Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Мулеса О.Ю., Гече Ф.Е., Кіндюх Т.С. Теоретичні основи розв'язування алгебраїчних рівнянь з параметрами.Фізико-математична освіта. 2019. Випуск 1(19). С. 148-153.

Mulesa O., Fedir G., Kindyukh T. Theoretical Bases Of Solving Algebraic Equations With Parameters. Physical and Mathematical Education. 2019. Issue 1(19). P. 148-153.

DOI 10.31110/2413-1571-2019-019-1-023
УДК 378.147

О.Ю. Мулеса
ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Україна
Oksana.Mulesa@uzhnu.edu.ua
ORCID: 0000-0002-6117-5846
Ф.Е. Гече
ДВНЗ «Ужгородський національний університет», Україна
Fedir.Geche@uzhnu.edu.ua
ORCID: 0000-0002-4757-9828
Т.С. Кіндюх
Ужгородська класична гімназія, Україна
Tetsvkin@gmail.com
ORCID: 0000-0001-6863-3822

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ

АНОТАЦІЯ

Тема «Рівняння з параметрами» в шкільному курсі алгебри є компонентом навчальної програми 10 класу. Проте, аналіз підручників з математики показав, що такі завдання пропонуються до розв'язування учням вже починаючи з 5 класу і закінчуючи завданнями на зовнішньому незалежному оцінюванні з математики. Також завдання такого типу часто зустрічаються серед завдань математичних олімпіад та конкурсів, та присутні у завданнях зовнішнього незалежного оцінювання з математики всіх попередніх років.

Формулювання проблеми. *Таким чином, починаючи з 5-го класу вчитель має можливість знайомити учнів з поняттям параметра та методами розв'язування рівнянь з параметрами. Тому, в процесі навчання у вищому закладі освіти, майбутні фахівці – вчителі математики, мають набувати компетентностей, які дозволять їм в процесі навчання різних тем, відповідно до рівня знань школярів, знайомити їх з методами розв'язування рівнянь з параметрами.*

Матеріали і методи. *В ході дослідження були використані такі теоретичні методи як аналіз, синтез, узагальнення, пояснення, тощо, що дозволило систематизувати теоретичний матеріал та подати його у зрозумілому вигляді.*

Результати. *Проведено огляд теоретичних основ розв'язування алгебраїчних рівнянь з параметрами як в шкільному курсі математики, так і в процесі підготовки майбутніх вчителів математики. Поєднання запропонованих теоретичних викладок дозволяє розв'язувати задачі підвищеного рівня складності, знаходити нові способи розв'язування задач, приймати обґрунтовані рішення на основі результатів використання математичних методів. Результати дослідження можуть бути використані в навчальному процесі вищого закладу освіти.*

Висновки. *Встановлено, що теоретичні основи розв'язування алгебраїчних рівнянь з параметрами складають елементи різних розділів елементарної та вищої математики. Від їх вдалого поєднання залежить успішне розв'язування зазначених задач. Таким чином, дисципліни навчальних планів з підготовки вчителів математики мають містити змістовні модулі з вивчення зазначених тем.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: *методика навчання, освітній процес, підготовка фахівців, алгебраїчне рівняння, параметр.*

ВСТУП

Постановка проблеми. «Рівняння з параметрами», як тема, в шкільному курсі алгебри є компонентом навчальної програми 10 класу. Проте, аналіз підручників з математики показав, що такі завдання пропонуються до розв'язування учням вже починаючи з 5 класу і закінчуючи завданнями на зовнішньому незалежному оцінюванні з математики (рис. 1, рис. 2):

278.** Яке число треба підставити замість a, щоб коренем рівняння:
1) $(x+a)-7=42$ було число 22; 2) $(a-x)+4=15$ було число 3?

279.** Яке число треба підставити замість a, щоб коренем рівняння:
1) $(x-7)+a=23$ було число 9; 2) $(11+x)+101=a$ було число 5?

Рис. 1. Завдання з підручника «Математика. 5 клас», тема «Рівняння» (Мерзляк, 2018)

Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} |x-y| = |x-a|, \\ \lg(y-a) = \lg(4a^2+x-x^2) \end{cases}$ залежно від значень параметра a

Рис. 2. Завдання на ЗНО з математики, 2017 рік

У підручниках для старших класів, зокрема, в підручниках для класів з поглибленим вивченням математики, рівняння з параметрами складають значну частину від всіх завдань. Також завдання такого типу часто зустрічаються серед завдань математичних олімпіад та конкурсів, та присутні у завданнях зовнішнього незалежного оцінювання з математики всіх попередніх років.

Таким чином, починаючи з 5-го класу вчитель має можливість знайомити учнів з поняттям параметра та методами розв'язування рівнянь з параметрами.

Отже, в процесі навчання у вищому закладі освіти, майбутні фахівці – вчителі математики, мають набувати компетентностей, які дозволять їм в процесі навчання різних тем, відповідно до рівня знань школярів, знайомити їх з методами розв’язування рівнянь з параметрами.

Як правило, виділяють такі методи розв’язування алгебраїчних рівнянь з параметрами як аналітичний, алгебраїчний та графічний. Проте, розв’язування такого типу рівнянь, в загальному випадку є нетривіальною задачею. Тому, вчитель математики має бути здатним знаходити нові способи розв’язування задач, приймати обґрунтовані рішення на основі результатів використання математичних методів.

Аналіз актуальних досліджень. Існує ряд методичних розробок, присвячених розв’язуванню рівнянь з параметрами, зокрема роботи (Горнштейн&Полонский&Якир, 1992; Апостолова&Ясінський, 2004; Прус&Швець, 2018). У цих розробках наводиться велика кількість різних задач з параметрами, проводиться їх систематизація та класифікація, пропонуються різні підходи до розв’язання таких задач. Проте, актуальним залишається питання вивчення цієї теми в процесі підготовки майбутніх вчителів математики.

Мета статті. Проаналізувати теоретичні основи навчання теми «Алгебраїчні рівняння з параметрами» та розробити рекомендації щодо деяких аспектів змістовного наповнення навчальних планів з підготовки вчителів математики.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В ході дослідження були використані такі теоретичні методи як аналіз, синтез, узагальнення, пояснення, тощо, що дозволило систематизувати теоретичний матеріал та подати його у зрозумілому вигляді.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ЇХ ОБГОВОРЕННЯ

Класифікація алгебраїчних рівнянь з параметрами та методів їх розв’язування.

Алгебраїчні рівняння з параметрами можна класифікувати таким чином (Апостолова, Ясінський,2004), (Прус, Швець, 2018) :

1. Лінійні рівняння з параметрами.
2. Квадратні рівняння з параметрами.
3. Рівняння з параметрами вищих степенів.
4. Алгебраїчні рівняння з параметрами, що містять змінну під знаком модуля.

До цього ж класу можна віднести рівняння з параметрами, які зводяться до алгебраїчних, а також системи таких рівнянь.

Всі методи розв’язування рівнянь з параметрами умовно розділяють на аналітичні та графічні. Можливе також поєднання цих методів.

Незважаючи на те, що задачі з параметрами розв’язуються в шкільному курсі математики, для їх розв’язання іноді доцільно використовувати елементи вищої математики. Аналіз методичних розробок, присвячених рівнянням з параметрами, а також задач, які зводяться до розв’язування таких рівнянь та їх систем, показав, що для успішного розв’язування задач такого типу необхідним є знання та уміння, пов’язані, принаймні, з такими розділами математики:

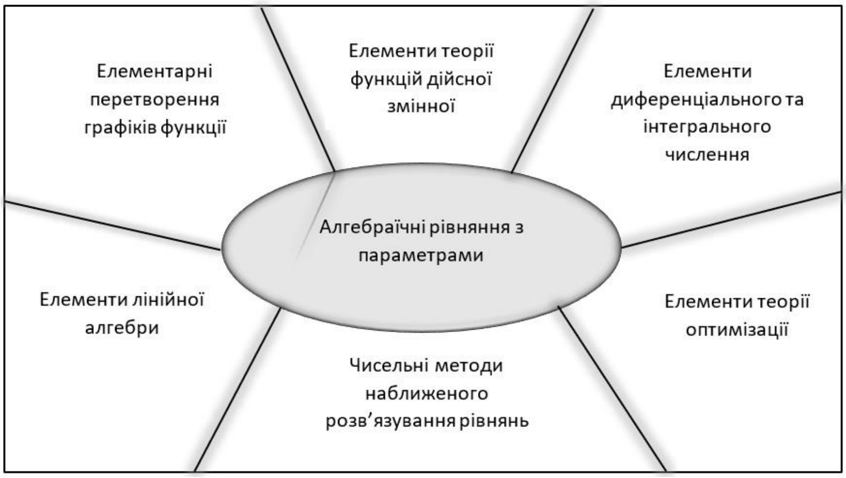

Рис. 3.

Науково-методичні основи методики розв'язування алгебраїчних рівнянь з параметрами можна зобразити наступною схемою:

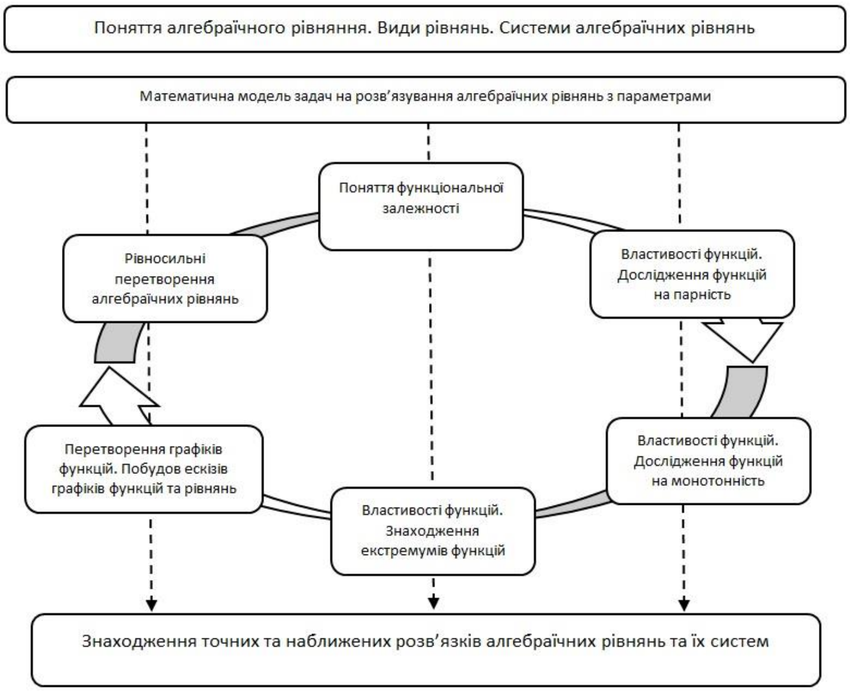

Рис. 4.

Графічний метод розв'язування рівнянь

Найпростішим для розуміння та найдоступнішим для учнів є графічний метод розв'язування рівнянь з параметрами, який зводиться до побудови відповідних графіків функцій і рівнянь та базується на основних прийомах перетворень графіків функцій. Основна ідея графічного методу, як правило, полягає у розбитті рівняння на дві функції, побудові їх графіків та знаходженні точок перетину, що є розв'язками рівняння.

Проілюструємо це на прикладі: Знайти скільки розв'язків має рівняння в залежності від значення параметра a :

$$|x^2-8|x|+7|+3=a$$

Розв'язання.

Будуємо графік функції $y=|x^2-8|x|+7|$

$y=a-3$ — пряма, паралельна осі OY.

Як видно з рис.5, маємо такі випадки:

якщо $y<0, a-3<0, a\in(-\infty,3)$, то графіки спільних точок не мають, тобто рівняння коренів не має;

якщо $y=0, a-3=0, a=3$, то графіки мають 4 спільні точки, тобто рівняння має 4 корені, які легко встановити з графіка функції;

якщо $0<y<7,\ 0<a-3<7,\ a\in(3{,}10)$, то рівняння має 8 коренів;

якщо $y=7,\ a-3=7,\ a=10,$ то рівняння має 7 коренів;

якщо $7<y<9,\ 7<a-3<9,\ a\in(10{,}12)$, то рівняння має 6 коренів;

якщо $y=9,\ a-3=9,\ a=12$, то рівняння має 4 корені;

якщо $y>9,\ a-3>9,\ a\in(12,+\infty)$, то рівняння має 2 корені.

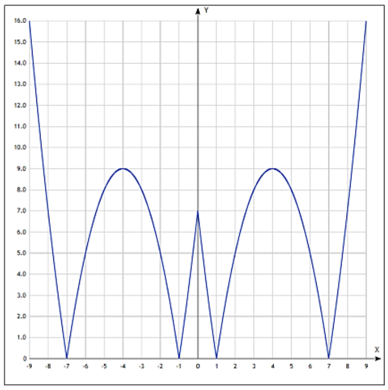

Рис. 5

Наведений приклад демонструє переваги та відносну простоту і наочність графічного методу, проте, не для кожної функції можна побудувати графік лише за допомогою елементарних перетворень графіків функцій. Часто, необхідним є залучення додаткових математичних прийомів, пов'язаних з дослідженням графіків функцій за допомогою похідних. Також є задачі, графічне дослідження яких не дасть відповіді на поставлені у них питання. Тому доцільним є використання деяких понять та тверджень вищої математики. Розглянемо найбільш уживані з них.

Теоретичні основи розв'язування деяких алгебраїчних рівнянь з параметрами

Елементи математичного аналізу. При розв'язуванні алгебраїчних рівнянь з параметрами часто доцільно використовувати поняття похідної функції та її геометричний зміст. При цьому треба оперувати такими поняттями (Фихтенгольц, 1980):

Теорема: Нехай функція $f(x)$ визначена та неперервна на проміжку X і в середині цього проміжку має скінченну похідну $f'(x)$. Для того, щоб $f(x)$ була в X монотонно зростаючою (спадною) в строгому розумінні, необхідно та достатньо, щоб виконувалися умови:

1) $f'(x)\ge 0 \quad (\le 0)$ всередині X ;

2) $f'(x)$ не перетворюється тотожно в 0 ні в одному з інтервалів, що є частиною X .

Означення. Функція $f(x)$ в точці x_0 має максимум (чи мінімум), якщо цю точку можна оточити таким околом $(x_0-\delta, x_0+\delta)$, який знаходиться в області визначення функції, що

$$f(x) \le f(x_0) \ \text{(або } f(x) \ge f(x_0)\text{)}, \ \forall x \in (x_0-\delta, x_0+\delta).$$

З цього отримується *правило* для дослідження значення x_0, підозрілого на екстремум: підставляємо в похідну $f'(x)$ спочатку $x \in (x_0-\delta, x_0)$,а потім $x \in (x_0, x_0+\delta)$, встановлюємо знак похідної в околі точки x_0 – зліва та справа від неї; якщо при цьому похідна $f'(x)$ змінює знак плюс на мінус, то x_0 – точка максимуму, якщо знак міняється з мінуса на плюс, то x_0 – мінімум; якщо ж знак не змінюється, то екстремуму немає.

Елементи лінійної алгебри. Для успішного розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з параметрами часто доцільно використовувати апарат лінійної алгебри. Наведемо декілька понять та тверджень (Курош, 1968).

Нехай дано квадратну матрицю порядку n

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix} \tag{1}$$

Означення. Визначником n-го порядку, що відповідає матриці (1), називається алгебраїчна сума $n!$ членів, складеним таким чином: членами є всі можливі добутки n елементів матриці, взятих по одному з кожного рядка та кожного стовпця, причому член береться зі знаком плюс, якщо його індекси утворюють парну підстановку, і зі знаком мінус – в протилежному випадку.

Формули для обчислення визначників матриць другого та третього порядків наведені нижче:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{32}a_{23}a_{11} - a_{21}a_{12}a_{33}$$

Розглянемо систему лінійних алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \quad\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}$$

Для їх розв'язувань можна застосовувати теорему Крамера:

Теорема. Якщо головний визначник Δ системи з n лінійних алгебраїчних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то система має єдиний розв'язок, який знаходиться за правилом:

$$x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}, \ i = \overline{1,n} .$$

Також, при $n=2$ та $\Delta = 0$ справедливі такі твердження:

1) якщо $\forall i \in \{1,2\}$ $\Delta_i = 0$, то система має безліч розв'язків;

2) якщо $\exists i \in \{1,2\}$ $\Delta_i \ne 0$, то система не має розв'язків.

Також, в ряді задач, що зводяться до розв'язування алгебраїчних рівнянь з параметрами, доцільно використовувати апарати інших математичних дисциплін. Наприклад:

– на основі чисельних методів наближеного розв'язування алгебраїчних рівнянь можливим є як відокремлення коренів рівнянь і знаходження їх наближених розв'язків;

– в оптимізаційних задачах з параметрами необхідним є застосування основних положень математичного програмування для знаходження екстремумів функцій на заданих областях та інші.

Приклади розв'язування деяких алгебраїчних рівнянь з параметрами та задач, що зводяться до них.

Приклад 1 (ілюстрація аналітичного методу). Знайти всі значення параметра t, при яких рівняння $x^2 - x - 2t = 0$ і $t^2x^2 + tx - 2t = 0$ мають спільний корінь.

Для розв'язування даної задачі пропонується розглядати параметр t як ще одну рівноцінну змінну. Тоді можемо розглядати систему двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{cases} x^2 - x - 2t = 0 \\ t^2x^2 + tx - 2t = 0 \end{cases}$$

Коренями системи є такі пари (x,t): $(0,0)$, $(1,0)$, $\left(-\sqrt{2}, 1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, $\left(\sqrt{2}, 1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$, а відповіддю до задачі є: $t=0$, $t = 1+\frac{1}{\sqrt{2}}$, $t = 1-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Приклад 2 (прийоми застосування геометричного змісту похідної): Знайти всі значення параметра а, при якому рівняння має рівно 4 корені:

$$6x^5+15x^4-10x^3-30x^2=a$$

Розглянемо функцію $y=6x^5+15x^4-10x^3-30x^2$. Дослідимо функцію та побудуємо ескіз її графіка.

Шукаємо похідну функції та розкладаємо її на множники: $y'=(x+2)(x+1)x(x-1)$.

Побудуємо таблицю:

Таблиця 1

x	$(-\infty,-2)$	-2	$(-2,-1)$	-1	$(-1,0)$	0	$(0,1)$	1	$(1,\infty)$
$f'(x)$	>0	0	<0	0	>0	0	<0	0	>0
$f(x)$	зростає	8	спадає	-11	зростає	0	спадає	-19	зростає

Побудуємо ескіз графіка функції $y=6x^5+15x^4-10x^3-30x^2$ (рис.6):

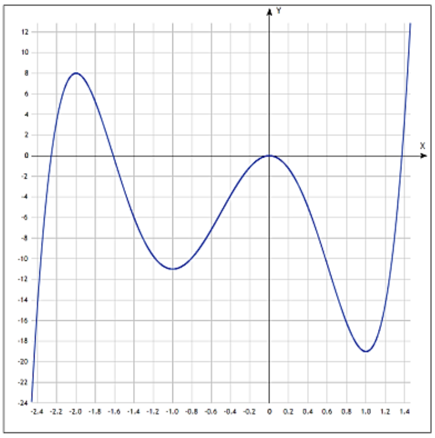

Рис. 6.

Функція $y=a$ - пряма, паралельна осі абсцис. Таким чином,

якщо $a\in(-\infty,-19)\cup(8,+\infty)$ - рівняння має один корінь;

якщо $a=-19$ або $a=8$ - рівняння має два корені;

якщо $a\in(-19,-11)\cup(0,8)$ - рівняння має три корені;

якщо $a=-11$ або $a=0$ - рівняння має 4 корені;

якщо $a\in(-11,0)$ - рівняння має 5 коренів.

Приклад 3 (використання понять лінійної алгебри).

Розв’язати систему рівнянь:

$$\begin{cases} ax+y+z=1 \\ x+ay+z=1 \\ x+y+az=1 \end{cases}$$

Обчислимо визначники:

$$\Delta=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}=a^3-3a+2=(a-1)^2(a+2)\,,\ \Delta_1=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}=(a-1)^2\,,\ \Delta_2=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a \end{vmatrix}=(a-1)^2\,,\ \Delta_3=\begin{vmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}=(a-1)^2$$

При $a=1$ система має безліч розв’язків.

При $a=-2$ система не має розв’язків.

При $a\in(-\infty;-2)\cup(-2;1)\cup(1;+\infty)$ $x=\dfrac{\Delta_1}{\Delta}=\dfrac{1}{a+2}$, $y=\dfrac{\Delta_2}{\Delta}=\dfrac{1}{a+2}$, $z=\dfrac{\Delta_3}{\Delta}=\dfrac{1}{a+2}$.

У результаті проведеного дослідження виконано аналіз проблеми навчання теми «Алгебраїчні рівняння з параметрами» в ході підготовки майбутніх вчителів математики. Відзначено, що для успішного розв’язування рівнянь за параметрами необхідно досконало володіти різними розділами вищої математики. Таким чином, в процесі дослідження науково-методичних основ розв’язування алгебраїчних рівнянь з параметрами в навчальному процесі вищих закладів освіти, необхідно спиратися на попередньо отримані знання з таких навчальних дисциплін, як лінійна алгебра, теорія функцій дійсної змінної, теорія оптимізації та інших.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Дослідження присвячено визначенню теоретико-методичних основ навчання теми «Алгебраїчні рівняння з параметрами» в процесі підготовки майбутніх вчителів математики. Встановлено, що теоретичні основи розв’язування алгебраїчних рівнянь з параметрами складають елементи різних розділів елементарної та вищої математики. Від їх вдалого поєднання залежить успішне розв’язування зазначених задач. Таким чином, дисципліни навчальних планів з підготовки вчителів математики мають містити змістовні модулі з вивчення зазначених тем. Такий підхід дозволяє набути майбутнім фахівцям компетентностей, необхідних для розв’язувань задач підвищеного рівня складності.

Наступним етапом має бути вивчення методів та способів використання теорії оптимізації при розв’язуванні задач з параметрами.

Список використаних джерел

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметрами. К.: Факт, 2004. 316 с.
2. Горнштейн П. И., Полонский В. Б., Якир М. С. Задача с параметрами. К.:РИА «Текст», 1992. 290 с.
3. Курош А. Г. Курс высшей алгебры: учебник для вузов. 9-е изд. М.: Физматлит, 1968. 432 с.
4. Мерзляк А. Г., Полонський В. Б., Якір М. С. Математика. 5 клас: підруч. для закладів загальної середньої освіти: Вид.2-ге, доопрацьоване відповідно до чинної навчальної програми. Х.: Гімназія, 2018. 272 с.
5. Построение графиков функций онлайн. URL: http://yotx.ru (Дата звернення 25.02.2019).
6. Прус А. В., Швець В. О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Видання друге, доповнене. Навчально методичний посібник. Житомир: «Рута», 2018. 544 с.
7. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: В 3-х т. Т 1. 2-е изд., перераб. М.: мат. лит., 1980. 607 с.

References

1. Apostolova, H. V. & Yasinskyi, V. V. (2004). Pershi zustrichi z parametramy [First meeting with parameters]. K.: Fakt, 2004. [In Ukrainian].
2. Gornshtejn, P. I., Polonskij, V. B. & Jakir, M. S. (1992). Zadacha s parametrami [The task with parameters]. K.:RIA «Tekst». [In Russian].
3. Kurosh, A. G. (1968). Kurs vysshej algebry [The course of higher algebra]: uchebnik dlja vuzov. 9-e izd. M.: Fizmatlit. [In Russian].
4. Merzliak, A. H., Polonskyi, V. B. & Yakir, M. S. (2018). Matematyka [Mathematics]. 5 klas: pidruch. dlia zakladiv zahalnoi serednoi osvity: Vyd.2-he, doopratsovane vidpovidno do chynnoi navchalnoi prohramy. Kh.: Himnaziia. [In Ukrainian].
5. Postroenie grafikov funkcij onlajn [Plotting functions]. http://yotx.ru [In Russian].
6. Prus, A. V. & Shvets, V. O. (2018). Zadachi z parametramy v shkilnomu kursi matematyky [Tasks with parameters in the school course of mathematics]. Vydannia druhe, dopovnene. Navchalno metodychnyi posibnyk. Zhytomyr: «Ruta». [In Ukrainian].
7. Fihtengolc, G. M. (1980). Kurs differencial'nogo i integral'nogo ischislenija [Course of differential and integral calculus]. (Vol.1). M.: mat. lit. [In Russian].

THEORETICAL BASES OF SOLVING ALGEBRAIC EQUATIONS WITH PARAMETERS

Oksana Mulesa, Fedir Geche, Tetyana Kindyukh

Uzhhorod National University, Uzhgorod Classical Gymnasium

Abstract. *“Equation with Parameters", as a topic, in the school course of algebra is a component of the 10th grade curriculum. However, the analysis of textbooks on mathematics showed that such tasks are offered for puples to solving beginning from grade 5. Also, tasks of this type are often found among the tasks of mathematical olympiads and contests, and are present in the tasks of external independent mathematical assessment of all previous years.*

Formulating of the problem. *Thus, since the 5th grade, the teacher has the opportunity to acquaint puples with the concept of the parameter and methods for solving equations with parameters. Therefore, in the process of studying at a higher education institution, future specialists - teachers of mathematics, must acquire competencies tu use of methods for solving equations with parameters.*

Materials and methods. *In the course of the study, the following theoretical methods were used: analysis, synthesis, generalization, explanation, etc., which allowed systematizing the theoretical material and presenting it in a clear way.*

Results. *An overview of the theoretical foundations for the solution of algebraic equations with parameters both in the school course of mathematics and in the process of preparation of future teachers of mathematics is carried out. The combination of the proposed theoretical calculations allows solving problems of the raised complexity level, finds new ways of solving problems, and adopts grounded solutions based on the results of the use of mathematical methods. The results of the study can be used in the educational process of the higher educational establishment.*

Conclusions. *It is established that the theoretical foundations for solving algebraic equations with parameters are elements of different sections of elementary and higher mathematics. The successful combination of these tasks depends on their successful combination. Thus, the disciplines of the curricula for the preparation of mathematics teachers should contain content modules for the study of these topics.*

Key words: *teaching method, educational process, training of specialists, algebraic equation, parameter.*