повну його кореляцію з вимушеним випромінюванням. На тотожність та когерентність квантів падаючого і вимушеного випромінювання вперше звернули увагу А. Ейнштейн і П. Еренфест у 1921 р.

Чітке ж доведення існування вимушеного випромінювання і наявності когерентності було зроблено П. Діраком у 1930р. Умова інверсного стану  $n_i q_k > n_k q_i$ , де  $n_i$ ,  $n_k$ ,  $q_i$ ,  $q_k$  — заселеність та виродження верхнього (і) і нижнього (к) рівнів відповідно, вперше була висловлена А. Ладенбургом і Е. Конферманом у 1928 р., коли проводились експериментальні дослідження аномальної дисперсії показника заломлення неону. Неон збуджувався електричним розрядом. Цікаво, що і в першому газовому лазері, створеному лише через 32 роки (1960 р., А. Джаван, А. Бенет і Д. Еріот, *He-Ne*, з довжиною хвилі генерації  $\lambda = 1, 15$  мкм) також використовувався неон. А. Ладенбург і Е. Конферман зробили припущення: реалізація інверсного стану можлива за допомогою резонансного збудження атомів, що і робиться в теперішній час. У 1940 р. до такого висновку прийшов і В.А. Фабрикант, вивчаючи вже не дисперсію, а поглинання світла.

Вперше експериментально індуковане випромінювання спостерігали Е. Парсел і Р. Паунд у 1950 р. при адіабатичному оберненні магнітного поля, в якому був розташований кристал

$LiF$ . Зеєманські рівні ядер  $Li^7$  при обернені поля  $H_0$  утворювали інверсне середовище і в радіодіапазоні (10 МГц) спостерігалась генерація.

18 червня 1951 р. було подано заявку на авторське свідоцтво №576749 (0-274) 26, але надрукували її в 1959 р. (автори В.А. Фабрикант, М.М. Вудинський, Ф.А. Бутаєва). У графі "Предмет изобретения" значилось: "Спосіб підсилення електромагнітних випромінювань (ультрафіолетового, видимого, інфрачервоного і радіодіапазону хвиль), який відрізняється тим, що випромінювання, яке підсилюється, пропускають через середовище, в якому допоміжним випромінюванням або іншим шляхом створюють надлишкову порівняно з рівноважною концентрацію атомів, інших частинок або систем на верхніх енергетичних рівнях, які відповідають збудженим атомам". У 1964 р. ці автори отримали диплом на відкриття. Нині ці ідеї матеріалізувались у прилади, установки, комплекси.

Починаючи з 1949 р. у ФІАНі під керівництвом О.М. Прохорова і Н.Г.Басова було розгорнуто роботи із вивчення радіоспектроскопічних методів тонкої і надтонкої структури молекулярних спектрів. Удосконалення методик досліджень привели Н.Г. Басова і О.М. Прохорова в 1952 р. до створення аміачного лазера.

У той же час (1950 р.), працюючи над створенням генераторів міліметрового діапазону на 24.000 МГц (аміачний лазер) для поліпшення точності апаратури бомбометання, Ч. Таунс з Колумбійського університету висловив ідею принципово нового методу генерації — мазера. У 1952 р. Дж. Вебер (Мерілендський університет) висунув, а надрукував у 1953 р., аналогічні ідеї про створення системи "догори дном" відповідно до Больцманівського розподілу (експеримент Е. Парсела і Р. Паунда, 1950 р.).

У 1954 р. В. Гордон, Дж. Цайгер і Ч. Таунс (Колумбійський університет) надрукували перше повідомлення про діючий молекулярний генератор на  $NH_3$ . Теорію явища вперше було розроблено Н.Г. Басовим і О.М. Прохоровим.

Створення лазерів відстало від мазерів на 5-6 років. У Стокгольмі, в лекції, з нагоди вручення Нобелівської премії, О.М. Прохоров пояснив це відставання великим захопленням мазерами, відсутністю пропозицій про конструкцію резонатора в

оптичному діапазоні та відсутністю системи та методів отримання інверсії.

В червні 1958р. О.М. Прохоров пропонує використати як резонатор інтерферометр Фабрі - Перо (відкритий резонатор). У 1949 р. Ч. Таунс і А. Шавлов для лазерних систем запропонували використати оптичне накачування, причому основний сенс їхньої ідеї полягав у збудженні квантових частинок на рівні, які лежали вище стабільного стану. А частинки по безвипромінювальним каналам концентрувались на відповідному метастабільному рівні. Три рівневу схему було реалізовано в 1960 році Т. Мейманом (рубін) і досліджено А. Шавловим. У цьому ж році П. Сорокін і Е. Стівенсон запропонували та реалізували чотири рівневу схему генерації (флюорит, активований іонами урана,  $CaF : U^{3+}$ ,  $\lambda = 2, 5$  мкм). Вибір іонів для робочих тіл виконувався П. Сорокіним і Е. Стівенсоном на основі фундаментальних робіт Л.І. Галкіна і П.П. Феофілова із дослідження, зокрема, люмінесценції трансуранових елементів.

У 1962 р. Р. Хелуорт і Ф. Мак-Кланг уперше запропонували метод електрооптичної модуляції добротності (комірка Керра), який дозволяв значно підвищити потужність випромінювання, завдяки скороченню тривалості імпульсу до  $10^6$  —  $10^{12}$  с і підвищенню інверсної населеності (в результаті зміни добротності і зняття самообмеження інверсії). Ця ідея експериментальне реалізувалась також шляхом використання швидкісного диска з отвором у фокальній площині двох лінз, що і було зроблено в 1962 році в ФІАНі в лабораторії Басова Н.Г.

У 1960 р. А. Беннет і Д. Ерріот створили перший газовий лазер на суміші *He-Ne*, а у 1966 р. К. Пателл створює молекулярний лазер на  $CO_2$ . Перші повідомлення про отримання генерації на іонах *Hg* і *Ar* (В. Гордон і ін.) надійшли у 1964 р.

Розвиток квантової електроніки йшов від радіодіапазону до оптичного. Це закономірно і зумовлено деякими об'єктивними обставинами. Зокрема, радіоспектроскопісти інтенсивно працювали над створенням потужних високостабільних когерентних генераторів. У той же час оптиків взагалі не цікавила проблема стабільності, а про створення квантових генераторів оптичного діапазону ніхто з них не думав. Всі використовували тільки джерела спонтанного випромінювання,, на відміну від радіоспектроскопістів, у котрих таких джерел

просто не було. Наскільки оптики були індиферентні до когерентних джерел свідчить Ч. Таунс, висловлюючи ставлення керівництва "Бел телефон" до розробок лазера: "Новий прилад був настільки далеким від звичайних уявлень, що його практична цінність була очевидною далеко не кожному". Патентний відділ компанії "Бел телефон" спочатку відмовився запатентувати наш підсилювач і генератор оптичного діапазону (мова йде про *He-Ne* лазер), оскільки, як було пояснено, оптичні хвилі ніколи не були корисними для зв'язку, за винятком сигнальних багать, морських прожекторів — азбуки Морзе, і, отже, винахід має слабе відношення до діяльності "Бел телефон". Цим же пояснюється і друк із запізненням" заявки В.А. Фабриканта М.М. Вудинського, Ф.А. Бутаєвої (1940-1959 рр. 1964 р. — диплом на відкриття, 1965 р. — медаль Вавілова). Історія виникнення терміну "лазер" особлива і завдячує Ч. Таунсу, людині талановитій із різноманітними захопленнями. Він і запропонував абревіатуру — мазер, який мав два тлумачення: перше, неофіційне — *means of acquiring support expensive research* — засіб отримання субсидій для дорогих дослідницьких робіт, і друге, офіційне — *microwave amplification by stimulated emission of radiation* — підсилення мікрохвиль за рахунок вимушеного випромінювання.

Властивості активних тіл і резонатора мають вирішальний вплив на характеристики випромінювання. Цей аспект квантової електроніки широко і всебічно вивчався вченими України, де дослідження були розпочаті в 1961 р. в Інституті фізики АН України (М.С. Бродін, В.Л. Броуде, М.С. Соскін).

Створення в 1963 р. співробітниками ІФ НАНУ (Київ) В.Л. Броуде, М.С. Соскіним, Н-Ф- Прокопюком дисперсного резонатора (авторське свідоцтво №164525 від 1.03.1963) поклато початок новому напрямку у фізиці лазерів — лазерів, які перебудовуються за довжиною хвилі випромінювання. На базі останніх проведені фундаментальні дослідження фізичних особливостей генерації в конденсованих середовищах.

На основі цих лазерів у 1967р. В.І. Кравченко і М.С. Соскін (авторське право № 269375 від 27.01.1967) створили новий клас лазерів — *свіп-лазери*, за допомогою яких реалізовано метод швидкісної без щілинної спектроскопії високої роздільної здатності та сконструйовано комплекс унікальних лазерних спектрометрів.

Великий обсяг досліджень виконано під керівництвом академіка НАНУ М.С. Бродіна зі створення (1966 р.) і дослідження напівпровідникових лазерів при двофотонному лазерному накачуванні. Багатосторонні дослідження із вивчення генерації лазера у режимі модуляції добротності виконані в Інституті напівпровідників керівництвом акад. НАНУ М.П. Лисиці.

Створення лазерів на широкому класі органічних барвників і дослідження особливостей їх генерації було виконано в Інституті радіоелектроніки (академік НАНУ А.Я. Усіков, Харків) і в ІФ НАНУ (академік НАНУ М.Т. Шпак, Київ).

Роботи українських фізиків із розробки фізичних основ управління частотою вимушеного випромінювання і створення лазерів із перебудовою частоти були відзначені Державною премією України в галузі науки і техніки за 1974 р.

Роботи із вивчення залежності характеристик лазерного випромінювання від властивостей робочих тіл, управління частотою генерації, просторове управління лазерним променем із 1961 р. активно ведуться в Київському університеті ім. Т. Шевченка (І.І. Конділенко, І.А. Дсрюгін, В.Л. Стрижевський, П.А. Коротков).

Роком народження квантової електроніки треба вважати 1954 рік — рік, коли вперше було отримано генерацію в сантиметровому діапазоні ( $NH_3$ ,  $\nu = 24000$  МГц,  $\lambda = 1,25$  см).

Важливість і актуальність цих досліджень засвідчує той факт, що в 1964 р. Н.Г. Басову, О.М. Прохорову, Ч. Таунсу було присуджено Нобелівську премію в галузі фізики за фундаментальні дослідження в квантовій електроніці. В цьому ж році за створення і дослідження напівпровідникових лазерів було присуджено Ленінську премію співробітникам ФІАНу В.М. Вулу, Ю.М. Попову, А.П. Шотову, Д.Н. Наслсдову, С.М. Ривкіну, Л.А. Рогачову, Б.В. Царенкову.

Фантастичні перспективи розвитку квантової електроніки зумовили лавинний ріст інформації із реалізації і вивчення властивостей квантових генераторів. Про темпи розвитку свідчать такі дані: в 1966 р. було опубліковано більше 2000 статей тільки про дослідження квантових генераторів оптичного діапазону. Протягом десятиліття (1960-1969 рр.) у цій області були проведені розширені теоретичні і експериментальні

дослідження, які дозволили розв'язати деякі принципові завдання.

Сьогодні квантова електроніка — один із найважливіших напрямків науково-технічного прогресу. Вона продовжує бурхливо розвиватися, привертаючи до себе увагу фізиків, хіміків, біофізиків, інженерів найрізноманітніших спеціальностей.

Про надзвичайно широке застосування лазерів яскраво свідчать наступні дані: в розробці, виробництві і використанні всіх типів лазерів у США у 1965 році брали участь 367 фірм, нині майже 1000; тільки газових лазерів випускається більше 2000 різновидів промислових моделей.

У 1969 р. у лабораторних умовах у ФІАНі на суміші  $CO_2 - N_2 - He$  отримано потужність випромінювання в неперервному режимі 8 кВт (довжина активного середовища 185 м, довжина хвилі генерації 10, 6 мкм). Для відчуття величини потужності відмітимо, що лазер на  $CO_2$  потужністю 200 Вт у неперервному режимі за кілька хвилин пропалює в цеглині отвір. Однією з специфічних рис таких лазерів є високий ККД, який може досягати 40% і більше. Це зумовлено високою ефективністю збудження молекул азоту, наявністю резонансної передачі енергії від збуджених молекул азоту молекулам вуглекислого газу, які мають великий час життя ( $\sim 0,01$  с) метастабільного рівня  $00^{\circ}1$ . Завдяки високому ККД  $CO_2$  - лазери є технологічними. Їх використовують для різання високо твердих матеріалів, зокрема, металів і алмазів.

Термін служби газових трубок промислових моделей доведено від 500 до  $10^4$  годин для  $He-Ne$  лазерів, іонних — від 100 до  $10^4$  годин. Ціна ж лазерів, в міру удосконалення технології їх виготовлення, зменшується і визначається величиною вихідної потужності, модовим складом і габаритами.

Широко використовуються і твердотільні лазери, зокрема, на активованому  $Nd^{3+}$  -склі: силікатному (основа  $SiO$ ) і фосфатному (основа  $P_2 O_5$ ). ККД доведено у силікатного скла до 3%, у фосфатного — до 4%. В останніх значно кращі термооптичні властивості і тому за інших рівних умов у них розбіжність випромінювання (5') менша, ніж у силікатних (15').

У 1972 р. був продемонстрований лазер на ІАГ:  $Nd$  який генерував у неперервному режимі при сонячному накачуванні потужність 1, 5 Вт. Рекордне значення ККД — 30% для

твердотільного лазера було досягнуто на ІАГ:  $Ho^{3+}$  при 77К ( $\lambda=2,05$ мкм).

На основі лазерів вдалося зменшити похибку вимірювань швидкості світла з 100 до 0.5 м/с, при цьому  $\delta c/c = \pm 4 \cdot 10^{-9}$ . Ці дані допомогли експериментально виміряти константу Рідберга ( $R_{\infty} = mc^4 / 2h^2$ ) з точністю до  $10^{-8}$ , що дозволило створити єдиний стандарт для вимірювання часу і довжини. Використовуючи стандарти частоти мікрохвильових коливань, вперше, незалежно від астрономічних спостережень, проведено прецизійне вимірювання часу. Стали можливими вимірювання інтервалів часу з точністю до дванадцятого знаку, що відповідає вимірюванню відрізка часу, наприклад, у 100 тисяч років із точністю до часток секунди. Перший квантовий годинник було створено в 1957 р. на базі аміачного мазера. Сучасний атомний хронометр, створений на основі лінії надтонкої структури цезія  $F = 4 \rightarrow F = 3$  9192, 631830 МГц із напівшириною 200 Гц, має стабільність частоти  $10^{-11}$ , тобто відхилення від нормального ходу годинника на 0,1 с за 300 років. Період коливань цезієвого стандарту, частота якого прив'язана до центру переходу надтонкої структури атома цезія, прийнята за еталон часу і складає 1/9192631770, 0 с. Ще більш точні хронометри створені на атомному водні. Кращий стандарт частоти мікрохвильового діапазону — водневий мазер, який генерує на частоті ( $F = 1 \rightarrow F = 0$ ) 1, 4 ГГц. Точність вимірювання інтервалів часу обмежена співвідношенням невизначеності  $\Delta \nu \cdot \Delta \tau \approx 1$ . В оптичному діапазоні, де частоти  $10^{14} - 10^{15}$  Гц є можливість підвищити точність вимірювання інтервалів часу до 13-го знаку. Це пов'язано з тим, що резонанс визначається з точністю до  $10^{-5} - 10^{-4}$  від ширини лінії в мікрохвильовому діапазоні ( $\Delta \nu / \nu = 10^{-8} - 10^{-9}$ ), а в оптичному — це вдасться зробити на 2-3 порядки вище, тобто  $\Delta \nu / \nu = 10^{-10} - 10^{-13}$ .

Застосування методу насиченого поглинання дозволило отримати інтенсивні і вузькі резонанси з відносною шириною до  $10^{-10} - 10^{-11}$ . Створені лазери з відносною стабільністю частоти випромінювання  $10^{-14} - 10^{-15}$ , у яких відновлюваність частоти  $10^{-13} - 10^{-14}$ , а ширина лінії випромінювання 0, 07 Гц.

Сучасні методи охолодження частинок і селекції їх за швидкостями підводять стабільність частоти до  $10^{-16} - 10^{-17}$ , тобто, до граничного теоретично можливого.

Перший у світі оптичний годинник був створений у 1981 р. В.П.Чоботарьовим на He-Ne/CH<sub>4</sub> при генерації лазера на  $\lambda = 3,39$  мкм (88373 149031, 2 кГц).

Принцип стабілізації частоти лазера прямо пов'язаний зі стабілізацією бази резонатора:  $\delta L/L = \delta\omega/\omega = \delta v/v$ . Найбільший внесок у нестабільність оптичної довжини резонатора вносять зовнішні теплові, механічні й акустичні збудження, а також флуктуації коефіцієнта заломлення.

Атомні хронометри незамінні в космічній навігації. За допомогою атомного хронометра була виміряна слабка нерівномірність обертання Землі (в кінці жовтня період обертання Землі зменшується на 0,53 с, а в кінці травня збільшується на 0,065 с).

Застосування стандартів частоти пов'язано з вимірюванням гранично малих зміщень і створенням лазерних детекторів гравітаційних хвиль. В.П. Чоботарьов із співробітниками зареєстрували величину зміщення  $6 \cdot 10^{-14}$  см на базі 5 м (відносна точність  $10^{-16}$ ). Удосконаливши методику, їм вдалось виміряти зміщення величиною  $6 \cdot 10^{-15}$  см базі 85 см.

Використання стандартів частоти дозволило створити високочутливі датчики для вимірювання малих деформацій земної кори і реєстрації сейсмічних коливань. Відносна чутливість приладу складає  $10^{-9}$  на базі 1 - 3 км. За допомогою такою лазерного пристрою зареєстровані на трасі довжиною 2 км періодичні зміщення величиною 1 мкм.

На сьогоднішній день отримана генерація більше, ніж на 1000 об'єктах: кристалах, активованому склі, рідинах, напівпровідниках, плазмі, газах, хімічних реакціях, ударних хвилях і ін.

Разом із відомими успіхами, досягнутими у квантовій електроніки, в більшості випадків ще не встановлені фізичні межі застосування основних принципів, які лежать в основі квантових приладів. Нез'ясовані межі монохроматичності і когерентності випромінювання та їх зв'язок із потужністю і частотою випромінювання; як далеко можна заглибитися в область високих частот; яке граничне значення коефіцієнта корисної дії при перетворенні різних форм енергії в когерентне світло і т.п.

У теперішній час квантові генератори з області академічних досліджень стали апаратурою технічного прогресу і



приладами наукових досліджень. Розвиток і удосконалення квантових генераторів продовжується; освоюються нові частотні діапазони, поліпшується стабільність всіх параметрів, зростає потужність.

На базі цих досягнень з'явився новий напрямок у фізиці — *квантова електроніка*. Це область фізики, яка вивчає методи підсилення і генерації електромагнітного випромінювання шляхом використання ефекту індукованого випромінювання в термодинамічно нерівноважних квантових системах; властивості таких підсилювачів і генераторів та їх застосування.

## **ЛЕКЦІЯ ДРУГА. ОСНОВНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ. КОЕФІЦІЄНТИ ЕЙНШТЕЙНА І МАТРИЧНИЙ ЕЛЕМЕНТ ОПЕРАТОРА ДИПОЛЬНОГО ПЕРЕХОДУ**

Основою квантової електроніки, як науки в цілому служить явище індуктивного випромінювання суть (існування) якого було постульовано в 1916 р. У квантових системах, що володіють дискретними рівнями енергії є три типи переходів між енергетичними станами: переходи індуковані електромагнітним полем, спонтанні переходи та без випромінюванні релаксаційні переходи. Властивості індукованого випромінювання визначають когерентність випромінювання і підсилення в квантовій електроніці. Спонтанне випромінювання обумовлює наявність шумів, служить початковим товчком у процесі підсилення і збудження коливань і разом з без випромінювальними релаксаційними переходами грають важливу роль при збудженні та утриманні термодинамічно не рівноважного випромінюючого стану.

При індукованих (вимушених) переходах квантова система може переводитись із одного енергетичного стану в другий (рис.1), як з поглинанням енергії електромагнітного поля (це

перехід з нижнього енергетичного рівня на верхній), так і з випромінюванням електромагнітної енергії (це перехід з верхнього рівня на нижній).

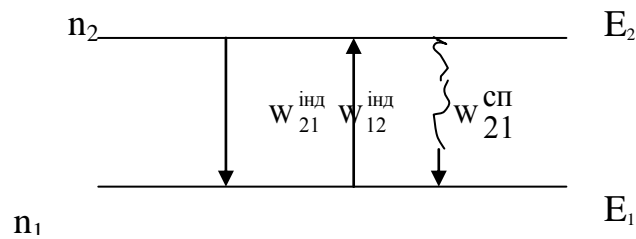


Рис.1.1. Схема двох рівнів енергії ( $E_2 > E_1$ ),  $n_2$ ,  $n_1$ -населеності.

Індуковані переходи володіють слідуючими важливими властивостями:

По-перше, імовірність індукованих переходів відмінних від нуля тільки для зовнішнього поля резонансної частоти, енергія якого  $h\nu$  ( $\hbar\omega$ ) співпадає з різницею енергій двох станів, що мають енергію  $E_2$  (2-до більшої енергії) та  $E_1$  (див. рис.1). Ця умова відповідає постулату Бора:

$$h\nu = \hbar\omega = E_2 - E_1 \quad (2.1)$$

По-друге, кванти електромагнітного поля, випромінені при індукованих переходах, повністю тотожні квантам поля, що викликало ці переходи. Це означає, що зовнішнє електромагнітне поле і поле, що створюється при індукованих переходах, мають однакову частоту, фазу, поляризацію і напрямок розповсюдження, тобто вони не розрізними (тотожні).

По-третє, імовірність індукованих переходів в одиницю часу пропорційна густині енергії зовнішнього поля в одиничному спектральному інтервалі (спектральній об'ємній густині енергії)

$$W_{12}^{інд} = B_{12} \rho_\nu \quad (2.2)$$

$$W_{21}^{інд} = B_{21} \rho_\nu, \quad (2.3)$$

де  $B_{12}$  і  $B_{21}$  – коефіцієнти Ейнштейна для індукованого поглинання і випромінювання відповідно.

Таким чином, індуковане випромінювання – це випромінювання стимульоване зовнішнім випромінюванням. Повна тотожність стимульованого (тобто вторинного) і стимулюючого (тобто первинного випромінювання) призводить до когерентного підсилення і випромінювання в квантовій електроніці. Однак, окрім індукованого зовнішнім полем, є і мимовільне випускнення випромінювання. Атоми (молекули, іони, електрони), що знаходяться у верхньому енергетичному стані можуть здійснювати спонтанні переходи у нижній стан. Ці переходи вільні. Цей розпад подібний радіоактивному розпаду нестійкого ядра. Імовірність спонтанних переходів не залежить від зовнішнього електромагнітного поля, акти спонтанного випромінювання ніяк не зв'язані із зовнішнім полем. Тому спонтанне випромінювання не когерентно по відношенню до зовнішнього поля і відіграє роль власних шумів. Окрім того, спонтанне випромінювання спустошує верхній енергетичний рівень, що сприяє поверненню атому в нижній енергетичний стан.

Спонтанне випромінювання є ефектом принципово квантовим, не допускаючи класичної трактовки. В класичній механіці метастабільний стан, у відсутності зовнішніх збурень хвилювань може жити нескінченно довго. В квантовій області такий метастабільний стан розпадається з деякою відмінною від нуля середньою швидкістю.

Розглянемо більш докладно властивості індукованого і спонтанного випромінювання. Співвідношення між ймовірностями спонтанного і індукованого переходів може бути знайдено із термодинамічного розгляду.

Розглянемо ансамбль квантових частинок, що знаходяться в термостаті при температурі  $T$ . Знайдемо умови рівноваги цього ансамблю у полі його власного випромінювання,

випромінюваного і поглинаючого при переходах між рівнями енергії частинок, що складають ансамбль.

Нехай розглядаємо квантова система, яка володіє двома рівнями енергії  $E_2 > E_1$ , при переходах між якими поглинається чи випромінюється квант енергії  $h\nu$ . При термодинамічній рівновазі ансамбль не втрачає і не здобуває енергію. Тобто, в одиницю часу в цілому ансамблі загальне число переходів із верхнього енергетичного стану і на оборот повинні бути рівні. Загальне число переходів визначається числом частинок на рівнях енергії або, як прийнято говорити в квантовій електроніці, населеністю рівней.

При квантовій рівновазі розподіл частинок по рівням підпорядковується формулі Больцмана:

$$\frac{n_2}{g_2} = \frac{n_1}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right), \quad (2.4)$$

де  $g_1$  і  $g_2$  - кратність виродження (статистичні ваги) рівнів 2 і 1,  $k$  - постійна Больцмана.

Повне число переходів 2-1 дорівнює добутку числа частинок  $n_2$  в стані 2 на імовірність переходу 2-1 в одиницю часу для однієї частинки. Відомо імовірність спонтанного переходу частинки із верхнього стану в нижній пропорційне часу. За час  $dt$  ця імовірність складає:

$$dw^{\text{сп.}} = A_{21} dt, \quad (2.5)$$

де  $A_{21}$ -коефіцієнт Ейнштейна для спонтанного випромінювання. Таким чином постулюється, що імовірність спонтанного випромінювання в одиницю часу, або, що теж саме швидкість спонтанного розпаду, постійна і рівна по визначенню відповідному коефіцієнту Ейнштейна  $A_{21}$

$$W_{21}^{сп} = A_{21}. \quad (2.6)$$

Спонтанне випромінювання описує процес самовільного переходу частинки із верхнього стану у нижній. Самовільних переходів з низу у верх не буває. Заселення верхніх рівнів проходить в цій ситуації шляхом індукованих переходів при поглинанні квантів.

Частинки розглядаємого ансамблю знаходяться у полі їх власного випромінювання, густина енергії якого в одиничному спектральному інтервалі складає  $\rho_\nu$ . Тепер комбінуємо 6, 4, 3 та 2 ми можемо із умови рівноваги

$$g_1 B_{12} \rho_\nu e^{-E_1/kT} = g_2 (B_{21} \rho_\nu + A_{21}) e^{-E_2/kT} \quad (2.7)$$

знайти співвідношення між коефіцієнтами  $A_{21}$ ,  $B_{12}$ ,  $B_{21}$ . В рівнянні 7 прирівняні одне до одного повні числа переходів знизу вверх (зліва) і зверху вниз (справа). Це рівняння дозволяє знайти густину енергії поля випромінювання у розглядаємій рівноважній квантовій системі:

$$\rho_\nu = \frac{A_{21}}{B_{21}} \left( \frac{g_1 B_{12}}{g_2 B_{21}} \exp \frac{E_2 - E_1}{kT} - 1 \right)^{-1}. \quad (2.8)$$

Звідки витікають важливі наслідки. Ейнштейн постулював, що випромінювання (випромінюване і поглинуте) при рівноважних переходах між енергетичними станами у розглядаємій рівноважній квантовій системи, описується формулою Планка для рівноважного випромінювання абсолютно чорного тіла. Тоді для вільного простору:

$$\rho_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{\exp(h\nu/kT) - 1}, \quad (2.9)$$

де  $c$  – швидкість світла.

Якщо ми зіставимо 8 та 9 з відомим частотою умовою Бора (2.1), то побачимо, що постулат Ейнштейна сумісний з постулатом Бора. Подальше порівняння приведе до співвідношення:

$$g_1 B_{12} = g_2 B_{21}. \quad (2.10)$$

Це співвідношення говорить про рівноймовірність індукованого випромінювання і поглинання (в перерахунку на один не вироджений стан).

Далі, імовірність спонтанного випромінювання пропорційне коефіцієнту Ейнштейна для індукованого випромінювання:

$$A_{21} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu B_{21}. \quad (2.11)$$

Таким чином, для опису термодинамічної рівноваги між системою квантових (тобто маючих дискретні рівні енергії) частинок і полем її випромінювання Ейнштейн ввів індуковані полем рівно імовірні (з врахуванням кратності виродження) переходи із верхнього стану в нижній і із нижнього у верхній. Потреба рівноваги приводить до співвідношення між спонтанним і індукованим випромінюванням, при якому для однієї частинки імовірність переходів в одиницю часу з випромінюванням квантів світла рівна

$$W^{\text{випр.}} = \left( \frac{8\pi\nu^2}{c^3} h\nu + \rho_\nu \right) B_{21}. \quad (2.12)$$

Суттєво, що  $W^{\text{випр.}} \sim B_{21}$ , тобто, де заборонені індуковані переходи, там не має бути спонтанного (і навпаки) випромінювання.

Рівноважне випромінювання всього ансамблю частинок по відношенню до кожної із частинок виступає як зовнішнє електромагнітне поле, що стимулює поглинання або випромінювання частинкою в залежності від її стану. Тому приведені вище вирази 10-12, здобуті при розгляді умов рівноваги справедливі і для випадку квантової системи, що знаходиться у полі зовнішнього випромінювання.

В співвідношенні 11 величина  $\frac{8\pi\nu^2}{c^3}$  - рівна числу осциляторів (типів хвиль, типів коливань або мод) в одиничному спектральному інтервалі для вільного простору. Імовірність спонтанного випромінювання пропорційна  $\nu^3$  і тому його роль мала на радіочастотах і велика в оптиці.

Для квантової електроніки, принципово, що імовірність індукованого випромінювання пропорційне густині енергії індукованого поля (див. 12). При достатньо великій густині цього поля проходить головним чином індуковане випромінювання, яке когерентне.

Спонтанне випромінювання є ефектом чисто квантовим (з класичної точки зору збуджений вільний атом може жити вічно), а індуковане має класичні аналоги. Так класичний гармонічний осцилятор, що здійснює вільні коливання і, що знаходиться у полі резонансного йому монохроматичного випромінювання, розгойдується дією зовнішньої сили. Частота і фаза його коливань визначається частотою і фазою зовнішньої сили. Разом з тим при певному фазовому співвідношенні між вихідними вільними коливальними осцилятора і зовнішньої силою потужність, що поглинається в осциляторі, може бути від'ємною. Це означає, що для деяких фаз осцилятор передає енергію зовнішнього поля під впливом цього зовнішнього поля. Проходить індуковане випромінювання, яке в силу класичної гармонічної природи осцилятора і сили когерентне.

Повернемось у квантову область.

Критерієм когерентності тих, чи інших коливань є наявність

постійного фазового співвідношення між ними. В квантовій теорії в силу співвідношень невизначеності число квантів-фаза хвилі,

$$\Delta n \cdot \Delta \varphi \geq 1/2 \quad (2.13)$$

фаза електромагнітної хвилі  $\varphi$  визначена тільки у випадку коли число квантів  $n$  не визначено. Тому, можна говорити про фазу одного кванту. Однак, якщо для двох хвиль відома різниця фаз, то співвідношення невизначеності дозволяє визначення повного числа квантів, залишає невизначеним, до якої саме із хвиль які кванти відносяться. Тому при складанні в одну хвилю когерентних електромагнітних випромінювань, відповідних декільком квантам, ми говоримо про складання тотожних не розрізнених квантів.

Кванти, відповідаючи випромінюванням із однаковими частотами, напрямком розповсюдження, фазами і поляризаціями, неможливо відрізнити один від одного. При цьому, кванти електромагнітного випромінювання – фотони підпорядковуються статистиці Бозе-Ейнштейна (бозони - нульовий чи цілочисельний спіні, ферміони (частинки з напівцілим спіном); число квантів, які можуть припадати на один осцилятор поля (один тип коливань, одну моду), тобто область з одним і тим же значенням частоти, фази і т.д., нескінченна.

Стан всього поля випромінювання визначається числом фотонів у моді. Саме це при великій кількості нерозрізнених квантів дозволяє переходити до класичного розгляду електромагнітного випромінювання, для якого характерний принцип суперпозиції коливань, в тому числі і когерентних. В силу характерних властивостей бозонів із ростом числа актів індукованого випромінювання в одиницю часу інтенсивність індукуючої тобто початковій хвилі наростає, а її фаза, частота і т.д. залишаються незмінними.



Послідовна квантова теорія випромінювання і поглинання світла була сформульована Діраком в 1927 році (Принципи квантової механіки М.: Наука 1979 § 61, 62).

Однак, важливі результати можуть бути здобуті і при напівкласичному розгляді, що застосовано для квантової електроніки. В цьому розгляді система частинка - поле випромінювання розбивається на дві частини - квантова частинка і класичне поле випромінювання. Частинка описується хвильовою функцією, що задовольняє рівнянню Шредінгера, в яке входять Гамільтоніан взаємодії з класичним полем, яке розглядається як збурення. Рівняння описує вплив поля на частинку і дозволяє, в принципі, розрахувати дипольний момент частинки. Після чого, передбачається, що здобутий диполь випромінює класично в свою чергу це дає врахування впливу частинки на поле. Тут прослідковується збереження когерентності випромінених квантів. Поле примушує появу осцилюючого дипольного моменту, що когерентне примусовий силі. В свою чергу, осцилюючий дипольний момент випромінює знову когерентне йому поле. Ця когерентність призводить до всіх різноманітних властивостей лазерів, які відрізняють їх від звичайних джерел випромінювання.

### **Коефіцієнти Ейнштейна і матричний елемент оператора дипольного переходу**

Вище було вказано, що при аналізі системи частинка-поле випромінювання проходить розбиття системи на дві частини - квантова частинка і класичне поле випромінювання. При цьому енергія такої системи розбивається на три частини – внутрішню енергію частинки, енергію поля випромінювання і енергію взаємодії між ними. Взаємодія при цьому розглядається як збурення однієї частинки системи другою її частиною – збурення частинки полем випромінювання.

Відомо, мікрооб'єкти описуються  $\Psi$ - функціями, що

підпорядковуюються рівнянню Шредінгера

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = H \Psi \quad (2.14)$$

де  $H$ -оператор енергії.

Гамільтонян у розглядаємій системі має вид

$$H = H_0 + H', \quad (2.15)$$

де  $H_0$  - сумарна енергія окремо взятих поля і частинки, а  $H'$ -енергія взаємодії між ними, що характеризує збурення внутрішньої енергії частинки полем випромінювання.

Будемо розглядати важливий окремий випадок, в якому енергія взаємодії  $H'$  мала порівняно з повною  $H_0$  незбурених складових системи. Так як  $H_0$  визначається енергіями зв'язку між складовими частинами нашої молекули (атома, іона і т.д.) то таке допущення добре відповідає випадку взаємодії мікрочастинок з не зовсім інтенсивними полям.

Результати, що здобуті при використанні допущення про малість  $H'$  порівняно з  $H_0$  вірні і першому наближенні так званої теорії збурення.

Розглянемо спочатку незбурену систему, що має рівні енергії  $E_n$  і хвильові функції  $\Psi_n$ . Так як частинка і поле випромінюване при відсутності взаємодії між ними залишаються не визначено в стані, то ці стани залишаються невизначено довго в заданому стані, то ці стани є стаціонарні. Хвильові функції стаціонарних станів  $\Psi_n$  вельми характерні. Їх можна представити у виді

$$\Psi = \psi_n \exp(-jE_n t / \hbar), \quad (2.16)$$

де функції  $\psi_n$  залежать тільки від просторових координат і задовольняють так званому стаціонарному (не залежному від часу) рівнянню Шредінгера

$$\psi_n(x)E_n = \hat{H}_0(x) \psi_n(x). \quad (2.17)$$

Як відомо, це рівняння для обмежених квантових систем має розв'язок тільки для деяких значень енергії  $E_n$ , що і призводить до квантування рівнів енергії системи, коли система не може уходити в нескінченність. Другими словами, квантування енергії автоматично витікає із стаціонарного рівняння Шредінгера для обмежених систем.

Рівням енергії  $E_n$  відповідають хвильові функції  $\psi_n$ . Для них характерні неперервність, гладкість і ортонормірованність

$$\int \psi_m^* \psi_n dx dy dz = \begin{cases} 1, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases} \quad (2.18)$$

що виражає взаємну незалежність стаціонарних станів. Не збурена система в деякій визначений момент часу може займати тільки один визначений стан.

Ситуація змінюється при наявності взаємодії. Тоді відповідна хвильова функція повинна задовольняти рівнянню Шредінгера

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi' = (\hat{H}_0 + \hat{H}') \Psi' \quad (2.19)$$

В загальному випадку це рівняння не розв'язується. Однак з огляду на малість енергії взаємодії  $\hat{H}'$  порівняно з енергією незбуреної систему  $\hat{H}_0$  розв'язок можна знайти шляхом розкладу хвильової функції збуреної системи  $\Psi'$  у ряд, складові якого є розв'язки незбуреного рівняння Шредінгера

$$j\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = \hat{H}_0 \Psi, \quad (2.20)$$

тобто є  $\Psi$ - функціями стаціонарних станів.

У відповідності з підходом (більш простішим) обмежимо наш подальший аналіз розглядом частинок з двома рівнями енергії. Однак коли взаємодія з полем носить резонансний характер, а лінії достатньо вузькі, дворівнева система виявляється достатньо добрим наближенням.

Дворівнева система має два стаціонарні стани тобто дві стаціонарні  $\Psi$  - функції  $\Psi_1$  і  $\Psi_2$ . Тобто ми повинні шукати рішення 19 у виді:

$$\Psi' = a\Psi_1 + b\Psi_2. \quad (2.21)$$

Якщо частинка знаходилась до початку дії збурення (збурення на нижньому рівні енергії  $E_1$ , то тоді  $a=1$ ,  $b=0$ , в протилежному випадку – умова  $a=0$ ,  $b=1$ . В загальному випадку коефіцієнти  $a$  і  $b$  є функції часу:  $a=f(t)$ ,  $b=f(t)$ . При наявності взаємодії проходить обмін енергій між частинкою і полем випромінювання, енергетичний стан частинки залежить від часу. Після того як в проміжку якогось відрізка часу продовжувалась взаємодія, з'являлась імовірність знаходження частинки в деякому стаціонарному стані, що відмінний від початкового. Нехай, наприклад, система, що була до включення взаємодії в стані 1, описується вже не функцією  $\Psi_1$ , а функцією  $\Psi_2$ . Це означає, що між рівнями 1 і 2 пройшов перехід і величина  $|b(t)|^2 = b(t) b(t)^*$  є імовірність цього переходу.

Отже в рівняння 19 підставляємо 21. Після приведення подібних складових і врахування того, що для функцій  $\Psi_1$  і  $\Psi_2$  виконується (20), здобуваємо

$$j\hbar\Psi_1 \frac{\partial a}{\partial t} + j\hbar\Psi_2 \frac{\partial b}{\partial t} = a(t) \hat{H}'\Psi_1 + b(t) \hat{H}'\Psi_2. \quad (2.22)$$

Помножмо це рівняння на  $\Psi_2^*$  і інтегруємо по всьому простору. Враховуємо ортонормованість 18 і те, що в силу 16

$$\Psi_1 = \psi_1 \exp(-jE_1 t/\hbar), \Psi_2 = \psi_2 \exp(-jE_2 t/\hbar), \quad (2.23)$$

Здобуваємо

$$j\hbar \frac{db}{dt} = a(t) \int \psi_1 H' \psi_2 \exp\left(-\frac{jE_1 t}{\hbar} + \frac{jE_2 t}{\hbar}\right) dx dy dz + b(t) \int \psi_2 H' \psi_1^* dx dy dz. \quad (2.24)$$

Якщо би ми помножили 22 на  $\Psi_1^*$ , то здобували би аналогічне рівняння для  $da/dt$ .

Нехай тепер в момент включення збурення  $t=0$  частинка знаходилась на рівні 1, тобто нехай  $a(0)=1$  і  $b(0)=0$ . Тоді якщо дія збурення мала рівняння 24 можна розв'язувати вважаючи що включені в нього функції  $a(t)$  і  $b(t)$  заміщуються їх початковими значеннями. Тобто

$$j\hbar \frac{db}{dt} = \int \psi_1 H' \psi_2^* \exp\left(-\frac{j(E_1 - E_2)t}{\hbar}\right) dx dy dz. \quad (2.25)$$

В праву частину цього рівняння входить  $\int \psi_1 H' \psi_2^* dx dy dz$ , взятий по всьому простору. Цей інтеграл відомий під назвою матричного елемента оператора взаємодії переходу 1-2.

Нехай енергія збурення  $H'$  обумовлена дипольною взаємодією частинки із змінним електромагнітним полем. Якщо дипольний момент рівний  $\mu$ , а поле має вид  $\vec{E} \cdot (\exp(j\omega t) + \exp(-j\omega t))$ , то енергія взаємодії рівна скалярному добутку цих векторів:

$$H' = -\mu \cdot \vec{E} \cdot (\exp(j\omega t) + \exp(-j\omega t)). \quad (2.26)$$

В дипольному наближенні оператор взаємодії перетворюється в оператор моменту  $\hat{\mu}$ . Його матричний елемент для паралельних векторів  $\mu$  і  $\vec{E}$  записується у виді:

$$\int \psi_1 H' \psi_2^* dx dy dz = -E(e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}) \int \psi_1 \mu \psi_2^* dx dy dz = -\langle \mu \rangle E (e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}), \quad (2.27)$$

де величина  $\langle \mu \rangle$  визначає матричний елемент оператора дипольного моменту переходу. Тобто рівняння 25 тоді буде:

$$\frac{db}{dt} = -\frac{1}{j\hbar} \langle \mu \rangle E (e^{j(\omega_0 + \omega)t} + e^{j(\omega_0 - \omega)t}). \quad (2.28)$$

Таке рівняння інтегрується в границях від 0 до t:

$$b(t) = \frac{\langle \mu \rangle E}{\hbar} \frac{e^{j(\omega_0 - \omega)t} - 1}{\omega_0 - \omega} \quad (2.29)$$

Імовірність переходу 1-2 визначається квадратом модуля

$$|b(t)|^2 = \left( \frac{\langle \mu \rangle E}{\hbar} \right)^2 \left( \frac{\omega_0 - \omega}{2} \right)^{-2} \sin^2 \left( \frac{\omega_0 - \omega}{2} t \right). \quad (2.30)$$

Із 30 видно, що відчутна імовірність має місце для зовнішнього поля з частотою наближеною до  $\omega_0$ , тобто до резонансного випадку випромінювання.

Для того, щоб зв'язати здобуту нами імовірність переходу з коефіцієнтом Ейнштейна  $B_{12}$  для індукованого переходу, потрібно застосувати цей результат до випадку теплового випромінювання та врахувати спектральну ширину переходу. Величина  $E^2$ , що входить в 30, зв'язана з густиною енергії відповідного поля простим і добре відомим виразом:  $\rho = E^2 / 8\pi$ . Но ми розглядали електричне поле, що поляризоване вздовж напрямку диполя. Тому треба брати 1/3 частини від повної густини енергії поля. Отже,

$$E^2 = 8\pi\rho / 3. \quad (2.31)$$

Густина енергії поля теплового випромінювання має розділ по спектру частоти у відповідності з формулою Планка. А ми же виводимо формулу 30 для монохроматичної зовнішньої сили. Повну імовірність переходу у полі теплового випромінювання можна визначити проінтегрувавши вираз 39 по всім частотам поля теплового випромінювання, вважаючи при цьому що в 30 входить спектральна густина енергії поля  $E_\nu^2 = 8\pi\rho_\nu / 3$ , де  $\rho_\nu$  дається формулою Планка 9. Таким чином, повна імовірність переходу  $\Pi$  записується у виді:

$$\Pi = \int_{-\infty}^{\infty} |b(t)|^2 d\nu = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2} \frac{8\pi\rho_\nu}{3} \frac{\sin^2[\pi\nu_0 - \nu)t]}{\pi^2(\nu_0 - \nu)^2} d\nu. \quad (2.32)$$

Функція  $\rho_\nu$  є дуже плавною, а  $\sin^2[\pi\nu_0 - \nu)t]$  має різко виражений резонансний характер, тому  $\rho_\nu$  можна винести за знак інтегралу.

Заміна  $\Pi((\nu_0 - \nu)t) = x$  інтеграл зводиться до табличного  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx = \pi$ . В результаті

$$\Pi = \frac{8\pi}{3} \frac{\langle \mu \rangle^2}{\hbar^2} \rho_{\nu_0} t. \quad (2.33)$$

Важливою особливістю цього виразу є пропорційність імовірності переходу під дією збурення часу дії цього збурення  $t$ , що повністю відповідає постулату Ейнштейна о імовірності індукованих переходах.

Якщо ввести імовірність переходу в одиницю часу:

$$W_{12} = \frac{\Pi}{t}, \quad (2.34)$$

і порівнюючи цей вираз з введеним раніше постулатом Ейнштейна 2 :

$$W_{12} = B_{12} \rho_\nu \quad (2.35)$$

Ми здобуваємо кінцевий вираз для коефіцієнта Ейнштейна  $B_{12}$  у виді

$$B_{12} = \frac{8\pi \langle \mu \rangle^2}{3h^2} \quad (2.36)$$

Також аналогічно можна знайти і  $B_{21}$ . В нашому випадку дворівнева система без виродження  $B_{12} = B_{21}$ . Але імовірність спонтанного переходу таким методом не може бути здобуто.

Таким чином значення коефіцієнтів Ейнштейна  $B_{12}$  і  $B_{21}$  для більшого числа простих конфігурацій можна знаходити методами квантової механіки. Однак також для багатьох випадків приходить ся прибгати до їх експериментального визначення.

Для довідки приведемо вираз  $B_{12}$  і  $B_{21}$  у випадку виродження рівнів:

$$B_{12} = \frac{8\pi F_{12}}{3\hbar^2 g_1}, \quad B_{21} = \frac{8\pi F_{21}}{3\hbar^2 g_2}, \quad (2.37)$$

де  $F_{12} = F_{21} = F$  її переходу є сума квадратів матричних елементів дипольного моменту переходу між не виродженими станами  $\alpha$  і  $\beta$ , що складають рівні 1 і 2 відповідно:

$$F = \sum_{\alpha, \beta} \langle \mu_{\alpha\beta} \rangle^2. \quad (2.38)$$



## **ЛЕКЦІЯ ТРЕТЯ. СПЕКТРАЛЬНА ШИРИНА ВИПРОМІНЮВАННЯ АТОМІВ І МОЛЕКУЛ. ПРОЦЕСИ В ПЛАЗМІ І ЇХ КІЛЬКІСНЕ ОПИСАННЯ. СТРУКТУРА І ТИПИ ЗВ'ЯЗКІВ В ТВЕРДИХ ТІЛАХ. ЕНЕРГЕТИЧНІ ЗОНИ, КВАЗІЧАСТИНКИ, ОПТИЧНІ ПЕРЕХОДИ. РЕЛАКСАЦІЙНІ ПРОЦЕСИ**

До цих пір питання про ширину лінії випромінювання (поглинання) не розглядали, говорили про два рівня, замовчували при цьому, що рівні мають кінцеву ширину.

Любі процеси, що скорочують (зменшують) час життя частинок на рівнях приводять до збільшення ширини ліній відповідних переходів. Дійсно, визначення енергії стану повинно проводитися за час, не перевищуючий час життя в цьому стані  $\tau$ . А тоді неточність визначення енергії у відповідності із співвідношенням невизначеності енергія-час:

$$\Delta E \Delta \tau \geq h \quad (3.1)$$

не може бути менше  $h/\tau$ . Невизначеність енергії стану призводить до невизначеності частини переходу, рівної  $1/2\pi\tau$ . Постійна часу  $\tau$  є міра часу, якій потрібен для того, щоб збуджена система віддала свою енергію. Значення  $\tau$  визначається швидкостями спонтанного випромінювання і без випромінювальних релаксаційних переходів.

У відсутності зовнішніх дій спонтанне випромінювання визначає час життя стану. Тому найменша можлива, так звана природна ширина лінії  $\Delta \nu_0$  визначається імовірністю спонтанного переходу

$A_{21}$ , а саме:

$$\Delta \nu_0 = A_{21} / 2\pi . \quad (3.2)$$

Природна ширина, як правило, суттєва тільки при дуже

високих частотах ( $A_{21} \sim \nu^3$ ) і для дозволених переходів. Звичайним впливом спонтанного випромінювання на ширину лінії можна нехтувати, так як у реальних умовах релаксаційні переходи більш ефективно скорочують час життя.

Релаксаційні без випромінюючи переходи виникають в результаті взаємодії квантової частинки з її оточенням. Механізм процесів цих взаємодій сильно залежить від виду конкретної системи. Це може бути взаємодія між іоном і решіткою кристала, співударі між молекулами газу або рідини і т.д. В кінцевому етапі рахунку результатом дії релаксаційних переходів є обмін енергією між підсистемою розглянутих частинок і тепловими рухами у всій системі у цілому, що призводить до термодинамічної рівноваги між ними. Як правило час встановлення рівноваги, час життя частинки на рівні визначається (позначається)  $T_1$  і називається поздовжній час релаксації. Поздовжня релаксація відповідає руху вектору високочастотної намагніченості системи частинок, вздовж напрямку зовнішнього постійного магнітного поля. Э ще поперечний час релаксації  $T_2$ , який відповідає руху вектору намагніченості у площині, що є перпендикулярною напрямку зовнішнього постійного поля.

Як правило, нас цікавить поведінка великої сукупності частинок, електричний чи магнітний дипольний момент цієї сукупності. Повний момент визначається фазовими співвідношеннями між моментами індивідуальних частинок. Нехай в початковий момент часу всі частинки мають дипольні моменти, що осцилюють синфазно. С течією часу ця синфазність буде порушатись. Час  $T_2$  є міра того відрізка часу, в проміжку якого частинки приймають відповідні по відношенню одна до одної фази.

Будь-який процес, що вносить вклад в час релаксації  $T_1$ , тобто будь-який процес втрати енергії частинками, призводить до втрати фази. Відповідно,

$$T_2 \leq T_1. \quad (3.3)$$

Однак є взаємодії, які хоча і не змінюють енергію ансамблю частинок, підвищують ступінь безпорядку, що руйнує фазові співвідношення між складовими ансамблю частинками. Наприклад, при газо кінетичних співударях одна молекула газу здійснює перехід 2-1, а друга 1-2. Система в цілому не міняє своєї енергії. А фазова інформація при цьому пропадає, фазова пам'ять порушується. Можна вважати, що час  $T_2$  – це час фазової пам'яті або час передачі енергії частинки до частинки по рівню. У всіх системах де є взаємодія частинок одна з одною (спін-спінові взаємодії взагалі дипольні взаємодії, пружні взаємодії)  $T_2 < T_1$ , в багатьох випадках  $T_2$  значно менший  $T_1$ . У молекулярних пучках, тобто коли частинки летять не співударяйсь одна з одною,  $T_2 = T_1$ , рівному в свою чергу часу прольоту через область взаємодії з полем випромінювання. Це виконується при відносно великому природному часу життя  $T < 1/A_{21}$ .

Так як час  $T_2$  є самим коротким часом релаксації, то саме він і визначає ширину лінії переходу  $\Delta\nu_L$ :

$$\Delta\nu_L = 1/(2\pi T_2). \quad (3.4)$$

Надалі будемо користуватись позначенням  $\tau$  для часу життя частинки на рівні і виділяти індексом 0 природній час життя (час життя по відношенню до спонтанного випромінювання)  $\tau_0$ . Час релаксації, що визначає в тому чи іншому процесі ширину лінії переходу буде позначатися як  $1/2\pi\Delta\nu_L = 1/\Delta\omega_L$ .

Отже, кінцевість часу життя частинки в збудженому енергетичному стані веде до збільшення ширини рівнів енергії. Випромінювання з дискретними рівнями набуває спектральну ширину. Найбільш загальним, фундаментальним механізмом, що накладає межу на час життя частинки на збудженому рівні є спонтанне випромінювання, що відповідає швидкості актів

спонтанного розпаду.

Квантова електродинаміка дозволяє вичислити спектральний розподіл квантів спонтанного випромінювання, що виходить з рівня шириною:

$$\Delta E = \hbar / \tau_0. \quad (3.5)$$

Контур лінії спонтанного випромінювання має форму, яку називають Лоренцева форма з шириною:

$$\Delta \nu_L = \Delta E / \hbar = 1 / (2\pi\tau_0). \quad (3.6)$$

Лоренцева форма лінії визначається форм - фактором:

$$q(\nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta \nu_L}{(\nu - \nu_0)^2 + \Delta \nu_L^2 / 4} \quad (3.7)$$

і має вигляд резонансної кривої з максимумом на частоті  $\nu = \nu_0$ , що спадає до рівня половини пікової (максимальної) величини при частотах  $\nu = \nu_0 \pm \Delta \nu_L / 2$ . Повна її ширина =  $\Delta \nu_0$ . Якщо прийняти до уваги, що може розпадатись спонтанно і нижній рівень (не основний) то в(7) :

$$\Delta \nu_L = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{1}{\tau_{02}} + \frac{1}{\tau_{01}} \right). \quad (3.8)$$

Вираз 7 може бути здобуто в класичному наближенні.

Рівняння осцилятора диполя з радіаційним затуханням зводиться до рівняння гармонічного осцилятора з в'язким тертям:

$$\ddot{x} + j\dot{x} + \omega_{01}x = 0$$

де  $\omega_{01}$  - кругова частота коливань електрона у диполі,  $j$  -

класичний коефіцієнт згасання. Розв'язок рівняння відомий:

$$x = C \exp(-\gamma t/2) \exp(j \omega_1 t),$$

де  $\omega_1^2 = \omega_{01}^2 - (\gamma/2)^2$ ,  $C$ -амплітуда.

Таким чином, такі спектральні властивості спонтанного випромінювання. Його інтенсивність частотна залежна. Відповідно, його імовірність залежить від частоти і має деяку спектральну густину:

$$W_\nu^{cn} = q(\nu) W^{cn} = A_{21} q(\nu) \quad (3.9)$$

При цьому необхідно, щоб

$$\int_0^\infty W_\nu^{cn} d\nu = W^{cn}. \quad (3.10)$$

Звідси витікає потреба нормування форм - фактору  $q(\nu)$ :

$$\int_0^\infty q(\nu) d\nu = 1, \quad (3.11)$$

що вже було виконано у записі 7 в припущенні  $\nu_0 \geq \Delta\nu_x/2$ .

Ми вже вияснили, що імовірність спонтанного і індукованого випромінювання зв'язані один з одним. Це було доказано за допомогою загальних термодинамічних міркувань. Відповідно, імовірність індукованого випромінювання також частотна залежна і має спектральну густину:

$$W_\nu^{ind} = q(\nu) W^{ind} = q(\nu) B_{21} \rho_\nu. \quad (3.12)$$

При цьому повна буде:

$$W^{\text{інд}} = \int_{\nu} q(\nu) \rho_{\nu} B_{21} d\nu . \quad (3.13)$$

Якщо індуковане випромінювання монохроматичне, то:

$$\rho_{\nu} = \rho \delta(\nu - \nu_0), \quad (3.14)$$

де  $\rho$  – об’ємна густина цього випромінювання, а  $\delta(t)$  - пінцетна  $\delta$  функція Дірака. Тоді інтеграл (13) буде:

$$W^{\text{інд}} = q(\nu_0) B_{21} \rho = 2 B_{21} \rho / \pi \Delta \nu_{\text{л}} . \quad (3.15)$$

Зменшення часу життя, що призводить до появи кінцевої ширини лінії  $\Delta \nu_{\text{л}}$ , зменшує імовірність індукованих переходів, що визиваються монохроматичним полем випромінювання і обернено пропорційно ширині лінії.

Збільшення ширини лінії, що обумовлено кінцевістю часу життя станів, що зв’язані з розглядаємим переходом називається однорідним. Кожний збуджений атом випромінює при переході зверху вниз лінії з повною шириною  $\Delta \nu_{\text{л}}$  (Лоренцова) і спектральною формою  $q(\nu)$ . Аналогічно, випромінювання в спектрі з повною шириною  $\Delta \nu_{\text{л}}$  у відповідності з спектральною залежністю  $q(\nu)$ .

При однорідному збільшенні ширини лінії не зважаючи на залежність від його природи спектральна залежність  $q(\nu)$  є єдина спектральна характеристика, як одного атому, так і всій сукупності атомів. Зміна цієї характеристики, в принципі можлива при тій чи іншій взаємодії на ансамбль атомів, проходить одночасно і однаковим чином для всіх атомів ансамблю.

Прикладами однорідного збільшення ширини лінії є природна ширина лінії випромінювання і збільшення її за рахунок зіткнень у газах.

Друге діло – неоднорідне збільшення ширини лінії.

Експериментально спостерігаємі спектральні лінії можуть бути безструктурною суперпозицією декількох спектральних нерозділених збільшених по ширині ліній. В цих випадках кожна частинка випромінює або поглинає не в границях всієї експериментально спостерігаємії спектральної лінії. Така спектральна лінія називається неоднорідно уширена. Причиною неоднорідного уширення може бути любий процес, що приводить до різниці в умовах випромінювання (поглинання) для частинки однакових атомів в досліджуємому ансамблі частинок, або на лінії у ансамблі атомів з близькими, однак різними спектральними властивостями (сверхтонка структура того або іншого виду), однорідно уширенні спектральні лінії яких перекриваються лише частково. Приклад уширення у домішкових люмінесцентних кристалах, у яких однорідність внутрікристалічного електричного поля приводить до різного у величині штаркового здвигу частоти випромінювання домішковими центрами, що розташовані у різних місцях кристалічного взірця.

Класичним прикладом неоднорідного уширення є доплерівське уширення, що характерне для газів при малих тисках і (або) високих частотах. Атоми (молекули, іони) газу знаходяться у тепловому русі. Допплер - ефект першого порядку приведе до зміщення частоти випромінювання частинок, що летять на спостерігача із швидкістю  $u$ , на величину  $v_0 u/c$ , де  $v_0$  - частота випромінювання частинки, що покоїться, а  $c$  - швидкість світла. Природне уширення перетворює випромінювання на частоті  $v_0$  у спектральну лінію, однак це уширення однорідне, і частотний здвиг  $v_0 u/c$  зазнає вся лінія. Так як частинки газу рухаються з різними швидкостями, то частотні здвиги їх випромінювання різні, а сумарна форма лінії газу у цілому визначається розподілом частинок по швидкостям. Це вірно якщо природна ширина лінії набагато вужча Допплерівських здвигів частоти, що як правило має місце. Тоді, якщо визначити через  $P(u)$  функцію розподілу частинку по швидкостям, форм - фактор

Доплерівської лінії  $q(\nu)$  буде зв'язаний з  $P(u)$  співвідношенням:

$$q(\nu)d\nu=p(u)du. \quad (3.16)$$

Далі частота ,що спостерігається рівна:

$$\nu=\nu_0(1+u/c). \quad (3.17)$$

Відповідно,

$$u=c(\nu-\nu_0)/\nu_0 \text{ і } du=(c/\nu_0)d\nu$$

$$q(\nu)=\frac{c}{\nu_0}p\left(c\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}\right). \quad (3.18)$$

При Максвелівському розподілі частинок по швидкостям:

$$p(u)=\frac{1}{u_0\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{u}{u_0}\right)^2\right], \quad (3.19)$$

середня теплова швидкість:

$$u_0=\sqrt{2kT/m}, \quad (2.20)$$

де  $k$ - постійна Больцмана,  $T$ - температура газу,  $m$ - маса атому (молекули) газу. Строго кажучи, Максвелівський розподіл справедливий тільки при тепловій рівновазі. Однак, відхил від нього звичайно дуже малий (навіть для збудження атомів).

Комбінуючи останні три вирази маємо:

$$q(\nu)=\frac{c}{u_0\nu_0\sqrt{\pi}}\exp\left[-\frac{c^2}{u_0^2}\left(\frac{\nu-\nu_0}{\nu_0}\right)^2\right]=\frac{1}{\Delta\nu_T\sqrt{\pi}}\exp\left[-\left(\frac{\nu-\nu_0}{\Delta\nu_T}\right)^2\right], \quad (3.21)$$

де  $\Delta\nu_T=\nu_0u_0/c$  (2.22) - Доплерівський здвиг частоти при



середній тепловій швидкості.

Лінія, форма якої визначається форм - фактором 21 називається Допплерівською уширеною лінією. Її форма як видно із 21 описується функцією Гауса: симетрично відносно центральної частоти  $\nu_0$ . Спад кривої  $q(\nu)$  при великому відхиленню від  $\nu_0$  проходить більш крутіше, ніж у випадку Лоренцевого контуру лінії. Біля центральної частоти Гаусівська крива більш полого. Її ширина визначається параметром  $\Delta\nu_T$ . При віддаленні від центру кривої на  $\nu_T$  інтенсивність падає в  $e$  раз. Якщо визначити, як звичайно, ширину лінії як шлях між такими точками відхилення (в нашому випадку симетричними) від центральної частоти, в якій інтенсивність складає половину максимальної, то у випадку Допплерівського уширення із 21 легко здобути що ця ширина рівна:

$$\Delta\nu_D = \Delta\nu_T 2\sqrt{\ln 2} = 2\nu_0 \sqrt{\frac{2kT}{mc^2} \ln 2}. \quad (3.23)$$

(Гаусівська форма лінії у записі 21 нормовано на одиницю).

На рисунку 1 приведені форми лінії при однорідному і неоднорідному уширенні для випадку  $\Delta\nu_{\text{л}} = \Delta\nu_D$ .

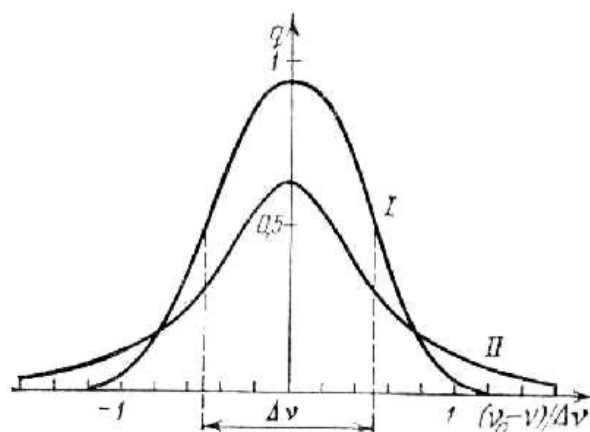


Рис. 1. I-Гаусова форма, II-Лоренцева форма.

З ростом частоти роль Доплерівського уширення зростає. У видимому діапазоні при температурі 300-600 К значень  $\Delta\nu_D$  складає величина 0.8-1.5 ГГц.

Для довідок є формули для довжин хвиль:

$$\Delta\lambda_D / \lambda_0 = 7 \cdot 10^{-7} \sqrt{T/M}, \quad (3.24)$$

де  $M$ -відносна молекулярна маса

і для частот:

$$\Delta\nu_D / \nu_0 = 7 \cdot 10^{-7} \sqrt{T/M}. \quad (3.25)$$

Для тліючого газового розряду відношення постійно  $\sim 2-3 \cdot 10^{-6}$ .

Приклад: Для  $\text{CO}_2$ -( $T=400\text{K}$ ,  $\lambda \sim 10\text{мкм}$ )  $\Delta\nu_D=60\text{МГц}$ , для  $\text{He-Ne}$ -( $T=400\text{K}$ ,  $\lambda \sim 0,63\text{мкм}$ )  $\Delta\nu_D=1,35-1,40\text{ ГГц}$ .

Для однорідного уширення як правило аж до високих частот, що відповідають УФ діапазону, природною частотою можна нехтувати. Для газів однорідне уширення визначається в реальних умовах процесами зіткнення. В газах серед багатьох процесів зіткнень є зіткнення які приводять до зміни фази коливаний збудженої частинки, зміна фази змінює взаємодію осцилятора (якщо розглядати в класичному наближенні) з електромагнітним полем. Ця зміна носить випадковий характер. Якщо в результаті зіткнень початкове фазове співвідношення порушується, то можна вважати, що з полем взаємодіє новий осцилятор, а старі пропадають. Тому середній час вільного прольоту осцилятора між фазозбиваючими зіткненнями є середнім часу життя частинок газу по відношенню до зіткнень цього роду. Цей час  $\tau_{zm}$  у відповідності з формулою 8 визначає ширину лінії при зіткненні  $\Delta\nu_{zt}$ .

$$\Delta\nu_{zt} = 1/(2\pi\tau_{zm}). \quad (3.26)$$

Так як газокінетичні співудари є випадковим процесом, що діє при одному і тому же партнеру, який зіткається, в середньому однаково на всі молекули (атоми) газу одного сорту, то уширення при зіткненні є однорідним уширенням.

Величина  $\tau_{zm}$  визначається газокінетичним перерізом процесу збою фази при удару  $\sigma_{zm}$ , швидкість теплового руху  $u$  і густині газу  $n$ :

$$\tau_{zm} = 1/(n\langle u\sigma_{zm} \rangle), \quad (3.27)$$

де кутові скобки означають усереднення по швидкостям. При простих оцінках можна вважати, що в 27 входить середня тепла швидкість  $u_0$ :  $1/\tau_{zm} = nu_0\sigma_{zm}$ . Питання про величину  $\sigma_{zm}$  потребує в кожному конкретному випадку окремого експериментального дослідження.

Для квантової електроніки дуже важливо, що  $\tau_{zm}$  - обернено пропорційно густині газу. В результаті цього ширина при зіткненні  $\Delta\nu_{zt}$  прямо пропорційна тискові газу і може досягати великих значень. Для CO<sub>2</sub>-лазера крутизна росту ширини лінії при збільшенні частоти зіткнень при збільшенні тиску складає 4-8 МГц/Тор. Для тиску 10-15 Тор для CO<sub>2</sub> лазера однорідне уширення перевищує неоднорідне (Допплерівську).

### Процеси в плазмі і їх кількісний опис

В будь-якому газі при відмінній від нуля абсолютній температурі деяка кількість атомів іонізована, тобто наряду з нейтральними є заряджені частинки-електрони та іони. Заряджені частинки впливають суттєво на властивості газу лише тоді, коли їх концентрація така, що створений ними просторовий заряд накладає границі на їх рух. З ростом концентрації їх, ці границі

становляться такими, що взаємодія позитивних і від'ємних частинок призводить до підтримки макроскопічної нейтральності в об'ємах що порівняні з об'ємом газу, при цьому якщо з якихось причин макроскопічна нейтральність порушується, що приводе до виникнення сильних електричних полів, які швидко відновлюють її. Іонізований газ при таких концентраціях називають плазмою. Ця назва була запропонована в 1928 році американським фізиком Ленгмюром.

Процесів в плазмі є досить багато, можна нарахувати їх більше 200. Основні з них процеси зіткнення частинок з яких складається плазма, рекомбінація заряджених частинок, плазмохімічні процеси. Процеси без участі фотонів називають неоптичні.

Серед процесів зіткнення частинок є процеси пружні і не пружні. Пружні - для яких сумарна кінетична енергія частинок, що зіткаються, залишається постійною. При пружних зіткненнях частинки не обмінюються енергією, що проходить на внутрішні ступені вільності (частинки не переходять в більш збуджений стан, або менш збуджений), здійснюється обмін енергією, що проходить тільки на поступальні ступені вільності. Є основні три типи пружних зіткнень:

1. Лише електронами (e-e зіткнення),
2. Між тяжкими частинками-атомами, іонами, молекулами (A-A зіткнення),
3. Між електронами і тяжкими частинками (e-A зіткнення).

Воно обумовлює обмін кінетичною енергією частинок, пружні зіткнення відповідають за встановлення рівноважного або квазі рівноважного стану газу частинок. Найбільш ефективний обмін

кінетичною енергією при зіткненні частинок однакової маси: тому e-A зіткнення малоефективні. Наслідком великої різниці мас електронів і атомів є характерне для газорозрядної плазми самовстановлення двох ізольованих статичних колективів:

електронного газу і газу тяжких частинок. Кожний із цих колективів може знаходитись в стані близькому до рівноважного, однак зі своєю температурою:  $T_e$  чи  $T_a$ . Як правило  $T_e > T_a$ . Тому функції розподілу їх різні і їх можна розглядати окремо. Для рівноважного електронного газу функція розподілу електронів  $F(\varepsilon)$  за енергіями (яка задає імовірність мати електронну енергію в інтервалі значень  $\varepsilon$  до  $\varepsilon \pm d\varepsilon$ ) має вид (розподіл Максвелла):

$$F(\varepsilon) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\varepsilon / (kT_e)^3} \exp(-\varepsilon / kT_e). \quad (3.28)$$

Якщо до плазми прикладене поле  $E$ , то розподіл електронів підпорядковується розподілу Дрювейстена:

$$F(\varepsilon) = 1,63 \sqrt{\varepsilon / \varepsilon_0^2} \exp(-\varepsilon^2 / \varepsilon_0^2), \quad (3.29)$$

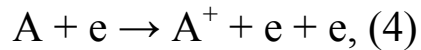
де  $\varepsilon_0 = \sqrt{4m/3Me\lambda E}$ ,  $m$  - маса електрона,  $M$  - маса тяжкої частинки,  $\lambda$  довжина вільного пробігу електронів.

Розподіл Дрювейстена відрізняється від Максвелівського (більш крутим спадом в область більших енергій).

Не пружні зіткнення. При них проходить збудження або, навпроти, де збудження внутрішніх станів вільності частинок, що беруть участь в зіткненнях важких частинок (електронних, коливних і обертальних ступенів вільності). При цьому сумарна кінетична енергія частинок, що зштовхуються, або зменшується (прямі удари, удари 1го роду) або збільшується (обернені удари або удари 2-го роду). Це процеси:

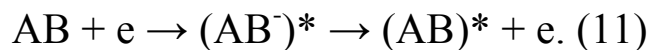
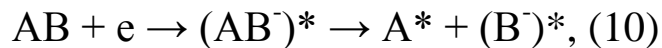
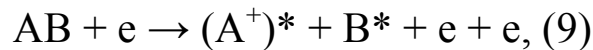
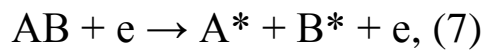
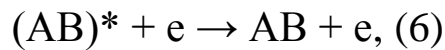
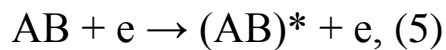
1. Збудження і де збудження атомів електронним ударом.  
Характерні процеси:





де А-атом збуджується з основного стану, А\*- атом збуджується з збудженого стану.

2. Збудження і де збудження молекул електронним ударом. Характерні процеси (для деякій двохатомній молекули АВ):



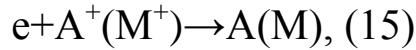
3. Не пружні атом-атомні зіткнення:

$A + B \rightarrow A^* + B$  (12) – збудження за рахунок кінетичної енергії атома,

$A + B^* \rightarrow A^* + B$  (13)-де збудження В-атома,

$A^* + B \rightarrow A + B^+ + e$ , (14) – ефект Пенінга.

4. Зіткнення, що приводять до рекомбінації заряджених частинок:



5. Зіткнення атомів і молекул, що супроводжуються хімічними реакціями:

### Кількісний опис процесів

Здійснюється опис перерізом зіткнення (реакції). Це є величина, що характеризує імовірність переходу системи двох частинок, що зштовхуються. Переріз ( $\sigma$ ) рівний відношенню числа  $dN$  таких переходів в одиницю часу до густини  $nv$  потоку розсіяних частинок, що падають на мішень, тобто до числа частинок, що проходять в одиницю часу через одиничну площадку, що перпендикулярна до їх швидкості  $v$  ( $n$  - густина падаючих частинок)  $\sigma = dN/nv$ , тобто переріз має розмір площі. Різним типам переходів, що проходять при розсіюванні, відповідають різні перерізи (диференційні - розсіянні в деякий кут, повне - береться інтеграл по повному тілесному куту  $\Omega = 4\pi$ ).

Для не пружних процесів, якщо розглядати процеси: електрон розсіюється на атомному силовому полі  $U$  і при цьому електрон переходить із стану з хвильовим вектором  $q$  в стан з хвильовим вектором  $q'$ , а атом переходить з  $n$ -ого рівня енергії на  $m$  рівень, то в наближенні Борна (тобто потенціал взаємодії  $U$  розглядається як збурення) здобувається вираз для диференційного перерізу розглядаемого процесу не пружного зіткнення (формулу Борна).

Переріз не пружного зіткнення електрону з атомами, що розглядається в наближенні Борна:

$$d\sigma_{nm} = \frac{m^2}{2\pi^2\hbar^4} \left| \int U_{mn}(r) \exp[i(\tilde{q} - \tilde{q}')\tilde{r}] d\tilde{r} \right|^2 d\Omega, \quad (3.30)$$

- формула Борна для диференціального процесу непружного зіткнення.

В окремому випадку  $n=m$  цей вираз описує пружне зіткнення ( $d\Omega$  інтервал тілесного кута, якщо проінтегрувати по кутам, то знайдемо інтегральний вираз перерізу не пружного зіткнення), де  $U$ - атомне силове поле на якому електрон розсіюється, при цьому електрон переходить із стану з хвильовим вектором  $\tilde{q}$  в стан з хвильовим вектором  $\tilde{q}'$ , а атом переходить з  $n$ -го рівня енергії на  $m$ -й рівень.

Інтегральний переріз процесу:

$$\sigma_{nm} = 2\pi \int_0^\pi \frac{d\sigma_{nm}}{d\Omega} \sin\theta d\theta, \quad (3.31)$$

де  $\theta$  – кут розсіяння електрону.

Для знаходження в наближенні Борна перерізу зіткнення електрона з атомом необхідно вчислити величину  $U_{mn}(r)$  (потенціал взаємодії). Для цього необхідно знати хвильові функції початкового і кінцевого станів атому, а також вид потенціалу взаємодії. В простішому випадку (водне подібний атом) потенціал взаємодії зводиться до кулонівської взаємодії між вільним електроном і зовнішнім електроном атом. Наближення Борна дає добрі результати при достатньо високих значеннях енергії електронів.

### Збудження і іонізація атомів електронним ударом

Нехай  $\sigma(v)$  - переріз процесу переходу атома з  $n$ -ого рівня на  $m$  у результаті зіткнення атома з електроном, що має швидкість  $v$  (строго кажучи треба розглядати відносну швидкість, але швидкість атому мала в порівнянні з швидкістю електрона). В одиницю часу електрон пройде шлях  $v$  та іспитував



зіткнення з будь-яким із атомів, що попадає в об'єм  $\nu\sigma(\nu)$ . Нехай  $n_e$  число електронів в одиниці об'єму, а  $F(\nu)$ - функція розподілу електронів по швидкостям, тоді  $n_e F(\nu) d\nu$  –число електронів в одиниці об'єму зі швидкостями в інтервалі  $\nu, \nu+dr$ . Помножуючи це число на величину  $N\nu\sigma_{nm}$  і інтегруючи по швидкостям електронів, знайдемо число переходів  $n \rightarrow m$ , що відбувається в одиницю часу в одиниці об'єму

$$N_{n \rightarrow m} = N_n W_{nm}, \quad (3.32)$$

де  $N_{n \rightarrow m}$  - число переходів ( $n \rightarrow m$ ), що проходять в одиницю часу в одиниці об'єму,  $N_n$ - число атомів в одиниці об'єму, що знаходяться на  $n$ -му рівні,

$$W_{nm} = N_e \int_{\nu_0}^{\infty} \sigma_{nm}(\nu) F(\nu) \nu d\nu, \quad (3.33)$$

- імовірність процесу, що віднесена до одиниці часу і до одного акту зіткнення,  $\nu_0$ -мінімальна швидкість електрону, при який енергетично можливий атомний перехід  $n \rightarrow m$ , якщо  $\Delta E$  - різниця енергій  $n$ -го і  $m$ -го рівнів атома, то

$$\nu_0 = \sqrt{2\Delta E / m}.$$

Для іонізації - в виразі (3.32) замість перерізу збудження  $\sigma_{nm}(\nu)$  –переріз іонізації  $\sigma_n^{(i)}(\nu)$ .

Перерізи ці розраховують, застосовуючи наближення Борна, результати розрахунків погоджуються добре з експериментальними переходами при  $\nu > \nu_0$ .

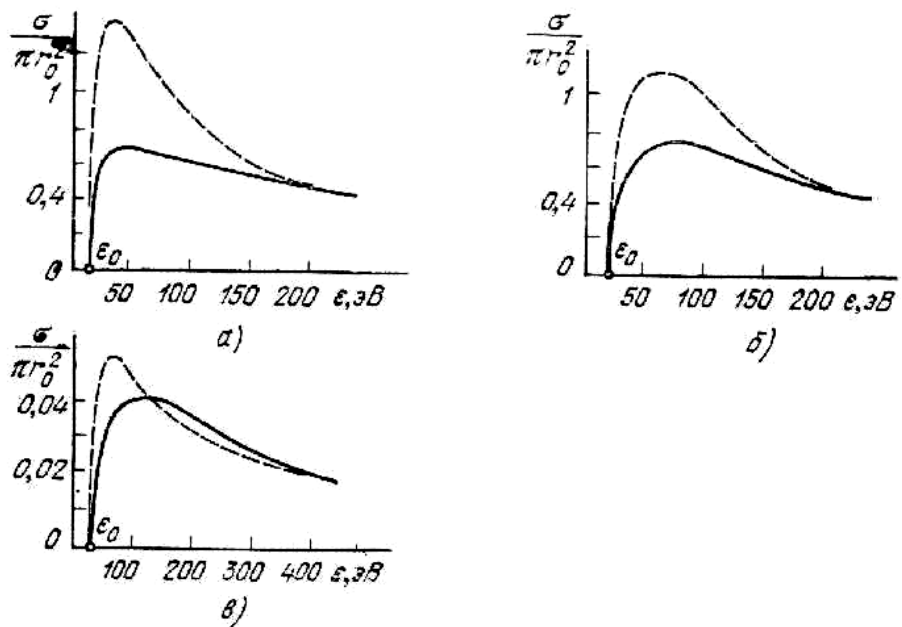


Рис.2: а) переріз збудження для атому водню із стану  $1s$  в стан  $2p$ ,

б) переріз іонізації атому водню із стану  $1s$ , в) переріз збудження атому гелію із стану  $^1S(n=1)$  в стан  $^1P(n=3)$ .

Суцільні лінії-експериментальні залежності, пунктирні - розрахункові. По горизонталі відкладається енергія електронів в еВ і по вертикалі – відношення перерізу  $\sigma$  до величині  $\pi r_0^2$  де  $r_0$  - класичний радіус електрона. Всі залежності мають якісно однаковий вид біля енергії порогу  $\epsilon_0$ . Перерізи змінюються по лінійному закону, при великих енергіях електронів перерізи зменшуються.

### Передача збудження при атом-атомних зіткненнях

Нехай  $\sigma_{nm}(v)$  - переріз процесу переходу атома А типу з  $n$  - рівня на  $m$ - рівень у результаті зіткнення з атомам В-типу,  $v$  швидкість відносного руху частинок, що зіштовхуються. Передбачаючи, що квантовий стан атому В-типу у результаті зіткнення не змінюються. Даний процес можна розглядати по

аналогії з процесом електронного збудження атома з тією відмінністю, що для збудження тут використовуються кінетична енергія не електрона, а другого атома (атом Б).

Число переходів  $n \rightarrow m$  в одиницю часу в одиниці об'єму визначається співвідношенням

$$N_{n \rightarrow m} = N^B N_n^A \int_{v_0}^{\infty} \sigma_{nm}(v) F(v) v dv,$$

тут  $N^B$  - число атомів Б-типу в одиниці об'єму,  $N_n^A$  - число атомів А-типу на  $n$  рівні,  $F(v)$  - імовірність атому Б-типу мати швидкість  $v$  по відношенню до атому А-типу,  $v_0$  - порогова відносна швидкість.

Відмітимо, що  $v_0$  повинна бути порядку швидкості електрону на зовнішній оболонці. Якщо для електронного удару це справедливо, при енергії рівній енергії збудження або іонізації, то у випадку удару атома вказана умова справедлива при швидкості в  $\sqrt{M/m}$  раз більш високих ( $M$  - маса атому). Тобто іншими словами, енергія порогу  $E_0$  у випадку атомно-атомних зіткнень виявляється приблизно в 100 разів більш високою ніж енергії збудження або іонізації.

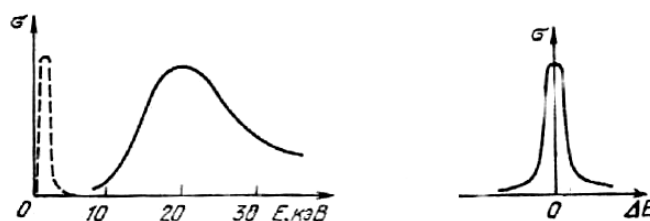


Рис3.

На рисунку 3 порівнюється переріз збудження атому гелію із стану  $^1S$  ( $n=1$ ) в стан  $^1P$  ( $n=3$ ) для випадку збудження електронами (пунктирною лінією) і атома водню (суцільною лінією) в залежності від відносної енергії частинок, що

зштовхуються.

Таким чином, збудження атому за рахунок передачі йому частини кінетичної енергії другого атому менш ефективно, ніж збудження при електрон-атомних зіткненнях, оскільки потребує більш високої енергії порогу  $E_0$ . При енергії нижче  $E_0$  атом-атомні зіткнення мають пружний характер.

Якщо використовувати внутрішню енергію (енергію його внутрішніх ступенів вільності) (а не кінетичну) то це означає, що треба звернутися до процесів в яких при зіткненнях атомів, атом А-типу збуджується і переходить з  $n$ - рівня на  $m$ - рівень, атом Б-типу, де збуджується, переход з  $k$ -ого рівня на  $i$ -ий рівень.

Позначимо  $\Delta E$ - величину:

$$\Delta E = (E_k - E_i) - (E_m - E_n), \quad (3.34)$$

де  $(E_k - E_i)$ - енергія збудження атому Б-типу,  $(E_m - E_n)$ - енергія збудження атому А-типу.

$\sigma(\Delta E)$ - має гострий максимум при  $\Delta E = 0$  (див. рис.3), що вказує на його резонансний характер.

У відмінності від розглянутого вище процесу відбору енергії від поступальних ступенів вільності частинок тут проходить по суті обмінний процес. Для його проходження не потребує високої енергії відносного руху атомів, що зіштовхуються.

Отже при розгляді передачі збудження в атом-атомних зіткненнях необхідно розрізняти газокінетичний механізм, працюючий лише при відносно високих енергіях атомів і резонансний механізм, працюючий при низьких енергіях атомів при умові близькості енергій збудження частинок, що зіштовхуються.

### Передача збудження при атом-молекулярних зіткненнях

При атом-молекулярних зіткненнях добре працює газо

кінетичний механізм збудження обертальних і коливних рівнів молекули. Це означає, що реалізується прямий перехід енергії поступального руху атома (або другої молекули) в енергію коливальну і обертальну молекули.

Розглянемо просту модель жорсткого ротатора із двох атомів маси  $M$ , в один із яких під кутом  $90^\circ$  до осі ротатора ударяє частинка маси  $M$  з енергією  $E$ . Відношення енергії  $\Delta E$  переданої при зіткненні ротатора до енергії  $E_1$  визначається виразом:

$$\Delta E/E_1 = 4MM_1/(M+M_1)^2. \quad (3.35)$$

При  $M \sim M_1$  це відношення велике. Якщо має місце електронний удар  $M_1/M \approx 10^{-4}$  і відповідно  $\Delta E_1 / \Delta E \approx 10^{-4}$ . Звідси видно, що пряме електронне збудження обертальних рівнів вкрай малоефективне.

Для моделі двоатомного осцилятора у випадку, коли частинка масою  $M$  налітає по напрямку осі осцилятора, можна отримати деяке спрощення виразу для енергії переданої при зіткненні:

$$\Delta E = \mu^2 (4\pi^2 \omega^2 / \alpha^2 M) \exp(-2\pi\omega/\alpha v). \quad (3.36)$$

Тут  $\omega$  - частота коливань,  $v$  - відносна швидкість частинок, що зіштовхуються,  $\alpha \approx (2-5) \cdot 10^8 \text{ см}^{-1}$ ,  $\mu = 2MM_2/(2M+M_1)$ . Для електронного удару  $\mu \sim 10^4$  разів менше, ніж для атомного. Враховуючи це отримаємо, що енергія  $\Delta E$  в  $10^8$  разів менше, що передається електронами, ніж при атомному зіткненні.

Відповідно, і у випадку коливних ступенів вільності збудження оказується малоефективним.

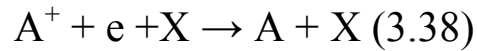
### Електрон-іонна і іон-іонна рекомбінація

При такій рекомбінації іон  $A^+(AB^+)$  захватує електрон і перетворюється в нейтральний атом або молекулу. При цьому

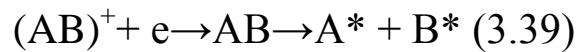
вивільнюється певна енергія (енергія рекомбінації):



енергію рекомбінації уносить фотон,



енергію рекомбінації уносить третя частинка, в якості якої може виступати ще один електрон,



- рекомбінація із дисоціацією, вивільнена енергія  $E_1$  перетворюється в кінетичну енергію атомів А і В.

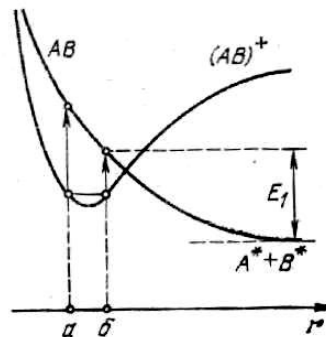
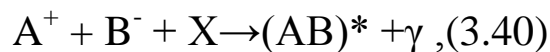


Рис 4.

При іон-іонній рекомбінації можливі механізми:

а) рекомбінація з випромінюванням,



б) рекомбінація із взаємною нейтралізацією при перезарядці,



в) рекомбінація трійним зіткненням



Відмітимо, що в а) і б) збудженні молекулярні стани. Можливо також утворення  $M^+ + M^-$ , а також  $A^+ + M^-$ .

### Хімічні процеси

Вони є в принципі багаті накопичувачі енергії. В результаті реакції можуть виникнути, як електронні, так і коливно-збудженні молекули. Основну увагу приділяють збудженню коливних рівнів молекули. При розгляді коливних процесів необхідно розрізнити:

а) як розподіляється виділена енергія по різних ступеням вільності і енергетичним рівням молекул, що беруть участь в процесі,

б) яка швидкість протікання процесу і яким способом знімається збудження енергетичних рівнів молекул.

Розподіл енергії по ступеням вільності і рівням молекули краще всього досліджено у випадку реакції заміщення:



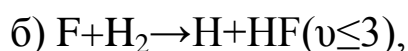
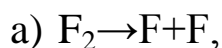
Енергія, що виділяється в (43) переходить в кінетичну енергію її продуктів і коливну енергію молекули АВ. На розподіл енергії по ступеням вільності впливає маси  $M_A$ ,  $M_B$ ,  $M_C$ . Для найбільш ефективного збудження коливних ступенів вільності необхідно, щоб виконувалась умова:

$$M_A \approx M_B > M_C. \quad (3.44)$$

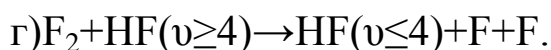
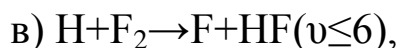
Щоб забезпечити швидке збудження рівнів молекули потрібно достатньо високу швидкість хімічної реакції. Високу швидкість реакції можливо задати примусово – опроміненням

світла або використанням електричного розряду. Це потребує великих затрат енергії. Тому найбільш перспективно використання ланцюгових розгалужених реакцій, швидкості яких можуть бути високі і слабо залежати від енергії, що затрачується на їх ініціювання.

Наприклад реакції водню з фтором:

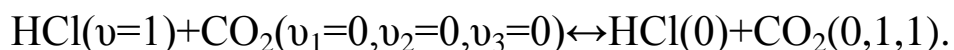


тут  $v$ - квантове коливне число молекули HF,



На етапах: а) ланцюг зароджується, б) і в) продовження, г) гілкується. Далі проходить загибель ланцюгів. Для протікання ланцюгової реакції потрібна певна область значень тиску і температури.

Для трьохатомних молекул:



Колівні рівні двоатомних молекул володіють відносно великим часом життя. Це дозволяє накопичити велику кількість збуджених молекул (двоатомних), які можуть бути використані для резонансної передачі коливної енергії.

Структура і типи зв'язків в твердих тілах. Енергетичні зони, квазічастинки, оптичні переходи

Характерним для твердих тіл є :



1) упорядкованість в розміщенні атомів (іонів, молекул), що утворюють решітку.

Упорядкованість дає: 1) анізотропію властивості кристалу, 2) специфіку атомної динаміки і як наслідок специфіку структури енергетичних станів кристалів.

Анізотропія призводить до того, що багато фізичних характеристик представляються у виді тензорів 2-го рангу, наприклад діелектрична і магнітна проникливості, показник заломлення, питома електропровідність.

Специфіка атомної динаміки кристалу проявляється у переважанні колективних рухів хвильового типу (пружних, електронних, спінових хвиль), що достатньо вільно розповсюджуються по кристалічній решітці. Наслідком такої специфіки є характерна зонна структура енергетичних станів, які в свою чергу визначаються особливостями фізичних властивостей кристалу.

Кристали класифікуються: а) по характеру симетрії - по типу кристалічної ґратки, б) по характеру міжатомних зв'язків (розрізняємо кристали іонні, валентні, металічні, молекулярні, з водневим зв'язком), в) по величині електропровідності (провідники, напівпровідники, діелектрики).

Кристалічна решітка. В її основі лежить поняття решітка Браве, що утворюється взаємним перетинанням трьох сімейств паралельних і рівновіддалених площин. Решітку Браве можна утворювати послідовною трансляцією якогось одного вузла. Вузли решітки визначаються співвідношенням:

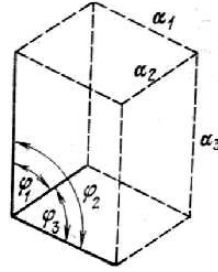
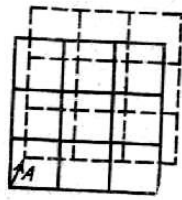
$$n_1 m_1 + n_2 m_2 + n_3 m_3 = m_1 \alpha_1 + m_2 \alpha_2 + m_3 \alpha_3 - \text{вузли решітки Браве,}$$

де  $m_i$ -ціє число,  $\alpha_i$ -утворює елементарну комірку.

Є 14 типів решіток Браве. А-базисний вектор.

$\alpha_1$ -  $\alpha_3$ -довжини ребер.

$\phi_1$ - $\phi_3$ -кути ребер.



### Системи в порядку збільшення симетрії:

- 1-триклинна  $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3, \varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3,$
- 2-моноклинна  $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3, \varphi_3 \neq \varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2,$
- 3-ромбічна  $\alpha_1 \neq \alpha_2 \neq \alpha_3, \varphi_3 \neq \varphi_1 = \varphi_2 = \pi/2,$
- 4-тригональна,
- 5- гексагональна,
- 6- тетрагональна,
- 7-кубічна.

Триклинна, моноклінна і ромбічна - в оптиці називають двовісними кристалами.

Тригональна, гексагональна і тетрагональна - одновісні кристали.

Одноосні кристали володіють віссю симетрії відносно високого порядку ( $n$  - порядок при оберненні на кут  $2\pi/n$ ).

### Дефекти в кристалах:

- 1) точкові і вакансії, атоми в між вузлах, домішки,
- 2) лінійні - дислокації,
- 3) поверхневі-ряди дислокацій.

### Утворення енергетичних зон, як ефект зняття перестановочного виродження

Стан електрона в атомі вироджений з кратністю  $2(2l+1)$ . Множник 2 зв'язав з виродженням по спіновому числу  $\sigma$ , а множник  $(2l+1)$  - з магнітним числом  $m$ . Якщо атом входить у

впорядкований колектив із  $N$  однакових атомів, то залишається при цьому ізольованим, то кратність при цьому виродження  $-2N(2l+1)$ . Множник  $N$  зв'язан з перестановочним виродженням. Однак в кристалі (колективі) атоми не ізольовані, а взаємодіють один з одним. Ця взаємодія приведе до узагальнення електрону і частковому знятті виродження по рівням. Рівень з кратністю виродження  $2N(2l+1)$  розщеплюється в систему із  $N(2l+1)$  підрівнів, кожен із яких остається двократно виродженим.

Таким чином, при узагальненні електрона знімається перестановочне виродження і виродження по числу  $m$ , але зберігається по спіновому числу  $\sigma$ .

Система із  $N(2l+1)$  підрівнів в дійсності не може вважатися дискретною. В самому ділі нехай  $\Delta E$  - енергетична ширина цієї системи, а  $\Delta \varepsilon$  - шлях між сусідніми підрівнями:

$\Delta \varepsilon = \Delta E / N(2l+1)$ . Для дискретності необхідно, щоб  $\Delta \varepsilon > h/\tau_e$ , де  $\tau_e$  - час життя електрону в кристалі (час життя повинен бути більше невизначеності енергії підрівней). Це означає, що повинно виконуватись співвідношення:

$$\tau_e > h(2l+1)N / \Delta E$$

Вважаючи тут  $(2l+1)N \approx 10^{23}$ ,  $\Delta E \approx 1$  еВ, здобуваємо, що  $\tau_e \sim 10^9$ , тобто 10 років. Так як реальний час узагальнює електрон у кристалі може бути лише меншим, то співвідношення не виконується.

Отже, система із  $(2l+1)N$  підрівнів повинна розглядатись, як енергетична зона, в границях якої енергія змінюється неперервною. При цьому, число станів електрону в зоні залишається кінцевим. У відповідності з принципом Пауля зона може «вмістити» не більше  $2(2l+1)N$  електронів. Тому говоримо о ступені заповнення зони.

### Рівноважний розподіл електронів по станам

Розподіл речовин на метали, діелектрики і напівпровідники обумовлено структурою енергетичних зон і розподілом електронів по енергетичним станам.

Нехай  $n(E)dE$  - число електронів в об'ємі  $V$  з енергіями в межах від  $E$  до  $E+dE$ . Тоді рівноважний розподіл електронів по станам

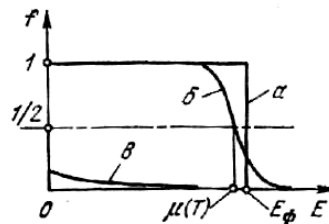
$$n(E)=f(E)\varphi(E)=f(E)\sqrt{E}4\pi(2m)^{3/2}V/(2\pi\hbar)^3,$$

де  $f(E)$  - описує середнє число електронів в квантовому стані з енергією  $E$ ,  $\varphi(E)$  - густина кінцевих станів мікросистеми.

Для рівноважного електронного газу при температурі  $T$  функція  $f(E)$  має вигляд (розподіл Фермі-Дірака)

$$f(E)= \left[ \exp \frac{E - \mu(T)}{kT} + 1 \right]^{-1},$$

де  $\mu$  - хімічний потенціал, рівень Фермі.



На рисунку представлено вигляд функції  $f(E)$  для трьох випадків: а) електронний газ при  $T=0$ , всі стани с  $E \leq E_\phi$  зайняті, всі стани з  $E > E_\phi$  вільні,

$$f = \begin{cases} 1, & E \leq E_\phi \\ 0, & E > E_\phi \end{cases}$$

Якщо повне число електронів  $n_e$ , то

$$E_{\phi} = (3n_e/8\pi V)^{2/3} (2\pi \hbar)^2 / 2m.$$

$E_{\phi}$ - рівень Фермі при абсолютному нулі,  $T_{\phi} = E_{\phi}/k$ - температура виродження

б) електронний газ сильно вироджений ( $T < T_{\phi}$ ) в цьому випадку  $f(E)$  описується виразом

$$\mu(T) \approx E_{\phi} \left[ 1 - \frac{\pi^2}{12} \left( \frac{kT}{E_{\phi}} \right)^2 \right],$$

де  $f(E)$ - схожа на «сходінку», відповідає  $T=0$ , однак з невеликою областю «розмитості». Розмір якої порядку  $kT$ ,

в) електронний газ не вироджений ( $T > T_{\phi}$ ), в цьому випадку

$$\mu(T) = kT \ln \left[ \frac{n_e}{2V} \left( \frac{2\pi \hbar^2}{mkT} \right)^{3/2} \right].$$

Можна переконатися, що  $|\mu| \geq kT$ .

Тому виродження для  $\mu$  перетворюється в класичний розподіл

$$f(E) = \exp[(\mu - E)/kT].$$

### Квазічастинки в твердих тілах

Атомна динаміка ідеального кристалу описується колективним рухом. Колективний рух реалізується у виді плоских монохроматичних хвиль:

$$\exp(-i\omega t + iqn),$$

де  $n$ - вектор, фіксує вузли решітки.

З точки зору квантової механіки сукупність плоских хвиль з

частотою  $\omega$  і хвильовим вектором  $q$  відповідають газу частинок, що вільно рухаються, кожна із них має енергію  $\varepsilon = \hbar \omega$  і імпульс  $p = \hbar q$ . Говорячи по-іншому, з квантової точки зору колективний рух у кристалі еквівалентний газу деяких частинок. Ці частинки називають в загальному випадку елементарним збудженням, або квазічастинками. Формально вони виникають у результаті квантових хвиль, розповсюджуються по періодичній структурі. Квазічастинки існують доки є сама структура. Вони не можуть бути вийняти з кристалу, з руйнуванням кристалу вони зникають.

Колективний рух має різну фізичну природу у відповідності з цим є різні типи квазічастинок. Їх можна розбити на дві групи: квазічастинки колективного походження, квазічастинки індивідуального походження.

### **Релаксаційні процеси**

Тверді, рідкі, газоподібні середовища, що розглядаються у квантовій електроніці, звичайно знаходяться в термодинамічно не рівноважних станах. Тому для них характерні релаксаційні процеси, що виникають у всякій не рівноважній системі і вони забезпечують повернення системи в стан рівноваги. Якщо зовнішня дія, що виводить систему із рівноваги, виключена, і система надається сама собі, то релаксаційні процеси приведуть неминуче до встановлення рівноваги. При зберіганні зовнішньої дії можлива компенсація релаксаційних процесів і процесів збудження в результаті може встановитися стаціонарний не рівноважний стан.

Релаксаційні процеси незворотні, вони обов'язково супроводжуються переходом частини внутрішньої енергії системи в теплоту, тобто дисипацію енергії. Характер релаксаційних процесів визначається: 1) термодинамічними характеристиками системи, 2) взаємодію частинок, що утворюють дану систему.

В ряді випадків процес встановлення рівноваги в замкненій системі можна розділити на два етапи. Встановлюється рівновага в границях відносно малих частинок розглядаємої макросистеми. Це переходи в результаті невеликої кількості зіткнень частинок (швидкі релаксаційні процеси). На другому етапі встановлюється рівновага у границях всієї макросистеми. Для цього потребує велика кількість зіткнень (повільні релаксаційні процеси).

Якщо  $t_0$  – час незалежного пробігу частинок від стану до стану то час  $t_1$  першого етапу процесу встановлення рівноважного стану можна оцінити як  $t_0 = t_1$ ,  $t_1$ -це час релаксації для швидких процесів. Після першого етапу макросистема як би розбивається на частини, яка сама собі рівноважна і описується своїми термодинамічними параметрами (температурою, хімічним потенціалом, і. т. д.). При цьому відсутня рівновага між окремими складовими, що вказує на відносно слабу взаємодію між ними. Такий стан називають квазі рівноважний.

На другому етапі встановлення рівноваги повільні релаксаційні процеси приводять до поступового зрівноважування температур, хімічних потенціалів і других параметрів складових квазірівноважної макросистеми. Час релаксації  $t_2$  для повільних процесів може бути оцінений як

$t_2 \sim t_0(L/l)$ , де  $L$ - лінійний розмір системи,  $l$ -довжина вільного пробігу частинок. Якщо  $l < L$ , то  $t_1 < t_2$ .

В основі релаксаційних процесів лежить взаємодія частинок. Ця взаємодія квазічастинок в твердих тілах, в плазмі електронів, атомів, молекул, а також фотонів, що враховують оптичні переходи (радіаційні переходи). Якщо у плазмі, то зіткнення та релаксація приводять до дисипації енергії, що приводить до нагріву плазми, стінки і спонтанному випромінюванню в широкому частотному інтервалі.

## ЛЕКЦІЯ ЧЕТВЕРТА. ОДЕРЖАННЯ АКТИВНИХ СЕРЕДОВИЩ. ПРОХОДЖЕННЯ СВІТЛА ЧЕРЕЗ РЕЧОВИНУ. ЗАГАЛЬНІ ПРИНЦИПИ СТВОРЕННЯ ІНВЕРСНОЇ НАСЕЛЕННОСТІ. ПОГЛИНАННЯ І ПІДСИЛЕННЯ ВИПРОМІНЮВАННЯ КВАНТОВИМИ СИСТЕМАМИ

Рівноважна квантова система поглинає енергію зовнішнього випромінювання, тобто при рівноймовірності індукованих переходів зверху вниз (з випромінюванням енергії) і знизу вверху (з поглинанням енергії) з розрахунку на одну частинку загальне число переходів з нижніх рівнів на верхні перевершує число обернених переходів, тому що знизу частинок більше, ніж зверху.

Дійсно, зміна енергії зовнішнього поля випромінювання в одиничному об'ємі квантової системи визначається різницею енергій випромінювання емісійних і поглинутих при індукованих переходах вниз і вверху. Так як випромінювальна потужність рівна  $n_2 W_{21} h\nu$ , а поглинута -  $n_1 W_{12} h\nu$ , то швидкість зміни густини енергії у відповідності з 2.2, 2.3, 2.10, 3.15 складає

$$\frac{d\rho}{dt} = \left( \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \right) \cdot \frac{g_1 2B_{12} \hbar \nu \rho}{\pi \Delta \nu_n}, \quad (4.1)$$

що при термодинамічній рівновазі у відповідності з розподілом Больцмана ( $n_2 < n_1$ ) від'ємна. Енергія зовнішнього поля поглинається. В подальшому ми побачимо, що при помітному поглинанні енергії зовнішнього поля населеності  $n_2$  і  $n_1$  змінюються, змінюється тим самим швидкість поглинання енергії.

Однак на цьому теперішньому стані нашого розгляду ми будемо нехтувати таким сильним впливом поля на речовину. Будемо вважати наявність релаксаційних процесів, які швидко (порівняно з  $\frac{d\rho}{dt}$ ) повертають частинки у низ, це і забезпечує неперервність процесу поглинання енергії зовнішнього електромагнітного випромінювання і перевід цієї енергії у тепло.



Отже, при термодинамічній рівновазі  $\frac{d\rho}{dt} < 0$ . Для підвищення енергії випромінювання необхідно, щоб виконувалась умова

$$n_2/g_2 > n_1/g_1. \quad (4.2)$$

У відсутності виродження це означає, що населеність верхнього рівня повинна бути більше населеності нижнього рівня. Якщо є виродження, то число частинок, що приходить на один не вироджений стан верхнього рівня, повинно перевищувати населеність кожного не виродженого стану нижнього рівня.

Таким чином, підвищення густини енергії поля зовнішнього випромінювання проходить у квантовій системі тоді, коли рівноважний розподіл населеності так порушено, що верхні стани населені сильніше, ніж нижні, тобто коли розподіл населеності інвертований.

Система квантових частинок, у яких, хоча би для двох рівнів енергії, більш високо розміщений рівень населений сильніше нижнього рівня, називають системами з інверсією населеності. Іноді таку інвертовану систему називають системою з від'ємною температурою. Із формули (3.15) (розподіл Больцмана) видно, що при  $E_2 > E_1$  умова  $n_2/g_2 > n_1/g_1$  слідує автоматично, якщо вважати, що  $T$ -від'ємна ( $< 0$ ).

Для нас, однак, більш важливо, що системи з інверсною населеністю є системами з від'ємним поглинанням, тобто з підсиленням. Для випромінювання, що розповсюджується у виді біжучої хвилі у напрямку  $z$  із швидкістю  $c$ , коефіцієнт поглинання  $\alpha$  визначається як

$$\alpha = -\frac{1}{I} \frac{dI}{dz}, \quad (4.3)$$

де  $I$  [Вт/см<sup>2</sup>] - інтенсивність, густина потужності випромінювання

Так як  $I = \text{const} \times \rho$  і  $dz = c \times dt$ , то

$$\alpha = -\frac{1}{c\rho} \frac{d\rho}{dt}. \quad (4.4)$$

При цьому із 1 ми здобуваємо:

$$\alpha = \left( \frac{n_1}{g_1} - \frac{n_2}{g_2} \right) \frac{g_1 2V_{12} h \vartheta}{c\pi \Delta \vartheta_{\text{л}}}. \quad (4.5)$$

При виконанні умови  $n_2/g_2 > n_1/g_1$ , коефіцієнт  $\alpha < 0$ , відповідно підсилення, як і слідувало чекати, від'ємне поглинання.

У силу властивостей індукованого випромінювання підсилення, що здобувається при інверсії, когерентне. При розповсюдженні у середовищі з від'ємним поглинанням амплітуда поля збільшується експоненційно з показником (інкрементом) підсилення, рівним  $\alpha/2$ , тобто з показником:

$$\left( \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} \right) \frac{g_1 2V_{12} h \vartheta}{c\pi \Delta \vartheta_{\text{л}}}. \quad (4.6)$$

Для довідки, зв'язок між напруженістю електричного поля електромагнітної хвилі  $E$  з її інтенсивністю  $I$ . При лінійною поляризацією поля хвилі

$$E \text{ [В/см]} = 27 \sqrt{I},$$

$$\text{при круговій } E \text{ [В/см]} = 19 \sqrt{I}. \quad (4.7)$$

Отже, для підсилення, тобто для інверсії знаку поглинання, необхідна інверсія населеності. Для створювання інверсії населеності необхідне додатковий зовнішній вплив (дія). Поза

залежності від конкретного механізму інверсії ця зовнішня дія повинна долати процеси, що направлені на відновлення рівноваги різниці населеності. Перешкоджати процесам відновлення рівноважної різниці населеностей можливо, тільки витрачаючи енергію накачки, що поступає від зовнішнього джерела накачки (живлення).

Сукупність квантових частинок з інверсією населеностей, тобто середовище з від'ємними втратами енергії розповсюджуючого в ній випромінювання, називається у квантовій електроніці активним середовищем.

Розглянемо коефіцієнт поглинання в рівноважному випадку. У відповідності з розподілом Больцмана для дворівневої системи, що знаходиться при температурі  $T$ :

$$\alpha = n \frac{g_1 [1 - \exp(-\exp(-h\nu/kT))] 2B_{12} h\nu}{g_1 + g_2 \exp(-h\nu/kT) \pi \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (4.8)$$

Для  $n=n_1+n_2$  - густина загального числа частинок на обох рівнях енергії. В радіодіапазоні, як правило  $h\nu < kT$  і

$$\alpha = n \frac{g_1 2B_{12} (h\nu)^2}{g_1 + g_2 kT \pi \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (4.9)$$

В оптичному діапазоні  $h\nu > kT$  і

$$\alpha = n \frac{2B_{12} (h\nu)}{\pi \Delta\nu_{\text{л}}}. \quad (4.10)$$

Для довідки  $h\nu = kT$  при  $T=300\text{K}$  для  $\lambda=48$  мкм ( $\nu=6250\text{ГГц}$ )

Виразу 10 можна придати другу форму. Пригадуючи, що  $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$  і  $A_{21} = 8\pi\nu^2 h\nu B_{21}/c^3$ , тоді (10) буде:

$$\alpha = n \frac{g_2}{g_1} \frac{c^2}{4\pi\vartheta^2} \frac{A_{21}}{\pi\Delta\vartheta_{\pi}}. \quad (4.11)$$

Так як  $c/v=\lambda$  і  $A_{21}=1/\tau_0$ , де  $\tau_0$ -природній час життя частинки на верхньому рівні, то

$$\alpha = n \frac{g_2}{g_1} \frac{\lambda^2}{4\pi} \frac{1}{\pi\Delta\vartheta_{\pi}\tau_0}. \quad (4.12)$$

$\Delta v_{\pi} \tau_0$  безрозмірна величина ( $\lambda^2$  - переріз в  $\text{см}^2$ ).

Тобто, є можливість характеризувати поглинаючі властивості частинки деяким ефективним перерізом її взаємодії з резонансним електромагнітним полем. Цей переріз називається перерізом поглинання і визначається буквою  $\sigma$ .

По визначенню:

$$\alpha = n\sigma, \quad (4.13)$$

тоді

$$\sigma = \frac{g_2}{g_1} \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{2\pi\Delta\vartheta_{\pi}\tau_0} = h\vartheta \frac{2B_{12}}{c\pi\Delta\vartheta_{\pi}}. \quad (4.14)$$

Переріз поглинання завжди менший  $\lambda^2/2\pi$ , ( $\sigma=(10^{-12}-10^{-24})\text{см}^2$ ).

Вище йшла розмова про так званий лінійний коефіцієнт поглинання, або коефіцієнт поглинання малого сигналу, коли значення  $\alpha$  не залежить від інтенсивності сигналу. Це коефіцієнт поглинання відповідає відомому закону в оптиці Бугера - Ламберта-Бора. Він нами здобутий при умові, що випромінювання яке поглинається, не викликає відхилення розподілу частинок по рівням енергії від термодинамічно рівноважного. Однак, випромінювання, що поглинається системою частинок, обов'язково порушує теплову рівновагу у ній. У випадку, коли імовірність переходів під впливом зовнішнього поля стає зрівняною з імовірністю релаксаційних

переходів, рівноважний розподіл спотворюється. При цьому відносна доля енергії поглинаємо системою, зменшується, коефіцієнт поглинання падає, настає так званий ефект насичення. Очевидно, що в межі, коли інтенсивність поля так велика, що імовірність індукованих переходів перевищує імовірність релаксаційних переходів, настає повне насичення, при якому різниця

$$\frac{n_1}{g_1} - \frac{n_2}{g_2} = 0. \quad (4.15)$$

При цьому (коли  $n_1/g_1 = n_2/g_2$ ) система просвітлюється. Вона прозора для резонансного випромінювання – нема ні поглинання ні підсилення,  $\alpha=0$ .

Перший вчений, який спостерігав це явище в своїх експериментах, був академік С. І. Вавілов (він виказав думку та обґрунтовував її про можливе зменшення поглинання при підвищенні інтенсивності випромінювання. Він на базі цього явища ввів задовго до лазерів термін «нелінійна оптика» - це дало нову область фізики).

Розглянемо зміни населеностей в системі двох рівнів енергії, що проходить під дією резонансного електромагнітного поля, релаксаційних і спонтанних переходів. Відомо, що результатом дії будь-яких релаксаційних механізмів є обмін енергією між системою розгляданих частинок і тепловими коливаннями, що приводять до теплової рівноваги у всій системі у цілому. Саме релаксаційні взаємодії (разом із спонтанним випромінюванням, коли воно суттєве) встановлюється рівноважний стан населеностей і утворюють умови для продовження поглинання енергії випромінювання.

Випишемо тепер швидкісні (кінетичні) рівняння для населеностей двох рівнів енергії  $n_1$  і  $n_2$ . По перше є закон збереження числа частинок:

$$n_1 + n_2 = n \quad (4.16)$$

Далі, зміна густин числа частинок на верхньому рівні  $n_2$  дається рівнянням:

$$\frac{dn_2}{dt} = -\left(w_{21} + \frac{1}{\tau_0}\right)n_2 + w_{12} - W_{21}n_2 + W_{12}n_1 \quad (4.17)$$

Тут перша складова відповідає сходу частинок з другого рівня за рахунок релаксації (імовірність  $w_{21}$ ) і спонтанного розпаду (імовірність  $1/\tau_0$ ), друга складова відповідає релаксаційному заселенню другого рівня за рахунок сходу частинок з першого рівня (імовірність  $w_{12}$ ), третій і четвертий члени описують переходи 1-2. Якщо записати  $W_{12}$  у виді  $2 B_{12}\rho/(\pi\Delta\nu_l)$  і відомо, що  $g_1 B_{12} = g_2 B_{21}$  і  $n_1 = n - n_2$ , здобуваємо:

$$\frac{dn_2}{dt} = -\left(\frac{1}{\tau} + \frac{g_1 + g_2}{g_2} 2B_{12} \frac{\rho}{\pi\Delta\nu_l}\right)n_2 + \left(w_{12} + 2B_{12} \frac{\rho}{\pi\Delta\nu_l}\right)n \quad (4.18)$$

де введено позначення:

$$\tau = \frac{1}{w_{21} + w_{12} + \frac{1}{\tau_0}} \quad (4.19)$$

- ефективний час. У відсутності зовнішнього поля, як видно з рівняння 18, система релаксує з часом  $\tau$ .

У стаціонарних умовах:

$$\frac{dn_2}{dt} = 0.$$

Тоді:

$$n_2 = \frac{w_{12}\tau + 2B_{12}\rho\tau/(\pi\Delta\vartheta_{\pi})}{1 + (g_1 + g_2) \cdot 2B_{12}\rho\tau/(g_2\pi\Delta\vartheta_{\pi})} n. (4.20)$$

При  $\rho \rightarrow \infty$

$$n_2 = \frac{g_2}{g_1 + g_2} n. (4.21)$$

Відповідно  $n_1 = n - n_2$

$$n_1 = \frac{g_1}{g_1 + g_2} n. (4.22)$$

Тобто з точністю до кратності виродження населеності верхнього і нижнього рівнів зрівнюються. Проходить повне насичення.

У відсутності поля випромінювання ( $\rho = 0$ )

$$n_2^0 = w_{12}\tau n = \frac{w_{12}}{w_{12} + w_{21} + \frac{1}{\tau_0}} n (4.23)$$

і відповідно

$$n_1^0 = \frac{w_{21} + \frac{1}{\tau_0}}{w_{12} + w_{21} + \frac{1}{\tau_0}} n. (4.24)$$

Так як рівноважні різниці населеності підкорюються закону Больцмана, то для імовірностей релаксаційних процесів зверху вниз і знизу вверх повинна виконуватись умова :

$$\frac{w_{12}}{w_{21} + \frac{1}{\tau_0}} = \frac{g_2}{g_1} \exp\left(-\frac{E_2 - E_1}{kT}\right). (4.25)$$

З виразу видно, якщо виродження однакове ( $g_1=g_2$ ), релаксаційні переходи зверху вниз завжди більш імовірні, ніж знизу вверху. Для оптичних частот, коли  $E_2 - E_1 \gg kT$  імовірність релаксаційного переходу знизу вверху дуже мала. В радіодіапазоні ( $E_2 - E_1 \ll kT$ )  $w_{12}$  незначно менше  $w_{21}$  (швидкістю  $1/\tau_0$  можливо нехтувати).

Повернемося до випадку насичення. Як правило мають справу не з об'ємною густиною енергії  $\rho$ , а з густиною потоку енергії випромінювання  $I$ , якщо виразити інтенсивність випромінювання ( $I$ ) через об'ємну густину енергії ( $\rho$ ), а саме:

$$I = \rho \cdot c,$$

Тоді

$$n_2 = \frac{w_{12}\tau + I \cdot 2B_{12}\tau / (c\pi\Delta\vartheta_{\text{л}})}{1 + (g_1 + g_2)I \cdot 2B_{12}\tau / (g_2 c\pi\Delta\vartheta_{\text{л}})} n, \quad (4.26)$$

яка дозволяє ввести деяку ефективну характеристику насичення

$$I_s = \frac{1}{4} \frac{c\pi\Delta\vartheta_{\text{л}}}{B_{12}\tau}, \quad (4.27)$$

її смисл - інтенсивність насичення.

Формула 14 дозволяє зв'язати  $I_s$  з перерізом резонансного поглинання  $\sigma$ :

$$I_s = \hbar \vartheta / (2\sigma\tau). \quad (4.28)$$

Тоді у відповідності з (4.5) величина резонансного поглинання (підсилення) визначається формулою:

$$z = n_2/g_2 - n_1/g_1. \quad (4.29)$$



Беручи до уваги, що  $n_2 = n - n_1$  і відповідно,  $z = n_2(g_1 + g_2) / g_1 g_2 - n_1 g_1$ , з (4.26) здобуваємо для  $z$  співвідношення:

$$z = \frac{z_0}{1 + (g_1 + g_2)I / (2g_2 I_s)}, \quad (4.30)$$

де  $z_0$ -різниця населеностей в відсутності зовнішнього поля (при  $I=0$ ) співвідношення  $z_0$  має слідуєчий зміст. З підвищенням інтенсивності опромінення початкова різниця населеності зменшується. Характерний масштаб змін задається величиною  $I_s$ . Коли  $I=I_s$  різниця населеності падає вдвічі. При  $I \ll I_s$  ефектом насичення можна нехтувати. Величина  $I_s$  (28) допускає просте фізичне тлумачення: добуток інтенсивності випромінювання на переріз поглинання вимірюваного в одиницях  $h\nu$ , тобто величина

$I\sigma/h\nu$  дає при неперервному опроміненні значення середньої швидкості актів індукованого поглинання. Коли вона досягає швидкості (при  $g_1=g_2$ ) релаксаційного розпаду населеності верхнього рівня  $1/\tau$ , насичення становиться помітним.

Відмітимо, що цей розгляд справедливо для однорідно уширеної лінії поглинання, що насичується як ціле при підвищенні інтенсивності опромінення. Доплерівська лінія (неоднорідне уширення) потребує окремого і більш складного аналізу.

Ефект насичення грає важливу роль у квантовій електроніці. Насичення зменшує коефіцієнт поглинання не інвертованих резонансних поглинаючих систем, приводе їх, таким чином, у просвітлений стан, що буває часто корисним. Насичення знижає коефіцієнт підсилення інвертованих систем, що часто буває дуже небажаним. Насичення є тією не лінійністю, яка обмежує інтенсивність генерації лазерів.

В системах з багатьма рівнями енергії насичення одного із резонансних переходів може визвати інверсію населеності другого переходу.

Для видимої області при  $\tau=10^{-6}$  с і  $\sigma=10^{-16}$  см<sup>2</sup> значення  $I_s$  складає 1-2 кВт/см<sup>2</sup>.

### Імпульсний режим

Імпульсний режим можна вважати тоді, коли тривалість дії випромінювання на квантову систему мале порівняно з характерним часом релаксації системи. При імпульсній дії ефект насичення характеризується енергією насичення.

Дивимось на рівняння  $dn_2/dt$  (18), якщо  $\rho=\rho(t)$ , то і  $n=n_2(t)$  (при імпульсному включенні). При імпульсному характері включення  $\rho=\rho(t)$  дає відповідну залежність  $n_2(t)$ , (розглянемо знову рівняння 4.18). Для спрощення будемо розглядати оптичний випадок:  $w_{12}=0$  і  $n_2(0)=0$ . Введемо інтенсивність опромінення  $I=\rho \cdot c$  і прийемо до уваги вираз 4.27 для інтенсивності насичення стаціонарного режиму  $I_s$ . Тоді здобуваємо:

$$\frac{dn_2}{dt} = \frac{1}{2} \frac{I}{I_s} \frac{n}{\tau} - \left( 1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I}{I_s} \right) \frac{n_2}{\tau}, \quad (4.32)$$

де  $I=I(t)$ . Це лінійне диференціальне рівняння першого порядку. При нульовій початковій умові ( $n_2(0)=0$ ), вводимо позначення:

$$Q(t) = \left( 1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I(t)}{I_s} \right) \frac{1}{\tau}, \quad (4.33)$$

$$R(t) = \frac{I(t)n}{2I_s \tau}, \quad (4.34),$$

можна знайти  $n_2$  у виді:

$$n_2(t) = \left\{ \exp \left[ - \int_0^t Q(z) dz \right] \right\} \left\{ \int_0^t R(z) \exp \left[ \int_0^t Q(x) dx \right] dz \right\}. \quad (4.35)$$

Далі

$$\int_0^t Q(z) dz = \frac{t}{\tau} + \frac{1}{2} \frac{g_1 + g_2}{g_2} \int_0^t \frac{I(z)}{I_s(\tau)} dz. \quad (4.36)$$

Інтеграл  $\int_0^t I(z) dz$  дає питому дозу енергії опромінення, здобутого системою, у нашому випадку двох рівнів енергії до моменту часу  $t$  має смисл густини енергії опромінення за час  $t$  і вимірюється в джоулях на квадратний сантиметр, тим відрізняється від густини потоку енергії (тобто інтенсивності) опромінення, що вимірюється у ватах на квадратний сантиметр.

Вводимо позначення:

$$F(t) = \int_0^t I(z) dz, \quad (4.37)$$

$$F_s = I_s \tau, \quad (4.38),$$

де  $F_s$  - густина енергії насичення. З врахуванням 36-38 запишемо тоді

$$n_2(t) = \frac{n}{2} \exp \left[ - \frac{t}{\tau} + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F(t)}{F_s} \right] \int_0^t \exp \left[ \frac{z}{\tau} + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F(z)}{F_s} \right] \frac{I(z)}{F_s} dz. \quad (4.39)$$

Подальший аналіз потребує конкретизації виду  $I(t)$ .

Для імпульсів коротких  $\tau_{\text{імп}} \ll \tau$  можна вважати інтенсивність опромінення в проміжку імпульсу постійною і рівною  $I_0$ . Тоді  $F(\tau_{\text{імп}}) = F_{\text{імп}} = I_0 \tau_{\text{імп}}$  є густина (щільність) енергії імпульсу,

$$F(z)=I_0z \quad \text{і} \quad I(z)=I_0 \quad \text{для} \quad 0 \leq z \leq \tau_{\text{імп}}. \quad \text{В} \quad \text{результаті}$$

$$n_2(\tau_{\text{імп}}) = n_2^{\text{імп}} = nI_0 \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{\text{імп}}}{F_S} - \frac{\tau_{\text{імп}}}{\tau} \right] \right\} \left\{ 2I_S \left( 1 + \frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{I_0}{I_S} \right) \right\}^{-1}. \quad (4.40)$$

Від стаціонарного випадку 26-30 здобутий вираз відрізняється множником у скобках, що характеризує вплив ефективної релаксації в проміжку часу дії імпульсу опромінення. При підвищенні енергії імпульсу настає ефект насичення у тому смислі, що з ростом  $F_{\text{імп}}$  подальшого росту  $n_2$  не відбувається, тому що всі частинки перекинуті з рівня 1 на рівень 2, а зворотна релаксація за час  $\tau_{\text{імп}}$  не проходить.

Порівняння (4.40) і (4.26) показує, що в імпульсному режимі умова повного насичення

$$F_{\text{імп}} \gg F_S \quad (4.41)$$

якісно відмінна від умови повного насичення в неперервному режимі

$$I \gg I_S. \quad (4.42)$$

Саме ці міркування дозволили ввести формулою 38 густину енергії насичення при імпульсній дії

$$F_S = I_S \tau = h\nu / 2\sigma. \quad (4.43)$$

При сильних сигналах, коли для імпульсної інтенсивності умова 42 вже виконана для  $n_2$  справедлива формула:

$$n_2 = n \left[ 1 - \exp \left( -\frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{\text{імп}}}{F_S} \right) \right] \frac{g_2}{g_1 + g_2}. \quad (4.44)$$

Знання  $n_2$  дозволяє знайти  $n_1$  і  $n_2 - n_1$ , якщо справедливо, то

$$z = \frac{n_2}{g_2} - \frac{n_1}{g_1} = z_0 \exp\left(-\frac{g_1 + g_2}{2g_2} \frac{F_{im}}{F_s}\right), \quad (4.45)$$

де, як і у випадку стаціонарної інверсії 30  $z_0$  означає відповідну різницю населеності у відсутності зовнішнього поля, тобто при  $F_{im} = 0$ . Суттєва відміна 45 від 30 пояснюється характером насичення.

## **ЛЕКЦІЯ П'ЯТА . УМОВИ ОДЕРЖАННЯ СТАЦІОНАРНОЇ І ІМПУЛЬСНОЇ ІНВЕРСІЇ НАСЕЛЕНОСТІ ПРИ ОПТИЧНІЙ НАКАЧЦІ, В ЕЛЕКТРИЧНОМУ РОЗРЯДІ, РЕКОМБІНАЦІЙНОМУ ПОТОЦІ І ХІМІЧНИХ РЕАКЦІЯХ**

Створення інверсного стану у робочому тілі пов'язане, як правило, з деякими переходами, що відбуваються в активному середовищі. Залежно від кількості переходів, які приводять у кінцевому результаті до інверсії на відповідному (лазерному) переході, квантові системи класифікують на дво-, три-, і чотири-рівневі системи функціонування робочих центрів. Кожна з цих схем є спрощеною моделлю складних процесів, що відбуваються в лазерних системах.

### Дворівнева система функціонування

При збудженні дворівневої системи виникають три оптичні процеси, що пов'язані з переходами частинок між рівнями 1 і 2. По перше, відбувається поглинання на частоті переходу 1-2 з імовірністю  $\rho_{12}B_{12}$ , яка порушує Больцманівську рівновагу. По-друге, йде процес вимушеного випромінювання з імовірністю  $\rho_{21}$

$B_{21}$ . І по - третє, відбувається спонтанне випромінювання з імовірністю  $A_{21}$ . Окрім того, можливі і неоптичні переходи з ймовірностями  $d_{21}$  і  $d_{12}$ . Для спрощення запису кінетичних рівнянь позначимо повну імовірність переходів із відповідного рівня як  $f_{ik}$  або  $f_{ki}$ , які рівні:

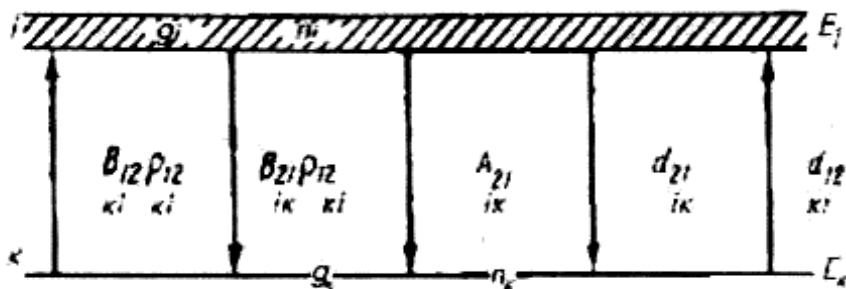


Рис.5.1.

$$f_{ik} = A_{ik} + B_{ik} \rho_{ik} + d_{ik},$$

$$f_{ki} = B_{ki} \rho_{ki} + d_{ki}.$$

У цих позначеннях для дворівневої системи кінетичні рівняння матимуть вигляд:

$$\frac{dn_1}{dn_2} = -n_1 f_{12} + n_2 f_{21} \quad (5.1)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = n_1 f_{12} - n_2 f_{21}.$$

Вони мають доповнюватись законом збереження активних центрів:

$$N = n_1 + n_2. \quad (5.2)$$

Якщо знехтувати неоптичними переходами  $d_{12} = d_{21} = 0$  і допустити, що рівні мають однакові статистичні ваги  $q_1 = q_2$ , то кінетичні рівняння 1 спрощуються:

$$\frac{dn_1}{dt} = (n_2 - n_1)B_{12}\rho_{12} + A_{21}n_2 \quad (5.3)$$

$$\frac{dn_2}{dt} = (n_1 - n_2)B_{12}\rho_{12} - A_{21}n_2$$

Для стаціонарного режиму з рівнянь (5.3) випливає:

$$B_{12}\rho_{12}n_1 = (B_{12}\rho_{12} + A_{21})n_2 \quad (5.4)$$

Розв'язок (5.4) та (5.2) приводить до наступних значень населеностей рівнів:

$$n_1 = \frac{A_{21} + B_{12}\rho_{12}}{A_{21} + 2B_{12}\rho_{12}} N \quad (5.5)$$

$$n_2 = \frac{B_{12}\rho_{12}}{A_{21} + 2B_{12}\rho_{12}} N.$$

Залежність населеності рівнів 1 і 2 від  $\rho_{12}$  приведено на рисунку 5.2.

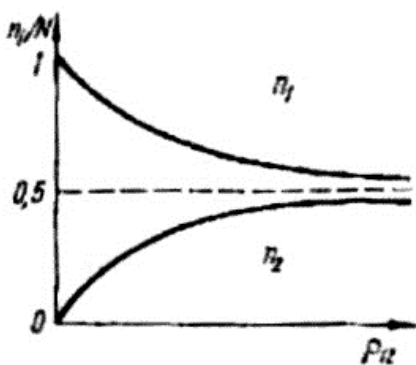


Рис.5.2

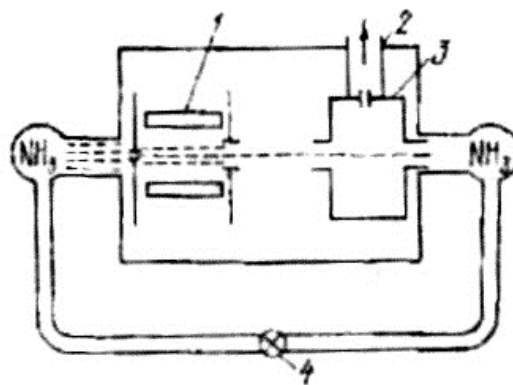


Рис.5.3.

Із нього випливає, що оптичними методами в дворівневій системі створити інверсну населеність неможливо. Неможливо це

й електронним збудженням, тому що правила відбору аналогічні оптичним. Дійсно, за відсутності випромінювання  $\rho_{12}(0)$  всі частинки знаходяться у стані 1. Із зростанням  $\rho_{12}$  («оптичне накачування») монотонно зменшуються  $n_1$ , а  $n_2$  монотонно зростає. В граничному випадку  $\rho_{12} \rightarrow \infty$  заселеності станів вирівнюються ( $n_2 - n_1 = 0,5N$ ).

Тому всі працюючи за дворівневою схемою лазери накачуються «неоптичними методами». Зокрема, накачування аміачного мазера (рис. 5.3) засноване на відборі з молекулярного пучка збуджених молекул  $\text{NH}_3$  за допомогою неоднорідного електричного поля, де 1-система селекції молекули, 2-вихідний хвилевод, 3-резонатор, 4-система перекачування газу.

За допомогою електричного поля виконується просторове розділення молекул пучка  $\text{NH}_3$ , які знаходяться в різних енергетичних станах. В інверсному спектрі  $\text{NH}_3$  найбільш потужна лінія з  $\nu=0$ ,  $J=3$ ,  $K=3$  ( $\nu=23870\text{МГц} \approx 24 \cdot 10^3 \text{МГц}$ ;  $\lambda=1,25 \text{см}$ ). Звичайно, з молекулярного пучка у резонатор поступає лише 6 %  $J=3$ ,  $K=3$  молекул, тобто, за 1с поступає  $10^{14}$ - $10^{15}$  активних молекул, що відповідає потужності випромінювання  $10^{-8} \text{Вт}$ .

### Трирівнева схема функціонування

Принципи її роботи накачування на частоті  $\nu_{13}$  збуджує частинки з рівня 1 на рівень 3. Потім за рахунок безвипромінювальних переходів частинки з рівня 3 потрапляють на рівень 2. Робочі центри підбираються так, щоб рівень 2 був метастабільним для накопичення на ньому достатньо великого числа частинок, що і забезпечує інверсію заселеностей відносно рівня 1. Після випромінювання на частоті  $\nu_{21}$  з метастабільного рівня система повертається до нормального стану.



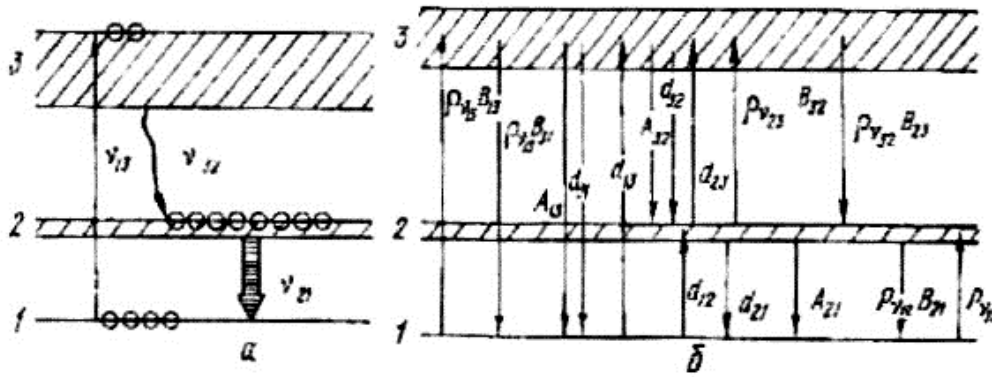


Рис. 5.4.

Кінетичні рівняння для трирівневої системи мають вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{dn_1}{dt} &= -n_1(f_{12} + f_{13}) + n_2f_{21} + n_3f_{31}, \\ \frac{dn_2}{dt} &= n_1f_{12} - n_2(f_{21} + f_{23}) + n_3f_{32}, \\ \frac{dn_3}{dt} &= n_1f_{13} + n_2f_{23} - n_3(f_{31} + f_{32}). \end{aligned} \quad (5.6)$$

Розв'язок системи 5.6. (у стаціонарному режимі  $dn_i/dt=0$ ) для розподілу квантових частинок за рівнями приводить до наступного результату:

$$\begin{aligned} n_1 &= N/F(f_{31}f_{21} + f_{31}f_{23} + f_{32}f_{21}), \\ n_2 &= N/F(f_{32}f_{12} + f_{32}f_{13} + f_{31}f_{12}), \\ n_3 &= N/F(f_{13}f_{21} + f_{13}f_{23} + f_{12}f_{23}), \end{aligned} \quad (5.6)$$

де:

$$F = f_{21}(f_{32} + f_{13} + f_{31}) + f_{12}(f_{32} + f_{23} + f_{31}) + f_{13}(f_{23} + f_{32}) + f_{23}f_{31}.$$

Розглянемо залежність заселеностей рівнів тільки від густини випромінювання та імовірностей переходів. У зв'язку з тим, що, як правило, для три рівневих оптичних квантових

генераторів навіть при кімнатній температурі  $\hbar\vartheta_{12} \gg kT$  і  $\hbar\vartheta_{23} \gg kT$ , а тим більше  $\hbar\vartheta_{13} \gg kT$ , можна вважати, що  $f_{12}=f_{23}=0$ ,  $d_{12} \approx d_{23} \approx d_{13} \approx 0$ , оскільки випромінювання на частотах  $\vartheta_{12}$  і  $\vartheta_{23}$  немає. Тоді із (5.6) випливає:

$$n_1 = \frac{f_{21}}{f_{21} + \eta f_{13} \left(1 + \frac{f_{21}}{f_{32}}\right)} N,$$

$$n_2 = \frac{\eta f_{13}}{f_{21} + \eta f_{13} \left(1 + \frac{f_{21}}{f_{32}}\right)} N, \quad (5.7)$$

$$n_3 = \frac{\eta f_{13}}{f_{21} + \eta f_{13} \left(1 + \frac{f_{21}}{f_{32}}\right)} \cdot \frac{f_{21}}{f_{32}} N,$$

де  $\eta = \frac{f_{32}}{f_{31} + f_{32}}$ .

Величина  $\eta$  визначає частину збуджених частинок, які потрапляють на метастабільний рівень.

Перепишемо рівняння (5.7), враховуючи означення  $f_{ik}$  і  $f_{ki}$ :

$$n_1 = \frac{A_{21}(A_{31} + d_{32} + B_{31}\rho_{13})}{A_{21}(d_{32} + A_{31}) + (2A_{21} + d_{32})B_{31}\rho_{13}} N,$$

$$n_2 = \frac{d_{32}B_{31}\rho_{13}}{A_{21}(d_{32} + A_{31}) + (2A_{21} + d_{32})B_{31}\rho_{13}} N, \quad (5.8)$$

$$n_3 = \frac{A_{21}B_{31}\rho_{13}}{A_{21}(d_{32} + A_{31}) + (2A_{21} + d_{32})B_{31}\rho_{13}} N,$$

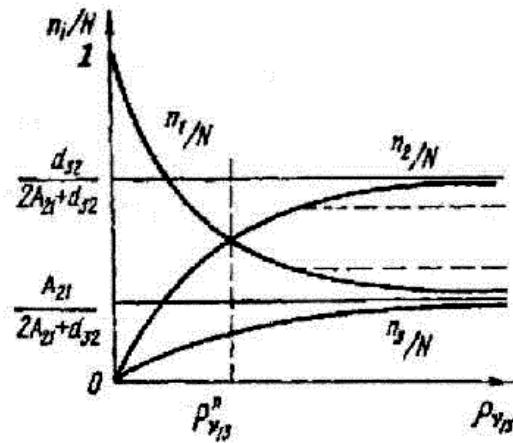


Рис.5.5.

Залежність заселеностей всіх трьох рівнів від  $\rho_{13}$  зображено на рис.5.5.

Якщо система частинок знаходиться при абсолютному нулі температури, то за відсутності накачування ( $\rho_{13}=0$ ) всі частинки знаходяться на основному рівні (1). З виникненням накачування починають заселятися рівні 2 і 3. При цьому, природно, населеність основного рівня зменшується, так як  $n_1+n_2+n_3=N$ . У граничному випадку при  $\rho_{13} \rightarrow \infty$ :

$$n_1=n_3=(A_{21}/2A_{21}+d_{32})N$$

$$n_2=(d_{32}/2A_{21}+d_{32})N \quad (5.9)$$

Із виразів 5.8, випливає, що інверсію на переході  $2 \rightarrow 1$  можна отримати при накачуванні  $\rho_{13}$ , більших  $\rho_{13}^n$  (рис. 5.5,  $n_1=n_2$ ), тобто за виконання умови:

$$\rho_{13} > \rho_{13}^n = A_{21}(d_{32}+A_{31})/B_{31}(d_{32}-A_{21}). \quad (5.10)$$

Із зростанням  $\rho_{13}$  інверсія зростає, прямує до величини:

$$n = \Delta n_{21} = n_2 - n_1 = (d_{32} - A_{21}/2A_{21} + d_{32})N. \quad (5.11)$$

Таким чином, згідно з проведеним спрощеним розглядом, умову інверсії ( $\Delta n_{21} > 0$ ) виконати тим легше, чим краще виконується умова  $d_{32} > A_{21}$ , і в граничному випадку  $\Delta n_{21} \rightarrow N$  при  $A_{21} \rightarrow 0$ , а отже, чим більший час життя стану 2 при фіксованій імовірності безвипромінювального переходу.

### Чотирівнева схема функціонування

Принцип роботи чотирівневої схеми показано на рисунку 5.6 (а). За допомогою накачування частинки з основного стану 1 збуджується на рівень 4. Потім із великою імовірністю безвипромінювального переходу квантові частинки переходять на метастабільний рівень 3. Переходи частинок  $3 \rightarrow 2$  дають люмінесценцію, або, якщо створити необхідні умови, індуковане випромінювання. І, нарешті, в результаті безвипромінювального переходу  $2-1$  квантові частинки повертаються на основний рівень. Отже, якщо робоче тіло підібрано так, щоб  $h\nu_{12} \gg kT$ , то  $n_2$  при термодинамічній рівновазі дуже мале:

$$n_2 = N \exp(-E_2/kT).$$

Тому в такій системі порівняно з трирівневою схемою видно легко отримати інверсний стан, оскільки досить «загнати» на рівень 3 незначну частину квантових частинок, як вже отримає інверсний стан, тому що рівень 2 практично вільний.

На рисунку 5.6 (б) показано всі можливі переходи і їх імовірності. А на рисунку 5.6 (в) залежність населеності від  $\rho$  (густини). Видно, що інверсія вже є при  $\rho = 0$  і досягає мак. при  $\rho \rightarrow \infty$ .

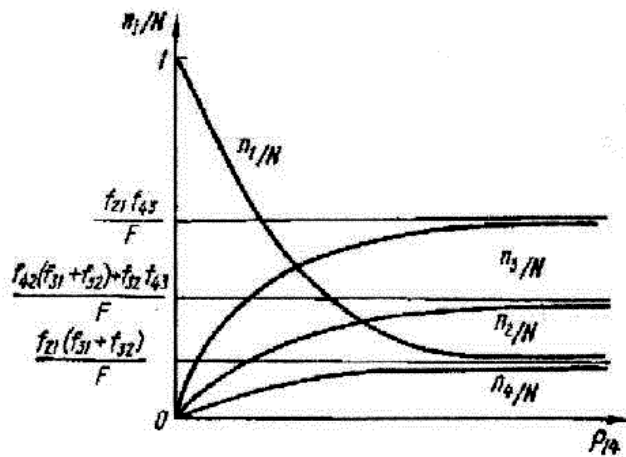
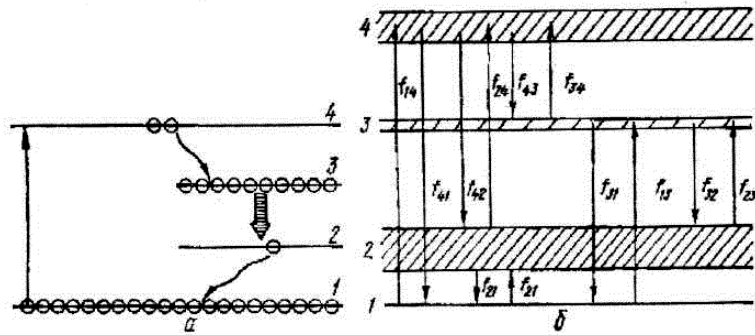


Рис. 5.6.

Для нормального функціонування чотирирівневої системи необхідно щоб співвідношення між ймовірностями переходів були наступними:

$$\begin{aligned}
 & f_{21} \gg f_{12}; \quad f_{21} \gg f_{32}; \quad f_{21} \gg f_{42} \\
 & f_{43} \gg f_{41}; \quad f_{43} \gg f_{42}; \quad f_{43} \gg f_{32} \\
 & \text{або} \\
 & d_{21} \gg d_{12}; \quad d_{21} \gg B^{32} \rho_{23} + A_{32} \\
 & d_{21} \gg d_{42}; \quad d_{43} \gg B_{41} \rho_{14} + A_{41} \\
 & d_{43} \gg d_{42}; \quad d_{43} \gg B_{32} \rho_{23} + A_{32}
 \end{aligned}$$

Для отримання низьких порогів генерації активні тіла мають задовольняти такі вимоги:

1. Лінія спонтанного випромінювання повинна мати малу напівширину.

2. Шкідливі втрати на довжині хвилі генерації мають бути якомога меншими, тобто час життя фотона в резонаторі має бути якомога більший ( $\tau_p \rightarrow \infty$ ).
3. Високий квантовий вихід люмінесценції робочого переходу  $\eta \approx 1$ .
4. Схема функціонування активного середовища – чотирирівнева, причому  $h\nu_{12} \gg kT$ , а час життя активних центрів на рівні 2 малий ( $d_{21} \rightarrow \infty$ ).
5. Коефіцієнт поглинання збуджуючого випромінювання має бути досить великим у широкому спектральному інтервалі.

### Умови створення інверсної населеності в електричному розряді

В електричному розряді інверсія заселеності створюється в більшості газових лазерів. Електрони розряду збуджують частинки газу, переводять їх в процесах не пружних зіткнень на більш високі рівні енергії. Якщо швидкості процесів розряду збуджених станів сприятливі накопиченню частинок на якому-то верхньому рівні енергії і спустошення якогось нижнього рівня енергії, то між цими рівнями створюється інверсія населеностей. Електрони збуджують газ і створюють інверсію населеностей рівнів енергії нейтральних атомів, молекул, іонів.

Електричний розряд може бути самостійним і несамостійним. В несамостійному розряді провідність газу забезпечується зовнішнім іонізуючим агентом, а процес збудження здійснюється незалежно від умов пробою газу при оптимальному значенні напруженості електричного поля у розрядному проміжку. Поле і струм через розряд визначають енергію (енерговклад), що вводиться у розряд.

Загальна умова отримання інверсії (процесів збудження і спустошення робочих рівнів(газів))

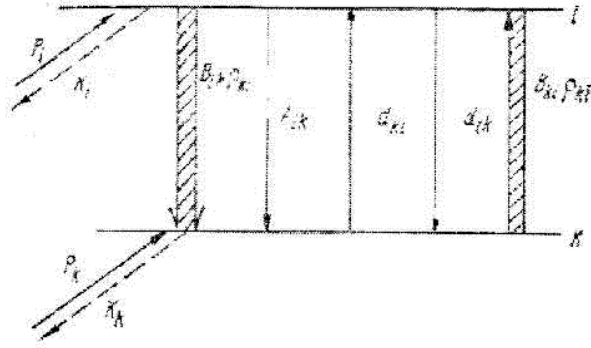


Рис. 5.7. Загальна схема процесів збудження і спустошення робочих рівнів газів

Величини  $P_i$  і  $P_k$  - швидкості заповнення верхнього і нижнього рівнів,  $K_i$  і  $K_k$  - швидкості спустошення нижнього і верхнього рівнів. Умова отримання підсилення на переході  $i \rightarrow k$  при  $d_{ik} \gg d_{ki}$  (тобто  $h\nu_{ki} \gg kT$ ) зводиться до наступного виразу:

$$K_k > \frac{q_i}{q_k} \left[ \frac{P_k}{P_i} (K_i + A_{ik}) + (d_{ik} + A_{ik}) \left( 1 + \frac{P_k}{P_i} \right) \right]. \quad (5.12)$$

Перший доданок - спустошення верхнього рівня, другий - заповнення нижнього.

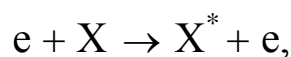
Звідси: при  $P_k \rightarrow 0$   $K_k > \frac{q_i}{q_k} (d_{ik} + A_{ik}), \quad (5.13)$

що збігається з умовою підсилення чотирирівневої схеми функціонування

$$f_{21} \gg f_{32}.$$

### Створення інверсії електронним ударом

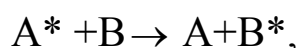
Процес не пружних зіткнень (електрон-атом (молекула)) в однокомпонентному газі (зіткнення першого роду)





Суть його полягає в тому, що при не пружних зіткненнях електрона з атомом (молекулою) атом (молекула) збуджується, а потім висвічується.

Створення інверсії за рахунок процесу резонансної передачі енергії в дво компонентному газі (зіткнення другого роду)



Суть його полягає в тому, що при не пружних зіткненнях атома (молекули), що знаходиться в метастабільному енергетичному стані збуджується другий атом (молекула), а потім другий атом висвічується.

### Газокінетичний метод здобуття інверсії

Газокінетичний метод здобуття інверсії це метод в якому теплова енергія нагрітого газу безпосередньо перетворюється в енергію монохроматичного електромагнітного випромінювання. Так, якщо попередньо сильно нагрітий газ раптово розширяється, наприклад при витіканні з надзвуковою швидкістю через деяке сопло (рис. 5.9), то температура газу різко падає до нової. Суттєво більше низької температурі відповідає новий рівноважний розподіл населеностей по рівням енергії частинок газу. При миттєвому зниженні температури газу на деякий час порушується рівно важність цього розподілу. Тоді, якщо релаксація до нової термодинамічної рівноваги йде скоріше, ніж для верхнього, газодинамічна течія супроводжується інверсною населеністю і вона існує в деякій протяжній області вниз по течії газу. Розмір цієї області визначається швидкістю



газодинамічного потоку і часом релаксації інверсної населеності у ньому.

### Хімічний метод здобуття інверсії

При хімічному збудженні інверсія населеностей створюється за рахунок хімічних реакцій, при яких утворюються збуджені атоми, молекули, радикали. Потрібно, щоб реагенти легко та швидко перемішувались та транспортувались. У газофазних хімічних реакціях не рівноважний розподіл хімічної енергії серед продуктів реакції проявляється найбільш сильно і зберігається найбільш довго. Хімічні лазери цікаві тим, що в них проходить пряме перетворення хімічної енергії в енергію електромагнітного випромінювання. Якщо залучати цепну реакцію (знову утворюється початковий продукт), то падає доля енергії затрат на ініціювання реакцій, що забезпечують здобуття інверсії. У результаті потреба електроенергії під час роботи може бути дуже мала, що також є велика перевага хімічного методу створення інверсії.

Додамо до цього, що видалення продуктів реакції, тобто робота в газовому потоці може забезпечувати неперервний режим хімічних лазерів. Можливо також поєднання хімічного і газодинамічного методів збудження.

До хімічних лазерів примикають лазери, інверсія населеностей в яких досягається за допомогою реакцій фото дисоціації. Як правило, це швидкісні реакції, ініційовані інтенсивним імпульсним світловим спалахом або вибухом. В результаті дисоціації виникають збуджені атоми або радикали. Вибуховий характер реакції обумовлює імпульсний режим роботи таких лазерів.

При оптичній накачці енергія квантів поглинання повинна попадати в смугу поглинання. Вона ефективна, коли енергія квантів джерела відповідає енергії збудження рівня.

## Електронно - променеве збудження

Електронно - променеве збудження здійснюється при іонізації газу електронами високої енергії (0,3-3 МеВ). При цьому енергія швидких електронів первинного пучку (загальне число їх відносно невелике, каскадним способом перетворюється в енергію великого числа електронів з малою енергією (від 1 до 10 еВ), а ці вже електрони збуджують верхні рівні енергії атомів або молекул. Так як довжина пробігу електронів високої енергії у газах досить велика, то електронно - променевий спосіб збудження зручний для створення активного середовища великих об'ємів при великих тисках газів, при чому газів будь-якого складу.

### **Контрольні питання до теми**

1. Нерівноважне заселення енергетичних станів атомів і молекул.
2. Нерівноважні заселеності в напівпровідникових системах.
3. Чому імовірності індукованих переходів залежить від густини випромінювання?
4. Який взаємозв'язок індукованих і спонтанних переходів в квантових системах?
5. Квантово-механічний вираз для коефіцієнту індукованого випромінювання.
6. Чим визначається спектральна ширина випромінювання квантових систем?
7. Вирази для контурів спектрального випромінювання з природними і доплерівськими ширинами.
8. Якими параметрами визначається заселення енергетичних станів в плазмі?
9. Якими величинами визначається процес фотозбудження енергетичних станів в твердих тілах і рідинах?
10. Релаксаційні процеси в квантових системах і їх кількісні характеристики.
11. Принцип квантового підсилення.

12. Чому коефіцієнт підсилення залежить прямо порційко від інверсної населеності і обернено - від ширини контуру випромінювання?
13. Закон квантового підсилення випромінювання.
14. Які величини коефіцієнтів підсилення для слабо і високоактивних середовищ?
15. Який зв'язок коефіцієнту підсилення (поглинання) з ефективним перерізом індукованих переходів (поглинання).
16. Чому має місце ефект насичення інверсної населеності?
17. Від яких параметрів залежить насичення?
18. Умова створення інверсної населеності в однокомпонентній газорозрядній плазмі?
19. Умова створення стаціонарної інверсної населеності а двокомпонентній газорозрядній плазмі.
20. Умова створення інверсної населеності при оптичній накачці твердих тіл і рідин.
21. Умова створення інверсної населеності в імпульсному режимі.
22. Які методи одержання інверсних середовищ?

### **Література**

- 1 .В.І. Григоруk, П.А. Коротков, А.І. Хижняк. Лазерна фізика. - К.: МП "Леся", 1999.
2. Н.В. Карлов. Лекции по квантовой электронике. – М.: Наука, 1988.
- 3.И.И. Кондиленко, П.А. Коротков, А.Н. Хижняк. Физика лазеров. – К.: Вища школа, 1984.
4. Л.В. Тарасов. Физические основы квантовой электроники. – М.: Сов. радио, 1976.
5. Л.В. Тарасов. Физика процессов в генераторах когерентного оптического излучения. -М.: Радио и связь, 1981.
6. Бранд т Н. Б., Кульбачински й В. А. Квазичастицы в физике конденсированного состояния. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 632 с. — ISBN 5-9221-0564-7.

