

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

**І. В. Шапочка, В. І. Шапочка**

**ЗБІРНИК  
КОНКУРСНИХ ЗАВДАНЬ  
З МАТЕМАТИКИ**

Ужгород  
"Ліра"  
2006

ББК 22.1 в10я7

Ш23

УДК 51(07)

**Шапочка І. В., Шапочка В. І.** Збірник конкурсних завдань з математики. – Ужгород: Ліра, 2006. – 285 с.

Збірник містить понад 3000 конкурсних завдань з математики, які охоплюють майже всі розділи шкільної математики. Збірник призначений для вступників на спеціальності Ужгородського національного університету, а також інших вузів, які складатимуть випробування з математики. Може бути використаний вчителями математики та учнями старших класів загальноосвітніх шкіл для моніторингу знань з цього предмету.

Рецензент:

доктор фізико-математичних наук, професор П. М. Гудивок

Рекомендовано друку  
Вченою радою математичного факультету  
Ужгородського національного університету  
(протокол №1 від 5 грудня 2005 року).

ISBN 966-8266-53-6

© Шапочка І. В., Шапочка В. І., 2006

## Зміст

Передмова . . . . .	4
§1. Дійсні числа та властивості дій над ними. Відношення, пропорції, відсотки . . . . .	5
§2. Натуральні числа та їх подільність . . . . .	14
§3. Тотожні перетворення алгебраїчних виразів . . . . .	21
§4. Тригонометричні функції та їх властивості . . . . .	28
§5. Перетворення тригонометричних виразів . . . . .	35
§6. Перетворення виразів, що містять обернені тригонометричні функції . . . . .	40
§7. Показникова функція . . . . .	44
§8. Логарифмічна функція . . . . .	51
§9. Алгебраїчні раціональні рівняння . . . . .	58
§10. Ірраціональні рівняння . . . . .	67
§11. Показникові рівняння . . . . .	74
§12. Логарифмічні рівняння . . . . .	80
§13. Тригонометричні рівняння . . . . .	85
§14. Рівняння з модулями . . . . .	92
§15. Системи рівнянь . . . . .	97
§16. Рівняння та системи рівнянь з параметром . . . . .	110
§17. Алгебраїчні раціональні нерівності . . . . .	119
§18. Ірраціональні нерівності . . . . .	130
§19. Тригонометричні нерівності . . . . .	140
§20. Показникові нерівності . . . . .	149
§21. Логарифмічні нерівності . . . . .	159
§22. Нерівності з модулем . . . . .	169
§23. Системи нерівностей . . . . .	177
§24. Комбінаторика. Елементи теорії ймовірностей . . . . .	190
§25. Арифметична та геометрична прогресії . . . . .	196
§26. Планіметрія . . . . .	210
§27. Декартові координати . . . . .	225
§28. Вектори . . . . .	232
§29. Стереометрія . . . . .	240
§30. Функції та їх властивості . . . . .	258
§31. Початки аналізу . . . . .	266
Література . . . . .	274
Відповіді . . . . .	276

## Передмова

Цей збірник завдань з математики є доповненим і переробленим варіантом, виданого раніше авторами збірника конкурсних завдань з математики у двох частинах. Як і минулого разу, особливістю кожного із завдань, що увійшли в збірник, є те, що відповіддю для нього є раціональне число, десятковий запис якого не перевищує певне фіксоване число знаків. Це дозволяє легко автоматизувати перевірку знань абітурієнтів. До того ж, на відміну від попередніх, це видання містить повний перелік відповідей на завдання збірника.

Завдання в збірнику розподілені в тридцяти параграфах, кожен з яких розбитий на три частини (варіанти А, Б, В) відповідно до ступеня складності завдань. У свою чергу кожен із варіантів А, Б, В поділений на три групи задач, що відповідають трьом рівням складності. Такий, на перший погляд, складний розподіл завдань зумовлений необхідністю створення екзаменаційних (або конкурсних) білетів різного ступеня складності. З іншого боку методичне розв'язування задач із варіантів А і Б допоможе впоратися із завданнями з більш складного варіанта В.

Велика частина завдань цього збірника пов'язана з необхідністю розв'язувати різного роду рівняння та нерівності. Звертаємо увагу абітурієнта на те, коли не сказано іншого, то потрібно шукати дійсні розв'язки даних рівнянь і нерівностей. Якщо завданням передбачено обчислити суму всіх чисел із деякої скінченної множини чисел, то у випадку, коли ця множина складається з одного числа  $a$ , сума вважається рівною  $a$ . У завданнях, де наведені варіанти можливих відповідей, вкажіть номери правильних відповідей, записавши їх у порядку зростання.

Автори щиро вдячні досвідченому колективу викладачів математичного факультету УжНУ, а також всім колегам, хто дав ряд цінних вказівок та методичних порад при підготовці третього видання збірника.

*Автори*

**§ 1. Дійсні числа та властивості дій над ними.  
Відношення, пропорції, відсотки**

**Варіант А**

**Група 1**

1. Обчислити  $\frac{(2,4 - \frac{3}{4}) \cdot 0,6}{(\frac{3}{8} + 0,25) \cdot \frac{2}{5}}$ .
2. Обчислити  $(4\frac{1}{12} - 3,125 + 0,025) \cdot 1\frac{1}{59}$ .
3. Обчислити  $\frac{(3,25 - \frac{3}{4}) \cdot 6,25}{(2 - 0,75) : \frac{4}{5}}$ .
4. Обчислити  $\frac{6}{7} + 2\frac{43}{105} : (6\frac{1}{15} - 1,2 + 12)$ .
5. Обчислити  $\frac{(5,5 - 3\frac{3}{4}) : (\frac{1}{5})^{-1}}{(2 - \frac{4}{5}) \cdot 1\frac{3}{4}} + \frac{1}{3}$ .
6. Обчислити  $2,375 : 0,1 \cdot \frac{10}{19} + 3,95 + \frac{11}{20}$ .
7. Обчислити  $1,25 - (\frac{1}{3} + 0,5 + 0,25) : (\frac{2}{3} + \frac{5}{12})$ .
8. Обчислити  $\frac{2}{45} + 32,4 - 7,5 \cdot 2\frac{2}{45} : 6\frac{3}{11}$ .
9. Обчислити  $0,3 + 1\frac{17}{25} + 12\frac{3}{50} : 1,2 - 1,03$ .
10. Обчислити  $52,3 - \frac{11}{45} + 2,7 \cdot 11\frac{1}{9} - 4\frac{1}{9} : 0,74$ .

**Група 2**

11. Проаналізувавши нерівності:

$$1) (2\frac{2}{7} + 3\frac{3}{5}) : 0,5 > (2\frac{3}{5} + 3\frac{2}{7}) \cdot 0,5;$$

$$2) (4 - 2,4) : (3 - 1\frac{2}{3}) < (7\frac{4}{5} - 6\frac{1}{5}) \cdot (3 - 1\frac{2}{3}),$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

12. Проаналізувавши нерівності:

$$1) (8\frac{7}{8} - 5,6) : 4,6 - 2 : \frac{1}{4} > (8\frac{7}{8} - 5\frac{3}{5}) : 4\frac{3}{5} - 2 \cdot \frac{1}{4};$$

$$2) (4\frac{3}{4} : \frac{4}{5} - 1,4) \cdot 0,3 + 4,7(2 - 1\frac{4}{5}) < (4,75 : 0,8 - 1\frac{2}{5}) \cdot 1,3 + 4,7 \cdot (2 - 1,8),$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**13.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) \quad (12\frac{5}{7} - 5\frac{1}{6}) : 6\frac{1}{13} + 2, 1 > (12\frac{5}{7} - 5\frac{5}{6}) : 6\frac{1}{13} + 2, 1;$$

$$2) \quad (7\frac{3}{5} + 4\frac{1}{6}) : 5\frac{2}{3} - 3, 4 > (7\frac{1}{6} + 5\frac{3}{5}) : 4\frac{6}{7} - 2, 9,$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**14.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) \quad (12\frac{13}{18} - 4\frac{2}{9}) : (4 + 0, 5) < (6, 375 + 2, 125) : (2, 1 + 2, 4)^2;$$

$$2) \quad (2\frac{1}{3} + \frac{7}{5}) : 0, 8 < 2\frac{1}{3} : \frac{4}{5} + \frac{7}{5} : \frac{4}{5},$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**15.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) \quad \frac{25}{7} \cdot (3, 75 - \frac{5}{6}) \cdot 0, 28 > (2\frac{3}{4} - 1\frac{1}{2}) \cdot (3, 75 - \frac{5}{6}) : 1, 5;$$

$$2) \quad 2\frac{1}{4} + \frac{19}{21} \cdot \frac{13}{17} - 3, 1 > 2, 25 + \frac{19}{17} \cdot \frac{13}{22} - 3, 1,$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**16.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) \quad (4, 6 - 2\frac{1}{4}) : 1, 72 < (4, 6 - 2, 25) : (1, 72)^3;$$

$$2) \quad (9\frac{3}{8} - 5\frac{5}{6}) : 0, 72 + 1, 1 < (9\frac{3}{8} - 5\frac{5}{6}) : (0, 72)^3 + 1, 1,$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**17.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) \quad (0, 35 + \frac{3}{5}) : 0, 42 < 0, 35 : 0, 42 + 0, 6 : 0, 42;$$

$$2) \quad (0, 75 + \frac{6}{5}) \cdot 0, 32 < (0, 75 + 1, 2) \cdot 0, 4 \cdot \frac{4}{5},$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**18.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) (7,3 - 4\frac{1}{5}) \cdot 0,6 - 1,8 > 0, 19 \cdot (7,3 - 4,2) \cdot 3 - 1,8;$$

$$2) 0,16 + \frac{7}{9} - 3,5 \cdot 0,75 < 0,16 + \frac{7}{9} - 3\frac{1}{2} \cdot 0,7,$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**19.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) (16,2 - 7,3) : 3,1 < 16\frac{1}{5} : 3,1 - 7\frac{3}{10} : 3,2;$$

$$2) (7,7 - 8,3) \cdot 0,51 > 7,7 \cdot 0,52 - 8,3 \cdot 0,51,$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

**20.** Проаналізувавши нерівності:

$$1) (1 - \frac{2}{5}) \cdot (2 - 1\frac{1}{2})^2 < (-1 - \frac{4}{7}) \cdot (-2 + 1\frac{1}{2})^2;$$

$$2) (1 - \frac{1}{4}) \cdot (1 - \frac{7}{11})^2 < (1 - \frac{1}{4})^2 \cdot (1 - \frac{7}{11})^2,$$

вказати вірне з наступних тверджень:

- 1) вірні обидві нерівності;      2) вірна лише перша нерівність;  
3) вірна лише друга нерівність; 4) обидві нерівності не вірні.

### Група 3

**21.** Знайти відстань (у кілометрах) між містами  $A$  і  $B$ , якщо відстань між ними на карті становить  $19,2$  см, а  $1$  см<sup>2</sup> на цій карті відповідає  $400$  га на місцевості.

**22.** Масштаб карти дорівнює  $1 : 500\,000$ . Скільки часу (у годинах) потрібно туристам, щоб подолати відстань між двома містами, якщо довжина проекції дороги на цій карті між ними становить  $6,4$  см, а швидкість їх руху становить  $5$  км/год?

**23.** На плані, масштаб якого  $1 : 10\,000$ , зображено ділянку землі прямокутної форми. Обчислити площу цієї ділянки, виражену в гектарах, якщо її розміри на карті становлять: довжина  $9,5$  см, а ширина  $6,4$  см.

**24.** Відомо, що  $1$  см<sup>2</sup> на карті відповідає  $4$  га на місцевості. Знайти периметр ділянки землі прямокутної форми (у кілометрах), якщо її довжина і ширина на цій карті відповідно дорівнюють  $9$  см і  $6$  см.

**25.** Знайти таке значення  $x$ , для якого пропорція  $4 : (3x - 6) = 1 : (x^2 - 3x + 2)$  є вірною.

26. Обчислити суму таких значень  $x$ , для яких пропорція  $1 : (x - 2) = (6x + 1) : (x^3 - 8)$  є вірною.

27. Знайти таке значення  $x$ , для якого пропорція  $1 : (x - 3) = 27 : (x^3 - 27)$  є вірною.

28. Знайти таке значення  $x$ , для якого пропорція  $(x^4 - 1) : (x^2 - 1) = (x^2 + 4x + 3) : (x + 1)$  є вірною.

29. Знайти значення у відсотках наведених відношень і записати найбільше з них:  $2,5 : 0,5$ ;  $\frac{2}{5} : \frac{8}{5}$ ;  $\frac{4}{7} : \frac{16}{7}$ ;  $\frac{3}{10} : 0,6$ .

30. Знайти значення у відсотках наведених відношень і записати найменше з них:  $4\frac{1}{2} : 9$ ;  $0,6 : 3$ ;  $0,05 : 0,5$ ;  $0,5 : 0,05$ .

## Варіант Б

### Група 1

1. Мотузку довжиною 7,8 м розрізали на три частини, пропорційно числам 3, 4 і 6. Знайти у дециметрах довжину найбільшої частини.

2. Сума трьох чисел дорівнює 100. Відношення другого до першого дорівнює 5, третього до першого дорівнює  $\frac{2}{5}$ . Знайти третє число.

3. Площі трьох ділянок лісу відносяться, як  $2,25 : 1,5 : 1\frac{5}{6}$ , причому площа третьої ділянки на 136 га менша від площі першої. Обчислити площу (в гектарах) другої ділянки.

4. Картоплю засипали у три овочесховища у відношенні  $1,3 : 2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{5}$ , причому у друге овочесховище на 43,2 т більше, ніж у перше. Скільки тон картоплі засипали у третє овочесховище?

5. Число 18,3 представити у вигляді суми чотирьох чисел, які обернено пропорційні числам 1, 2, 3 і 5. Знайти найменше з цих чисел.

6. Число 86,7 представити у вигляді суми чотирьох чисел, які обернено пропорційні числам 1, 3, 5 і 6. Знайти найбільше з цих чисел.

7. Чотири насоси однакової потужності заповнюють басейн водою за 6 год 15 хв. За який час в годинах заповнять басейн водою п'ять таких насосів?

8. Шість робітників виконують роботу за 8 год 10 хв. За який час в годинах цю роботу виконають сім робітників?

9. Середнє арифметичне семи перших чисел послідовності дійсних чисел дорівнює 5, а середнє арифметичне наступних трьох чисел дорівнює 15. Чому дорівнює середнє арифметичне всіх десяти чисел?



10. Середнє арифметичне двадцяти дійсних чисел дорівнює 5, а середнє арифметичне перших дванадцяти з них дорівнює 3. Чому дорівнює середнє арифметичне решти восьми чисел?

### Група 2

11. Знайти число, 31% якого дорівнює  $21\frac{1}{3}\%$  від  $11\frac{5}{8}$ .

12. Знайти число, 11% якого дорівнює  $3\frac{1}{17}\%$  від 18,7.

13. Визначити число кульок у скриньці, якщо  $\frac{2}{5}$  з них білого кольору, 25% чорного, а решта 14 кульок голубого кольору.

14. Сума двох чисел дорівнює 42. Відомо, що 8% першого з цих чисел дорівнює 20% другого. Знайти більше із цих чисел.

15. Перше число становить 40% другого. Скільки відсотків становить друге число від першого.

16. Перше число становить 25% другого, а друге 40% — третього. Скільки відсотків становить третє число від першого?

17. Ціну на товар двічі понизили, спочатку на 20%, а потім ще на 25%. На скільки відсотків нова ціна товару менша за початкову ціну?

18. Продуктивність праці на підприємстві протягом першого півріччя виросла на 20%, а протягом другого — на 25%. На скільки відсотків виросла продуктивність праці на підприємстві за рік?

19. На скільки відсотків збільшився добуток двох чисел, якщо один із множників збільшили на 25%, а другий — на 40%?

20. На скільки відсотків збільшилася частка двох чисел, якщо ділене збільшили на 20%, а дільник зменшили на 20%?

### Група 3

21. Ціну товару було знижено на 20%. На скільки відсотків потрібно підняти ціну товару, щоб одержати її початкове значення?

22. За перший день туристи пройшли 25% всього запланованого шляху, а за другий —  $\frac{3}{5}$  від того, що залишилося. Яку частину шляху у відсотках залишилося пройти туристам?

23. Бригада косарів за перший день скосила половину луки і ще 2 га, за другий день — 25% частини, що залишилася, а за третій день — решту 6 га. Знайти площу луки.

24. Жінки на заводі становлять 30% загального числа робітників. Скільки чоловіків працює на заводі, якщо число жінок на 144 менше

числа чоловіків?

**25.** Два велосипедисти виїхали одночасно назустріч один одному із пунктів  $A$  та  $B$  і зустрілись через 1 год 24 хв. Прибувши відповідно у пункти  $A$  і  $B$ , велосипедисти одразу вирушили відповідно у зворотних напрямках. Через який час у годинах відбулась їх друга зустріч після першої?

**26.** З пункту  $A$  у пункт  $B$  автомобіль рухався зі швидкістю 75 км/год, а повертався зі швидкістю 80 км/год. На скільки відсотків зменшився час руху автомобіля з пункту  $B$  в пункт  $A$  порівняно з часом руху з  $A$  в  $B$ ?

**27.** Рис містить 75% крохмалю, а ячмінь — 60%. Скільки кілограм потрібно взяти ячменю, щоб одержати таку кількість крохмалю, яку одержують із 150 кг рису?

**28.** Сплав, що складається з срібла і міді, важить 16 кг, причому вага срібла складає  $14\frac{2}{7}\%$  ваги міді в ньому. Скільки кілограм срібла в даному сплаві?

**29.** Сума трьох чисел дорівнює 104. Перше число дорівнює 60% третього, а друге — 80% першого. Знайти найменше серед цих чисел.

**30.** Тупий кут розділили на три кути. Один із утворених кутів становить 40% тупого, другий 30% від першого, а третій дорівнює  $72^\circ$ . Знайти градусну міру тупого кута.

## Варіант В

### Група 1

**1.** Свіжі гриби містять 90% води, а сушені — 20%. Скільки грам сушених грибів вийде з 5 кг свіжих?

**2.** З 5,1 т свіжої трави одержали 1,2 т сухого сіна. Якою була вологість свіжої трави, якщо вологість сіна становить 15%?

**3.** Скільки грамів 3% розчину солі треба взяти, щоб при змішуванні з 8% розчином солі, одержати 520 г 5% розчину солі?

**4.** Скільки грамів 50% розчину кислоти змішали з 20% розчином кислоти, якщо в результаті одержали 450 г 30% розчину кислоти?

**5.** Протягом року завод двічі збільшував випуск продукції на одне і те ж саме число відсотків. Знайти це число, якщо відомо, що на початку року завод випускав щомісячно 600 виробів, а в кінці року почав випускати щомісячно 726 виробів.

**6.** Після двох послідовних понижень цін кожного разу на 5% ціна товару становила 180,5 грн. Якою була початкова ціна товару?

**7.** На ощадну книжку вкладник поклав 250 грн. Через два роки на книжці виявилось 291,6 грн. Скільки відсотків нараховував вкладнику ощадний банк щороку, якщо щорічний відсоток нарахування був один і той же?

**8.** Вкладник поклав до банку 500 грн. Через два роки на його рахунку виявилось 594 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка першого року, якщо протягом другого року вона була збільшена в 1,25 рази?

**9.** Вкладник поклав до банку 1000 грн. Через два роки на його рахунку виявилось 1232 грн. Скільки відсотків становила банківська ставка першого року, якщо у другому році вона була зменшена в 1,2 рази?

**10.** Вкладник поклав до банку певну суму на два роки під 10% річних. У кінці другого року на його рахунку виявилось на 252 грн більше, ніж він поклав. Скільки гривень поклав до банку вкладник?

## Група 2

**11.** Змішали три літра 30% розчину спирту з п'ятьма літрами 20% розчину спирту. Знайти вміст у відсотках спирту в утвореному розчині.

**12.** Морська вода містить 5% солі. Скільки тонн прісної води потрібно додати до 3 т морської води, щоб одержати воду, вміст солі в якій становить 1,5%?

**13.** З 20% розчину повареної солі випарували 25% наявної в ній води. Знайти концентрацію одержаного розчину.

**14.** Вміст солі у 25% розчину повареної солі було збільшено на 20% відносно ваги солі, а води — на 60% відносно ваги води у розчині. Знайти концентрацію одержаного розчину.

**15.** Два автомобілі вирушили з пункту *A* в пункт *B*. Перший проїшов половину шляху з швидкістю 90 км/год, а другу — з швидкістю 45 км/год. Другий автомобіль половину часу рухався із швидкістю 90 км/год, а другу — з швидкістю 45 км/год. Знайти модуль різниці середніх швидкостей автомобілів (в км/год) на шляху від *A* до *B*.

**16.** Проїхавши за одну годину першу половину шляху, водій збільшив швидкість машини на 15 км/год і тому другу половину шляху проїхав на 15 хвилин швидше ніж першу. Який шлях (у кілометрах) проїхала машина?

**17.** Майстер працюючи самостійно виконує завдання за 2 год 20 хв, а разом із своїм учнем — за 1 год 40 хв. За скільки хвилин учень самостійно виконує це завдання?

**18.** За 1 кг одного продукту і 10 кг другого заплачено 20 грн. Якщо перший продукт подорожчає на 15%, а другий подешевшає на 25%, то за ту саму кількість товару буде заплачено 18,2 грн. Яка вартість покупки 1 кг першого продукту і 5 кг другого?

**19.** Дві ювілейні монети загальною вартістю 450 грн було продано з прибутком 40%. Яка була вартість дорожчої монети до її продажу, якщо від першої монети одержано 25% прибутку, а від другої — 50%?

**20.** На скільки відсотків потрібно збільшити діагональ квадрата, щоб його площа збільшилась на 96%?

### Група 3

**21.** Бригада з 15 чоловік мала виконати завдання за 12 днів. Після чотирьох днів роботи бригаду поповнило декілька чоловік і тому решту роботи було виконано за 6 днів. На скільки робітників збільшилась бригада?

**22.** На першому полі засіяно пшеницею 65% площі, а на другому — 40%. Відомо, що всього засіяно площею 60% загальної площі. Яку частину у відсотках від загальної площі становить площа першого поля?

**23.** Зібрали 100 кг грибів. Виявилось, що їх вологість становила 99%. Після того, як гриби підсушили, їх вологість зменшилась до 98%. Якою стала маса цих грибів після підсушування?

**24.** Щойно добуте кам'яне вугілля містить 1% води, а після десяти днів перебування його на повітрі вже містить 12% води. На скільки відсотків збільшилась вага вугілля після того, як пролежало на повітрі десять днів.

**25.** Є два сплави міді. Процент міді у першому сплаві на 10 менший, ніж у другому. Після того, як ці два сплави сплавляли разом, одержали новий сплав, що містить 36% міді. Визначити відсоток міді у першому сплаві, якщо у першому сплаві було 6 кг міді, а в другому — 12 кг.

**26.** Робочий тиждень швачки зменшився з 42 год до 40 год. На скільки відсотків підвищилась продуктивність її праці, якщо при тих же тарифах на пошиту нею продукцію, заробітна плата виросла на 5%?

**27.** Підприємець закупив партію товару і продав її з прибутком в 3000 гривень. На всі одержані від продажу гроші підприємець купив другу партію такого ж товару і по такій ж ціні за одиницю продукції. Він продав її за тою ж ціною за одиницю продукції, за якою продавав і першу. При цьому підприємець одержав прибуток 8000 гривень. Якою була вартість (у гривнях) першої партії товару?

**28.** Автомобіль проїжджає відстань від пункту  $A$  до пункту  $B$  за 1 годину. Коли автомобіль вирушив із пункту  $A$ , то одночасно назустріч йому із пункту  $B$  вирушив пішохід. Зустрівши пішохода, водій відвіз його у пункт  $A$  і знову вирушив у пункт  $B$ . За який час (у годинах) пройде весь шлях від  $B$  до  $A$  пішохід, якщо автомобіліст затратив 2 год 40 хв на всю подорож до кінцевого прибуття у пункт  $B$ .

**29.** Із пункту  $A$  в пункт  $B$  вийшов пішохід. Одночасно з ним із пункту  $B$  в  $A$  вийшов другий пішохід. В момент зустрічі першому пішоходу залишилось рухатись до пункту  $B$  ще 16 год, а другому до пункту  $A$  — ще 9 год. Через скільки годин після початку руху пішоходи зустрілись?

**30.** Два туристи вийшли одночасно назустріч один одному відповідно із пунктів  $A$  і  $B$ . Вони зустрілись через 2 години. Скільки часу у годинах затратив на весь шлях турист, що вирушив із  $B$ , якщо він прийшов в пункт  $A$  на 1 год 40 хв пізніше ніж другий турист дійшов до пункту  $A$ .

## § 2. Натуральні числа та їх подільність

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $78X1Y$ , яке ділиться на 2, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
2. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $79X1Y$ , яке ділиться на 2, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
3. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $76X1Y$ , яке ділиться на 3, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
4. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $77X1Y$ , яке ділиться на 3, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
5. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $74X1Y$ , яке ділиться на 4, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
6. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $75X1Y$ , яке ділиться на 4, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
7. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $72X1Y$ , яке ділиться на 8, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
8. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $73X1Y$ , яке ділиться на 8, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
9. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $70X1Y$ , яке ділиться на 9, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
10. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $71X1Y$ , яке ділиться на 9, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.

#### Група 2

11. Скільки множників 2 є в розкладі на прості множники добутку перших десяти натуральних чисел?
12. Скільки існує натуральних чисел менших числа  $2 \cdot 3^2$  і взаємно простих із ним?
13. Яке найбільше із натуральних чисел менших 2002 при діленні на 11 дає остачу 8?
14. Знайти найменше шестицифрове число, яке ділиться на 321.
15. Знайти найменше спільне кратне чисел 36, 57, 95.
16. Обчислити суму найбільшого спільного дільника і найменшого спільного кратного чисел 243 та 297.

17. Знайти найменше спільне кратне всіх одноцифрових натуральних чисел.

18. Нехай  $p$  і  $q$  — різні прості числа. Скільки дільників у числа  $p^2q^3$ ?

19. Розв'язати рівняння  $x \cdot \text{НСК}(234; 891) = 234 \cdot 891$ , де  $\text{НСК}(a; b)$  — найменше спільне кратне чисел  $a$  і  $b$ .

20. Розв'язати рівняння  $x \cdot \text{НСД}(264; 112) = 264 \cdot 112$ , де  $\text{НСД}(a; b)$  — найбільший спільний дільник чисел  $a$  і  $b$ .

### Група 3

21. Знайти найменше серед чотирицифрових чисел, утворених наступним чином: до числа 15 зліва і справа дописано по цифрі так, що одержане число ділиться на 15.

22. Знайти найбільше серед чотирицифрових чисел, утворених наступним чином: до числа 15 зліва і справа дописано по цифрі так, що одержане число ділиться на 45.

23. Якому із чисел 6, 12, 18, 24, 30 не є кратним число  $9^{15} - 3^{28}$ ?

24. Якому із чисел 12, 18, 24, 30 кратне число  $27^5 - 9^6$ ?

25. Знайти найменше натуральне число, яке задовольняє умову: сума цифр цього числа разом з сумою цифр наступного за ним числа кратна 6.

26. Знайти найменше натуральне число, що ділиться на 7 і яке при діленні на 2, 3, 4, 5, 6 дає остачу 1.

27. Знайти найменше натуральне число  $n$  таке, що число  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$  ділиться на 990.

28. Знайти найменше натуральне число  $n$  таке, що число  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$  закінчується шістьма нулями.

29. Якою цифрою закінчується число  $77^{77}$ ?

30. Якою цифрою закінчується число  $88^{88}$ ?

### Варіант Б

#### Група 1

1. Яку найбільшу кількість однакових подарункових наборів можна виготовити з 84 пряників, 210 цукерок та 126 апельсинів?

2. Якої найменшої довжини слід взяти дошку, щоб її можна було розрізати на рівні бруски завдовжки по 20 см, по 24 см та по 3 дм без втрати матеріалу? Відповідь записати в метрах.

**3.** Паперову смугу, що має форму прямокутника завдовжки 4,95 м і завширшки 18 дм, розрізали без відходів на найбільші з усіх можливих рівних квадратів. Скільки вирізано таких квадратів?

**4.** Мала і велика шестерні будильника, що перебувають у зчепленні, мають відповідно 24 і 54 зубців. Яке найменше число обертів повинна зробити мала шестерня, щоб обидві шестерні повернулись у своє початкове положення?

**5.** На столі лежать книжки, які потрібно спакувати. Якщо їх зв'язувати по 4 або по 5, або по 6 штук у пачку, то кожен раз залишається одна книжка. А якщо зв'язати по 7 книжок в пачку, то зайвих книжок не залишиться. Яке найменше число книжок може бути на столі?

**6.** Три пароплави заходять в Очаків після кожного рейсу і відразу ж виходять у наступний рейс. Перший пароплав здійснює свій рейс за 5 діб, другий — за  $6\frac{1}{4}$  доби, а третій — за  $3\frac{3}{4}$  доби. Пароплави вийшли в море одночасно. Через скільки діб найраніше, всі вони зустрінуться в Очакові?

**7.** На станції Жмеринка стоять три товарні потяги, перший вантажністю 2400 т, другий — 1600 т, а третій — 680 т. Яка мінімальна кількість вагонів може бути в трьох потягах, якщо всі вагони мають однакову вантажність, яка є цілим числом?

**8.** На плодоовочеву базу привезли три контейнери з ящиками яблук. У першому контейнері було 2530 кг яблук, у другому — 1311 кг яблук, у третьому — 3059 кг яблук. Якою найменшою може бути кількість ящиків з яблуками, привезеними на базу, якщо всі ящики однакові і містять ціле число кілограм яблук?

**9.** На кожному поверсі будь-якого під'їзду восьмиповерхового будинку знаходиться однакове число квартир. В одному з під'їздів цього будинку на першому поверсі знаходяться квартири з номерами від №97 по №102. В якому під'їзді знаходиться квартира №178?

**10.** На кожному поверсі будь-якого під'їзду восьмиповерхового будинку знаходиться однакове число квартир. В одному з під'їздів цього будинку на першому поверсі знаходяться квартири з номерами від №129 по №132. На якому поверсі знаходиться квартира №178?

## Група 2

**11.** Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $84X1Y$ , яке ділиться на 6, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.



12. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $85X1Y$ , яке ділиться на 6, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
13. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $86X1Y$ , яке ділиться на 12, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
14. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $87X1Y$ , яке ділиться на 12, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
15. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $88X1Y$ , яке ділиться на 18, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
16. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $89X1Y$ , яке ділиться на 18, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
17. Знайти найменше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $84XY5$ , яке ділиться на 75, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
18. Знайти найбільше натуральне п'ятицифрове число вигляду  $83XY5$ , яке ділиться на 75, замінивши  $X$  і  $Y$  цифрами.
19. Знайти найменше натуральне число відмінне від 1, яке при діленні на 24, 45 і 56 дає остачу 1.
20. Знайти найменше натуральне число відмінне від 3, яке при діленні на 12, 15 і 35 дає остачу 3.

### Група 3

21. Нехай  $a$  — найбільше двоцифрове натуральне число, яке можна записати у вигляді суми чотирьох послідовних натуральних чисел, а  $b$  — найменше з цих чотирьох чисел. Обчислити  $a + 0,01b$ .
22. Частка при діленні натурального числа  $A$  на натуральне число  $B$  дорівнює 4, а остача — 30. Якщо додати ділене, дільник, частку і остачу, то в результаті одержимо число 574. Знайти число  $1000A + B$ .
23. Число  $A$  є добутком трьох послідовних натуральних чисел. Сума часток, отриманих при діленні цього числа на кожен із трьох множників, дорівнює 74. Знайти це число.
24. Двоцифрове число  $XU$ , поділене на суму своїх цифр, дає в частці 4, а в остачі — 3. Якщо цифри цього числа переставити місцями, то одержимо число на 5 більше, ніж в 6 раз збільшена сума його цифр. Знайти число  $XU$ .
25. Знайти суму трьох цілих чисел, які задовольняють наступні умови: перше число, поділене на друге, дає в частці 4, а в остачі 12;

друге число, поділене на третє, дає в частці 5 і в остачі 5; і нарешті, перше число, поділене на третє, дає в частці 21, а в остачі 12.

**26.** Двоцифрове число дорівнює сумі числа його десятків та квадрата числа його одиниць. Знайти це число.

**27.** До натурального числа справа дописали 6 і воно збільшилось у 13 разів. Яке це число?

**28.** Обчислити суму всіх двоцифрових натуральних чисел вигляду  $XУ$  таких, що сума двоцифрових чисел  $XУ$  і  $УХ$  є квадратом натурального числа.

**29.** Знайти двоцифрове натуральне число, яке при збільшенні на 20% дає двоцифрове натуральне число, записане тими ж самими цифрами.

**30.** Знайти трицифрове натуральне число, яке в 5 раз більше добутку своїх цифр.

## Варіант В

### Група 1

**1.** Знайти найбільший спільний дільник чисел  $2n + 13$  та  $n + 7$ , де  $n$  — натуральне число.

**2.** Знайти найбільший спільний дільник чисел  $12n + 1$  та  $30n + 2$ , де  $n$  — натуральне число.

**3.** При якому найменшому натуральному  $n$  дріб  $\frac{2n-3}{3n+10}$  можна скоротити?

**4.** При якому найменшому натуральному  $n$  дріб  $\frac{2n-7}{3n+8}$  можна скоротити?

**5.** Із нижче наведених чисел вибрати те, що при діленні на  $4^3$  дає ненульову частку і максимальну остачу:

1)  $2^{13} + 3$ ; 2)  $2^{15} - 1$ ; 3)  $7 + 3 \cdot 4^6$ ; 4)  $4^6 + 3$ ; 5)  $4^{12} + 2^3 + 3$ .

Вказати правильний варіант відповіді.

**6.** Із нижче наведених чисел вибрати найменше, що при діленні на  $9^4$  дає ненульову частку і мінімальну остачу:

1)  $3^{13} + 2$ ; 2)  $3^{13} - 1$ ; 3)  $7 + 5 \cdot 9^6$ ; 4)  $9^6 + 2$ ; 5)  $9^8 - 3^5 - 2$ .

Вказати правильний варіант відповіді.

**7.** Знайти найменше натуральне число, яке при діленні на 4, 5, 6 дає в остачі відповідно 3, 4, 5.

**8.** Знайти найменше натуральне число, яке при множенні на 2 стає квадратом деякого натурального числа, а після множення на

3 — кубом натурального числа.

9. У магазині було 6 ящиків з яблуками вагою 15 кг, 16 кг, 18 кг, 19 кг, 20 кг і 31 кг. Дві фірми взяли 5 ящиків, причому одна з них взяла ящики по сукупній вазі в два рази більшій, ніж інша. Ящик з якою вагою залишився в магазині?

10. В скриньці лежать 80 кульок трьох кольорів: білого, чорного та червоного. Червоних менше ніж білих. Скільки в скриньці чорних кульок, якщо їх у 12 раз більше ніж білих?

## Група 2

11. Найменше спільне кратне натуральних чисел  $a$  і  $b$  ( $a > b$ ) дорівнює 90, а їх найбільший спільний дільник дорівнює 6. Знайти  $a$ , якщо відомо, що  $a$  не ділиться на  $b$ .

12. Найбільший спільний дільник двох чисел дорівнює 27, а їх найменше спільне кратне — 2673. Знайти одне з цих чисел, якщо друге з них дорівнює 297.

13. Нехай трицифрові числа  $a$  і  $b$  ( $a < b$ ) такі, що їх найбільший спільний дільник дорівнює 13, а їх найменше спільне кратне — 1989. Обчислити  $1000a + b$ .

14. Знайти найбільше трицифрове число, найбільший спільний дільник якого з числом 540 дорівнює 36.

15. Відомо, що найбільший спільний дільник чисел  $a$  і  $b$  на 1 більший за 20% числа  $b$ , а 30% числа  $b$  на 3 більше за 20% числа  $a$ . Знайти найбільший спільний дільник чисел  $a$  і  $b$ , якщо їх найменше спільне кратне дорівнює 60.

16. 10% найменшого спільного кратного чисел  $a$  і  $b$  на 1 більше їх найбільшого спільного дільника, а 20% числа  $b$  на 1 менше, ніж найбільший спільний дільник цих чисел. Знайти число  $a$ .

17. Нехай  $a$  і  $b$  — натуральні числа такі, що їх сума дорівнює 85, а їх найменше спільне кратне 102, причому  $a > b$ . Обчислити  $100a + b$ .

18. За 10 грн придбано 40 поштових марок за ціною 10 коп, 40 коп та 1,2 грн відповідно. Визначити число куплених марок, ціна яких становить 1,2 грн за штуку.

19. Було 7 аркушів паперу. Деякі з них розрізали на 7 шматків. Потім деякі з утворених шматків знову розрізали на 7 частин і т.д. Яке з наведених чисел шматків можна одержати в результаті такого розрізання: 1) 2002; 2) 2003; 3) 2004; 4) 2005; 5) 2006? Вказати варіант правильної відповіді.

20. Натуральні числа  $a$  і  $b$  різні і такі, що дроби  $\frac{2}{a+b}$  і  $\frac{5}{ab}$  рівні. Знайти відношення більшого з них до меншого.

### Група 3

21. Знайти суму всіх цілих чисел  $x$ , для яких число  $|6x^2 - 11x + 3|$  є простим.

22. Знайти суму всіх цілих чисел  $x$ , для яких число  $|4x^2 + 4x - 3|$  є простим.

23. Нехай  $x$  і  $y$  — натуральні числа, що задовольняють рівняння  $x^3 - y^3 = 127$ . Обчислити суму  $x + y$ .

24. Знайти значення суми  $x + y$ , де  $x$  і  $y$  — натуральні числа, що задовольняють рівняння  $x^4 - y^4 = 671$ .

25. Знайти найбільше значення  $|xy|$ , де  $x$  і  $y$  — цілі розв'язки рівняння  $xy + 8x - 5y - 9 = 0$ .

26. Для натуральних чисел  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , що задовольняють систему рівнянь

$$\begin{cases} x + y + z = 14, \\ x + yz = 19, \end{cases}$$

знайти найбільше значення добутку  $xyz$ .

27. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\frac{1}{[x]} + \frac{1}{\{x\}} = \frac{x}{4}$ , де  $[y]$  — ціла частина дійсного числа  $y$ , а  $\{y\}$  — дробова частина дійсного числа  $y$ .

28. Знайти двоцифрове натуральне число вигляду  $\overline{XY}$ , якщо  $3 \cdot \overline{XXXX} + Y = \overline{YXXXX}$  ( $\overline{XXXX}$ ,  $\overline{YXXXX}$  — відповідно чотирицифрове та п'ятицифрові натуральні числа).

29. Нехай дійсне число  $x_0$  є розв'язком рівняння  $x^3 + [x] = 3$ , де  $[y]$  — найбільше ціле число, що не перевищує дійсне число  $y$ . Обчислити  $x_0^3$ .

30. Розв'язати рівняння  $\left[\frac{x+1}{x}\right] = \frac{x-1}{2}$  і обчислити суму його розв'язків ( $[y]$  — найбільше ціле число, що не перевищує дійсне число  $y$ ).

### § 3. Тотожні перетворення алгебраїчних виразів

#### Варіант А

#### Група 1

1. При якому значенні параметра  $a$  квадратний тричлен  $16x^2 + 24x + 3a$  можна записати у вигляді квадрата двочлена?

2. При якому найменшому значенні параметра  $b$  тричлен  $49x^4 - 14bx^2 + 16$  можна записати у вигляді квадрата двочлена?

3. Знайти значення виразу  $100a + 10b + c$ , де  $a, b, c$  — невід'ємні числа, для яких справедлива рівність многочленів  $(ax^2 + b)^2 = 4x^4 + 6cx^2 + 36$ .

4. Знайти значення виразу  $\frac{b}{a}$ , де  $a$  і  $b$  — невід'ємні числа, для яких справедлива рівність многочленів  $(ax^3 - 10)^2 = 625x^6 - 5(a+b)x^3 + 100$ .

5. Обчислити значення виразу  $10a + b$ , де  $a$  і  $b$  — числа, для яких квадратний тричлен  $16x^2 + 144x + a + b$  є квадратом двочлена і при цьому  $a - b = 316$ .

6. Обчислити добуток чисел  $a$  і  $b$ , для яких квадратний тричлен  $25x^2 - 2(a + b)x + 4$  є квадратом двочлена і при цьому  $a - b = 8$ .

7. Обчислити значення виразу  $5 \cdot 148^2 - 10 \cdot 148 \cdot 146 + 5 \cdot 146^2$ .

8. Обчислити значення виразу  $9 \cdot (21\frac{1}{3})^2 - 360 \cdot 21\frac{1}{3} + 3600$ .

9. Обчислити значення дробу

$$\frac{a^6 - b^6}{(a^2 + b^2)^2 - a^2b^2},$$

якщо  $a = 1, 65$ ;  $b = 1, 35$ .

10. Обчислити значення дробу

$$\frac{a^6 - b^6}{(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)},$$

якщо  $a = 2, 71$ ;  $b = 1, 29$ .

#### Група 2

11. Знайти значення виразу  $100a + 10b + c$ , де  $a, b, c$  — числа, для яких справедлива рівність многочленів  $ax^3 - 27 = (2x - 3)(4x^2 + bx + c)$ .

12. Знайти значення виразу  $100a + 10b + c$ , де  $a, b, c$  — невід'ємні числа, для яких справедлива рівність многочленів  $27x^3 + a = (3x + b)(9x^2 - cx + 4)$ .

**13.** Знайти значення виразу  $100a + 10b + c$ , де  $a, b, c$  — числа, для яких многочлен  $8x^3 + 3bx^2 + cx + 1$  є кубом двочлена  $2x + a$ .

**14.** Знайти значення виразу  $100a + 10b + c$ , де  $a, b, c$  — числа, для яких многочлен  $27x^3 - 9bx^2 + 9cx - 8$  є кубом двочлена  $ax - 2$ .

**15.** Обчислити найбільше значення суми чисел  $a$  і  $b$ , для яких квадратний тричлен  $16x^2 + 2abx + 9$  можна записати у вигляді квадрата двочлена і при цьому  $a^2 + b^2 = 25$ .

**16.** Обчислити найменше значення суми чисел  $a$  і  $b$ , для яких квадратний тричлен  $4x^2 - 52x + a^2 + b^2$  є квадратом двочлена і при цьому  $ab = 60$ .

**17.** Сторони прямокутника виражаються двочленами першого степеня від змінної  $x$ , а його площа тричленом  $28 + 3x - x^2$ . Периметр же цього прямокутника не залежить від  $x$ . Обчислити периметр даного прямокутника.

**18.** Сторони прямокутника виражаються двочленами першого степеня від змінної  $x$ , а його площа тричленом  $60 - 4x - x^2$ . Периметр же цього прямокутника не залежить від  $x$ . Обчислити периметр даного прямокутника.

**19.** Знайти  $x + y$ , якщо  $x^2 - 4x + y^2 - 6y + 13 = 0$ .

**20.** Знайти  $x - y$ , якщо  $x^2 - 4xy + 5y^2 - 6y + 9 = 0$ .

### Група 3

**21.** При якому значенні параметра  $k$ , квадратний тричлен  $x^2 - 2(k-7)x + k^2 - 4k + 9$  можна записати у вигляді квадрата двочлена?

**22.** При якому значенні параметра  $k$ , квадратний тричлен  $x^2 - 2(k+4)x + 2(k+4)(k-6)$  можна записати у вигляді квадрата двочлена?

**23.** Нехай  $x_0$  — значення змінної  $x$ , при якому тричлен  $-3x^2 + 18x - 7$  досягає свого найбільшого значення, а  $M$  — найбільше значення цього тричлена. Знайти  $10M + x_0$ .

**24.** Нехай  $x_0$  — значення змінної  $x$ , при якому тричлен  $2x^2 - 12x + 13$  набуває свого найменшого значення, а  $m$  — це найменше значення. Обчислити  $-10m + x_0$ .

**25.** Нехай  $x_0$  — точка екстремуму квадратного тричлена  $4(x + +2)^2 - 3$ . Запишіть число, утворене дописуванням справа до числа  $x_0$  цифри 0, якщо  $x_0$  є точкою мінімуму або цифри 1 у випадку, коли  $x_0$  — точка максимуму.

**26.** Нехай  $x_0$  — точка екстремуму квадратного тричлена  $-\frac{1}{2}(x + 2)^2 - 3$ . Запишіть число, утворене дописуванням справа до числа  $x_0$  цифри 0, якщо  $x_0$  є точкою мінімуму або цифри 1 у випадку, коли  $x_0$  — точка максимуму.

**27.** Знайти найменше значення многочлена  $a^2 - 4ab + 5b^2 - 2b - 2$ .

**28.** Нехай  $a_0$  і  $b_0$  — значення параметрів відповідно  $a$  і  $b$ , при яких многочлен  $a^2 - 4ab + 5b^2 - 2b - 2$  набуває свого найменшого значення. Обчислити  $10a_0 + b_0$ .

**29.** Обчислити значення виразу  $a^2b + ab^2 - 2a^2 - b^2 - 3ab + 2a + 2b$ , якщо  $a = 1, 25$ , а  $b = 2, 75$ .

**30.** Обчислити значення виразу  $a^2b - 2ab^2 - a^2 + 2b^2 + ab + a - 2b$ , якщо  $a = 6, 5$ , а  $b = 1, 25$ .

### Варіант Б

#### Група 1

- Обчислити  $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} - \frac{8}{\sqrt{3} - 1}$ .
- Обчислити  $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{6}}{\sqrt{8} - \sqrt{6}} - \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3} + 2}$ .
- Обчислити  $\sqrt[3]{-4} \cdot \sqrt[6]{4} + \sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{-3} \cdot \sqrt[6]{3}$ .
- Обчислити  $\frac{\sqrt[6]{3^8}}{\sqrt[3]{-3}} - \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{-4}}{\sqrt[6]{2}}$ .
- Обчислити  $(3\sqrt{2} - 1) \cdot (\sqrt{18} + 1) + (2 - \sqrt{3})^2 + \sqrt{48}$ .
- Обчислити  $(\sqrt{6} + \sqrt{3}) \cdot \sqrt{12} - 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{10} - \sqrt{5}) \cdot \sqrt{20} - 5\sqrt{8}$ .
- Обчислити  $\sqrt{8} : (\sqrt[6]{8} : \sqrt{9^3})$ .
- Обчислити  $\sqrt{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}}$ .
- Обчислити  $\sqrt{(2-x)^2} + \sqrt{(x-7)^2}$ , якщо  $x = \sqrt[4]{40}$ .
- Обчислити  $\sqrt{29 + 12\sqrt{5}} - \sqrt{29 - 12\sqrt{5}}$ .

#### Група 2

- Обчислити  $\frac{5\sqrt[3]{25\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{125\sqrt[3]{5}}}$ .
- Обчислити  $\frac{\sqrt[4]{8\sqrt[3]{4}}}{\sqrt[6]{32\sqrt{2}}}$ .

13. Обчислити  $\sqrt[4]{3 - 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 + \sqrt{2}}$ .

14. Обчислити  $\sqrt[6]{7 - 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{3}}$ .

15. Обчислити  $\sqrt[3]{10 + 6\sqrt{3}} \cdot (3 - 3\sqrt{3})$ .

16. Обчислити  $(\sqrt{3} - 2) \cdot \sqrt[3]{15\sqrt{3} + 26}$ .

17. Обчислити  $\frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}}$ .

18. Обчислити  $\frac{\sqrt[3]{4 - \sqrt{17}}}{\sqrt[3]{(4 + \sqrt{17})^2}} + \sqrt{17}$ .

19. При якому значенні змінної  $a$  вираз

$$\left( \frac{1}{\sqrt{a+1} + \sqrt{a+2}} + \frac{1}{\sqrt{a+1} - \sqrt{a}} \right) \cdot \frac{a^2 + 2a + 3}{\sqrt{a+2} + \sqrt{a}}$$

набуває свого найменшого значення?

20. При якому значенні змінної  $a$  вираз

$$\left( \frac{1}{\sqrt{a-2} + \sqrt{a-1}} + \frac{1}{\sqrt{a-2} - \sqrt{a-3}} \right) \cdot \frac{5 + 4a - a^2}{\sqrt{a-1} + \sqrt{a-3}}$$

набуває свого найбільшого значення?

### Група 3

21. Обчислити  $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} + \frac{2}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{11}{\sqrt{5} + 4}$ .

22. Обчислити  $\frac{22}{7 - \sqrt{5}} + \frac{35}{9 - \sqrt{11}} - \frac{3}{\sqrt{11} - \sqrt{5}}$ .

23. Обчислити  $2\sqrt{40\sqrt{12}} + 3\sqrt{5\sqrt{48}} - 2\sqrt[4]{75} - 4\sqrt{15\sqrt{27}}$ .

24. Обчислити  $5\sqrt[3]{6\sqrt{32}} - 3\sqrt[3]{9\sqrt{162}} - 11\sqrt[6]{18} + 2\sqrt[3]{75\sqrt{50}}$ .

25. Обчислити

$$\sqrt[4]{\sqrt{23} - \sqrt{7}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{23} + \sqrt{7}} + \left( \sqrt{7 - \sqrt{33}} - \sqrt{7 + \sqrt{33}} \right)^2.$$

26. Обчислити значення виразу  $x(x+1)(x+2)(x+3)$ , якщо  $x = \frac{\sqrt{5} - 3}{2}$ .



27. Обчислити  $\sqrt{(\sqrt{2} + 2)^2 - 8\sqrt{2}} + \sqrt{(\sqrt{2} - 2)^2 + 8\sqrt{2}}$ .

28. Обчислити  $\sqrt{(1 - \sqrt{2})^2 + 4\sqrt{2}} - \sqrt{(1 + \sqrt{2})^2 - 4\sqrt{2}}$ .

29. Обчислити

$$\sqrt{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 2} : \sqrt{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} - 2} \cdot (\sqrt{2} - 1) - \sqrt{2}.$$

30. Обчислити  $\sqrt{32} \cdot \sqrt{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} - 2} \cdot \sqrt{\sqrt{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + 2}$ .

### Варіант В

#### Група 1

1. Обчислити  $\sqrt{\frac{2\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} - \sqrt{2}} \cdot \sqrt{\frac{2\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} + 1} + \sqrt{2}}$ .

2. Обчислити  $\sqrt{\frac{3\sqrt{3} + 8}{\sqrt{3} + 2} + 2\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\frac{3\sqrt{3} - 8}{\sqrt{3} - 2} - 2\sqrt{3}}$ .

3. Обчислити значення виразу  $\frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x + 3} + 4}}{\sqrt{x + 3} - 1} + 1$ , якщо  $x = -2, 5$ .

4. Обчислити значення виразу  $\frac{\sqrt{x - 2\sqrt{x + 7} + 8}}{\sqrt{x + 7} - 1} + 1$ , якщо  $x = -2, 5$ .

5. Обчислити значення виразу  $\frac{\sqrt{7} + 1}{7\sqrt{7} + 7 + \sqrt{7}} : \frac{1}{\sqrt{7} - 49} + 7$ .

6. Обчислити значення виразу

$$\left( \frac{3\sqrt{3} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \sqrt{6} \right) \cdot (\sqrt{15} + \sqrt{10})^2.$$

7. Обчислити  $\frac{\sqrt{5 - 2\sqrt{6}}}{(\sqrt[4]{3} + \sqrt[4]{2})(\sqrt[4]{3} - \sqrt[4]{2})}$ .

8. Обчислити  $\frac{3\sqrt{24}}{\sqrt{90} - 4\sqrt{6}} + 5\sqrt{1,2}(\sqrt{30} + 3\sqrt{2})$ .

9. Обчислити  $(4 + \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{6}) \cdot \sqrt{4 - \sqrt{15}}$ .

10. Обчислити  $\sqrt{3 - \sqrt{5}} \cdot (3 + \sqrt{5}) \cdot (\sqrt{10} - \sqrt{2})$ .

**Група 2**

11. Обчислити  $\sqrt{2\sqrt{3} - \sqrt{13} - \sqrt{48}}$ .

12. Обчислити  $\sqrt{2\sqrt{2} - \sqrt{9} - 4\sqrt{2}}$ .

13. Обчислити  $\frac{14\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}$ , якщо  $x = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{7}{2}} + \sqrt{\frac{2}{7}} \right)$ .

14. Обчислити  $\frac{10\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-x}$ , якщо  $x = \frac{1}{2} \left( \sqrt{\frac{5}{2}} - \sqrt{\frac{2}{5}} \right)$ .

15. Обчислити  $(1-2x) \cdot (1+2x)^{-1} \cdot (1+3x)^{\frac{1}{2}} \cdot (1-3x)^{-\frac{1}{2}}$ , якщо  $x = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ .

16. Обчислити  $\frac{x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}}{1-x} + \frac{1-x^{-\frac{1}{2}}}{1+\sqrt{x}}$ , якщо  $x = \frac{1}{2}$ .

17. Знайти цілу частину значення виразу

$$\frac{1}{a^{\frac{1}{4}} + a^{\frac{1}{8}} + 1} + \frac{1}{a^{\frac{1}{4}} - a^{\frac{1}{8}} + 1} - \frac{2a^{\frac{1}{4}} - 2}{a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{4}} + 1},$$

якщо  $a = 2, 25$ .

18. Знайти цілу частину значення виразу

$$\left( \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} - \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right) \cdot \left( \sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{2}} + \sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{2}} \right)^{-1} + \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

19. Обчислити  $2\sqrt{\sqrt{3} - \sqrt{5} - \sqrt{13} + \sqrt{48}}$ .

20. Обчислити  $\sqrt{\sqrt{17} - \sqrt{1 - 8\sqrt{33} - 8\sqrt{17}}}$ .

**Група 3**

21. Обчислити  $\sqrt[3]{9 + \sqrt{80}} - \sqrt[3]{\sqrt{80} - 9}$ .

22. Обчислити  $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$ .

23. Обчислити  $13 \cdot \frac{(4 + \sqrt{15})^{\frac{3}{2}} + (4 - \sqrt{15})^{\frac{3}{2}}}{(6 + \sqrt{35})^{\frac{3}{2}} - (6 - \sqrt{35})^{\frac{3}{2}}}$ .

24. Обчислити значення виразу  $3 \cdot \frac{\sqrt{8+2\sqrt{7}}}{\sqrt{8-2\sqrt{7}}} - \frac{\sqrt{3+\sqrt{7}}}{\sqrt{3-\sqrt{7}}} \cdot \sqrt{2}$ .

25. Обчислити  $\sqrt[3]{3^{-1} \cdot (\sqrt[3]{2} - 1)} \cdot (\sqrt[3]{2} + 1)$ .

26. Обчислити значення виразу  $\frac{1}{\sqrt{a+2\sqrt{a-1}}} + \frac{1}{\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}}$ ,  
якщо  $a = 1, 5$ .

27. Обчислити  $\sqrt{\left(\frac{9-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt[3]{2}} + 3\sqrt[3]{2}\right) \cdot \sqrt{3} \cdot (3 + \sqrt[6]{108})^{-1}}$ .

28. Обчислити  $\sqrt{9+2\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6}} \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{2}+1) - 2\sqrt{6}$ .

29. Спростити вираз

$$4a^{-1} \cdot \left( \left( \frac{a^2 - ba^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{3}}} + ab^{\frac{1}{3}} \right) : (a + \sqrt[6]{a^3b^2}) - b^{\frac{1}{3}} \right)$$

і знайти його значення, якщо  $a = 0,04$ ;  $b = 0,55$ .

30. Спростити вираз

$$\left( \frac{a + \sqrt{ax}}{7} \right)^{-1} \cdot \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{x}} + \frac{a}{x} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left( \frac{\sqrt[4]{ax^3} - \sqrt[4]{a^3x}}{\sqrt{a} - \sqrt{x}} + \frac{1 + \sqrt{ax}}{\sqrt[4]{ax}} \right)^{-2}.$$

## § 4. Тригонометричні функції та їх властивості

### Варіант А

#### Група 1

1. Колесо машини за 3 секунди робить 7 обертів. Записати у градусах кут, на який повертається колесо за 1 секунду.

2. За 1 секунду колесо машини повертається на кут  $960^\circ$ . Скільки обертів зробить колесо за 3 секунди?

3. Якої градусної міри кут утворюють годинна та хвилинна стрілки о 12 годині 10 хвилин?

4. Якої градусної міри кут утворюють годинна та хвилинна стрілки о 12 годині 40 хвилин?

5. На який кут у градусах повертається бісектриса кута утвореного годинною та хвилиною стрілками за проміжок часу від 12 години до 12 години 10 хвилин?

6. На який кут у градусах повертається бісектриса кута утвореного годинною та хвилиною стрілками за проміжок часу від 18 години до 18 години 20 хвилин?

7. Нехай  $P_\alpha(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів. Визначити кут  $\alpha$ , якщо  $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ .

8. Нехай  $P_\alpha(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів. Визначити кут  $\alpha$ , якщо  $-360^\circ < \alpha < 0^\circ$ .

9. Нехай  $P_\alpha(-\frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{3}}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів. Визначити кут  $\alpha$ , якщо  $720^\circ < \alpha < 1080^\circ$ .

10. Нехай  $P_\alpha(-\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів. Визначити кут  $\alpha$ , якщо  $-720^\circ < \alpha < -360^\circ$ .

#### Група 2

11. Подати у градусній мірі кут  $\alpha = 1,95$ , виміряний у радіанах. У відповіді записати цілу частину градусної міри цього кута.

12. Знайти цілу частину міри кута виражену у радіанах, якщо його градусна міра складає  $171^\circ 54'$ .

13. Нехай  $P_\alpha$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  радіан. Якій з чвертей належить точка  $P_\alpha$ , якщо  $\alpha = -\frac{2}{3}\pi + 3\pi$ ?

14. Нехай  $P_\alpha$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів. Якій з чвертей належить точка  $P_\alpha$ , якщо  $\alpha = 48^\circ + 7 \cdot 180^\circ$ ?

15. Нехай  $P_\alpha$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  радіан. Якій з чвертей належить точка  $P_{30}$ ?

16. Нехай  $P_\alpha$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  радіан. Якій з чвертей належить точка  $P_{\pi^2}$ ?

17. Нехай  $P_\alpha(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів ( $\alpha > 0$ ). Знайти  $\cos \alpha$ .

18. Нехай  $P_\alpha(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2})$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів ( $\alpha < 0$ ). Знайти  $\sin \alpha$ .

19. Нехай  $P_\alpha(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P_0(1; 0)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів ( $\alpha > 0$ ). Знайти  $\operatorname{tg} \alpha$ .

20. Нехай  $P_\alpha(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2})$  — точка одиничного кола з центром у початку координат, в яку відображається точка  $P(0; -1)$  при повороті навколо центра на кут  $\alpha$  градусів ( $\alpha > 0$ ). Знайти  $\operatorname{ctg} \alpha$ .

### Група 3

21. Визначити, яка з вказаних нерівностей є хибною:

1)  $\sin 20^\circ \cdot \cos 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 220^\circ \cdot \operatorname{ctg} 320^\circ > 0$ ;

2)  $\cos 130^\circ + \operatorname{tg} 130^\circ + \operatorname{ctg} 130^\circ < 0$ ;

3)  $\sin 1 \cdot \cos 2 \cdot \operatorname{tg} 3 \cdot \operatorname{ctg} 4 > 0$ ;

4)  $\sin 135^\circ + \cos 135^\circ < 0$ .

**22.** Визначити, яка з вказаних нерівностей є хибною:

- 1)  $\sin 100^\circ > \cos 200^\circ$ ;
- 2)  $\operatorname{tg} 100^\circ < \operatorname{tg} 10^\circ$ ;
- 3)  $\operatorname{tg} 4 + \operatorname{ctg} 4 < \operatorname{tg} 6,5 \cdot \operatorname{ctg} 1,5\pi$ ;
- 4)  $\sin 2 \cdot \cos 3 < \sin 4 \cdot \operatorname{ctg} 5$ .

**23.** Нехай число  $\alpha$  таке, що  $|\cos \alpha| = -\cos \alpha$ ,  $|\operatorname{tg} \alpha| = -\operatorname{tg} \alpha$ ,  $|\operatorname{ctg}(-\alpha)| = -\operatorname{ctg} \alpha$ . Тоді яке з наступних співвідношень вірне:

- 1)  $\sin \alpha > 0$ ;
- 2)  $\sin \alpha < 0$ ;
- 3)  $\sin \alpha = 0$ ?

**24.** Нехай число  $\alpha$  таке, що  $|\sin(-\alpha)| = -\sin \alpha$ ,  $|\operatorname{tg}(-\alpha)| = -\operatorname{tg} \alpha$ ,  $|\operatorname{ctg} \alpha| = -\operatorname{ctg} \alpha$ . Тоді яке з наступних співвідношень вірне:

- 1)  $\cos \alpha > 0$ ;
- 2)  $\cos \alpha < 0$ ;
- 3)  $\cos \alpha = 0$ ?

**25.** Порівняти числа  $A = \cos 583^\circ$  і  $B = \cos 584^\circ$ :

- 1)  $A > B$ ;
- 2)  $A < B$ ;
- 3)  $A = B$ .

Вказати правильний варіант відповіді.

**26.** Знайти найбільше серед нижче наведених чисел:

- 1)  $\cos 25^\circ$ ;
- 2)  $\cos 70^\circ$ ;
- 3)  $\cos(-20^\circ)$ ;
- 4)  $\cos(-125^\circ)$ ;
- 5)  $\cos 250^\circ$ .

Вказати правильний варіант відповіді.

**27.** Яке з нижче наведених чисел є найменшим:

- 1)  $\sin 1$ ;
- 2)  $\sin 2$ ;
- 3)  $\sin(-5)$ ;
- 4)  $\sin 7$ ;
- 5)  $\sin \frac{\pi}{2}$ ?

Вказати правильний варіант відповіді.

**28.** Знайти найменше серед чисел:

- 1)  $\cos 1,3$ ;
- 2)  $\cos 0,7$ ;
- 3)  $\cos 9,4$ ;
- 4)  $\cos 12,6$ ;
- 5)  $\cos(-1,7)$ .

Вказати правильний варіант відповіді.

**29.** Дослідити функцію  $y = \frac{1}{2}(3^{\sin x} - 3^{-\sin x}) : (3^{\sin x} + 3^{-\sin x})$  на парність:

- 1) парна;
- 2) непарна;
- 3) ні парна, ні непарна;
- 4) і парна, і непарна.

Вказати правильний варіант відповіді.

**30.** Дослідити функцію  $y = |2 \sin x + 1| + |\sin x| + |2 \sin x - 1|$  на парність:

- 1) парна;
- 2) непарна;
- 3) ні парна, ні непарна;
- 4) і парна, і непарна.

Вказати правильний варіант відповіді.

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Знайти найбільше значення функції  $y = -4 \sin(2x - \frac{\pi}{3}) + 2$ .
2. Знайти найменше значення функції  $y = 3 \cos(x - \frac{\pi}{4}) - 1$ .
3. Знайти найбільше значення функції  $y = 3 \sin^2 x + 5 \cos^2 x$ .
4. Знайти найменше значення функції  $y = 2 \sin^2 x + 4 \cos^2 x - 3$ .
5. Знайти найменше двоцифрове натуральне значення змінної  $x$ , при якому значення функції  $y = 2 \sin \frac{1}{3} \pi x$  дорівнює нулю.
6. Знайти найбільше двоцифрове натуральне значення змінної  $x$ , при якому значення функції  $y = 3 \cos \frac{1}{4} \pi x$  дорівнює нулю.
7. Знайти найменше натуральне значення змінної  $x$ , при якому значення функції  $y = 4 \operatorname{tg} \frac{5}{7} \pi x$  дорівнює нулю.
8. Знайти найменше натуральне значення змінної  $x$ , при якому значення функції  $y = 2 \operatorname{ctg} \frac{1}{6} \pi x$  дорівнює нулю.
9. Яка з наведених нерівностей вірна:
  - 1)  $\sin(\cos 3) > 0$ ;    2)  $\sin(\operatorname{tg} 3) > 0$ ;
  - 3)  $\cos(\sin 3) > 0$ ;    4)  $\cos(\operatorname{tg} 3) < 0$ ?
10. Яка з наведених нерівностей вірна:
  - 1)  $\sin(\pi + \frac{1}{\pi}) > \cos(\pi + \frac{1}{\pi})$ ;    2)  $\operatorname{tg} \pi^2 > \operatorname{ctg} \pi^2$ ;
  - 3)  $\sin 1 < \cos 1$ ;    4)  $\sin 2 < \cos 2$ ?

**Група 2**

11. Знайти найменше натуральне значення змінної  $x$ , яке не належить області визначення функції  $y = \frac{\sin(0,5\pi x)}{1 + \sin(0,7\pi x)}$ .
12. Знайти найбільше ціле значення змінної  $x$ , яке належить області визначення функції  $y = \operatorname{tg}(0,5\pi x) : \sqrt{16 - x^2}$ .
13. Знайти найбільше ціле значення змінної  $x$ , яке належить області визначення функції  $y = \frac{\sqrt{12-2x}}{\sin 0,5\pi x}$ .
14. Знайти найменше натуральне значення змінної  $x$ , яке належить області визначення функції  $y = \sqrt{x^2 - 16} \cdot \operatorname{ctg} 0,25\pi x$ .
15. Знайти найбільше значення функції  $y = \frac{6}{1 + 2 \operatorname{tg}^2(x - \frac{\pi}{4})}$ .
16. Знайти найменше значення функції  $y = \frac{14}{\sqrt{4 - 3 \operatorname{ctg}^2(3x + \frac{\pi}{3})}}$ .

17. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{5}x + \frac{\pi}{3}\right) - 1.$$

18. Знайти найменший додатний період функції

$$y = 2 \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{7}x - \frac{\pi}{6}\right) + 1.$$

19. Знайти найменший додатний період функції

$$y = 4 \sin^2\left(2\pi x - \frac{\pi}{3}\right).$$

20. Знайти найменший додатний період функції

$$y = 3 \operatorname{tg}(0, 2\pi x) \cdot \operatorname{ctg}(0, 2\pi x) + 1.$$

### Група 3

21. Обчислити добуток найбільшого і найменшого значень функції  $y = 4 \sin x + 3 \cos x + 2$ .

22. Обчислити добуток найбільшого і найменшого значень функції  $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 2\sqrt{2}$ .

23. Обчислити добуток найбільшого і найменшого значень функції  $y = 3 \sin^2 x + 5 \cos 2x$ .

24. Знайти значення аргументу  $x$ , при якому функція  $y = \cos 2x + \sin^2 x$  набуває найбільшого значення на відрізку  $[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}]$ .

25. Знайти найбільше значення функції  $y = \frac{21 + 12 \operatorname{tg}^2 x}{2 + 4 \operatorname{tg}^2 x}$ .

26. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \cos \frac{2\pi}{3}x + 2 \operatorname{tg} 0, 5\pi x.$$

27. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \cos^2 0, 5\pi x + 2 \operatorname{ctg} \frac{\pi}{2}x.$$

28. Яке з нижче наведених чисел є найбільшим значенням функції  $y = \sin(\sin x)$ :

1) 1; 2) 2; 3)  $\sin 1$ ; 4)  $\frac{\pi}{2}$ ; 5)  $\arcsin(\sin 1)$ ?

29. Яке з нижче наведених чисел є найменшим значенням функції  $y = \cos(\cos x - 1)$ :

1)  $-1$ ; 2) 0; 3)  $\cos 1$ ; 4)  $\cos(-2)$ ; 5)  $\arccos(\cos 2)$ ?

30. Які з наведених виразів мають зміст:

1)  $\arccos \sqrt{5}$ ; 2)  $\arcsin(3 - \sqrt{20})$ ; 3)  $\arccos \frac{\pi}{3}$ ; 4)  $\arcsin \frac{3}{\pi}$ ?



## Варіант В

### Група 1

1. Яка з наведених рівностей є вірною:
  - 1)  $\operatorname{arctg} \frac{\pi}{4} = 1$ ;      2)  $\operatorname{arctg}(-1) = 45^\circ$ ;
  - 3)  $\operatorname{arccos}(-\frac{1}{2}) = \frac{2\pi}{3}$ ;      4)  $\operatorname{arcsin} 0 = \pi$ ?
2. Знайти в градусах значення  $\operatorname{arcsin}(\sin 200^\circ)$ .
3. Знайти в градусах значення  $\operatorname{arccos}(\cos 200^\circ)$ .
4. Знайти в градусах значення  $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 160^\circ)$ .
5. Знайти в градусах значення  $\operatorname{arccotg}(\operatorname{ctg} 340^\circ)$ .
6. Обчислити  $\frac{12}{\pi} \operatorname{arccos}(\sin \frac{4}{3}\pi)$ .
7. Обчислити  $\frac{15}{\pi} \operatorname{arccos}(\sin \frac{7}{6}\pi)$ .
8. Обчислити  $\frac{8}{\pi} (\operatorname{arcsin} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arccos} \frac{1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{2}} + \operatorname{arccotg} \frac{1}{\sqrt{2}})$ .
9. Обчислити  $\frac{12}{\pi} (\operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{arccos} \frac{\sqrt{3}}{3} + \operatorname{arctg} \sqrt{3})$ .
10. Яка з наведених нерівностей невірна:
  - 1)  $\operatorname{arcsin}(-0, 11) < 0$ ;      2)  $\operatorname{arccos}(-0, 11) > \frac{\pi}{2}$ ;
  - 3)  $\operatorname{arctg}(-0, 11) > -\frac{\pi}{4}$ ;      4)  $\operatorname{arccotg}(-0, 11) < 0$ ?

### Група 2

11. Обчислити  $\sin(\operatorname{arcsin} \frac{\sqrt{3}}{2} + \operatorname{arccos}(-\frac{1}{2}) - \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3})$ .
12. Обчислити  $\operatorname{tg}(\operatorname{arcsin} \frac{1}{2} + \operatorname{arccotg}(-\sqrt{3}) - \operatorname{arccos} \frac{\sqrt{2}}{2})$ .
13. Обчислити  $\frac{52}{\pi} \operatorname{arccos}(\sin \frac{14\pi}{13})$ .
14. Обчислити  $\frac{16}{\pi} \operatorname{arcsin}(\cos \frac{17\pi}{16})$ .
15. Обчислити  $\frac{8}{\pi} \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} \frac{7\pi}{8})$ .
16. Знайти найменше значення функції  $y = \frac{4}{\pi} \operatorname{arcsin}(2x - 1) - 2$ .
17. Знайти найменше значення функції  $y = \frac{5}{\pi} \operatorname{arccos}(3x - 2) + 1$ .
18. Обчислити суму всіх цілих значень аргументу  $x$ , що належать області визначення функції

$$y = \sqrt{x^2 - x - 6} \cdot \operatorname{arcsin} \frac{2x - 1}{7}.$$

19. Обчислити суму всіх цілих значень аргументу  $x$ , що належать

області визначення функції

$$y = \lg(2x + 10) + \arccos \frac{3x + 1}{3x - 9}.$$

**20.** Обчислити суму всіх цілих значень аргументу  $x$ , що належать області визначення функції  $y = 2 \arcsin(\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6}x)$ .

### Група 3

**21.** Обчислити добуток найменшого та найбільшого двоцифрових натуральних значень змінної  $x$ , що належать області визначення функції  $y = \sqrt{1 - 2 \sin \frac{1}{2}\pi x}$ .

**22.** Знайти найбільше двоцифрове ціле значення змінної  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \sqrt{\operatorname{tg} 0,25\pi x - 1}$ .

**23.** Знайти найбільше значення функції  $y = -3 \sin^2 x + 3 \sin x + 2$ .

**24.** Знайти найбільше значення функції

$$y = 10 \cos^2 x - 6 \sin x \cos x + 2 \sin^2 x.$$

**25.** Знайти найбільше значення функції

$$y = \frac{12}{2 \operatorname{tg}^2 x - 8 \operatorname{tg} x + 11}.$$

**26.** Знайти найменше додатне значення функції

$$y = \frac{10}{-3 \operatorname{ctg}^2 x + 12 \operatorname{ctg} x - 11}.$$

**27.** Знайти найменше значення функції

$$y = 2 \operatorname{arctg}^2 x - \pi \operatorname{arctg} x + \frac{\pi^2}{8} + 3.$$

**28.** Знайти найбільше значення функції

$$y = -12 \operatorname{arcctg}^2 x + 4\pi \operatorname{arcctg} x + 2 - \frac{\pi^2}{3}.$$

**29.** Знайти значення змінної  $x$ , при якому функція

$$y = 2 \operatorname{arctg}^2 x - \pi \operatorname{arctg} x + \frac{\pi^2}{8} + 3$$

набуває найменшого значення.

**30.** Знайти значення змінної  $x$ , при якому функція

$$y = -12 \operatorname{arcctg}^2 x + 4\pi \operatorname{arcctg} x + 2 - \frac{\pi^2}{3}$$

досягає свого найбільшого значення, та обчислити добуток  $x\sqrt{3}$ .

## § 5. Перетворення тригонометричних виразів

### Варіант А

#### Група 1

1. Обчислити  $7 \cos 120^\circ - 5 \sin 150^\circ + \sqrt{3} \operatorname{tg} 300^\circ$ .
2. Обчислити  $3 \operatorname{tg} 135^\circ + 5 \operatorname{ctg} 225^\circ - 2 \sin 330^\circ$ .
3. Обчислити  $6 \sin 210^\circ + 8 \cos 240^\circ + \operatorname{ctg} 315^\circ$ .
4. Обчислити  $\operatorname{ctg} 405^\circ + 2 \cos 660^\circ - \sqrt{2} \sin 225^\circ$ .
5. Обчислити  $4 \sin 1050^\circ + \operatorname{tg} 495^\circ + \sqrt{3} \cos 210^\circ$ .
6. Обчислити  $4 \sin 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 405^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ$ .
7. Обчислити  $\operatorname{tg}^2 120^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ + 2 \sin 60^\circ$ .
8. Обчислити  $\cos^2 30^\circ + \frac{1}{2} \sin 30^\circ + 2 \operatorname{tg}^2 60^\circ$ .
9. Обчислити  $0,75 \operatorname{ctg}^2 60^\circ - \sin^2 60^\circ + \cos 60^\circ$ .
10. Обчислити  $\cos 300^\circ + 0,75 \operatorname{tg}^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ + \sin 30^\circ$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $\sin^2 20^\circ + \sin^2 20^\circ \cdot \cos^2 20^\circ + \cos^4 20^\circ + 1$ .
12. Обчислити  $(1 - \cos^2 10^\circ + \operatorname{tg}^2 10^\circ \cdot \cos^2 10^\circ) \cdot \operatorname{ctg}^2 10^\circ + 2 \sin^2 10^\circ$ .
13. Обчислити  $2 \cos^2 220^\circ + 4 \operatorname{tg}^2 40^\circ \cdot \operatorname{ctg}^2 140^\circ + 2 \sin^2 320^\circ$ .
14. Обчислити  $(\sin 67^\circ + \sin 157^\circ)^2 + (\cos 67^\circ + \cos 157^\circ)^2$ .
15. Обчислити  $\frac{\cos^2 243^\circ}{\operatorname{tg}^2(-333^\circ)} + \frac{\cos^2(-27^\circ)}{\operatorname{tg}^2(-243^\circ)}$ .
16. Обчислити  $\cos 68^\circ \cdot \cos 22^\circ - \sin 68^\circ \cdot \sin 22^\circ$ .
17. Обчислити  $\sin 128^\circ \cdot \cos 22^\circ - \sin 158^\circ \cdot \cos 52^\circ$ .
18. Обчислити  $\sin 160^\circ \cdot \cos 110^\circ + \sin 250^\circ \cdot \cos 340^\circ$ .
19. Обчислити  $\frac{\cos 40^\circ \cos 155^\circ + \cos 50^\circ \sin 25^\circ}{\sin 10^\circ \cos 15^\circ + \cos 10^\circ \sin 15^\circ}$ .
20. Обчислити  $\frac{\operatorname{tg} 23^\circ - \operatorname{tg} 68^\circ}{1 + \operatorname{tg} 23^\circ \cdot \operatorname{tg} 68^\circ} + 5$ .

#### Група 3

21. Обчислити  $2(\sin^4 1 + \cos^4 1) + \sin^2 2$ .
22. Обчислити  $2 \cos 2 - \frac{\sin^2 2}{\sin^2 1}$ .

23. Обчислити  $100 \sin^2 \alpha \cos \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 0,75$  і  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ .
24. Обчислити  $54 \cos^4 2\alpha$ , якщо  $\cos(3\pi - 4\alpha) = \frac{2}{3}$ .
25. Обчислити  $\left( \frac{\cos 75^\circ + \cos 15^\circ}{\sin 75^\circ - \sin 15^\circ} \right)^2$ .
26. Обчислити  $\frac{\sin 2\alpha - \cos \alpha}{1 - \cos 2\alpha - \sin \alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 5$ .
27. Обчислити  $4 \sin 15^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 75^\circ - 4$ .
28. Обчислити  $\sin^2 11^\circ + \cos^2 11^\circ - (\cos^2 15^\circ - \cos^2 75^\circ)^2$ .
29. Обчислити  $(\cos 255^\circ + \sin 255^\circ) \cdot (\cos 285^\circ - \sin 285^\circ)$ .
30. Обчислити  $\sqrt{3}(\cos 255^\circ + \sin 255^\circ) \cdot (\cos 285^\circ + \sin 285^\circ)$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Обчислити  $\frac{4 \sin 20^\circ \cdot \sin 70^\circ}{2 \cos^2 25^\circ - 1}$ .
2. Обчислити  $\frac{10 \sin 40^\circ \cdot \sin 50^\circ}{1 - 2 \sin^2 5^\circ}$ .
3. Обчислити  $\operatorname{tg}(\alpha + \beta)$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{2}$ ;  $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ;  $\operatorname{ctg} \beta = 0$ ;  $\pi < \beta < 2\pi$ .
4. Обчислити  $\operatorname{tg}(\alpha - \beta)$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{5}$ ;  $\pi < \alpha < 2\pi$ ;  $\cos \beta = 0$ ;  $\pi < \beta < 2\pi$ .
5. Обчислити  $(\sin 165^\circ + \sin 45^\circ) \cdot (\sin 135^\circ + \sin 15^\circ) + (\sin 75^\circ + \sin 315^\circ) \cdot (\sin 105^\circ + \sin 225^\circ)$ .
6. Обчислити  $(\cos 160^\circ + \cos 40^\circ) \cdot (\cos 140^\circ + \cos 20^\circ) + (\cos 50^\circ + \cos 70^\circ) \cdot (\cos 130^\circ + \cos 110^\circ)$ .
7. Обчислити  $\left( \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{16} + \operatorname{ctg} \frac{5\pi}{16} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{8}$ .
8. Обчислити  $\left( \operatorname{ctg} \frac{\pi}{5} + \operatorname{ctg} \frac{3\pi}{10} \right) \cdot \cos \frac{\pi}{10}$ .
9. Обчислити  $\left( \sqrt{\cos^2 3} + \sqrt{\sin^2 3} \right)^2 + \sin 6$ .
10. Обчислити  $2 + \sqrt{\sin^2 4} + 2 \cos \left( \frac{\pi}{2} + 2 \right) \cdot \sin \left( \frac{3\pi}{2} - 2 \right)$ .

## Група 2

11. Обчислити  $\frac{\sqrt{2-2\cos 8}}{1-(\sin 2-\cos 2)^2}$ .
12. Обчислити  $\frac{\sqrt{2+2\cos 4}}{1-2\sin^2 1}$ .
13. Обчислити  $\frac{\sqrt{6}}{2}\cos\frac{\pi}{12}-\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\frac{\pi}{12}$ .
14. Обчислити  $2\sqrt{6}\cos\frac{\pi}{12}+2\sqrt{6}\sin\frac{\pi}{12}$ .
15. Обчислити  $\frac{\cos^2 26^\circ-\sin^2 34^\circ}{\sin 82^\circ}$ .
16. Обчислити  $\frac{\sin^2 64^\circ-\cos^2 56^\circ}{\cos 8^\circ}$ .
17. Обчислити  $16\cos 20^\circ\cdot\cos 40^\circ\cdot\cos 60^\circ\cdot\cos 80^\circ$ .
18. Обчислити  $8\sin 10^\circ\cdot\sin 70^\circ\cdot\sin 50^\circ$ .
19. Обчислити  $\sqrt{\frac{1+\cos 250^\circ}{2}}\cdot\frac{1}{\cos 125^\circ}$ .
20. Обчислити  $\sqrt{2(1-\cos 400^\circ)}+2(\sin 100^\circ+\cos 100^\circ)^2$ .

## Група 3

21. Обчислити  $\operatorname{tg} 12^\circ\cdot\operatorname{tg} 24^\circ+\operatorname{tg} 24^\circ\cdot\operatorname{tg} 54^\circ+\operatorname{tg} 54^\circ\cdot\operatorname{tg} 12^\circ$ .
22. Обчислити  $\operatorname{ctg} 80^\circ\cdot\operatorname{ctg} 70^\circ+\operatorname{ctg} 70^\circ\cdot\operatorname{ctg} 30^\circ+\operatorname{ctg} 30^\circ\cdot\operatorname{ctg} 80^\circ$ .
23. Обчислити  $\left(\operatorname{tg}\frac{13\pi}{12}-\operatorname{tg}\frac{5\pi}{12}\right)\cdot\sin\frac{\pi}{3}$ .
24. Обчислити  $\left(\operatorname{ctg}\frac{9\pi}{8}-\operatorname{ctg}\frac{3\pi}{8}\right)\cdot\operatorname{tg}\frac{\pi}{4}$ .
25. Обчислити  $\frac{1}{2\sin 10^\circ}-2\sin 70^\circ$ .
26. Обчислити  $\frac{12\cos 70^\circ\cos 50^\circ+3}{\cos 160^\circ}$ .
27. Обчислити  $\frac{\sin 56^\circ+\sin 34^\circ}{\sin 56^\circ-\sin 34^\circ}-\operatorname{tg} 79^\circ$ .
28. Обчислити  $\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos 2\alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 0, 5$ .
29. Обчислити  $9\sin(4\alpha-450^\circ)$ , якщо  $\sin \alpha = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .

30. Обчислити  $\sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$ .

### Варіант В

#### Група 1

1. Обчислити  $13\sqrt{2} \sin\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ .
2. Обчислити  $13\sqrt{2} \cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2}{3}$ .
3. Обчислити  $2 - 13 \cos 2\alpha + \sin^{-1} 2\alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = -5$ .
4. Обчислити  $1 + 5 \sin 2\alpha - 3 \cos^{-1} 2\alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = -2$ .
5. Обчислити  $\frac{\cos^6 \alpha + \sin^6 \alpha - 2}{\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha - 2}$ , якщо  $\alpha = \frac{\pi}{8}$ .
6. Обчислити  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \sin^2 2\alpha$ , якщо  $\alpha = \frac{\pi}{12}$ .
7. Обчислити  $\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha - \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} 2\alpha = 7$ .
8. Обчислити  $\frac{\sin \alpha \cdot (3 - 4 \sin^2 \alpha)}{\cos \alpha \cdot (4 \cos^2 \alpha - 3)}$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{5}{3}$ .
9. Обчислити  $\cos 4\alpha$ , якщо  $\cos \alpha + \sin \alpha = 0,5$ .
10. Обчислити  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ , якщо  $\sin \alpha - \cos \alpha = 1,2$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $((\cos 40^\circ)^{-1} + (\operatorname{tg} 50^\circ)^{-1}) \cdot \operatorname{tg} 25^\circ$ .
12. Обчислити  $((\cos 40^\circ)^{-1} - (\operatorname{tg} 50^\circ)^{-1}) \cdot \operatorname{ctg} 25^\circ$ .
13. Обчислити  $\sin^4 \frac{\pi}{8} + \cos^4 \frac{3\pi}{8} + \sin^4 \frac{5\pi}{8} + \cos^4 \frac{7\pi}{8}$ .
14. Обчислити  $\sin^4 \frac{\pi}{12} + \cos^4 \frac{5\pi}{12} + \sin^4 \frac{7\pi}{12} + \cos^4 \frac{11\pi}{12}$ .
15. Обчислити  $\cos^4 x + \sin^4 x + \frac{2}{9}$ , якщо  $\sin 2x = \frac{2}{3}$ .
16. Обчислити  $\cos^8 x - \sin^8 x$ , якщо  $\cos 2x = 0,2$ .
17. Обчислити  $8(\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha)$ , якщо  $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{2}$ .
18. Обчислити  $\frac{11 \sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 2$ .
19. Обчислити  $\frac{7 \sin^3 \alpha + \cos \alpha}{5 \cos^3 \alpha + 3 \sin \alpha}$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = -0,5$ .
20. Обчислити  $\frac{8 \sin 2\alpha - 12 \cos 2\alpha}{4 \sin 2\alpha + 5 \cos 2\alpha}$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = 3$ .

## Група 3

21. Обчислити  $(\operatorname{tg} 435^\circ - \operatorname{tg} 375^\circ) \cdot (\operatorname{tg} 615^\circ + \operatorname{tg} 375^\circ) \cdot \operatorname{tg} 390^\circ$ .
22. Обчислити  $(\operatorname{tg} 435^\circ - \operatorname{tg} 375^\circ) \cdot (\operatorname{tg} 615^\circ + \operatorname{tg} 375^\circ)^{-1} \cdot \operatorname{tg} 390^\circ$ .
23. Обчислити  $\operatorname{tg} 20^\circ \cdot \operatorname{tg} 40^\circ \cdot \operatorname{tg} 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 80^\circ$ .
24. Обчислити  $\operatorname{tg} 37,5^\circ + \sqrt{2} - \sqrt{3} - \sqrt{6}$ .
25. Обчислити  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ .
26. Обчислити  $\sin^3 2x \cos 6x + \cos^3 2x \sin 6x$ , якщо  $x = \frac{\pi}{16}$ .
27. Обчислити  $\operatorname{tg} 18^\circ + \operatorname{tg} 42^\circ + \sqrt{3} \operatorname{tg} 18^\circ \cdot \operatorname{tg} 42^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ$ .
28. Обчислити  $\frac{\operatorname{ctg} 70^\circ + 4 \cos 70^\circ}{\cos 30^\circ}$ .
29. Обчислити  $8 \sin \frac{3\pi}{10} \sin \frac{\pi}{10}$ .
30. Обчислити  $(\sin 10^\circ)^{-1} - \sqrt{3}(\cos 10^\circ)^{-1}$ .

## § 6. Перетворення виразів, що містять обернені тригонометричні функції

### Варіант А

#### Група 1

1. Обчислити в градусах  $4 \arcsin \frac{1}{2} - 3 \arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$ .
2. Обчислити в градусах  $\arccos 0 - \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
3. Обчислити в градусах  $\arcsin(-1) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ .
4. Обчислити в градусах  $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) + \arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ .
5. Обчислити в градусах  $\arcsin(-1) + \arccos 1$ .
6. Обчислити в градусах  $\frac{1}{2} \arccos \frac{1}{2} + 3 \arcsin 0$ .
7. Обчислити в градусах  $\frac{1}{3} \operatorname{arctg}\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right) + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ .
8. Обчислити в градусах  $5 \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{4} \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$ .
9. Обчислити в градусах  $3 \operatorname{arctg} \sqrt{3} - 2 \arccos \frac{1}{2}$ .
10. Обчислити в градусах  $0,5 \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \operatorname{arctg}(-1)$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $3 \sin(\arcsin \frac{1}{3})$ .
12. Обчислити  $10 \cos(\arccos 0, 2)$ .
13. Обчислити  $5 \operatorname{tg}(\operatorname{arctg}(-2))$ .
14. Обчислити  $4 \operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 5)$ .
15. Обчислити  $5 \sin(\arccos \frac{3}{5})$ .
16. Обчислити  $13 \cos(\arcsin \frac{5}{13})$ .
17. Обчислити  $14 \operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 3, 5)$ .
18. Обчислити  $9 \operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} \frac{3}{4})$ .
19. Обчислити  $6 \cos(\arccos 0 + \arcsin \frac{1}{3})$ .
20. Обчислити  $10 \sin(\arcsin 1 - \arccos 0, 2)$ .

#### Група 3

21. Обчислити  $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 0 + \operatorname{arctg} \frac{2}{3})$ .
22. Обчислити  $\operatorname{ctg}(\arccos 0 - \operatorname{arctg} \frac{4}{7})$ .
23. Обчислити  $\sin(\arcsin(-1) - \arcsin \frac{3}{5})$ .
24. Обчислити  $\cos(2 \operatorname{arctg}(-1) - \arccos \frac{7}{25})$ .



25. Обчислити  $\operatorname{tg} \left( 2 \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg} \frac{2}{3} \right)$ .
26. Обчислити  $\sin \left( \arccos(-1) + \arcsin \frac{3}{5} \right)$ .
27. Обчислити  $\cos \left( 6 \arcsin \frac{1}{2} - \arccos \frac{13}{25} \right)$ .
28. Обчислити  $\sin \left( 5 \arcsin \frac{1}{2} + \arccos \left( -\frac{1}{2} \right) - \arccos 0, 8 \right)$ .
29. Обчислити  $\cos \left( \operatorname{arcctg} \left( -\sqrt{3} \right) + 2 \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} - \arccos \frac{24}{25} \right)$ .
30. Обчислити  $\sin \left( 3 \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arcctg}(-1) + \arcsin \frac{7}{25} \right)$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Обчислити  $\sin^2(\arccos 0, 2)$ .
2. Обчислити  $\cos^2(\arcsin 0, 7)$ .
3. Обчислити  $\sin^2(\operatorname{arcctg} 3)$ .
4. Обчислити  $\sin^2(\operatorname{arctg}(-7))$ .
5. Обчислити  $\cos^2(\operatorname{arctg} 3)$ .
6. Обчислити  $\cos^2(\operatorname{arcctg} 2)$ .
7. Обчислити  $\operatorname{tg} \left( \arcsin \frac{3}{5} \right)$ .
8. Обчислити  $\operatorname{tg}(\arccos 0, 8)$ .
9. Обчислити  $\operatorname{ctg} \left( \arcsin \frac{5}{13} \right)$ .
10. Обчислити  $\operatorname{ctg}(\arccos 0, 6)$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $\sin \left( 2 \arcsin \frac{3}{5} \right)$ .
12. Обчислити  $625 \sin \left( 2 \arccos \frac{7}{25} \right)$ .
13. Обчислити  $4 \cos \left( 2 \arcsin \frac{3}{4} \right)$ .
14. Обчислити  $8 \cos \left( 2 \arccos \frac{3}{4} \right)$ .
15. Обчислити  $5 \sin \left( 2 \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \right)$ .
16. Обчислити  $\cos \left( 2 \operatorname{arctg} \frac{3}{4} \right)$ .
17. Обчислити  $4 \operatorname{tg} \left( 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{3} \right)$ .
18. Обчислити  $\operatorname{ctg} \left( 2 \arccos \frac{5}{\sqrt{26}} \right)$ .
19. Обчислити  $\sin(2 \operatorname{arcctg} 3)$ .
20. Обчислити  $4 \operatorname{tg}(2 \operatorname{arctg} 3)$ .

**Група 3**

21. Обчислити  $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg} \frac{2}{3})$ .
22. Обчислити  $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7})$ .
23. Обчислити  $\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} 2 - \operatorname{arctg} 3)$ .
24. Обчислити  $\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3})$ .
25. Обчислити  $\cos(\arccos \frac{7}{25} + \arccos \frac{3}{5})$ .
26. Обчислити  $\sin(\arcsin \frac{3}{5} - \arcsin \frac{24}{25})$ .
27. Обчислити  $\cos(\arcsin(-0, 8) + \arccos 0, 6)$ .
28. Обчислити  $\sin(\arccos(-0, 6) - \arccos 0, 8)$ .
29. Обчислити  $\operatorname{tg}(\arcsin \frac{1}{\sqrt{5}} + \arccos \frac{1}{\sqrt{10}})$ .
30. Обчислити  $\cos(\arcsin \frac{\sqrt{21}}{7} + \arcsin \frac{\sqrt{21}}{14})$ .

**Варіант В****Група 1**

1. Обчислити  $2 \sin^2(\frac{1}{2} \arcsin \frac{3}{5})$ .
2. Обчислити  $2 \sin^2(\frac{1}{2} \arccos \frac{3}{4})$ .
3. Обчислити  $2 \cos^2(\frac{1}{2} \arcsin 0, 6)$ .
4. Обчислити  $2 \cos^2(\frac{1}{2} \arccos \frac{7}{25})$ .
5. Обчислити  $\operatorname{tg}^2(\frac{1}{2} \arccos \frac{7}{12})$ .
6. Обчислити  $\operatorname{tg}^2(\frac{1}{2} \arccos \frac{9}{11})$ .
7. Обчислити  $\operatorname{ctg}^2(\frac{1}{2} \arcsin \frac{5}{13})$ .
8. Обчислити  $8 \operatorname{tg}^2(\frac{1}{2} \arcsin \frac{24}{25})$ .
9. Обчислити  $\operatorname{ctg}^2(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{3}{4})$ .
10. Обчислити  $5 \operatorname{tg}^2(\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{5}{12})$ .

**Група 2**

11. Обчислити в градусах  $\arccos \frac{7}{5\sqrt{2}} + 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$ .
12. Обчислити в градусах  $\operatorname{arctg} \frac{3}{4} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7}$ .
13. Обчислити в градусах  $\arcsin \frac{\sqrt{21}}{7} + \arcsin \frac{\sqrt{21}}{14}$ .
14. Обчислити в градусах  $\operatorname{arctg} \frac{1}{2} + \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$ .
15. Обчислити в градусах  $\arccos \frac{1}{7} - \arccos \frac{13}{14}$ .

16. Обчислити в градусах  $\operatorname{arctg} 5 + \operatorname{arctg} \frac{2}{3}$ .
17. Обчислити в градусах  $\operatorname{arctg} 4 + \operatorname{arctg} \frac{5}{3}$ .
18. Обчислити в градусах  $\arccos \frac{1}{\sqrt{26}} + \operatorname{arctg} \frac{3}{2}$ .
19. Обчислити в градусах  $\operatorname{arctg} \frac{1}{7} + 2 \operatorname{arctg} \frac{1}{3}$ .
20. Обчислити в градусах  $\arccos \frac{3}{5} + \operatorname{arctg} \frac{1}{7}$ .

### Група 3

21. Обчислити  $\pi - \arcsin(\sin 3)$ .
22. Обчислити  $\arccos(\cos 3) + \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg} 3)$ .
23. Обчислити  $2 \arcsin(\cos 3) - \pi$ .
24. Обчислити  $2 \arccos(\sin 3) + \pi$ .
25. Обчислити  $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 3) + \pi$ .
26. Обчислити  $\arcsin(\sin 4) - \pi$ .
27. Обчислити  $0,5 \arccos(\cos 4) - \pi$ .
28. Обчислити  $2 \arccos(\sin 4) + \pi$ .
29. Обчислити  $3\pi + 2 \arcsin(\cos 4)$ .
30. Обчислити  $\pi + \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 4)$ .

## § 7. Показникова функція

### Варіант А

#### Група 1

1. Обчислити  $128^{\frac{1}{7}} \cdot 32^{\frac{1}{5}} : 64^{\frac{1}{3}} + \left(2^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{3}{2}} : 4^{\frac{1}{4}}\right)^2$ .
2. Обчислити  $5^{-\frac{5}{3}} \cdot (\sqrt{2})^{\frac{8}{3}} \cdot \sqrt[3]{100}$ .
3. Обчислити  $64^{\frac{4}{3}} \cdot 25^{1,5} \cdot 1000^{-\frac{1}{3}} \cdot 16^{-1,5}$ .
4. Обчислити  $(0, 2)^{-3} \cdot ((0, 8)^{-3})^{-\frac{2}{3}} \cdot (1, 25)^{-1}$ .
5. Обчислити  $8^{-1\frac{1}{3}} \cdot (0, 5)^{-2} \cdot (1000)^{\frac{2}{3}}$ .
6. Обчислити  $\left(2^{\frac{5}{4}} \cdot 3^{\frac{7}{4}}\right)^{\frac{2}{3}} : \left(3^{\frac{1}{4}} : 2^{\frac{1}{4}}\right)^{\frac{2}{3}}$ .
7. Обчислити  $\frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2}}{4^{\frac{5}{12}}} \cdot \pi^0 + 243^{0,4}$ .
8. Обчислити  $\frac{\sqrt[3]{3}}{e^0 \cdot \sqrt{3}} \cdot 9^{\frac{7}{12}} - \left(4 \frac{17}{27}\right)^{-\frac{1}{3}}$ .
9. Обчислити  $\left(\left(\frac{1}{64}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sqrt[80]{10^{240}} + (0, 01)^{-1}\right)^{\frac{1}{2}}$ .
10. Обчислити  $\left(\left(4^{-\frac{7}{9}}\right)^{\frac{4}{7}}\right)^{-0,75} : \left((-2\sqrt[3]{2})^{-2}\right)^{-1}$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $3^{(\sqrt{3}-1)^2} \cdot 9\sqrt{3}$ .
12. Обчислити  $24\sqrt{3} : 2\sqrt{27} \cdot 3^{1-\sqrt{3}}$ .
13. Обчислити  $18\sqrt{2} \cdot 3^{(\sqrt{2}-1)^2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}-1}$ .
14. Обчислити  $\left(2^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)^{\sqrt{8}} + \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}\right)^{-\sqrt{2}}$ .
15. Обчислити  $2^{-\frac{3}{4}} : 2^{\frac{5}{4}+\sqrt{3}} \cdot \left(2^2\sqrt{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot 4$ .
16. Обчислити  $\left(3^{\sqrt[5]{8}}\right)^{\sqrt[5]{4}} - 8\sqrt{3} : 2^3\sqrt{3}$ .
17. Обчислити  $8^{1+\sqrt{2}} : 2^{3\sqrt{2}} \cdot \left((\sqrt{2})\sqrt{2}\right)^{\sqrt{2}}$ .
18. Обчислити  $3^{(1-\sqrt{3})^2} \cdot 9^{1+\sqrt{3}} : \left(3^{\sqrt[5]{81}}\right)^{\sqrt[5]{3}}$ .

19. Обчислити  $\sqrt[3]{33\sqrt{3} \cdot 81 + \sqrt{3}} : (6\sqrt{3} : 2^2)$ .

20. Обчислити  $\sqrt{24\sqrt{2} \cdot 9^{1-\sqrt{2}}} \cdot (0,75)^{\sqrt{2}}$ .

### Група 3

21. Обчислити  $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}} + 3 \cdot (0,0081)^{-0,25} + \left(\frac{1}{16}\right)^{-0,75}$ .

22. Обчислити  $\left(\frac{1}{2}\right)^{-8} \cdot 8^{-2} + (0,04)^3 \cdot 125^2 + \left(64^{-\frac{1}{18}}\right)^3$ .

23. Обчислити  $a^{\frac{1}{6}} \cdot \sqrt[6]{a^5} - \frac{3}{a^{-1}} + 5a^{-1,5} \cdot \left(\sqrt[3]{a^2}\right)^{2,25} + \left(\frac{1}{\sqrt{2a}}\right)^{-2}$ , якщо  $a = 0,3$ .

24. Обчислити  $\left(\frac{4}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \left(\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{-7}\right)$ .

25. Обчислити  $(2,2)^{-2} \cdot (7,5)^{-2} \cdot \left(\frac{11}{20}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^{\frac{1}{3}}$ .

26. Обчислити  $\left((0,4)^{-3}\right)^{\frac{2}{3}} - (0,5)^{-2} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} + 12^{\frac{1}{3}} \cdot 18^{\frac{1}{3}}$ .

27. Знайти  $x$ , якщо  $\frac{\sqrt[3]{9^2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4}{\left(\sqrt[3]{3}\right)^{-1} \cdot 27^{-\frac{2}{3}}} = \frac{x}{3\left(\sqrt[3]{3}\right)^4}$ .

28. Знайти  $x$ , якщо  $\frac{\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 \cdot 2^{-6} \cdot 18^{\frac{1}{2}}}{(0,5)^2 \cdot 8^{-\frac{2}{3}}} = x \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^9$ .

29. Обчислити  $\sqrt{(1 - 5^{-0,5})^2} - \sqrt{(5^{-0,5} - 5)^2}$ .

30. Обчислити  $\sqrt{(1 - (0,5)^{-0,5})^2} + \sqrt{(5 - (0,5)^{-0,5})^2}$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Обчислити

$$\left(\left(x^{\frac{1}{3}} + y\right)^2 - 2\left(x^{\frac{2}{3}} - y^2\right) + \left(x^{\frac{1}{3}} - y\right)^2\right) \cdot 3y^{-2},$$

якщо  $x = 0,3$  і  $y = 0,1$ .

2. Обчислити

$$\left(\left(x^{-\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{3}}\right)^2 + 2\left(x^{-1} - y^{-\frac{2}{3}}\right) + \left(x^{-\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{3}}\right)^2\right) : (5x^{-1}),$$

якщо  $x = 3$  і  $y = 0,2$ .

3. Обчислити  $\left(16^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{\frac{1}{3}}\right) \cdot (32^{0,2} + 2^{2,5})$ .

4. Обчислити  $\left((2\sqrt{2})^{-\frac{1}{3}} - (0,5)^{-0,5}\right) \cdot (2^{2,5} + 8\sqrt{2})$ .
5. Обчислити  $\left(7^{\frac{1}{8}} - 2^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(7^{\frac{1}{2}} + 2\right) \cdot \left(7^{\frac{1}{4}} + 2^{\frac{1}{2}}\right) \cdot \left(7^{\frac{1}{8}} + 2^{\frac{1}{4}}\right)$ .
6. Обчислити  $\left(9^{0,25} + (2\sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}\right)^2 + \left(9^{0,25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{2}{3}}\right)^2$ .
7. Обчислити  $\left(2 \cdot 36^{\frac{1}{4}} + \sqrt[3]{5\sqrt{5}}\right)^2 + \left(2 \cdot 10^{\frac{1}{2}} - \frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2$ .
8. Обчислити  $\left(12^{\frac{1}{3}} + 3^{\frac{2}{3}}\sqrt{2}\right)^2 - \left(18^{\frac{1}{3}} - 2^{\frac{2}{3}}\sqrt[3]{3}\right)^2$ .
9. Обчислити  $\left(\frac{1}{\sqrt{0,2}} - 1\right) \cdot \left(36^{-\frac{1}{4}} \cdot 30^{\frac{1}{2}} + 3^0\right)$ .
10. Обчислити  $\left(81^{-\frac{1}{4}} \cdot 27^{0,5} + 3,5^0\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{3^{-1}}} - 1\right)$ .

### Група 2

11. Обчислити  $\frac{\sqrt{6^{-1}}}{6^{-\frac{1}{2}} + 5^{-\frac{1}{2}}} + \frac{\sqrt{5^{-1}}}{6^{-\frac{1}{2}} - 5^{-\frac{1}{2}}}$ .
12. Обчислити  $\frac{1 + 2^{\frac{1}{4}} - 2 \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{1 + 2 \cdot 2^{\frac{1}{4}}} + 3 + 2^{\frac{1}{4}}$ .
13. Обчислити  $2^{\frac{1}{2}} + 2^{-\frac{1}{2}} - \frac{1 - 2^{-\frac{1}{2}}}{1 + 2^{\frac{1}{2}}}$ .
14. Обчислити  $\frac{1 + 5^{-0,5}}{5^{0,5} + 1 + 5^{-0,5}} : \frac{5^{-0,5}}{5 - 5^{-0,5}}$ .
15. Обчислити  $x^{\frac{2}{3}} \cdot y^2 \cdot \left(y^{-1} - x^{-\frac{1}{3}}\right) \cdot \left(x^{-\frac{1}{3}}y + x^{\frac{1}{3}}y^{-1} + 1\right)$ , якщо  $x = 0,375$  і  $y = -0,5$ .
16. Обчислити  $\left(\left(a^{\frac{1}{3}} - 1\right)^{-1} \cdot (a - 1) - \frac{a + 1}{a^{\frac{1}{3}} + 1}\right) \cdot 2a^{-\frac{1}{3}}$ , якщо  $a = 0,7$ .
17. Обчислити  $\left(\frac{1}{\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^{-2}} - \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\right) \cdot (ab)^{-\frac{1}{2}}$ , якщо  $a = 0,1$  і  $b = 0,2$ .
18. Обчислити  $\left(\frac{3^{\frac{1}{2}} - 2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}} - 2^{\frac{1}{6}}} - \frac{3^{\frac{1}{2}} + 2^{\frac{1}{2}}}{3^{\frac{1}{6}} + 2^{\frac{1}{6}}}\right) \cdot \left(10\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{6}}$ .
19. Обчислити  $\frac{a^{-0,5}b^{-0,6} - a^{-2,5}b^{1,4}}{a^{-1,5}b^{0,4} - a^{-2,5}b^{1,4}}$ , якщо  $a = 8$ ,  $b = 2$ .

20. Обчислити  $\frac{a^{1,5}b^{-0,5} - 4a^{-2,5}b^{1,5}}{a^{-0,5}b^{0,5} - 2a^{-2,5}b^{1,5}}$ , якщо  $a = \sqrt{0,1}$ ,  $b = 0,04$ .

### Група 3

21. Вказати, які з наступних алгебраїчних виразів мають зміст та обчислити добуток їх значень:

1)  $(-8)^{\frac{4}{3}}$ ; 2)  $8^{-\frac{4}{3}}$ ; 3)  $-(-8)^{\frac{4}{3}}$ ; 4)  $-(-8)^{-\frac{4}{3}}$ ; 5)  $-8^{\frac{4}{3}}$ ?

22. Вказати, які з наступних алгебраїчних виразів мають зміст та обчислити суму їх значень:

1)  $(-8)^{-\frac{1}{3}}$ ; 2)  $0^{-\frac{1}{3}}$ ; 3)  $(-1)^{-1}$ ; 4)  $0^0$ ; 5)  $(-1)^0$ ; 6)  $-10^{-1}$ ?

23. В яких із наступних пар дійсних чисел перше число більше за друге:

1)  $\left(\frac{2-\sqrt{3}}{7-4\sqrt{3}}\right)^{0,7}$  і  $\left(\frac{2+\sqrt{3}}{7+4\sqrt{3}}\right)^{-0,7}$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}}$  і  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}}$ ;

3)  $3^{200}$  і  $2^{300}$ ; 4)  $\sqrt[3]{3}$  і  $\sqrt{2}$ ?

24. Нехай  $x$  — деяке дійсне число, що задовольняє умові  $\frac{1}{2} < x < 1$ . В яких із наступних пар дійсних чисел перше число менше за друге:

1)  $x^{\frac{1}{2}}$  і  $x$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$  і  $x^{\frac{1}{2}}$ ; 3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x}$  і  $x$ ; 4)  $2^{\frac{1}{2}x}$  і  $x$ ?

25. Вказати, які з наступних чисел більші за 1:

1)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\pi-3,14}$ ; 2)  $\left(\frac{3}{\pi}\right)^{-0,4}$ ; 3)  $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{3,14-\pi}$ ; 4)  $\left(\frac{\pi-1}{2}\right)^{-\sqrt{2}}$ ;

5)  $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{\cos \frac{3\pi}{4}}$ ?

26. Вказати, які з наступних показникових функцій є спадними:

1)  $y = \left(\frac{2-\sqrt{2}}{6-4\sqrt{2}}\right)^x$ ; 2)  $y = \left(\frac{1}{\sqrt{5}-2}\right)^x$ ; 3)  $y = (3 - \sqrt{7})^x$ ;

4)  $y = (\log_3 2)^x$ .

27. Яке з наступних чисел є найбільшим:

1)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt[5]{5}}$ ; 2)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt[4]{4}}$ ; 3)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt[3]{3}}$ ; 4)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$ ?

28. Які з наступних нерівностей є вірними:

1)  $\left(\frac{5}{6}\right)^{1+\sqrt{6}} < \left(\frac{5}{6}\right)^{\sqrt{2}+\sqrt{5}}$ ; 2)  $(\sqrt{5})^{\sqrt{2}-\sqrt{5}} < (\sqrt{5})^{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ;

3)  $\left(\frac{\pi}{4}\right)^{1+\sqrt{3}} > \left(\frac{\pi}{4}\right)^2$ ; 4)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{\pi-3,14} > \left(\frac{2}{4}\right)^0$ ?

29. Які з наступних тверджень є вірними:

1) якщо  $a > 1$ , то  $a^{-2} > 1$ ; 2) якщо  $0 < a < 1$ , то  $a^{-2a} > 1$ ;

- 3) якщо  $a > 1$ , то  $a^{-a^2} < 1$ ; 4) якщо  $0 < a < 1$ , то  $a^{a^{-1}} > 1$ ;  
 5) якщо  $a > 1$ , то  $a^{a^{-2}} > 1$ ?

**30.** Які з наступних тверджень є вірними:

- 1) якщо  $a > 1$ , то  $a^{\frac{1}{3}} < a^2$ ; 2) якщо  $0 < a < 1$ , то  $a^{\frac{1}{4}} > a^{\sqrt{3}}$ ;  
 3) якщо  $0 < a < 1$ , то  $a^{1+\sqrt{3}} > a^2$ ;  
 4) якщо  $a > 1$ , то  $a^{2\sqrt{2}-4} > 1$ ; 5) якщо  $a \neq 0$ , то  $(a^2)^{\sqrt{2}-2} > 0$ ?

## Варіант В

### Група 1

1. Обчислити суму цілих від'ємних значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = (|5^{x+4} - 5^{-x-6}| + 5^{x+4} - 5^{-x-6})^{-1}.$$

2. Обчислити суму цілих додатних значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = (|(0, 2)^{-x+3} - (0, 2)^{x-5}| - (0, 2)^{-x+3} + (0, 2)^{x-5})^{-2}.$$

3. Обчислити суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = (|x - 6| - |3x - 2|)^{\frac{2}{3}} - \sqrt{81 - 27x}$ .

4. Обчислити суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = 2\sqrt{|x-2| - |2x+5|} + \lg(x^2 - 9)$ .

5. Обчислити суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \arcsin(\sqrt{2^x} - 3)$ .

6. Обчислити суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \arccos(2 - \sqrt[3]{3^{x-3}})$ .

7. Знайти найменше натуральне значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \sqrt{4 \cdot (0, 125)^{x+4} - (0, 5)^{x^2}} + (x^2 - 6x + 5)^0.$$

8. Знайти найбільше значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \sqrt{(0, 25)^{2x} - 4 \cdot (0, 5)^{x(x+3)}} - (2 - |x|)^{-\frac{2}{3}}.$$



9. Знайти найменше значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \left(4 - (0,25)^{0,25x^2-5}\right)^{-\frac{1}{3}} + {}^{x+5}\sqrt{-2}.$$

10. Знайти найбільше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \sqrt{(0,2)^x - (0,04)^{x^2}} + \left(\frac{2x-1}{15-3x}\right)^{\frac{1}{3}}.$$

### Група 2

11. Знайти середину проміжку, який є областю значень функції  
 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \cos x - 1}$ .

12. Обчислити суму найбільшого та найменшого значень функції  
 $y = 2^{2 \sin x + 1}$ .

13. Знайти найбільше значення функції  $y = (0,8)^{x^2-2x+3}$ .

14. Знайти найменше значення функції  $y = (2,4)^{3-2x+x^2}$ .

15. Обчислити суму найбільшого та найменшого значень функції  
 $y = 25\sqrt{x(1-x)}$ .

16. Знайти найменше значення функції  $y = 2^{\sqrt{x^2+2x+5}}$ .

17. Знайти найбільше значення функції  $y = 27 \cdot 9^x \cdot 3^{-x^2}$ .

18. Скільки різних цілих значень набуває функція

$$y = 5^{1-2x} \cdot (0,04)^{x+x^2}?$$

19. Скільки різних цілих значень набуває функція  $y = \left(\sqrt[4]{5}\right)^{\frac{24}{x^2+6}}$ ?

20. Скільки різних цілих значень набуває функція

$$y = \left(\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^{-\frac{12}{|x|+4}}?$$

### Група 3

21. Нехай  $a, b, x, y$  — додатні дійсні числа такі, що

$$a^x = 4b, \quad b^y = 4a, \quad ab = 64.$$

Обчислити значення виразу  $3xy - x - y$ .

**22.** Нехай  $a, b, c, x, y, z$  — дійсні числа такі, що

$$a^x = bc, \quad b^y = ac, \quad c^z = ab,$$

причому  $a, b$  і  $c$  — додатні і принаймні одне з них не дорівнює 1. Обчислити значення виразу  $xyz - x - y - z$ .

**23.** Нехай  $a, b, c$  — дійсні числа такі, що  $3^a = 7, 7^b = 5, 5^c = 4$ . Обчислити значення виразу  $3^{2abc+1}$ .

**24.** Нехай  $a, b, c, d$  — дійсні числа такі, що  $5^a = 30, 150^b = 5, 5^c = 750, 6^d = 5$ . Обчислити значення виразу  $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ .

**25.** Обчислити  $3^x - 3^{-x}$ , якщо  $27^x - 27^{-x} = -14$ .

**26.** Обчислити  $2^x + 2^{-x}$ , якщо  $8^x + 8^{-x} = 52$ .

**27.** Дано показникову функцію  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ). Точки  $M(2; b)$  та  $N(6; 16b)$  належать графіку цієї функції ( $b$  — деяке дійсне число). Знайти ординату точки перетину прямої  $MN$  з віссю ординат.

**28.** Дано показникову функцію  $y = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ). Точки  $A(b; -b)$  та  $B(2b; -2b)$  належать графіку цієї функції ( $b$  — деяке дійсне число). Знайти абсцису точки перетину графіка цієї функції та прямої  $y = 0, 125$ .

**29.** При якому значенні аргументу  $x$  функція

$$f(x) = 4 - 2^{5x+1} - \frac{4}{2^{5x+1} + 1}$$

набуває найбільшого значення?

**30.** Знайти найменше значення функції

$$y = 8 \cdot (0, 2)^{0,2x+1} + \frac{2}{(0, 2)^{0,2x+1} + 0,05} + 2, 4.$$

## § 8. Логарифмічна функція

### Варіант А

#### Група 1

1. Обчислити  $\log_{0,2} 25 + \log_{0,25} 2$ .
2. Обчислити  $\log_2 \frac{1}{8} - 3 \log_{\frac{1}{27}} 3$ .
3. Обчислити  $\log_5 \frac{1}{25} + \log_2 64$ .
4. Обчислити  $2 \log_2 \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \log_3 27$ .
5. Обчислити  $\log_2 \log_5 625$ .
6. Обчислити  $\log_{\sqrt{3}} \log_9 729$ .
7. Обчислити  $\log_2 \sqrt{\log_2 \sqrt{2}}$ .
8. Обчислити  $\log_{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{3} \log_3 \sqrt[3]{3} \right)$ .
9. Обчислити  $3^{2 \log_3 1} \cdot \log_{0,2} 25$ .
10. Обчислити  $\sqrt{(\log_{0,5} 4)^2} - \log_{0,5} 4$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $\log_6 \sqrt{2} + 125^{-\frac{2}{3}} - \log_6 \sqrt{12}$ .
12. Обчислити  $\log_2 \log_2 \sqrt[3]{\sqrt[4]{2}} - \log_2 \frac{1}{3}$ .
13. Обчислити  $\ln(2 - \log_{0,5} \sqrt{2} \log_{\sqrt{2}} 0, 5)$ .
14. Обчислити  $\log_2 5 - \log_2 45 + \log_2 72$ .
15. Обчислити  $3 \log_3 \frac{3}{2} + \log_3 8$ .
16. Знайти  $x$ , якщо  $\lg x = (\lg 42 - \lg 7) \cdot (\lg 50 + \lg 2)$ .
17. Знайти  $x$ , якщо  $\log_3 x = \frac{1}{2} \log_3 25 - 2 \log_3 0, 5$ .
18. Знайти  $x$ , якщо  $\log_3 x = \log_3 8 - 2 \log_3 2 + \log_3 \frac{9}{2}$ .
19. Знайти  $x$ , якщо  $\log_2 x = \log_2 7 - \log_2 63 + \log_2 36$ .
20. Знайти  $x$ , якщо  $\log_2 x = 3 \log_2 2 - \log_2 72 + 3 \log_2 3$ .

#### Група 3

21. Обчислити  $10^{\lg 3 + \lg \frac{2}{3}}$ .
22. Обчислити  $10^{2 - \lg 2}$ .
23. Обчислити  $6^{2 - \log_6 9}$ .
24. Обчислити  $9^{\log_{81} 25}$ .

25. Обчислити  $8^{4 \log_{16} 3}$ .

26. Обчислити  $\sqrt{7}^{2 \log_7 5}$ .

27. Обчислити  $5^{2 \log_{25} 3-1}$ .

28. Обчисливши  $7^{\log_a 5}$ , де  $a = \sqrt[3]{7}$ , вказати номер правильної відповіді:

1) 125; 2)  $\frac{1}{25}$ ; 3) 25; 4)  $\sqrt[3]{5}$ ; 5)  $\sqrt{75}$ .

29. Обчисливши  $\left(\frac{1}{3}\right)^{\log_a 8}$ , де  $a = 3\sqrt{3}$ , вказати номер правильної відповіді:

1)  $\frac{1}{8}$ ; 2) 2; 3)  $\frac{1}{2}$ ; 4) 4; 5)  $\frac{1}{4}$ .

30. Обчислити  $\log_{5^7 \cdot \sqrt{5}} \sqrt[4]{125}$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Обчислити  $\left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\log_4 8}$ .

2. Обчислити  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{5}{3}} \sqrt[3]{\log_4 32}$ .

3. Обчислити  $\log_{\sqrt[3]{3}} 8 \cdot (\log_{27} 2)^{-1}$ .

4. Обчислити  $\log_{0,25} 125 + 1,5 \cdot \log_{0,5} 1,6$ .

5. Обчислити  $\log_{0,04} 32 - 2,5 \cdot \log_5 2,5$ .

6. Обчислити  $\log_{\sqrt{5}} \sqrt[5]{\sqrt{2}} \cdot \log_8 \sqrt{125}$ .

7. Обчислити  $2 \log_4 32 - 4 \log_{16} 8$ .

8. Обчислити  $4 \log_{16} 128 + 2 \log_9 243$ .

9. Обчислити  $\log_{\sqrt{2}+\sqrt{3}}(5 - 2\sqrt{6})$ .

10. Обчислити  $\log_{\sqrt{2}-1}(3 + 2\sqrt{2})$ .

#### Група 2

11. Обчислити  $\frac{2}{5} (\log_3 81 + 16^{\log_2 3})^{\log_{85} 25}$ .

12. Обчислити  $5^{\log_{\sqrt{5}} 4 - \log_5 2 + 2 \log_{25} 2}$ .

13. Обчислити  $5^{\log_3 2} - 2^{\log_3 5} + (\sqrt{3})^{\log_2 4 + \log_{\sqrt[3]{3}} \sqrt{2}}$ .

14. Обчислити  $3^{\log_5 7} - 7^{\log_5 3} + 3^{\log_7 5} \cdot 5^{-\log_7 3}$ .

15. Обчислити  $\log_{ab} \frac{\sqrt{b}}{a}$ , якщо  $\log_a b = 2$ .

16. Обчислити  $3 \log_{\sqrt{ab}} \frac{a^3}{\sqrt{b}}$ , якщо  $\log_a b = 2$ .

17. Обчислити  $\log_7 3 \cdot \log_{17} 7 \cdot \log_9 17$ .
18. Обчислити  $\log_3(\log_2 5 \cdot \log_5 8)$ .
19. Обчислити  $3^{\log_{15} 75} \cdot 5^{\log_{15} 5} + 5^{\lg 20} : 20^{\lg 5+1}$ .
20. Обчислити  $2^{\log_4(\sqrt{3}-2)^2} + 3^{\log_9(\sqrt{3}+2)^2}$ .

### Група 3

21. Вказати, які з наступних дійсних чисел є додатними:  
1)  $\log_{\frac{1}{2}} 5$ ; 2)  $\log_{\frac{\pi}{3}} 4$ ; 3)  $\log_2 \frac{1}{3}$ ; 4)  $\log_{\frac{\pi}{3}} 0,3$ ; 5)  $\log_{\frac{\pi}{4}} 0,4$ .
22. Вказати, які з наступних дійсних чисел є від'ємними:  
1)  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ ; 2)  $\log_4 \frac{\pi}{3}$ ; 3)  $\log_3 \frac{\pi}{4}$ ; 4)  $\log_2 \frac{3,14}{\pi}$ ; 5)  $\log_2 1$ .
23. В яких із наступних пар дійсних чисел перше число більше за друге:  
1)  $\log_7 3$  і  $\log_5 9$ ; 2)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{3}$  і  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ ; 3)  $\log_2 3$  і  $\log_3 2$ ;  
4)  $\log_2 10$  і  $\log_5 90$ ; 5)  $\log_{0,2} 15$  і  $\log_{0,5} 5$ ?
24. В яких із наступних пар дійсних чисел перше число більше за друге:  
1)  $\log_4 3$  і  $2 \log_3 2$ ; 2)  $\frac{1}{3} \log_2 7$  і  $3 \log_7 2$ ; 3)  $\frac{1}{6} \log_2 65$  і  $6 \log_{65} 2$ ;  
4)  $\frac{1}{3} \log_3 28$  і  $3 \log_{28} 3$ ; 5)  $\frac{1}{3} \log_5 124$  і  $3 \log_{124} 5$ ?
25. Які з наступних рівностей є вірними:  
1)  $\frac{\log_2 0,3}{|\log_2 0,3|} = 1$ ; 2)  $\frac{\ln 2,3}{|\ln 2,3|} = 1$ ; 3)  $\frac{\log_{0,2} 0,3}{|\log_{0,2} 0,3|} = 1$ ;  
4)  $\frac{\log_{0,3} 7,3}{|\log_{0,3} 7,3|} = 1$ ; 5)  $\frac{\lg 0,3}{|\lg 0,3|} = -1$ ?
26. Які з наступних рівностей є вірними:  
1)  $|\log_{0,6} 6| + \log_{0,6} 6 = 0$ ; 2)  $|\log_6 6,6| - \log_6 6,6 = 0$ ;  
3)  $|\log_6 0,6| - \log_6 0,6 = 0$ ; 4)  $|\log_{6,6} 0,6| + \log_{6,6} 0,6 = 0$ ;  
5)  $|\log_{6,6} 0,6| \cdot \log_{0,6} 6,6 = 1$ ?
27. Нехай  $a$  — деяке додатне дійсне число. На скільки число  $\log_2 160a$  більше за число  $\log_4 \frac{a^2}{40,96}$ ?
28. Які з наступних тверджень є вірними:  
1)  $\log_a 7 < \log_a 6$ , якщо  $a > 1$ ;  
2)  $\log_a 5 > \log_a 6$ , якщо  $0 < a < 1$ ;  
3)  $\log_a \sqrt{2} > 0$ , якщо  $a > 1$ ;

$$4) \log_a \frac{1}{\sqrt{3}} < 0, \text{ якщо } 0 < a < 1?$$

**29.** Які з наступних нерівностей є вірними:

$$1) \log_{\log_2 3} 1, 2 < 0; \quad 2) \log_{\log_3 2} 0, 5 > 0; \quad 3) \log_{\log_2 5} 0, 8 < 0;$$

$$4) \log_{\log_5 2} 3 > 0; \quad 5) \log_{\log_3 2} 3 - \log_{\log_3 2} 4 > 0?$$

**30.** Які з наступних тверджень є вірними:

$$1) \log_a 5 < \log_a 2, \text{ якщо } a > 1;$$

$$2) \log_a 2\sqrt{15} < \log_a 5\sqrt{3}, \text{ якщо } a > 1;$$

$$3) \log_a \sqrt{5} > 0, \text{ якщо } a > 1;$$

$$4) \log_a \sqrt{\frac{2}{3}} > 0, \text{ якщо } 0 < a < 1;$$

$$5) \log_a \sqrt{11} < 0, \text{ якщо } a > 1?$$

## Варіант В

### Група 1

**1.** Знайти суму цілих від'ємних значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \log_{|x|-3} \frac{x^2 + 8x + 7}{x + 2}.$$

**2.** Знайти суму цілих додатних значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \log_{|3-x|} \frac{x^2 - 7x + 6}{2 - x}.$$

**3.** Знайти суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \log_{x-2} \frac{3x-1}{x^2+1} + \sqrt{49-x^2}.$$

**4.** Знайти суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = (2x + 3)^{\frac{1}{4}} + \lg(9 - x^2).$$

5. Знайти суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{1}{\log_2 \frac{2x-14}{1-x}} + (x^2 - 4x - 12)^0.$$

6. Знайти суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{1}{\lg \frac{3-3x}{x-9}} + (x^2 - 10x + 16)^{-1}.$$

7. Знайти найменше натуральне значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{\sqrt{2x - 10}, 5}{\ln |x - 7|}.$$

8. Знайти найбільше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{\sqrt{11 - 2x}}{\ln |x - 4|}.$$

9. Знайти найменше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \lg(x^3 - 6x^2 + 5x).$$

10. Знайти найбільше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \ln(3x - 2x^2 - x^3).$$

## Група 2

11. Які з наступних нерівностей є вірними:

- 1)  $\log_{2,1} 2 > 1$ ;    2)  $\log_2 \frac{3}{7} > -1$ ;    3)  $\log_{0,25} 5 + 1 > 0$ ;  
 4)  $\log_{1,5} \sqrt{5} - 2 < 0$ ?

12. Визначити знаки виразів

$$A = \log_{\log_3 2} 1, 2 + \log_{\log_3 2} 5, \quad B = \log_{\log_2 3} 6 - \log_{\log_2 3} 5.$$

Вказати правильний варіант відповіді:

- 1)  $A > 0, B > 0$ ; 2)  $A < 0, B < 0$ ; 3)  $A > 0, B < 0$ ;  
4)  $A < 0, B > 0$ .

13. Знайти цілу частину значення виразу  $\log_{\frac{1}{2}}(0,5(1 + \log_3 13))$ .

14. Вказати, які з наступних чисел є додатними:

- 1)  $\lg \arcsin 0,5$ ; 2)  $\lg \arccos(-0,5)$ ; 3)  $\lg \operatorname{arctg} 1$ ; 4)  $\lg \operatorname{arctg}(-2)$ ;  
5) всі вказані числа є від'ємними.

15. Обчислити суму найбільшого та найменшого значень функції

$$y = \log_4(4 \sin x + 12).$$

16. Знайти найменше значення функції  $y = \log_2(2x^2 - 8x + 10)$ .

17. Знайти найбільше значення функції  $y = \log_{0,25}(2x^2 + 4x + 6)$ .

18. Скільки різних цілих значень набуває функція

$$y = \log_2(\sqrt{225 - x^2} + 1)?$$

19. Знайти середину проміжку, який є областю значень функції

$$y = \log_2(\sqrt{36x - 36x^2 + 216} + 1).$$

20. Знайти довжину проміжку, який є областю значень функції

$$y = 2^{\log_2(5x - x^2)} + (\sqrt{12 - x - x^2})^2 - 6.$$

### Група 3

21. Обчислити  $\log_{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}} |\operatorname{tg} x|$ , якщо  $\operatorname{tg} 2x = -\frac{3}{4}$  і  $\sin 2x > 0$ .

22. Нехай  $a, b, c, x$  — дійсні числа такі, що  $\log_a x = 12$ ,  $\log_b x = 8$ ,  $\log_{abc} x = 4$ . Обчислити  $\log_c x$ .

23. Обчислити  $\sqrt{3} \log_{\frac{\sqrt{x}}{b}} \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{b}}$ , якщо  $\log_b a = \sqrt{3}$ .

24. Обчислити  $\log_{(\sqrt[3]{0,5} + \sqrt[3]{4})} 13,5$ .

25. Обчислити  $\log_{40,5} (\sqrt[4]{8} + \sqrt[4]{0,5})$ .

26. Знайти найбільше значення функції  $y = \log_{x^2 - 4x + 6} 16\sqrt{2}$ .



**27.** Знайти найменше значення функції  $y = \log_{x^2-2x+28} \frac{\sqrt{3}}{9}$ .

**28.** Дано логарифмічну функцію  $y = \log_a x$  ( $a > 0$ ,  $a \neq 1$ ). Точки  $M(b; -1)$  та  $N(9b; -3)$  належать графіку цієї функції ( $b$  — деяке дійсне число). Знайти абсцису точки перетину прямої  $MN$  з віссю абсцис.

**29.** Знайти найбільше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \arcsin\left(\lg \frac{x}{10}\right)$ .

**30.** Знайти середину проміжку, який є областю визначення функції  $y = \lg(\sqrt{2x+3} - x)$ .

## § 9. Алгебраїчні раціональні рівняння

### Варіант А

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння  $\frac{6x+7}{7} - 3 = \frac{5x-3}{8}$ .
2. Розв'язати рівняння  $10 - \frac{3x-1}{2} = \frac{6x+3}{11}$ .
3. Розв'язати рівняння  $\frac{2x-5}{x-2} + 1 = \frac{3x-5}{x-1}$ .
4. Знайти найменший серед розв'язків рівняння  $\frac{6x+3}{1+2x} - \frac{5+2x}{x+1} = 2$ .
5. Серед множини чисел  $\{3; 1,6; 0; 1\frac{2}{3}; -7; -2\pi; -4\sqrt{3}\}$  та множини розв'язків рівняння  $\frac{8x-10}{x-2} + \frac{6x+11}{x+1} = 18$  вибрати найменше число.
6. Серед множини чисел  $\{3; 1,6; 0; 1\frac{2}{3}; -5; -7; -2\pi; -4\sqrt{3}\}$  та множини розв'язків рівняння  $\frac{4}{3x+6} = \frac{9}{8x+16}$  вибрати найбільше від'ємне ціле число.
7. Серед множини чисел  $\{3; 1,6; 0; 1\frac{2}{3}; -7; -2\pi; -4\sqrt{3}\}$  вибрати найменше число, що є розв'язком рівняння

$$z + \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{3} \left( z + \frac{1}{4} \right) \right) = \frac{10}{3} \left( \frac{1}{2}z + \frac{1}{80} \right).$$

8. Серед множини чисел  $\{3; 1,6; 0; 1\frac{2}{3}; -7; -2\pi; -4\sqrt{3}\}$  та множини розв'язків рівняння  $1, 5(\frac{2}{3}x + 2) - 4(2, 5x - 0, 75) = 18(\frac{1}{3} - 0, 5x)$  вибрати найменше додатне ціле число.
9. Серед множини чисел  $\{3; 1,6; 0; 1\frac{2}{3}; -7; -2\pi; -4\sqrt{3}\}$  та множини розв'язків рівняння  $2\frac{1}{3}(5z-1) + 5\frac{5}{6}(4-2z) = 21$  вибрати найбільше від'ємне ціле число.
10. Серед множини чисел  $\{3; 1,6; 0; 1\frac{2}{3}; -7; -2\pi; -4\sqrt{3}\}$  та множини розв'язків рівняння  $\frac{27x-1}{10} = \frac{4(3x-1)}{5} + 0, 3x + 2, 5$  вибрати найменше додатне число.

#### Група 2

11. Знайти спільний розв'язок рівнянь  $x^2 - 2003x - 2004 = 0$  та  $x^2 - 2005x + 2004 = 0$ .

12. Знайти спільний розв'язок рівнянь  $x^2 - 2003x - 2004 = 0$  та  $x^2 + 2005x + 2004 = 0$ .

13. Визначити число дійсних розв'язків рівняння

$$(x + \sqrt{2})(x^4 + \sqrt{5} - \sqrt{3} - \sqrt{2}) = 0.$$

14. Визначити число дійсних розв'язків рівняння

$$(x^2 + \sqrt{2} - 1, 5)(x^3 + \sqrt{3}) = 0.$$

15. Знайти число  $a$ , якщо один із розв'язків рівняння  $28x^2 + 11a - 6 = 0$  дорівнює  $-1$ .

16. Знайти число  $a$ , якщо один із розв'язків рівняння  $ax^2 + 5x - 2 = 0$  дорівнює  $-2$ .

17. Знайти квадрат суми розв'язків рівняння  $(4a + 3)^2 + (2a - 1) \times (2a + 1) = 8$ .

18. Знайти квадрат суми розв'язків рівняння  $(3a - 5)^2 - (2a + 7) \times (2a - 7) = 74$ .

19. Розв'язати рівняння  $(2x - 6)^2 - 3(2x - 6)(2x - 5) + 2(2x - 5)^2 = 0$ .

20. Обчислити добуток коренів рівняння

$$(3x - 4)^2 - 6(3x - 4)(2x - 5) + 5(2x - 5)^2 = 0.$$

### Група 3

21. Розв'язати рівняння

$$2x^2 + \frac{3}{x - 2} = 3x + 2 + \frac{3}{x - 2}.$$

22. Розв'язати рівняння

$$2 - 3x - \frac{5}{x + 2} = 2x^2 - \frac{5}{x + 2}.$$

23. Розв'язати рівняння

$$\frac{2x^2 - 5x - 3}{2 + 3x - 2x^2} = 0.$$

24. Розв'язати рівняння

$$\frac{3x^2 - 5x - 2}{3 + 8x - 3x^2} = 0.$$

25. Розв'язати рівняння

$$\frac{3x^2 - x - 2}{x^2 + 2x - 3} = 2.$$

26. Розв'язати рівняння

$$\frac{3x^2 + x - 2}{x^2 - 2x - 3} = 2.$$

27. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{4}.$$

28. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{4}.$$

29. Знайти найменший із розв'язків рівняння

$$\frac{(x^2 - 8)(x + 4)}{(x - 3)(x + 5)} = \frac{(2 - 3x)(x + 4)}{(x + 5)(x - 3)}.$$

30. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\frac{(x^2 + 5)(x + 2)}{(x - 1)(x - 2)} = \frac{(5x + 1)(x + 2)}{(x - 2)(x - 1)}.$$

## Варіант Б

### Група 1

1. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - 8x + 4 = 0$ . Обчислити  $x_1^{-2} + x_2^{-2}$ .

2. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - 3x + 1 = 0$ . Обчислити  $x_1^3 + x_2^3$ .

3. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 + 6x + q = 0$  і  $x_1 = -3x_2$ . Знайти число  $q$ .

4. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - px - 8 = 0$ , де  $p < 0$ , і  $x_1 = -2x_2$ . Знайти число  $p$ .

5. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - 8x + 4 = 0$ , а  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$  — розв'язки рівняння  $x^2 + px + q = 0$ . Знайти число  $p$ .

6. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - 8x + 4 = 0$ , а  $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}$  — розв'язки рівняння  $x^2 + px + q = 0$ . Знайти число  $q$ .

7. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - 8x + 4 = 0$ , а  $x_1 + x_2, x_1 \cdot x_2$  — корені квадратного тричлена  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Знайти  $f(6)$ .

8. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $3x^2 - 8x + 4 = 0$ , а  $x_1 + x_2, x_1 \cdot x_2$  — корені квадратного тричлена  $f(x) = 9x^2 + bx + c$ . Знайти  $f(1)$ .

9. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $x^2 - 6x + 2 = 0$ , а  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_1 \cdot x_2}$  — корені квадратного тричлена  $f(x) = 8x^2 + bx + c$ . Знайти  $f(2)$ .

10. Нехай  $x_1, x_2$  — розв'язки рівняння  $2x^2 - 3x - 1 = 0$ , а  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}, \frac{1}{x_1^2 \cdot x_2^2}$  — корені квадратного тричлена  $f(x) = \frac{1}{8}x^2 + bx + c$ . Знайти  $f(9)$ .

## Група 2

11. Знайти найменший розв'язок рівняння  $9x^4 - 13x^2 + 4 = 0$ .

12. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $x^4 - 21x^2 - 100 = 0$ .

13. Розв'язати рівняння

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} = \frac{13x + 13}{14x - 14}.$$

14. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$4(x^2 - 3x - 2)^2 - 9(x^2 - 3x - 2) + 2 = 0.$$

15. Знайти цілий розв'язок рівняння

$$\frac{x^2}{(2x + 3)^2} - \frac{7x}{2x + 3} + 6 = 0.$$

16. Знайти цілий розв'язок рівняння

$$\frac{x^2}{(3x-4)^2} - \frac{9x}{3x-4} + 8 = 0.$$

17. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$(x^2 + x + 1)(x^2 + x - 1) = 3.$$

18. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 5) = -6.$$

19. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$\frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} + 4 = 0.$$

20. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\frac{x^2 - 3x - 7}{x - 4} + \frac{7x - 28}{x^2 - 3x - 7} - 8 = 0.$$

### Група 3

21. Розв'язати рівняння

$$\frac{x^3 - 27}{x - 3} = 4x + 15.$$

22. Розв'язати рівняння

$$\frac{x^3 + 125}{x + 5} = 40 - 7x.$$

23. Обчислити суму кубів розв'язків рівняння

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0.$$

24. Обчислити суму квадратів розв'язків рівняння

$$x^3 - 6x^2 - x + 6 = 0.$$

25. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\frac{16}{x^2 - 5x - 6} = 1 + \frac{20}{x^2 - 5x + 6}.$$

26. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння

$$\frac{16}{x^2 + 2x - 8} - \frac{10}{x^2 + 2x - 2} = 3.$$

27. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння

$$\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x-1)(x+4)} = 1.$$

28. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$\frac{1}{x(x+2)} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}.$$

29. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння

$$\frac{4}{(x-2)^2} - \frac{3}{(x-4)} + \frac{3}{x} = 8.$$

30. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+3} = 0.$$

### Варіант В Група 1

1. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$(x-2)^4 + (x-4)^4 = 16.$$

2. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$(x+3)^4 + (x+5)^4 = 16.$$

3. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$2(x-2)^4 - 7(x-2)^2(x-3) - 4(x-3)^2 = 0.$$

4. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x^2 + 2x + 3)^2 + 4(x^2 + 2x + 3)(x + 2) - 12(x + 2)^2 = 0.$$

5. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$(x^2 + 4x + 5)^6 - 9(x^2 + 4x + 5)^3 + 8 = 0.$$

6. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$(x^2 - 2x + 2)^4 - 29(x^2 - 2x + 2)^2 + 100 = 0.$$

7. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\frac{4x^2}{(x+2)^2} + x^2 = 5.$$

8. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$x^2 + \frac{9x^2}{(x-3)^2} = 40.$$

9. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$(x^2 - 4x + 2)^2 - 3(x - 2)^2 + 8 = 0.$$

10. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$(x^2 + 2x)^2 - 15(x + 1)^2 + 15 = 0.$$

## Група 2

11. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x+2)(x-1)(x-3)(x-6) = 16.$$



12. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x - 1)(x + 1)(x + 2)x = 24.$$

13. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x + 1)^2(x - 1)(x + 3) = 45.$$

14. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x - 1)^2(x + 1)(x - 3) = -3.$$

15. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$2\left(x^2 + \frac{4}{x^2}\right) - 3\left(x - \frac{2}{x}\right) = 7.$$

16. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$2\left(x^2 + \frac{9}{x^2}\right) + 3\left(x - \frac{3}{x}\right) = 14.$$

17. Обчислити суму раціональних розв'язків рівняння

$$2(x^2 - 3x + 1)^2 + (x^2 + 3x + 1)x = 6x^2.$$

18. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$2(x^2 - 2x - 2)^2 + x(x^2 + 2x - 2) = 4x^2.$$

19. Обчислити суму квадратів розв'язків рівняння

$$x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0.$$

20. Обчислити суму квадратів розв'язків рівняння

$$2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 3x + 2 = 0.$$

## Група 3

21. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x^2 - x + 1)^2 + 6(x^3 + 1) = 7(x + 1)^2.$$

22. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x - 1)^2 = 13(x^3 - 1).$$

23. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$(x - 3)(x + 4)(x + 6)(x - 2) = 10x^2.$$

24. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x + 2)(x + 3)(x + 8)(x + 12) = 4x^2.$$

25. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\frac{(x^2 + 1)^2}{x(x + 1)^2} = \frac{25}{12}.$$

26. Обчислити добуток раціональних розв'язків рівняння

$$\frac{(x - 1)^2 x}{(x^2 - x + 1)^2} = \frac{2}{9}.$$

27. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\frac{x^2 + 2x - 4}{2(x^2 + 6x - 4)} = \frac{x}{x^2 + 2x - 4}.$$

28. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння

$$\frac{x^2 - 4x + 5}{x} = \frac{x^2 - 2x + 5}{x^2 - 4x + 5}.$$

29. Розв'язати рівняння

$$\frac{2}{x^2 + 4x + 4} + \frac{3}{x^2 - x + 4} = \frac{5}{4x}.$$

30. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\frac{3}{x^2 - x + 3} - \frac{2}{x^2 + x + 3} = \frac{3}{5x}.$$

## § 10. Ірраціональні рівняння

### Варіант А

#### Група 1

1. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x^2 - 3x - 10)\sqrt{3 - x} = 0.$$

2. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$(x^2 - 7x + 12)\sqrt{3 + 2x - x^2} = 0.$$

3. Розв'язати рівняння

$$\frac{x^2 - 2x - 15}{\sqrt{(x - 2)(x - 7)}} = 0.$$

4. Розв'язати рівняння

$$\frac{\sqrt{x^2 + 6x + 8}}{x^2 + x - 12} = 0.$$

5. Розв'язати рівняння  $4\sqrt{(2 - x)^2} + (\sqrt{x - 2})^2 = 12$ .

6. Розв'язати рівняння  $\sqrt{9(x - 3)^2} - 2(\sqrt{3 - x})^2 = 16$ .

7. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння

$$\frac{\sqrt[4]{(x + 4)^4}}{\sqrt[3]{(x + 4)^3}} = -1.$$

8. Знайти найменший цілий розв'язок рівняння

$$\sqrt[5]{(x - 5, 5)^5} - \sqrt[6]{(x - 6, 6)^6} = 1, 1.$$

9. Визначити число дійсних розв'язків рівняння

$$\sqrt{x^2 - 5} \cdot \sqrt[3]{x + 2, 5} \cdot \sqrt[4]{x - 2, 5} = 0.$$

10. Визначити число дійсних розв'язків рівняння

$$\sqrt{x + 3, 14} \cdot \sqrt[3]{x^2 - \pi^2} = 0.$$

## Група 2

11. Розв'язати рівняння  $x - \sqrt{x+1} = 5$ .

12. Розв'язати рівняння  $4 + \sqrt{2x+3} = x - 2$ .

13. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$(x-1)\sqrt{x^2-x-6} = 6x-6.$$

14. Розв'язати рівняння  $(x^2-4)\sqrt{6x-11} = 8-2x^2$ .

15. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x+1} \cdot \sqrt{2x+3} = x+3$ .

16. Розв'язати рівняння  $\sqrt{3-x} = \frac{x+5}{\sqrt{1-3x}}$ .

17. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} = 3$ .

18. Розв'язати рівняння  $\sqrt{10 + \sqrt[3]{x^5 + 31}} = 3$ .

19. Розв'язати рівняння

$$\frac{\sqrt{6-x-x^2}}{2x-5} = \frac{\sqrt{6-x-x^2}}{x-2}.$$

20. Розв'язати рівняння

$$\frac{x^2-5x+10}{2x-6} = \frac{\sqrt{x^2-5x+10}}{x-3}.$$

## Група 3

21. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x+3} - \sqrt{7-x} = 2$ .

22. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x+4} - \sqrt{6-x} = 2$ .

23. Розв'язати рівняння  $\sqrt{(2x-1)^2} = (\sqrt{3x+9})^2$ .

24. Обчислити суму розв'язків рівняння  $(\sqrt{6-x})^2 = \sqrt{(3x-10)^2}$ .

25. Розв'язати рівняння  $\frac{2}{\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+1} = \sqrt{4x-3}$ .

26. Розв'язати рівняння  $\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} = \frac{2}{\sqrt{x-1}}$ .

27. Розв'язати рівняння

$$\frac{\sqrt{3+x}}{3} + \frac{\sqrt{3+x}}{x} = \sqrt{3x}.$$

28. Розв'язати рівняння

$$\frac{\sqrt{4-x}}{x} - \frac{\sqrt{4-x}}{4} = \sqrt{4x}.$$

29. Розв'язати рівняння  $4 - \sqrt{x-1} = \sqrt{x+2\sqrt{x-1}}$ .

30. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x-4} + \sqrt{x+4\sqrt{x-4}} = 5$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння

$$\frac{\sqrt[3]{x^4} - 1}{\sqrt[3]{x^2} - 1} - \frac{\sqrt[3]{x^2} - 1}{\sqrt[3]{x} + 1} = 4.$$

2. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$\frac{\sqrt[5]{x} + 3}{5} + \frac{4}{\sqrt[5]{x} + 2} = 2.$$

3. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$x\sqrt[3]{x} - 4\sqrt[3]{x^2} + 4 = 0.$$

4. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x\sqrt[5]{x}} - \sqrt[5]{x\sqrt{x}} = 56$ .

5. Розв'язати рівняння

$$\frac{x\sqrt[5]{x} - 1}{\sqrt[5]{x^3} - 1} + \frac{\sqrt[5]{x^3} - 1}{\sqrt[5]{x} - 1} = 16.$$

6. Розв'язати рівняння

$$\frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x} - \sqrt[3]{x}} = 3.$$

7. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$5\sqrt[15]{x^{22}} - 13\sqrt[15]{x^{14}\sqrt{x}} - 6\sqrt[15]{x^7} = 0.$$

8. Розв'язати рівняння  $2\sqrt{x\sqrt[9]{x^5}} + 5\sqrt[9]{x^5\sqrt{x}} = 18x\sqrt[9]{x^{-5}}$ .

9. Розв'язати рівняння

$$\frac{1}{\sqrt[5]{x^2}} - \frac{7}{\sqrt[10]{x^7}} = \frac{8}{x}.$$

10. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $3\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[3]{x^{-1}} = 2x^{-1}$ .

### Група 2

11. Розв'язати рівняння  $\sqrt{2x-1} - \sqrt[4]{2x-1} - 6 = 0$ .

12. Розв'язати рівняння  $2\sqrt{5x+1} - 7\sqrt[4]{5x+1} = 15$ .

13. Розв'язати рівняння  $3\sqrt[6]{3x-2} = \sqrt[3]{2-3x} + 10$ .

14. Розв'язати рівняння  $\sqrt[5]{2x+3} + 6\sqrt[10]{2x+3} = 7$ .

15. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$x^2 + 2x + \sqrt{x^2 + 2x + 21} = 21.$$

16. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$x^2 + 3x - 18 + 4\sqrt{x^2 + 3x - 6} = 0.$$

17. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{\frac{y}{y+3}} - 3\sqrt{\frac{y+3}{y}} = 2.$$

18. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{\frac{2x}{x+1}} - \sqrt{\frac{2(x+1)}{x}} = 1.$$

19. Обчислити суму розв'язків рівняння  $x^5 - 33x^2\sqrt{x} + 32 = 0$ .

20. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt[3]{x-2} = x-2$ .

### Група 3

21. Розв'язати рівняння  $x + 9 = \sqrt{x + 17 - 6\sqrt{x + 8}}$ .
22. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x + 13 + 4\sqrt{x + 9}} = x - 1$ .
23. Розв'язати рівняння  $\sqrt[5]{2x - 8} = \sqrt[5]{2x} + \frac{4}{x} \sqrt[5]{2x - 8}$ .
24. Розв'язати рівняння  $\sqrt[4]{x + 1} + \frac{1}{x} \sqrt[4]{x + 1} = 3\sqrt[4]{3x}$ .
25. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\sqrt{x^2 - 1} - (x + 5)\sqrt{\frac{x + 1}{x - 1}} = 0.$$

26. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\sqrt{x^2 - 1} - (x + 5)\sqrt{\frac{x - 1}{x + 1}} = 0.$$

27. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$\sqrt[5]{x\sqrt[5]{x} + x} + \sqrt[5]{\sqrt[5]{x} + 1} = 2\sqrt[5]{2}.$$

28. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\sqrt[3]{x\sqrt[3]{x} - 2x} - 2\sqrt[3]{\sqrt[3]{x} - 2} = 3\sqrt[3]{3}.$$

29. Розв'язати рівняння  $\sqrt{2x + 7} + \sqrt{3x + 11} = \sqrt{x + 4}$ .

30. Розв'язати рівняння  $\sqrt{5x - 1} - \sqrt{3x - 2} = \sqrt{x - 1}$ .

### Варіант В

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння  $\sqrt{3x^2 + x - 14} + 2x^2 - 8x + 8 = 0$ .
2. Розв'язати рівняння  $\sqrt{2x^2 - x - 6} + (x^2 + 5x - 14)^2 = 0$ .
3. Розв'язати рівняння  $\sqrt[4]{3x^2 - 2x - 1} + |3x^2 - 5x + 2| = 0$ .
4. Розв'язати рівняння  $\sqrt[4]{3x^2 - 5x - 12} + \sqrt{2x^2 - 5x - 3} = 0$ .
5. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x^6 - 32x} + \cos^4 \frac{3\pi x}{4} = 0$ .

6. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x^2 - 5x - 6} + 1 - \cos\left(\frac{\pi}{3}(2x - 4)\right) = 0$ .

7. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x^2 - x - 12} + 1 + \cos(\pi(x + 3)) = 0$ .

8. Розв'язати рівняння  $\sqrt[4]{x^2 - 4x + 3} = \sqrt{5x - 6 - x^2}$ .

9. Розв'язати рівняння  $\sqrt[4]{5x - 2 - 2x^2} = \sqrt[3]{2x^2 - 7x + 3}$ .

10. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x^2 - x - 6} - \sqrt{2 - x - x^2} = 2 + x$ .

### Група 2

11. Розв'язати рівняння  $\sqrt[3]{4x + 3} - \sqrt[3]{x + 2} = 1$ .

12. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\sqrt[3]{x + 34} - \sqrt[3]{x - 3} = 1$ .

13. Розв'язати рівняння  $\sqrt[3]{1 + \sqrt{x}} + \sqrt[3]{7 - \sqrt{x}} = 2$ .

14. Розв'язати рівняння  $\sqrt[3]{24 + \sqrt{x}} - \sqrt[3]{5 + \sqrt{x}} = 1$ .

15. Обчислити  $\frac{7}{3}$  суми розв'язків рівняння

$$\sqrt[3]{(x + 1)^2} - 2\sqrt[3]{(x - 1)^2} = \sqrt[3]{x^2 - 1}.$$

16. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt[4]{x + 10} + \sqrt[4]{7 - x} = 3$ .

17. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt[4]{97 - x} + \sqrt[4]{x} = 5$ .

18. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\sqrt{10 + x + 6\sqrt{1 + x}} + \sqrt{5 - x + 2\sqrt{4 - x}} = 7.$$

19. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння

$$\sqrt{x - 2\sqrt{x - 1}} + \sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x - 1}} = 1.$$

20. Розв'язати рівняння

$$\frac{x}{x + 3} - 2\sqrt{\frac{x + 3}{x}} = 3.$$



## Група 3

21. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$x - 2\sqrt{x\sqrt{x-1}} + 2 + 2 = 0.$$

22. Розв'язати рівняння  $2 - x = \sqrt{-2x\sqrt{5-4x} - 1}$ .

23. Розв'язати рівняння

$$4x^2 + 8x + 5 = 4x\sqrt{8x + 5}.$$

24. Розв'язати рівняння

$$x^2 + 2x + 15 = 2x\sqrt{2x + 15}.$$

25. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{12x^2 - 12} + \sqrt{x^4 - 12} = x^3.$$

26. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x-5} = 7\sqrt{2}.$$

27. Обчислити потрібний добуток розв'язків рівняння

$$\sqrt[3]{(x^2+1)(x-1) - x\sqrt{x^2-1}} = x-1.$$

28. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\sqrt{x+1} = \sqrt[3]{x+5}$ .

29. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\sqrt[3]{2-x} = 1 - \sqrt{x-1}$ .

30. Розв'язати рівняння

$$\sqrt{\frac{4}{x} - 8x} + \sqrt{\frac{4}{x} + 8} = \frac{2}{x} + 2.$$

## § 11. Показникові рівняння

### Варіант А

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x} \sqrt{8^{2x-1}} = \sqrt{4^{2x-1}}$ .
2. Розв'язати рівняння  $\sqrt[3]{27^{x-2}} = \sqrt[4]{9^{2x-7}}$ .
3. Розв'язати рівняння  $0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{0,25}{\sqrt{2}}\right)^{-x}$ .
4. Розв'язати рівняння  $\frac{1}{9} \cdot \sqrt{3^{x+1}} = \frac{1}{\sqrt[3]{27}}$ .
5. Розв'язати рівняння  $3^x \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} = \left(\frac{1}{27}\right)^x$ .
6. Розв'язати рівняння  $\sqrt[4]{125^{3-2x}} = \frac{5}{\sqrt[3]{5}}$ .
7. Розв'язати рівняння  $\frac{1}{8} \cdot 2^{2(2x+8)} = \left(\frac{1}{4} \cdot 2^{-\frac{1}{2}}\right)^x$ .
8. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $(0,2)^{x^2-16x-37,5} = 5\sqrt{5}$ .
9. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $(2^{x-1})^{x+2} = 32^x \cdot 8^{x+2}$ .
10. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\left(\frac{1}{9}\right)^{x^2} = \frac{1}{243} \cdot (\sqrt{3})^{2-14x}$ .

#### Група 2

11. Розв'язати рівняння  $3^{x+2} + 4 \cdot 3^{x+1} = 21$ .
12. Розв'язати рівняння  $3^{2x-3} - 9^{x-1} + 3^{2x} = 675$ .
13. Розв'язати рівняння  $3^{x-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{2-x} - \left(\frac{1}{9}\right)^{\frac{4-x}{2}} = 105$ .
14. Розв'язати рівняння  $3 \cdot 7^{x+1} + 5 \cdot 7^{x-1} = 152$ .
15. Розв'язати рівняння  $7^{x+2} + 4 \cdot 7^{x-1} = 347$ .
16. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $3^{x^2+1} + 3^{x^2-1} = 270$ .
17. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $2^{x^2+x-6} - 2^{x^2+x-9} = 56$ .
18. Розв'язати рівняння  $5 \cdot 2^{2\sqrt{x}+2} + 3 \cdot 2^{2\sqrt{x}-1} = 172$ .
19. Розв'язати рівняння  $12^{x^2} \cdot 11^{\sqrt{x}} - 11^{\sqrt{x}} \cdot 12^{x^2} = 0$ .
20. Розв'язати рівняння  $x^2 \cdot 3^{\sqrt{x}} - 3^{\sqrt{x}+2} = 0$ .

## Група 3

21. Розв'язати рівняння  $2^{1-2x} = 54 \cdot 3^{2x-3}$ .
22. Розв'язати рівняння  $2\frac{2}{3} \cdot 2^{1-4x} = 3^{3-4x}$ .
23. Розв'язати рівняння  $2^{2x-6} = 0,8 \cdot 5^{x-3}$ .
24. Розв'язати рівняння  $2^{2x+9} \cdot 3^{6x+3} = 6^{4x+6}$ .
25. Розв'язати рівняння  $\frac{2^{x+5}}{7^x} = 3\frac{1}{2} \cdot \frac{2^{5x}}{(7^{x-1})^5}$ .
26. Розв'язати рівняння  $20^{6x+2} = 2^{4x+24} \cdot 5^{10x-8}$ .
27. Розв'язати рівняння  $2^{x-2} = 5^{2x-5} \cdot 0,032$ .
28. Розв'язати рівняння  $\frac{(0,2)^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = \frac{2^{2x}}{0,25}$ .
29. Розв'язати рівняння  $3^{x-1} \cdot 5^{1,5x+2} = \frac{9}{5} \cdot 5^x \cdot 3^{1,5x}$ .
30. Розв'язати рівняння  $\frac{20^{1-2x}}{625^x} = \frac{(0,05)^{4x^2}}{1,25^{2x}}$ .

## Варіант Б

## Група 1

1. Розв'язати рівняння  $5^{x-1} - 5 \cdot (0,2)^{x-2} = 24$ .
2. Розв'язати рівняння  $4^x - 2^{x+2} - 32 = 0$ .
3. Розв'язати рівняння  $2^{\sqrt{x}} - 2^{1-\sqrt{x}} = 1$ .
4. Розв'язати рівняння  $2^{2x-3} - 2^{x-2} = 1$ .
5. Обчислити суму розв'язків рівняння  $4^{x-2} - 17 \cdot 2^{x-4} + 1 = 0$ .
6. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\left(\frac{1}{2}\right)^x + \left(\frac{1}{2}\right)^{-x-1} = 3$ .
7. Обчислити суму розв'язків рівняння  $4^{\sqrt{x-1}} + 16 = 10 \cdot 2^{\sqrt{x-1}}$ .
8. Розв'язати рівняння  $9^{\sqrt{1-x} + \frac{1}{2}} - 8 \cdot 3^{\sqrt{1-x}} - 3 = 0$ .
9. Розв'язати рівняння  $9^{\sqrt{2x-1}} + 3^{2+\sqrt{2x-1}} - 10 = 0$ .
10. Розв'язати рівняння  $2^{\frac{3x-1}{2x+1}} - 1 = 2^{\frac{2-x}{2x+1}}$ .

## Група 2

11. Розв'язати рівняння  $5^{x-1} + 2^x - 5^x + 2^{x+2} = 0$ .
12. Розв'язати рівняння  $27x^{-\frac{2}{3}} - 9x^{-1} = 2 \cdot 3^{2x-1} - 2 \cdot 3^{3x-1}$ .
13. Розв'язати рівняння  $2^{3x} \cdot 3^x - 2^{3x+1} \cdot 3^{x-1} = 192$ .
14. Розв'язати рівняння  $10^x - 5^{x-1} \cdot 2^{x-2} = 950$ .
15. Розв'язати рівняння  $4^{x+0,5} - 3^{x-0,5} = 3^{x+0,5} + 2^{2x-1}$ .
16. Розв'язати рівняння  $9^{3x} - 2^{3x+0,5} = 2^{3x+3,5} - 3^{6x-1}$ .
17. Розв'язати рівняння  $3^{x+1} - 2 \cdot 5^{x-2} = 5^x - 2 \cdot 3^x$ .
18. Розв'язати рівняння  $2 \cdot 3^x - 3^{x-1} = 5^{x-1} + 2 \cdot 5^{x-3}$ .
19. Розв'язати рівняння  $6^{x+1} + 3^{x+1} = 3^{x+2} - 6^x + 3^x$ .
20. Розв'язати рівняння  $9^x \cdot \sqrt{2} - 2^{x+1} = 2^{x+4} - 3^{2x-1} \cdot \sqrt{2}$ .

## Група 3

21. Розв'язати рівняння  $5^{2x-12} - 7^{0,5x-3} - 7 \cdot 5^{2x-11} + 5 \cdot 7^{0,5x-2} = 0$ .
22. Розв'язати рівняння  $3^x - \sqrt[4]{4^{x+1}} = \sqrt{2^{x+7}} - 3^{x-1}$ .
23. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$2^{4x+3} + 2^{2x^2+1} = 17 \cdot 2^{x^2+2x}.$$

24. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$2^{x^2+2x+2} + 2^{5+4x} = 4^{x^2}.$$

25. Розв'язати рівняння  $2^{2x+1} - 14 \cdot 2^{2x} = 2 \cdot 2^{2^2}$ .
26. Розв'язати рівняння  $4^{4^{x+0,5}} - 6 \cdot 4^{4^x} = 10 \cdot 4^{4^{0,5}}$ .
27. Розв'язати рівняння  $3 \cdot 4^{-\frac{1}{x}} + 2 \cdot 9^{-\frac{1}{x}} = 5 \cdot 6^{-\frac{1}{x}}$ .
28. Розв'язати рівняння  $14 \cdot 7^x - 21 \cdot 2^x = 43 \cdot 14^{\frac{x}{2}}$ .
29. Розв'язати рівняння  $4^{\frac{x+1}{x}} + 6^{\frac{x+1}{x}} = 2 \cdot 9^{\frac{x+1}{x}}$ .
30. Розв'язати рівняння  $4 \cdot 2^{2x} - 6^x = 6 \cdot 3^{2x+1}$ .

**Варіант В**  
**Група 1**

1. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x}{3^8} + 2\sqrt{x}{3^{4+x}} = \sqrt{x}{3^{3x}}$ .
2. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x}{2^x} + \sqrt{x}{2^{16+x}} = 5\sqrt{x}{2^8}$ .
3. Розв'язати рівняння  $2\sqrt{x}{81} + 3\sqrt{x}{36} = 9\sqrt{x}{16}$ .
4. Розв'язати рівняння  $5\sqrt{x}{2^{16}} + \sqrt{x}{160000} = 4\sqrt{x}{5^8}$ .
5. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x}{20^8} - 15\sqrt{x}{10^8} = 16\sqrt{x}{5^8}$ .
6. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\sqrt{x}{100^4} - 6\sqrt{x}{50^4} + 8\sqrt{x}{25^4} = 0.$$

7. Розв'язати рівняння  $3 \cdot \sqrt[2x]{3^{20}} + \sqrt[2x]{3^{10}} = 252$ .
8. Розв'язати рівняння  $2 \cdot \left(2\sqrt{x-3}\right)^{\frac{\sqrt{x}-1}{2}} - \sqrt{x+1}\sqrt{16} = 0$ .
9. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x}{25\sqrt{x}} = 5\sqrt{x-1}$ .
10. Розв'язати рівняння  $\sqrt{7+2^{2-2x}} = 7 - \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-3}$ .

**Група 2**

11. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$12^x - 3 \cdot 2^{2x} - 2 \cdot 3^x + 6 = 0.$$

12. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$50^x + 10 = 2 \cdot 25^x + 5 \cdot 2^x.$$

13. Розв'язати рівняння  $3 \cdot 5^x + 15^x = 5 \cdot 3^x + 15$ .

14. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$27^x - 13 \cdot 9^x + 13 \cdot 3^{x+1} - 27 = 0.$$

15. Розв'язати рівняння  $2^{3x} - \frac{8}{2^{3x}} - 6\left(2^x - \frac{1}{2^{x-1}}\right) = 1$ .

16. Знайти цілий розв'язок рівняння

$$5^{3x} + 9 \cdot 5^x + 27(5^{-3x} + 5^{-x}) = 64$$

17. Обчислити суму модулів розв'язків рівняння

$$(4 + \sqrt{15})^x + (4 - \sqrt{15})^x = 62.$$

18. Обчислити суму модулів розв'язків рівняння

$$(5 + 2\sqrt{6})^x + (5 - 2\sqrt{6})^x = 10.$$

19. Обчислити  $2^{3a-11}$ , де  $a$  — сума розв'язків рівняння

$$3^{x+1} = 8^{x^2-4x-5}.$$

20. Обчислити  $3^{2a+6}$ , де  $a$  — сума розв'язків рівняння

$$12^{x+5} = 9^{x^2+3x-10}.$$

### Група 3

21. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$x^2 \cdot 2^{\sqrt{2x+1}-1} + 2^x = 2^{\sqrt{2x+1}+1} + x^2 \cdot 2^{x-2}.$$

22. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння

$$6 \cdot 3^{-\cos 2\pi x} + 3 = 7 \cdot 3^{\sin^2 \pi x}.$$

23. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння

$$2^{\sin^2 \pi x} + 4 \cdot 2^{\cos^2 \pi x} = 6.$$

24. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$4 \cdot (x^{3x} - 1) = 21 \cdot (x^{2x} - x^x).$$

25. Обчислити суму модулів розв'язків рівняння

$$4 \cdot (x^{2x} - x^{-2x}) = 17 \cdot (x^x - x^{-x}).$$

26. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння

$$|x - 3|^{3x^2-10x+3} = 1.$$

27. Обчислити суму квадратів розв'язків рівняння

$$|x^2 - 4|^{x^2 - 2x} = |x^2 - 4|^{2x - 4}.$$

28. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння

$$(x^2 - 6x + 8)^{x-5} = 1.$$

29. Розв'язати рівняння  $5^{x^2-2} \cdot \sqrt[4]{8x^2} = 100$ .

30. Знайти цілий розв'язок рівняння  $(\sqrt[3]{0,5} + \sqrt[3]{4})^x = 13,5$ .

## § 12. Логарифмічні рівняння

### Варіант А

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння

$$\log_7 \frac{x+3}{21} = \log_7 \frac{2}{3x-6}.$$

2. Розв'язати рівняння  $\log_3(1-x) = \log_3 \frac{6}{2-x}$ .

3. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\log_4(x^2 - 5x - 16) = \log_9 27.$$

4. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$\log_{81}(x^2 - 3x - 1) = \log_{16} 8.$$

5. Розв'язати рівняння  $\log_{(6-2x)} 4 - 2 = 0$ .

6. Розв'язати рівняння  $\log_{(2x+3)} 49 - 2 = 0$ .

7. Розв'язати рівняння  $\log_{\sqrt[4]{4x-13}}(22-3x) - 4 = 0$ .

8. Розв'язати рівняння  $\log_{\sqrt[3]{7-x}}(5x+19) - 3 = 0$ .

9. Розв'язати рівняння

$$\frac{\lg(x+3)}{\lg 9 - \lg 3} = 2.$$

10. Розв'язати рівняння

$$\frac{\lg(x-2)}{\lg 12 + \lg 3} = \frac{1}{2}.$$

#### Група 2

11. Розв'язати рівняння

$$\frac{\lg 2x}{\lg(4x-15)} = 2.$$



12. Розв'язати рівняння

$$\frac{\lg(10x - x^2 - 7)}{\lg(x + 1)} = 2.$$

13. Розв'язати рівняння  $\log_{0,25}(\log_2 x - 1) = -0,5$ .

14. Розв'язати рівняння  $\log_{\sqrt{2}} \log_{\sqrt{3}} \log_4 x = 2$ .

15. Розв'язати рівняння  $\log_{2x+3} x^2 = 1$ .

16. Розв'язати рівняння  $\log_{(2x+3)}(11 + 11x + 3x^2) = 2$ .

17. Розв'язати рівняння  $5^{2 \log_5(2x-1)} = 16$ .

18. Розв'язати рівняння  $2^{-\log_{0,5}(3x^2-9)} = 10x - 1$ .

19. Розв'язати рівняння  $3x^2 + 3^{\log_3 x} = 9^{\log_3 \sqrt{30}}$ .

20. Розв'язати рівняння  $2^{0,5 \cdot \log_{\sqrt{2}}(x^2-x)} = x^{\log_x 400}$ .

### Група 3

21. Розв'язати рівняння  $\log_{(1-x)} 3 - \log_{(1-x)} 2 - 0,5 = 0$ .

22. Розв'язати рівняння  $\log_{(1+x)} 3 + \log_{(1+x)} 2 - \frac{1}{3} = 0$ .

23. Розв'язати рівняння  $2 \log_2(-x) = 1 + \log_2(x + 4)$ .

24. Розв'язати рівняння  $2 \log_2(-x) = 1 + \log_2(6 - 2x)$ .

25. Розв'язати рівняння  $\log_4 x + \log_4(x - 1) = \log_4(x + 3)$ .

26. Розв'язати рівняння  $\log_3 x + \log_3(x + 1) = \log_3(8 - x)$ .

27. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_2^2 x - \log_2 x - 2 = 0$ .

28. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_3^2 x - 3 \log_3 x + 2 = 0$ .

29. Розв'язати рівняння  $\lg(x - 1) \cdot \lg(3x^2 - 10x + 4) = 0$ .

30. Розв'язати рівняння  $\lg(2x - 1) \cdot \lg(2x^2 - 5x + 3) = 0$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння  $3 \log_2 x = 5 + \log_4 x$ .

2. Розв'язати рівняння  $\log_8 x = \log_2 x - 2$ .

3. Розв'язати рівняння  $3 \log_8(x - 2) = \log_2 \sqrt{2x - 1}$ .

4. Розв'язати рівняння  $\log_{0,5}(1 - 2x) + \log_2 \sqrt{2 - x} = 0$ .

5. Розв'язати рівняння  $6 \log_2(x - 1) - \log_2(1 - x)^4 = 2$ .

6. Розв'язати рівняння  $5 \log_2(2 - x^2) - \log_2(x^2 - 2)^2 = 3$ .
7. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\log_4 x \cdot \log_3 x = \log_2 9$ .
8. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\log_5 x \cdot \log_4 x = \log_4 625$ .
9. Розв'язати рівняння  $\log_2 x + \log_5 x = \log_5 10$ .
10. Розв'язати рівняння  $\log_2 x - \log_3 x = 2 - \log_9 16$ .

### Група 2

11. Розв'язати рівняння  $9 \log_3(-x) + \sqrt{\log_3 x^4} = 40$ .
12. Розв'язати рівняння  $3 \log_{\frac{1}{4}} x^2 - 2 \sqrt{-6 \log_4 x} = 3$ .
13. Розв'язати рівняння  $\log_x \sqrt{2} - \log_{x^2} 8 = \frac{1}{2}$ .
14. Розв'язати рівняння  $\log_2(\lg x + 2\sqrt{\lg x} + 1) = 2$ .
15. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_4 \sqrt{(x-6)^2} = \frac{1}{2}$ .
16. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{(x+1)^2} = -2$ .
17. Розв'язати рівняння  $4 - \lg x = 3\sqrt{\lg x}$ .
18. Розв'язати рівняння  $\sqrt{1 + \log_2 x} + \sqrt{2 \log_2 x - 2} = 4$ .
19. Розв'язати рівняння  $\log_2 x + \log_4 x + \log_8 x = 11$ .
20. Розв'язати рівняння  $\log_2 x - \log_4 x - \log_{16} x = \frac{3}{4}$ .

### Група 3

21. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\sqrt{5 \log_2(-x)} = \log_2 \sqrt{x^2}.$$

22. Розв'язати рівняння  $3\sqrt{\lg x} - 2 \lg \sqrt{\frac{1}{x}} = 4$ .
23. Розв'язати рівняння  $2 \log_5 \sqrt{x} - 2 = \log_x \frac{1}{5}$ .
24. Розв'язати рівняння  $2\sqrt{\log_3 x} - \log_3 3x = 0$ .
25. Розв'язати рівняння  $\sqrt{\log_2 x} + \log_2 4x - 4 = 0$ .
26. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_2 x - \log_x 8 = 2$ .
27. Розв'язати рівняння  $\log_4(x+12) \cdot \log_x 2 = 1$ .
28. Розв'язати рівняння  $x^2 \cdot \log_x 8 \cdot \log_4 x = x + 4$ .
29. Розв'язати рівняння  $\log_2 \sqrt{2x+3} \cdot \log_x 2 = 1$ .
30. Обчислити добуток числа розв'язків наступного рівняння та найбільшого з цих розв'язків:  $\lg^2 x^4 - 7 \lg x^2 - 2 = 0$ .

**Варіант В**  
**Група 1**

1. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $10x^{1-\lg x} = 0, 1$ .
2. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $0, 1 \cdot x^{1+\lg x} = 10$ .
3. Розв'язати рівняння  $5^{\log_3 x} + x^{\log_3 5} = 250$ .
4. Розв'язати рівняння  $8^{\log_{27} x} + x^{\log_3 2} = 32$ .
5. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\log_3(4 \cdot 3^x - 1) = 2x + 1$ .
6. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\log_2(9 - 2^x) = 3 - x$ .
7. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$\lg(2(4^{x-2} + 9)) = 1 + \lg(2^{x-2} + 1).$$

8. Розв'язати рівняння  $\log_2(2^x + 1) \cdot \log_2(2^{x+1} + 2) = 2$ .
9. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$x^{\frac{7+\lg x}{4}} = 10^{1+\lg x}.$$

10. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\log_2(4^x + 4) = x + \log_2(2^{x+1} - 3).$$

**Група 2**

11. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\log_{64x} 2 \cdot \log_{4x} 2 = \log_x 2.$$

12. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\log_2 x \cdot \log_{2x} 4x = \frac{8}{3}$ .
13. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\log_{2x} 9\sqrt{2} \cdot \log_{4x^2} 3\sqrt[4]{2} = \frac{1}{16}.$$

14. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\log_{3x} \frac{3}{x} + \log_3^2 x = 1$ .
15. Розв'язати рівняння  $\log_x(8x^2) + \sqrt{\log_x(8x^4)} = 0$ .
16. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\log_3^2 x = 4 \log_{9x^2} x$ .

17. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\log_x 8 = \log_{2x} 16 + \log_{4x} 8.$$

18. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_x(4x^2) \cdot \log_2^2 x = 4$ .

19. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\log_2(x-2) = \log_{4x-8} 8$ .

20. Розв'язати рівняння  $\log_{2x+1}(2x-0,5) = \log_{2x-0,5}(2x+1)^2 + 1$ .

### Група 3

21. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\log_2 x \cdot \log_3 x + \log_2 x \cdot \log_5 x + \log_3 x \cdot \log_5 x = \log_2 x \cdot \log_3 x \cdot \log_5 x.$$

22. Розв'язати рівняння  $25^{\lg x} = 5 + 4x^{\lg 5}$ .

23. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$2^{\log_2^2 x} + x^{\log_2 x} = 1024.$$

24. Розв'язати рівняння  $x - \lg(5^x + x^x - 0,25) = x \lg 2$ .

25. Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння

$$\log_{\sin \pi x} \cos \pi x + \log_{\cos \pi x} \sin \pi x = 2.$$

26. Знайти число обернене до добутку розв'язків рівняння

$$x^{\log_5(9x)+1} = 15^{\log_{0,2} 3}.$$

27. Знайти розв'язок рівняння  $\log_{\sqrt{2} \sin x}(1 + \cos x) = 2$  в градусній мірі, що належить інтервалу  $(360^\circ; 450^\circ)$ .

28. Розв'язати рівняння  $\log_{27} \log_3 x + \log_3 \log_{27} x = \frac{1}{3}$ .

29. Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння

$$\log_{\cos \pi x} 2 \sin \pi x + \log_{2 \sin \pi x} \cos \pi x = \log_{\operatorname{ctg} 0,5 \pi x} \operatorname{tg}^2 0,5 \pi x.$$

30. Знайти суму розв'язків рівняння

$$(\log_{\sin \pi x} 2)^2 = \log_{\sin \pi x} 4 \sin^3 \pi x,$$

що належить інтервалу  $(-2; -1)$ .

## § 13. Тригонометричні рівняння

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2 \sin(4x - 60^\circ) = -\sqrt{3}$ , що належить інтервалу  $(90^\circ; 180^\circ)$ .

2. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2 \sin(6x - 30^\circ) = -1$ , що належить інтервалу  $(60^\circ; 120^\circ)$ .

3. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2 \cos x - \sqrt{2} = 0$ , що належить інтервалу  $(360^\circ; 540^\circ)$ .

4. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2 \cos 2x + 1 = 0$ , що належить інтервалу  $(180^\circ; 270^\circ)$ .

5. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $\sqrt{3} - \operatorname{tg} 2x = 0$ , що належить інтервалу  $(-360^\circ; -270^\circ)$ .

6. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $3 \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$ , що належить інтервалу  $(-270^\circ; -180^\circ)$ .

7. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $\sin(2x - 110^\circ) = \sin(-40^\circ)$ , що належить інтервалу  $(-270^\circ; -180^\circ)$ .

8. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $\sin(3x - 50^\circ) = \sin 20^\circ$ , що належить інтервалу  $(-90^\circ; -45^\circ)$ .

9. Знайти у градусній мірі найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $\cos(4x + 80^\circ) = \cos 160^\circ$ .

10. Знайти у градусній мірі найменший додатний розв'язок рівняння  $\cos(2x - 10^\circ) = \cos 250^\circ$ .

#### Група 2

11. Знайти у градусній мірі найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $3 \cos^2 5x + \sin^2 5x = 3$ .

12. Знайти у градусній мірі найменший додатний розв'язок рівняння  $4 \cos^2 x + 6 \sin^2 x = 4, 5$ .

13. Знайти у градусній мірі найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $\sin(x + 30^\circ) = \sqrt{3} \cos(x + 30^\circ)$ .

14. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $\sqrt{3} \sin x = \cos x$ , що належить інтервалу  $(180^\circ; 270^\circ)$ .

15. Знайти у градусній мірі найбільший розв'язок рівняння  $1 + \frac{1}{\cos^2 x} = 3 \operatorname{tg}^2 x$ , що належить відрізку  $[180^\circ; 360^\circ]$ .

16. Знайти у градусній мірі найбільший розв'язок рівняння  $2 \operatorname{tg}^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ , що належить відрізку  $[-360^\circ; -180^\circ]$ .

17. Знайти у градусній мірі найменший розв'язок рівняння  $\cos 8x \sin 3x - \sin 8x \cos 3x = -\frac{1}{2}$ , що належить інтервалу  $(180^\circ; 360^\circ)$ .

18. Знайти у градусній мірі найбільший розв'язок рівняння  $\cos 5x \cos 4x + \sin 5x \sin 4x = -\frac{1}{2}$ , що належить інтервалу  $(90^\circ; 270^\circ)$ .

19. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння

$$\frac{\operatorname{tg} 6x - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x \operatorname{tg} 6x} = 1,$$

що належить інтервалу  $(540^\circ; 570^\circ)$ .

20. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $\frac{\sqrt{3} + \operatorname{tg} x}{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} x} = 1$ , що належить інтервалу  $(270^\circ; 360^\circ)$ .

### Група 3

21. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $4 \sin x \cos x = 1$ , що належить інтервалу  $(405^\circ; 450^\circ)$ .

22. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння

$$\cos^2 2x - \sin^2 2x = 1,$$

що належить інтервалу  $(-255^\circ; -135^\circ)$ .

23. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2 \sin^2 2x - \frac{1}{2} = 0$ , що належить інтервалу  $(360^\circ; 405^\circ)$ .

24. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2 \cos^2 2x - \frac{1}{2} = 0$ , що належить інтервалу  $(180^\circ; 225^\circ)$ .

25. Знайти у градусній мірі найменший додатний розв'язок рівняння  $\cos^4 x + \sin^4 x = 0,5$ .

26. Знайти у градусній мірі найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $\sin^4 x - \cos^4 x = \frac{1}{2}$ .

27. Знайти у градусній мірі найменший додатний розв'язок рівняння  $2 \sin(x + 45^\circ) \sin(x - 45^\circ) = 1$ .

28. Знайти у градусній мірі найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $2 \operatorname{tg}(45^\circ - x) + \operatorname{tg}(135^\circ + x) = 1$ .

29. Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння

$$2\sqrt{2} \sin^2 \frac{x}{3} = \sqrt{1,5} + \sqrt{2},$$

що належить інтервалу  $[270^\circ; 360^\circ]$ .

**30.** Знайти у градусній мірі розв'язок рівняння  $2\sqrt{2}\cos^2\frac{x}{4} = 1 + \sqrt{2}$ , що належить інтервалу  $(-720^\circ; -540^\circ)$ .

### Варіант Б Група 1

**1.** Знайти найменший додатний розв'язок рівняння  $7\sin^2\pi x - \sin\pi x = 8$ .

**2.** Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $8\cos^2\pi x + \cos\pi x = 9$ .

**3.** Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $2\cos^2\pi x + 5\sin\pi x = 5$ .

**4.** Знайти розв'язок рівняння  $2 + \cos^2\pi x = 2\sin\pi x$ , що належить відрізку  $[8; 10]$ .

**5.** Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\operatorname{ctg}\pi x - \sqrt{3}\operatorname{tg}\pi x + 1 = \sqrt{3}$ , що належать відрізку  $[3; 4]$ .

**6.** Знайти розв'язок рівняння  $\operatorname{tg}\pi x + \operatorname{ctg}\pi x = 2$ , що належить інтервалу  $(-5; -4)$ .

**7.** Обчислити суму розв'язків рівняння  $\frac{9}{\cos^2\pi x} + \frac{1}{\sin^2\pi x} = 16$ , що належать відрізку  $[-1; 0]$ .

**8.** Обчислити суму розв'язків рівняння  $4\operatorname{ctg}^2\pi x - \frac{1}{\cos^2\pi x} - 2 = 0$ , що належать відрізку  $[0; 2]$ .

**9.** Обчислити суму розв'язків рівняння  $4\operatorname{ctg}^2\pi x - \frac{9}{\sin\pi x} + 6 = 0$ , що належать відрізку  $[0; 1]$ .

**10.** Знайти розв'язок рівняння  $2\operatorname{tg}^2\frac{\pi x}{3} - \frac{5}{\cos\frac{\pi x}{3}} + 4 = 0$ , що належить інтервалу  $(-6; -4)$ .

### Група 2

**11.** Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt{3}\sin\pi x + \cos\pi x = \sqrt{2}$ , що належать відрізку  $[0; 2, 5]$ .

**12.** Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння  $\sin\frac{\pi x}{4} + \cos\frac{\pi x}{4} = \sqrt{2}$ .

**13.** Знайти число розв'язків рівняння  $\sin\pi x + \sqrt{3}\cos\pi x = -\sqrt{3}$ , що належать інтервалу  $(1\frac{1}{3}; 5\frac{1}{3})$ .

**14.** Обчислити суму розв'язків рівняння  $2\cos\pi x + 2\sin\pi x = \sqrt{6}$ , що належать відрізку  $[2; 3]$ .

15. Знайти число розв'язків рівняння  $2 \sin^2 \pi x + \sqrt{3} \sin 2\pi x = 2$ , що належать відрізку  $[0; 2]$ .

16. Обчислити суму розв'язків рівняння  $6 \sin^2 \pi x + \sqrt{3} \sin 2\pi x = 3$ , що належать відрізку  $[-1; 2]$ .

17. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння  $8 \cos^2 \pi x + 3 \sin 2\pi x = 7$ .

18. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt{3} \sin 4\pi x + 2 \cos^2 2\pi x = 1$ , що належать відрізку  $[-1; 0, 5]$

19. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\cos^2 \pi x + 3 \sin^2 \pi x + \sqrt{3} \sin 2\pi x = 1,$$

що належать відрізку  $[0; 3]$ .

20. Знайти найбільший із розв'язків рівняння

$$4 \cos^2 \pi x + 0,5 \sin 2\pi x + 3 \sin^2 \pi x = 3,$$

що належать інтервалу  $(1; 3)$ .

### Група 3

21. Знайти число розв'язків рівняння  $\sin 2\pi x + \cos 2\pi x = \sqrt{2} \sin 3\pi x$ , що належать інтервалу  $(1; 2)$ .

22. Знайти число розв'язків рівняння  $\sin \pi x + \cos \pi x = \sqrt{2} \sin 5\pi x$ , що належать інтервалу  $(2; 3)$ .

23. Знайти найменший із розв'язків рівняння  $\sin 2\pi x = \cos^4 \pi x - \sin^4 \pi x$ , що належать інтервалу  $(-4; -2)$ .

24. Обчислити суму найбільшого та найменшого із розв'язків рівняння  $\sin \pi x + \cos \pi x = \frac{1}{\cos \pi x}$ , що належать проміжку  $(2; 7]$ .

25. Обчислити суму найбільшого від'ємного та найменшого додатного розв'язків рівняння

$$\frac{\sin \pi x}{1 - \cos \pi x} = 1 + \cos \pi x.$$

26. Обчислити добуток найменшого додатного та найбільшого від'ємного розв'язків рівняння

$$\frac{\cos \pi x}{1 - \sin \pi x} = 1 + \sin \pi x.$$



27. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\cos 4\pi x - 6 \cos^2 \pi x + 5 = 0,$$

що належать відрізку  $[0; 1]$ .

28. Знайти найбільший із розв'язків рівняння

$$4(\sin^4 \pi x + \cos^4 \pi x) = \sin 2\pi x + \sin^2 2\pi x,$$

що належать інтервалу  $(1; 3)$ .

29. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння

$$\cos \frac{2\pi x}{3} + \cos^4 \frac{\pi x}{5} = 2.$$

30. Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння

$$\cos \frac{\pi x}{2} \cdot \cos \frac{\pi x}{3} = 1.$$

## Варіант В

### Група 1

1. Знайти найбільший додатний розв'язок рівняння

$$\sin \frac{\pi(12 + x)}{6x} = -\frac{1}{2}.$$

2. Знайти найменший від'ємний розв'язок рівняння

$$\sin \frac{3\pi}{x^2} = \sin \frac{5\pi}{3}.$$

3. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\sin \frac{2\pi}{\sqrt{x}} = \sin \frac{4\pi}{5}$ .

4. Знайти число розв'язків рівняння  $\cos \pi(\sqrt{x} + 1, 2) = \cos 0, 2\pi$ , що належить інтервалу  $(0; 10)$ .

5. Знайти найменший від'ємний розв'язок рівняння  $\cos \frac{2\pi}{x} = \sin 0, 1\pi$ .

6. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\sin \frac{3\pi}{x^2} = \cos \frac{5\pi}{12}$ .

7. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\cos \frac{2\pi}{\sqrt{x}} = -\frac{1}{2}$ .

8. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\operatorname{tg} \frac{\pi(3x+24)}{4x} = -1$ .
9. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\operatorname{tg} \frac{\pi(40-2x^2)}{5x^2} = \operatorname{ctg} 0, 4\pi$ .
10. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\operatorname{ctg} \pi\sqrt{x} = \operatorname{tg} 0, 7\pi$ .

### Група 2

11. Обчислити суму розв'язків рівняння  $9 \cos^4 \pi x - \sin^4 \pi x = 2 \sin^2 2\pi x$ , що належать інтервалу  $(0; 2)$ .
12. Обчислити суму розв'язків рівняння  $4 \sin^4 \pi x + \cos 4\pi x = 1 + 12 \cos^4 \pi x$ , що належать інтервалу  $(0; 2)$ .
13. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt{\cos 2\pi x} = 1 + 2 \sin \pi x$ , що належать відрізьку  $[0; 2]$ .
14. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt{1 - \cos 2\pi x} = \sqrt{2} \cos \pi x$ , що належать інтервалу  $(0; 2)$ .
15. Знайти число розв'язків рівняння  $\sin^2 \pi x + \sin^2 2\pi x + \sin^2 3\pi x + \sin^2 4\pi x = 2$ , що належить інтервалу  $(0; 1)$ .
16. Обчислити суму розв'язків рівняння  $4 \cos 4\pi x \cos(\frac{\pi}{3} - 4\pi x) \times \cos(\frac{\pi}{3} + 4\pi x) = 1$ , що належать інтервалу  $(0; 1)$ .
17. Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння

$$\sin^3 \pi x + \cos^3 \pi x = 1.$$

18. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння

$$\sin^3 \frac{\pi x}{4} - \cos^3 \frac{\pi x}{4} = 1.$$

19. Обчислити суму найбільшого від'ємного та найменшого додатного розв'язків рівняння  $2 \cos \pi x - \frac{3}{\sin \pi x} = \sqrt{2}(1 + \operatorname{ctg} \pi x)$ .
20. Обчислити добуток найменшого додатного та найбільшого від'ємного розв'язків рівняння  $2 \sin \pi x + 1 + \frac{1}{\cos \pi x} = \operatorname{tg} \pi x$ .

### Група 3

21. Розв'язати рівняння  $(2x - 1)^0 \cdot \arcsin(2x^2 - 5x + 1) = -\frac{\pi}{2}$ .
22. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\arcsin(x^2 - 8x + 15) \times \arccos(x^2 - 6x + 9) = 0$ .
23. Розв'язати рівняння  $4 \operatorname{arctg}(4x^2 - 12x + 10) = 3 - \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} 3)$ .

**24.** Знайти найменший розв'язок рівняння

$$6 \arcsin(x^2 - 0,5x - 11) = \arcsin(\sin(-4)) - 4.$$

**25.** Розв'язати рівняння  $\arccos(\sin \pi x) = 3\pi x - 0,5\pi$ .

**26.** Розв'язати рівняння  $\operatorname{arctg}(\operatorname{tg} \pi x) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi x}{2}$ .

**27.** Розв'язати рівняння  $2(\arcsin \frac{x}{5})^2 - 3\pi \arcsin \frac{x}{5} + \pi^2 = 0$ .

**28.** Розв'язати рівняння  $2(\arccos x)^2 + 3\pi \arccos x - 2\pi^2 = 0$ .

**29.** Розв'язати рівняння  $\arcsin(4x - 2) = \arccos 2x$ .

**30.** Розв'язати рівняння  $\operatorname{arctg}(2x - 4) = \operatorname{arcctg}(6 - 2x)$ .

## § 14. Рівняння з модулями

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти найменший розв'язок рівняння  $|2x - 1| = 5$ .
2. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $|3x - 5| = 4$ .
3. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $|3x^2 - 1| = 11$ .
4. Обчислити суму розв'язків рівняння  $|2x^2 - 4x - 3| = 3$ .
5. Обчислити суму розв'язків рівняння  $2|x - 2| + 3|2 - x| = 15$ .
6. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $9|x - 1| - 5|1 - x| = 4$ .
7. Розв'язати рівняння  $3 \cdot |x - 0,75| = |x^2 + 4,5|$ .
8. Розв'язати рівняння  $|x^2 - 4x - 6| = |x^2 - 4x + 14|$ .
9. Розв'язати рівняння  $\frac{1}{2|x|} = \frac{1}{|12 - 2x|}$ .
10. Розв'язати рівняння  $\frac{5}{|5x - 1|} = \frac{1}{|x + 9|}$ .

#### Група 2

11. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$|\sqrt{9 - x^2} - 1| = |1 - \sqrt{9 - x^2}|.$$

12. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння

$$\left| \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} - 9 \right| = \left| 9 - \frac{1}{\sqrt{25 - x^2}} \right|.$$

13. Розв'язати рівняння  $|x - 3| \cdot |x - 7| = |x + 1| \cdot |1 - x|$ .
14. Розв'язати рівняння  $|x + 2| \cdot |x + 4| = |x + 1| \cdot |5 - x|$ .
15. Розв'язати рівняння  $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 4 + |x^2 - 6x + 8| = 0$ .
16. Розв'язати рівняння  $2x - \frac{1}{3}x^2 - 3 - |3x^2 - 10x + 3| = 0$ .
17. Розв'язати рівняння  $|16x + 23| \cdot (16x + 23) = -1$ .
18. Розв'язати рівняння  $(13x - 14,9) \cdot |14,9 - 13x| = 4$ .
19. Розв'язати рівняння  $2(x - 3) + |x - 3| = -7$ .
20. Розв'язати рівняння  $6(2x - 1) - |1 - 2x| = 20$ .

### Група 3

21. Розв'язати рівняння  $|2 + x^2| - |2x - 1| = 0$ .
22. Розв'язати рівняння  $|10 + x^2| - |6x + 1| = 0$ .
23. Знайти найменший цілий розв'язок рівняння  $|3x + 10| = 3x + 10$ .
24. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння  $|15 - 2x| = 15 - 2x$ .
25. Знайти найменший розв'язок рівняння  $|3x^2 - 12x + 15| = 5x - 7$ .
26. Обчислити суму розв'язків рівняння  $|x^2 - 2x - 3| = 3x - 3$ .
27. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння  $|x^2 - x - 6| = 6 + x - x^2$ .
28. Обчислити добуток найбільшого та найменшого розв'язків рівняння  $|3x^2 - 11x - 42| = 42 + 11x - 3x^2$ .
29. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння  $\frac{|x^2 - 4x - 12|}{|12 + 4x - x^2|} = 1$ .
30. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння  $\frac{|12 + x - x^2|}{|x^2 - x - 12|} = 1$ .

### Варіант Б

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння  $x + \{x\} + [x] + |x| = 18,6$ , де  $[x]$ ,  $\{x\}$  — відповідно ціла та дробова частина числа  $x$ , а  $|x|$  — модуль числа  $x$ .
2. Розв'язати рівняння  $x + \{x\} + [x] + |x| = -21,6$ , де  $[x]$ ,  $\{x\}$  — відповідно ціла та дробова частина числа  $x$ , а  $|x|$  — модуль числа  $x$ .
3. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $x^2 + |x| - 2 = 0$ .
4. Обчислити суму квадратів розв'язків рівняння  $x^2 - 2|x| - 8 = 0$ .
5. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння  $|x - 3| = (x - 3)^2$ .
6. Знайти число розв'язків рівняння  $|2x - 3| = (2x - 3)^2$ .
7. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\frac{x^2(|x|+5)}{|x|} = 6$ .
8. Знайти найменший розв'язок рівняння  $\frac{x^2(|x|-4)}{|x|} = 12$ .
9. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $\left| \frac{3|x|+2}{|x|-4} \right| = 2$ .
10. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\left| \frac{3|x|-2}{|x|-1} \right| = 2$ .

#### Група 2

11. Розв'язати рівняння  $||2x - 5| + x| = x$ .
12. Розв'язати рівняння  $||4x^2 - 9| - x| = -x$ .

13. Розв'язати рівняння  $-\frac{|x|}{x} - x = \frac{x^2 + 2}{2}$ .

14. Розв'язати рівняння  $\left| \frac{x^2 - 1}{|x| - 1} \right| = x + 11$ .

15. Обчислити суму розв'язків рівняння  $(x+4)(x-2) + |x+4| = 0$ .

16. Обчислити суму розв'язків рівняння  $(x-1)(x-3) + |x-3| = 0$ .

17. Розв'язати рівняння  $|7 - 2x| = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 3}$ .

18. Розв'язати рівняння  $|3x + 8| = \frac{x^2 + 6x + 8}{2 + x}$ .

19. Розв'язати рівняння  $|x| + x + x|x| = 35$ .

20. Розв'язати рівняння  $|x| \cdot x + 6|x| + 6x = 64$ .

### Група 3

21. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $|x| \cdot x - |2x^2 - 5x| = 6$ .

22. Знайти найменший розв'язок рівняння  $|x + 3| \cdot x + |2x^2 + 6x| = 10$ .

23. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt{2x - 1} + |2x - 7| = 6$ .

24. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\sqrt{2x + 1} + |2x - 5| = 6$ .

25. Розв'язати рівняння  $10 + 6|3 - \sqrt{x}| = x$ .

26. Розв'язати рівняння  $|4 - \sqrt{-x}| + x + 24 = 0$ .

27. Розв'язати рівняння  $25^{|1-2x|} = (0,2)^{6x-4}$ .

28. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $4^{|2x-1|} = 2^{2-x}$ .

29. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\log_4 \left( \frac{1}{|x-1|-1} \right) = 0,5$ .

30. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\log_8 (|x + 1| - 2) = -\frac{2}{3}$ .

### Варіант В

#### Група 1

1. Знайти найменший розв'язок рівняння  $|x + 5| + |x - 1| = x + 6$ .

2. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $|x - 3| + |x + 1| = 2x + 6$ .

3. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння  $|x + 5| + |x| = 5$ .

4. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння  $|x + 5| + |x - 8| = 13$ .

5. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння

$$\frac{|x + 8|}{|x + 7| - 1} = |x + 9|^0.$$

6. Знайти найменший цілий розв'язок рівняння

$$\frac{|13 - x|}{|12 - x| - |14 - x|^0} = |15 - x|^0.$$

7. Знайти найменший розв'язок рівняння  $||2x + 5| - x| = x + 5$ .

8. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $||2x - 7| + x| = 7 - x$ .

9. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $||x - 2| - |x + 1|| = x$ .

10. Обчислити добуток розв'язків рівняння  $||x + 4| - |x - 2|| = -x$ .

### Група 2

11. Знайти найменший розв'язок рівняння

$$||2x^2 - 32| + |x - 5|| = 4|x|.$$

12. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$||x^2 - 25| - |2x + 15|| = |x|.$$

13. Обчислити суму розв'язків рівняння  $|(0, 2)^{0,1 \cdot x} - 15| = 10$ .

14. Розв'язати рівняння  $|5^{0,2 \cdot x} - 5^{0,1 \cdot x}| - 3 \cdot 5^{0,1 \cdot x} - 5 = 0$ .

15. Розв'язати рівняння  $|(0, 25)^x + 3| + |2 \cdot (0, 25)^x - 1| = 8$ .

16. Розв'язати рівняння  $|5 - 2^x| + |2^x - 1| = 10$ .

17. Розв'язати рівняння  $|\log_{0,2} x - 3| + 2|\log_{0,2} x + 1| = 4$ .

18. Обчислити добуток розв'язків рівняння

$$|\log_{0,5}^2 x - \log_{0,5} x - 12| = 8 - 2\log_{0,5} x.$$

19. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$|\log_2^2 x - 2\log_2 x - 3| = 3\log_2 x - 3.$$

20. Знайти найбільший розв'язок рівняння  $\log_{\frac{2}{3}}^2 x - 2|\log_{\frac{1}{3}} x| = 8$ .

## Група 3

21. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$\left| \sin \frac{\pi(3x + 28)}{4x} \right| = \sin \frac{\pi(3x + 28)}{4x} + 2 \cos \frac{\pi(3x + 28)}{4x}.$$

22. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння

$$|\cos(\pi\sqrt{x})| = \cos(\pi\sqrt{x}) + 2 \sin(\pi\sqrt{x}).$$

23. Знайти найменший додатний розв'язок рівняння

$$|\cos(0,5\pi x)| + \sin(0,5\pi|x|) = 0.$$

24. Знайти найбільший від'ємний розв'язок рівняння

$$|\sin(0,5\pi x)| + \cos(0,5\pi|x|) = 0.$$

25. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$|\sin \pi x| = \cos^2 \pi x + 1,$$

що належать інтервалу  $(0; 3)$ .

26. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$1,5 \cdot \left| \cos \frac{\pi x}{3} \right| = \sin^2 \frac{\pi x}{3},$$

що належать інтервалу  $(1; 5)$ .

27. Обчислити суму цілих розв'язків рівняння

$$\operatorname{tg}^2(0,25\pi x) = |1 - 2 \operatorname{ctg}^2(0,25\pi x)|,$$

що належать інтервалу  $(0; 6)$ .

28. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$\left| 2 \cos^2 \frac{\pi x}{3} - 1,5 \right| = 0,5,$$

що належать інтервалу  $(-7; 0)$ .

29. Обчислити суму розв'язків рівняння

$$18(\arcsin x)^2 - 3\pi |\arcsin x| - \pi^2 = 0.$$

30. Знайти найбільший розв'язок рівняння

$$24(\operatorname{arcctg} x)^2 + 14\pi |\operatorname{arcctg} x| - 5\pi^2 = 0.$$



## § 15. Системи рівнянь

### Варіант А

#### Група 1

1. Розв'язати систему рівнянь від однієї невідомої

$$\begin{cases} \frac{6x+7}{7} - 3 = \frac{5x-3}{8}, \\ x^2 - 12x + 35 = 0. \end{cases}$$

2. Розв'язати систему рівнянь від однієї невідомої

$$\begin{cases} 10 - \frac{3x-1}{2} = \frac{x^2-16}{3}, \\ 2 - \frac{3x-7}{4} = \frac{x^2-25}{2}. \end{cases}$$

3. Обчислити суму  $x_0 + y_0$ , де  $(x_0, y_0)$  є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} 0,15 \cdot (x - 4) = 9,9 - 0,3 \cdot (x - 1), \\ 1,6 \cdot (y - 4) - 0,6 = 3(0,4 \cdot y - 7). \end{cases}$$

4. Обчислити добуток  $x_0 y_0$ , де  $(x_0, y_0)$  є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} 3,5 - 9x = 2(0,5 \cdot x - 4), \\ 0,6 \cdot y - 1,5 = 0,3 \cdot (y - 4). \end{cases}$$

5. Обчислити значення виразу  $(x_0 y_0)^3$ , де  $(x_0, y_0)$  є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} 2,5 \cdot (3y - x) - 3 = 3x + 0,5, \\ 3(x + 6y) - 4 = 9y - 19. \end{cases}$$

6. Обчислити значення виразу  $(x_0 - y_0)^2$ , де  $(x_0, y_0)$  є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} \frac{3x}{2} + \frac{7+y}{5} = 5, \\ 4 - x - \frac{3y-1}{8} = 1. \end{cases}$$

7. Записати трицифрове число, число сотень якого співпадає з порядковим номером однієї з наступних систем рівнянь, що має єдиний розв'язок, число десятків — з порядковим номером системи рівнянь,

що немає розв'язку, число одиниць — з порядковим номером системи рівнянь, що має безліч розв'язків:

$$1) \begin{cases} 2x - 5y = 10, \\ 0,5 \cdot x - 1,25 \cdot y = 2; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 0,5 \cdot x + 1,5 \cdot y = 2, \\ -x - 3y = -4; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 7x - 5y = 3, \\ 3,5 \cdot x + 2,5 \cdot y = 1,5. \end{cases}$$

**8.** Записати трицифрове число, число сотень якого співпадає з порядковим номером однієї з наступних систем рівнянь, що має єдиний розв'язок, число десятків — з порядковим номером системи рівнянь, що немає розв'язку, число одиниць — з порядковим номером системи рівнянь, що має безліч розв'язків:

$$1) \begin{cases} 2x - 3y = 2, \\ 0,4 \cdot x - 0,6 \cdot y = 0,4; \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 5x - 3y = 2, \\ x + 0,6 \cdot y = 0,4; \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 4x - 6y = 5, \\ x - 1,5 \cdot y = 1. \end{cases}$$

**9.** Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} 5x - 3y = -1, \\ 4x + 3y = 10, \\ 2x - 3y = -4. \end{cases}$$

Якщо дана система рівнянь має єдиний розв'язок  $(x_0, y_0)$ , то записати значення виразу  $0,1 \cdot (x_0 + y_0)$ . У протилежному випадку записати 0.

**10.** Розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} x - 2y = 5, \\ 2x + 4y = -6, \\ 4x - 8y = 15. \end{cases}$$

Якщо дана система рівнянь має єдиний розв'язок  $(x_0, y_0)$ , то записати значення виразу  $0,1 \cdot (x_0 + y_0)$ . У протилежному випадку записати 0.

## Група 2

11. Знайти найменшу із відстаней від початку координат до точок координатної площини  $Oxy$ , координати  $(x_0, y_0)$  яких є розв'язками системи рівнянь

$$\begin{cases} 2x - y = 19, \\ xy = 60. \end{cases}$$

12. Знайти найменшу із відстаней від початку координат до точок координатної площини  $Oxy$ , координати  $(x_0, y_0)$  яких є розв'язками системи рівнянь

$$\begin{cases} 4x - 3y = 7, \\ xy = 12. \end{cases}$$

13. Знайти найменше значення із модулів векторів координатної площини  $Oxy$ , координати  $(x_0, y_0)$  яких є розв'язками системи рівнянь

$$\begin{cases} 2x + y = 11, \\ xy = 12. \end{cases}$$

14. Знайти найменшу із відстаней до осі  $Oy$  від точок координатної площини  $Oxy$ , координати  $(x_0, y_0)$  яких є розв'язками системи рівнянь

$$\begin{cases} x + y = 7, \\ y = \frac{6}{x}. \end{cases}$$

15. Знайти ординату точки  $A(x_0; y_0)$ , яка знаходиться в третій чверті координатної площини і координати якої задовольняють систему рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

16. Знайти відстань від точки  $A(x; y)$  координатної площини  $Oxy$  до початку координат, якщо

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 100, \\ xy = 48. \end{cases}$$

17. Знайти найбільше значення виразу  $2^x \cdot 2^y$ , якщо

$$\begin{cases} x^2 + xy = 10, \\ xy + y^2 = 15. \end{cases}$$

18. Знайти найбільше значення виразу  $5^x : 5^y$ , якщо

$$\begin{cases} x^2 - xy = -2, \\ y^2 - xy = 3. \end{cases}$$

19. Нехай пара дійсних чисел  $(x_0, y_0)$  є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x + y = 8. \end{cases}$$

Знайти катет прямокутного трикутника, якщо довжини його гіпотенузи та іншого катета відповідно дорівнюють  $x_0$  і  $y_0$ .

20. Нехай пара дійсних чисел  $(x_0, y_0)$  є розв'язком системи рівнянь

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 7, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

Знайти гіпотенузу прямокутного трикутника, якщо довжини його катетів відповідно дорівнюють  $x_0$  і  $y_0$ .

### Група 3

21. Обчислити суму  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{1}{y} = 8, \\ \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 6. \end{cases}$$

22. Обчислити значення виразу  $x^2 + y^2$ , якщо

$$\begin{cases} \frac{2}{x-y} + \frac{8}{x+y} = 2, \\ \frac{6}{x-y} - \frac{16}{x+y} = 1. \end{cases}$$

23. Обчислити частку  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{y} = 4, \\ 2\sqrt{x} + 3\sqrt{y} = 18. \end{cases}$$

24. Обчислити значення виразу  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ , якщо

$$\begin{cases} 3\sqrt{x} - \sqrt{y} = 8, \\ \sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 19. \end{cases}$$

25. Знайти найменше значення виразу  $\sqrt{\frac{x}{y}}$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} = 8, \\ \sqrt{xy} = 15. \end{cases}$$

26. Знайти найменше значення виразу  $\sqrt{\frac{x}{y}}$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt{xy} = 12, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 7. \end{cases}$$

27. Обчислити суму  $3x + y$ , якщо

$$\begin{cases} 25^{x+y} = 125, \\ 7^{x-y-1} = 1. \end{cases}$$

28. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} (\sqrt{3})^{x-y} = 9, \\ 5^{6y-x-1} = 1. \end{cases}$$

29. Знайти найбільше значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} \log_2 x - \log_2 y = 1, \\ \log_2^2 x + \log_2^2 y = 5. \end{cases}$$

30. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} \lg(x^2 + y^2) = 2, \\ \log_{0,75} x - \log_{0,75} y = 1. \end{cases}$$

### Варіант Б Група 1

1. Знайти найбільше значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ x + y + 3xy = 9. \end{cases}$$

2. Обчислити добуток  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ x^3 + y^3 = 9. \end{cases}$$

3. Обчислити добуток  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} x^3 + y^3 = 9, \\ x^2y + xy^2 = 6. \end{cases}$$

4. Знайти найменше значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} xy = 15, \\ x^2 - y^2 + xy = 31. \end{cases}$$

5. Знайти найменше значення виразу  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} xy + x - y = 3, \\ x^2y - xy^2 = 2. \end{cases}$$

6. Знайти найбільше значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x^2 - y^2 = 8. \end{cases}$$

7. Обчислити значення виразу  $100x + 10y + z$ , якщо відомо, що  $x > 0$  і

$$\begin{cases} xy = 2, \\ yz = 3, \\ zx = 6. \end{cases}$$

8. Обчислити значення виразу  $100z + 10y + x$ , якщо відомо, що  $x > 0$ ,  $y > 0$  і

$$\begin{cases} xy = z, \\ yz = 625x, \\ zx = 16y. \end{cases}$$

9. Обчислити значення виразу  $100z + 10y + x$ , якщо відомо, що  $x > 0$ ,  $y > 0$  і

$$\begin{cases} \frac{xy}{z} = 1, \\ \frac{yz}{x} = 81, \\ \frac{zx}{y} = 16. \end{cases}$$

10. Знайти найменше значення виразу  $(2^x)^y$ , якщо

$$\begin{cases} x^4 + y^4 = 17, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$$

### Група 2

11. Знайти найменше значення виразу  $x - y$ , якщо

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} = 9, \\ \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

12. Обчислити значення виразу  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ , якщо

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}} = 12, \\ \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{3}. \end{cases}$$

13. Знайти найбільше значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}} - \sqrt[3]{\frac{x-y}{x+y}} = \frac{3}{2}, \\ x^2 - y^2 = 32. \end{cases}$$

14. Обчислити значення виразу  $x + y$ , якщо  $x$  та  $y$  є цілими числами і

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{6x}{x+y}} + \sqrt{\frac{x+y}{6x}} = \frac{5}{2}, \\ xy - x - y = 9. \end{cases}$$

15. Знайти найменше значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{5}{2}, \\ x + y = 10. \end{cases}$$

16. Знайти найбільше значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x+y}{x-y}} + \sqrt{\frac{x-y}{x+y}} = \frac{5}{2}, \\ x^2 + y^2 = 34. \end{cases}$$

17. Знайти найбільше значення виразу  $x - y$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt[3]{xy} (\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y}) = 30, \\ x + y = 35. \end{cases}$$

18. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} (\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{y^2})(x + y) = 280, \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 4. \end{cases}$$

19. Знайти найбільше значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} x\sqrt{y} + y\sqrt{x} = 30, \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = 5. \end{cases}$$

20. Знайти найменше значення виразу  $x^y$ , якщо

$$\begin{cases} \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{y} = 4, \\ x + y = 82. \end{cases}$$

### Група 3

21. Обчислити частку  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} 3^{2x} - 2^y = 725, \\ 3^x - 2^{0,5 \cdot y} = 25. \end{cases}$$

22. Обчислити частку  $\frac{y}{x}$ , якщо

$$\begin{cases} (0,2)^{x+0,5} - \sqrt{5} \cdot y = 0, \\ 2^{2x} - 0,25 \cdot y = 0. \end{cases}$$

23. Обчислити суму  $10x + y$ , якщо

$$\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648, \\ 3^x \cdot 2^y = 432. \end{cases}$$



24. Знайти найбільше значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} 2^{2x-2y} + 2^{x-y} - 2 = 0, \\ 2^{2x+1} + (0,5)^{2y-1} = 5. \end{cases}$$

25. Знайти найбільше значення виразу  $x^2 + y$ , якщо

$$\begin{cases} 2^{\frac{x+y}{4}} + 2^{\frac{x+y}{2}} = 6, \\ 2^x + 2^y = 17. \end{cases}$$

26. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} 3^x \cdot 2^y = \frac{1}{9}, \\ y - x = 2. \end{cases}$$

27. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} x^{2y-1} = 32, \\ x^{y+1} = 16. \end{cases}$$

28. Знайти найменше значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^{\frac{4-x-y}{4}} - 2^{\frac{x+y}{4}} = 1, \\ 2^x + 2^y = 17. \end{cases}$$

29. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{y}{x}$ , якщо

$$\begin{cases} 3 \cdot 2^x - y = 9, \\ 2^{2x-1} - 2y = 2. \end{cases}$$

30. Знайти значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} y^2 - 3 \cdot 2^{x-2} = 1, \\ y^3 = 8^{x-1}. \end{cases}$$

**Варіант В**  
**Група 1**

1. Знайти найбільше значення виразу  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} \log_x 25 + 2y = 2, \\ -(\log_x 0, 2)^3 + y = 1. \end{cases}$$

2. Обчислити частку  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} 3^{\lg(2y-x)} = 1, \\ 2^{x-y} - 2^{\frac{x-y}{2}} = 12. \end{cases}$$

3. Обчислити частку  $\frac{y}{x}$ , якщо

$$\begin{cases} 5^{2x} \cdot 3^y = 675, \\ \log_{\sqrt[3]{2}}(x+y) = 6. \end{cases}$$

4. Обчислити суму  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2, \\ x^2 + y = 42. \end{cases}$$

5. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} 9^x \cdot 4^y = 324, \\ \log_{\frac{1}{9}}(x+y) = -0,5. \end{cases}$$

6. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} (x+y)^2 \cdot 2^{x-y} = 50, \\ 2 \log_{0,04}(x+y) = y-x. \end{cases}$$

7. Обчислити значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} \log_2 y = \log_4(xy-2), \\ \log_9 x^2 + \log_3(x-y) = 1. \end{cases}$$

8. Знайти значення виразу  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} 4y - 3^{x+y \log_3 2} = 4, \\ 3^x + 3^{y \log_3 2} = 7. \end{cases}$$

9. Знайти найбільше значення виразу  $x + 0,1 \cdot y$ , якщо

$$\begin{cases} \lg^2 x = \lg^2 y + \lg^2 xy, \\ \lg^2(x - y) + \lg x \lg y = 0. \end{cases}$$

10. Обчислити суму  $x + y$ , якщо

$$\begin{cases} \log_3 x - 2^y + y = 3, \\ y \cdot 2^y + 2^y \cdot \log_3 x = 4. \end{cases}$$

## Група 2

11. Знайти найбільше значення виразу  $(x - y)^2$ , якщо відомо, що  $|x| < 2$ ,  $|y| < 2$  і

$$\begin{cases} x + y = \frac{2}{3}, \\ \operatorname{tg} \pi x + \operatorname{tg} \pi y = 2\sqrt{3}. \end{cases}$$

12. Знайти найменше значення виразу  $3xy$ , якщо відомо, що  $x > 0$ ,  $y > 0$  і

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{3}, \\ \cos \pi x + \cos \pi y = \frac{3}{2}. \end{cases}$$

13. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} x + y = \frac{5}{6}, \\ \cos^2 \pi x + \cos^2 \pi y = \frac{1}{4}. \end{cases}$$

14. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{3}, \\ \sin^2 \pi x - \sin^2 \pi y = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

15. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{3}, \\ \cos \pi x \cdot \cos \pi y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

16. Знайти найменше значення виразу  $9|xy|$ , якщо

$$\begin{cases} x + y = \frac{4}{3}, \\ \sin \pi x \cdot \sin \pi y = \frac{3}{4}. \end{cases}$$

17. Знайти найбільше значення виразу  $(xy)^{-1}$ , якщо

$$\begin{cases} x + y = \frac{1}{2}, \\ \operatorname{tg} \pi x \cdot \operatorname{ctg} \pi y = 1. \end{cases}$$

18. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{x}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} x - y = \frac{1}{6}, \\ \operatorname{ctg} \pi x \cdot \operatorname{ctg} \pi y = 1. \end{cases}$$

19. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} \sin \pi x + \cos \pi y = 0, \\ \sin^2 \pi x + \cos^2 \pi y = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

20. Знайти найбільше значення виразу  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ , якщо

$$\begin{cases} \sin \pi x \sin \pi y = \frac{3}{4}, \\ \operatorname{tg} \pi x \cdot \operatorname{tg} \pi y = 3. \end{cases}$$

### Група 3

21. Знайти найбільше значення виразу  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} \operatorname{arctg}^2 x + \operatorname{arccos}^2 y = \frac{5\pi^2}{36}, \\ \operatorname{arctg} x + \operatorname{arccos} y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

22. Обчислити добуток  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} \operatorname{arccos}^2 x + \operatorname{arcsin}^2 y = \frac{5\pi^2}{8}, \\ \operatorname{arccos} x + \operatorname{arcsin} y = \pi. \end{cases}$$

23. Обчислити значення виразу  $x^2 + y^2$ , якщо

$$\begin{cases} x + y = -2, \\ \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

24. Обчислити добуток  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ \arccos x - \arcsin y = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

25. Обчислити значення виразу  $x^2 + y^2$ , якщо

$$\begin{cases} \arcsin x - \arccos y = \frac{\pi}{12}, \\ \arcsin x \cdot \arccos y = \frac{\pi^2}{12}. \end{cases}$$

26. Обчислити добуток  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} \operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} y = \frac{2\pi}{3}, \\ \operatorname{arctg} x \cdot \operatorname{arctg} y = -\frac{5\pi^2}{36}. \end{cases}$$

27. Обчислити добуток  $xy$ , якщо

$$\begin{cases} 3 \arccos \frac{x+y}{2} + 4 \arcsin \frac{x-y}{2} = \pi, \\ 2 \arccos \frac{x+y}{2} - \frac{2}{3} \arcsin \frac{x-y}{2} = \frac{3\pi}{2}. \end{cases}$$

28. Обчислити частку  $\frac{y}{x}$ , якщо

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{\operatorname{arctg} x} - \frac{\pi}{\operatorname{arctg} y} = 9, \\ \frac{3\pi}{\operatorname{arctg} x} + \frac{4\pi}{\operatorname{arctg} y} = -3. \end{cases}$$

29. Обчислити значення виразу  $\sqrt{3}(y - x)$ , якщо

$$\begin{cases} \operatorname{arctg} x = -\operatorname{arctg} y, \\ y = -3x. \end{cases}$$

30. Обчислити значення виразу  $2(\sqrt{3}x - y)$ , якщо

$$\begin{cases} \arcsin x = -\arccos y, \\ x = -\sqrt{3}y. \end{cases}$$

## § 16. Рівняння та системи рівнянь з параметром

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $(3a + 1)x = 2a + (2a + 3)x$  не має розв'язку.

2. Знайти значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $a^2x - a = 3(ax - 1)$  має безліч розв'язків.

3. Знайти значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $a^2(x - 1) - 3ax = 4x - 1$  не має розв'язку.

4. Знайти значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $a^2(x - 3) - 9x + 10a = 3$  має безліч розв'язків.

5. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(a - 2)x = a + 3$  має недодатний розв'язок.

6. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(4 - a)x = a - 2$  має невід'ємний розв'язок.

7. Обчислити добуток всіх значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $3x = a$  та  $(5 - a)x = 2$  мають однакові розв'язки.

8. При якому значенні параметра  $a$  розв'язок рівняння  $(a - 2)x = 3a + 3$  вдвічі більший розв'язку рівняння  $(a - 1)x = 2a + 2$ .

9. Знайти найбільше число серед розв'язків рівнянь вигляду  $(2a - 1)x = 6a + 12$ , де  $a$  — цілий параметр.

10. Знайти найменше число серед розв'язків рівнянь вигляду  $(3a + 2)x = 4(1 - 3a)$ , де  $a$  — цілий параметр.

#### Група 2

11. Обчислити суму всіх значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $a^2(x + 1) + 2 = a(x + 3)$  немає розв'язків або має безліч розв'язків.

12. Обчислити суму всіх значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $a(ax - a - 1) = 3(ax - a - 1)$  немає розв'язків або має безліч розв'язків.

13. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(2a - 2)x = (a + 1)x + 3a$  має розв'язки, які не більші за 2.

14. Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , для якого всі розв'язки рівняння  $(a^2 + a)x + 4 = a^2(1 + ax) - 2x$  є додатними.

15. Обчислити суму всіх цілих додатних значень параметра  $a$ ,

для яких розв'язки рівняння  $16(a^2x - 1) + a^2 = (9a^2 + 28)x$  є невід'ємними.

**16.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $a(4x + a) = 16 - a^2x$  має лише додатні розв'язки.

**17.** При якому значенні параметра  $a$  рівняння

$$\frac{3x - 4}{x - 2} = a$$

немає розв'язку?

**18.** При якому значенні параметра  $a$  рівняння

$$\frac{2 - 15x}{3x - 1} = a$$

немає розв'язку?

**19.** Визначити число значень параметра  $a$ , для яких рівняння

$$\frac{3x - 1}{ax} = a - 2$$

немає розв'язку.

**20.** Обчислити суму всіх значень параметра  $a$ , для яких рівняння

$$\frac{3}{(a + 3)x} + \frac{5}{a + 3} = a - 1$$

немає розв'язку.

### Група 3

**21.** При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} ax + y = a^2 - 2, \\ 3x + (a - 2)y = 3 \end{cases}$$

немає розв'язку?

**22.** При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} (a - 1)x + 2ay = -2, \\ 2ax + (a - 1)y = a - 1 \end{cases}$$

має безліч розв'язків?

**23.** При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} a^2x - 2y = 2\frac{1}{3}, \\ 3x - 6y = -7a \end{cases}$$

немає розв'язку?

**24.** При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} (a + 1)x + (a - 1)y = 2, \\ 5x - (1 - a)y = 5 \end{cases}$$

має безліч розв'язків?

**25.** Знайти найменше значення параметра  $a$ , для якого розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} (a - 1)x + y = 2, \\ x + y = a, \end{cases}$$

задовольняють умовам  $x < 0$ ,  $y \geq 0$ .

**26.** Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , для якого розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} ax - 2y = 3, \\ ax + ay = 4, \end{cases}$$

задовольняють умовам  $x > 0$ ,  $y > 0$ .

**27.** Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , для якого розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} ax + 3y = -a, \\ 3x + ay = 12 \end{cases}$$

задовольняють умовам  $x > 0$ ,  $y > 0$ .

**28.** Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , для якого розв'язки системи рівнянь

$$\begin{cases} 3x - 6y = 1, \\ 5x + ay = 2 \end{cases}$$

задовольняють умовам  $x > 0$ ,  $y < 0$ .

**29.** Для якого найменшого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} ax + 2y = 1, \\ x + 2y = 2, \\ x - 2y = a \end{cases}$$



має розв'язок?

**30.** Знайти значення параметра  $a$ , для якого система рівнянь

$$\begin{cases} ax + 4y = a + 2, \\ x + ay = 2, \\ ax + a^2y = 2a \end{cases}$$

немає розв'язку?

### Варіант Б Група 1

**1.** Обчислити добуток  $ax_0$ , де  $x_0$  — розв'язок рівняння  $(2x - a)^2 + 2x^2 - 8x + 8 = 0$  з параметром  $a$ .

**2.** Обчислити суму  $a + x_0$ , де  $x_0$  — розв'язок рівняння  $9x^2 - 12ax + 4a^2 + |x - 4| = 0$  з параметром  $a$ .

**3.** Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $x^2 - ax + a + 3 = 0$  не має дійсного розв'язку.

**4.** Знайти найменше натуральне значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $x^2 - ax + 2a + 5 = 0$  має два різні дійсні розв'язки.

**5.** Знайти найменше значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $(a + 1)x^2 - (a - 1)x - 2a = 0$  має один розв'язок.

**6.** Для якого найбільшого значення параметра  $a$  сума квадратів коренів квадратного тричлена  $2x^2 - ax + 2a$  дорівнює 45?

**7.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких квадратний тричлен  $3x^2 - 2ax - a + 6$  має два різних додатних корені.

**8.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких квадратний тричлен  $(a + 1)x^2 - 4ax + a - 5$  має два корені різних знаків.

**9.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких квадратний тричлен  $(a - 3)x^2 - 2(a + 10)x + a + 3$  має два різні від'ємні корені.

**10.** Обчислити суму всіх значень параметра  $a$ , для яких квадратний тричлен  $x^2 - 2ax + 2a^2 - 6a + 8$  є квадратом двочлена.

### Група 2

**11.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких квадратний тричлен  $(a - 2)x^2 + 2(a + 4)x + a + 10$  має два корені

різних знаків, причому модуль від'ємного кореня більший за модуль додатного.

**12.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких квадратний тричлен  $(a - 2)x^2 - 2(a + 3)x + a + 8$  має два корені різних знаків, причому модуль додатного кореня більший за модуль від'ємного.

**13.** Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $x^4 - (a + 1)x^2 + a + 1 = 0$  має чотири різні дійсні розв'язки.

**14.** Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $2x^4 + (2a - 1)x^2 + a - 1 = 0$  немає дійсного розв'язку.

**15.** Для якого найменшого значення параметра  $a$  рівняння  $\sqrt{3x^2 + 16} = a - 4$  має розв'язок?

**16.** Для якого найбільшого значення параметра  $a$  рівняння  $\sqrt{2x^2 + 49} = 6 - 2a$  має розв'язок?

**17.** Для якого значення параметра  $a$  рівняння  $\sqrt{4x^2 - 12x + 10} = a - 3$  має один розв'язок?

**18.** Для якого найбільшого значення параметра  $a$  рівняння  $\sqrt{x^2 + 2x + 2} = 5 - 2a$  має розв'язок?

**19.** Обчислити добуток  $ax_0$ , де  $a$  — найбільше значення параметра, для якого рівняння  $(a - 1) \cdot (|x + 4| + 1) = 4$  має один розв'язок  $x_0$ .

**20.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(5 - a) \cdot (|x + 2| + 1) = 8$  має два розв'язки.

### Група 3

**21.** Знайти середнє арифметичне всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(a - 2)x - 2a\sqrt{x} + 2a - 3 = 0$  має один дійсний розв'язок.

**22.** Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $x - 2(a - 1)\sqrt{x} + 2a + 1 = 0$  має два різні додатні розв'язки.

**23.** Знайти суму цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $9^x + 2(a + 3) \cdot 3^x + a^2 = 22$  має розв'язок.

**24.** Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $a \cdot 9^x - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$  має один розв'язок.

**25.** Для якого значення параметра  $a$  рівняння  $(x^2 - a) \cdot \lg(x - 3) = 0$  має один розв'язок?

**26.** Для якого найменшого цілого значення параметра  $a$  рівняння  $(x^2 - a) \cdot \log_{0,5a-7,5}(x-4) = 0$  має два розв'язки?

**27.** Для якого цілого значення параметра  $a$  рівняння

$$\sqrt{x-a} \cdot \arcsin\left(\frac{x^2-2x-3}{3}\right) = 0$$

має два розв'язки?

**28.** Знайти число цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння

$$(x-a) \cdot \arccos\left(\frac{x^2-4x}{5}\right) = 0$$

має три розв'язки.

**29.** Для якого значення параметра  $m$  рівняння  $|x^2 - 6x + 6| = m$  має три розв'язки?

**30.** Для якого найменшого цілого ненульового значення параметра  $m$  рівняння  $|x^2 - 6x + 2| = m$  має два розв'язки?

## Варіант В

### Група 1

**1.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(a-6) \sin x = a^2 - 5a + 9$  має розв'язок.

**2.** Знайти найбільше значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $(3a - a^2 - 10) \cos x = a^2 + 2a + 7$  має розв'язок.

**3.** Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $(a^2 - 2a + 9) \sin x = a^2 + 3a + 10$  має розв'язок.

**4.** Знайти найменше значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $(a^2 + 2a + 4) \cos x = a^2 - 3a + 5$  має розв'язок.

**5.** Для якого найменшого цілого значення параметра  $a$  рівняння  $\cos^{-4} x - \operatorname{tg}^4 x = \frac{a}{4}$  має розв'язок?

**6.** Для якого найбільшого цілого значення параметра  $a$  рівняння  $(3a + 4) \sin x + (4a - 3) \cos x = a^2 + 1$  має розв'язок?

**7.** Для якого найменшого цілого значення параметра  $a$  рівняння  $(5a + 12) \sin x - (12a - 5) \cos x = a^2 + 1$  має розв'язок?

**8.** Обчислити суму найбільшого від'ємного та найменшого додатного цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(a-2)^2 \sin x + (a^2 - 4) \cos x = 3\sqrt{2}(a-2)$  має розв'язок.

9. Обчислити суму найбільшого від'ємного та найменшого додатного цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $(a + 1)^2 \sin x - (a^2 - 1) \cos x = 5\sqrt{2}(a + 1)$  має розв'язок.

10. Знайти середину проміжку значень параметра  $a$ , для якого рівняння  $\cos^4 x + \cos^4(x - \frac{\pi}{4}) = a$  має розв'язок?

### Група 2

11. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $4 \sin^2 x - 2 \sin x + a = 0$  має розв'язок.

12. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $5 \cos^2 x + 2 \cos x + 3a = 0$  має розв'язок.

13. Для якого найменшого значення параметра  $a$  рівняння  $4 \sin^2 x - 20 \sin x + a + 1 = 0$  має розв'язок?

14. Для якого найменшого значення параметра  $a$  рівняння  $4 \cos^2 x + 35 \cos x + 3a = 0$  має розв'язок?

15. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $0,5 \sin 2x + \cos^2 x = 0,5a$  має розв'язок.

16. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких рівняння  $\sin^2 x - \frac{3}{2} \sin 2x = 0,5a$  має розв'язок.

17. Для якого найменшого значення параметра  $a$  рівняння  $2|x - 3| = x + a$  має розв'язок?

18. Для якого найменшого значення параметра  $a$  рівняння  $x + \sqrt{x^2 - 1} = a$  має розв'язок?

19. Для якого найбільшого від'ємного значення параметра  $a$  рівняння  $a \sin(x + \frac{\pi}{4}) - \sin 2x = 9$  має розв'язок?

20. Для якого найменшого натурального значення параметра  $a$  рівняння  $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x(x-1)} = 2 \sin \frac{a\pi}{2}$  має розв'язок?

### Група 3

21. Для якого найбільшого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 50, \\ |x| + y = a \end{cases}$$

має два розв'язки?

**22.** Обчислити добуток  $a_0(\sqrt{2} + 1)$ , де  $a_0$  — найменше значення параметра  $a$ , для якого система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 6y, \\ y = |x + a| \end{cases}$$

має три розв'язки?

**23.** Для якого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a, \\ 3x - 4y = 60 \end{cases}$$

має один розв'язок?

**24.** Для якого найменшого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 27,04, \\ 3x + 4y = a \end{cases}$$

має один розв'язок?

**25.** Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $a$ , для яких система рівнянь

$$\begin{cases} |x| + |y| = 2, \\ y = x^2 + a \end{cases}$$

має розв'язок.

**26.** Для якого найменшого цілого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} \log_3 x + \log_3 y = 1 + 3 \log_3 2, \\ \log_a(x + y) = 2 \end{cases}$$

має розв'язок?

**27.** Для якого найменшого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} \log_y x + \log_x y = \frac{5}{2}, \\ x + y = a^2 + a \end{cases}$$

немає розв'язку?

**28.** Обчислити суму всіх від'ємних значень параметра  $a$ , для яких система рівнянь

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1, \\ (x - 9)^2 + (y - 3)^2 = a^2 \end{cases}$$

має один розв'язок?

**29.** Обчислити суму всіх значень параметра  $a$ , для яких система рівнянь

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1, \\ (x - 2)^2 + (y - a)^2 = 9 \end{cases}$$

має один розв'язок?

**30.** Для якого найменшого значення параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 1, \\ (x - 7)^2 + (y + 9)^2 = a^2 \end{cases}$$

має розв'язок?

## § 17. Алгебраїчні раціональні нерівності

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$2 + \frac{x + 17}{5} \geq \frac{3x - 7}{4}.$$

2. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$10 - \frac{3x - 1}{2} \leq \frac{6x + 3}{11}.$$

3. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{x - 4}{5} > 9 + \frac{2x - 4}{2}.$$

4. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\frac{6x + 7}{3} - 2 < \frac{5x - 3}{2}.$$

5. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$2x - \frac{4x - 7}{4} \geq \frac{5x + 7}{5}.$$

6. Знайти найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\frac{3 - 2x}{5} \leq 2 - \frac{2(3x + 7)}{15}.$$

7. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$abx \leq (a + x)a^2 + (b + x)b^2,$$

якщо  $a = 34, 4$ ;  $b = 15, 6$ .

8. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$(a^2x - a - b)a \geq (bx + 1)b^2,$$

якщо  $a = -14, 25$ ;  $b = -14, 2$ .

9. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$a^2y \geq (1 + y)b^2 + (a + 2b)a,$$

якщо  $a = 63$ ,  $b = 69$ .

10. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$(a^2 - ab)y \geq a^3 + b^2(b - y),$$

якщо  $a = 92$ ,  $b = -99$ .

### Група 2

11. Знайти число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{16} - \frac{7}{8} > \frac{3x}{16} - \frac{5}{2}, \\ \frac{x+4}{16} < 2 - \frac{2-x}{6}. \end{cases}$$

12. Обчислити суму всіх цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2x+1}{2} + 3 < 2x - 6, 25, \\ \frac{10x}{3} < 2x + 19, 4. \end{cases}$$

13. Знайти найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-6}{10} + 2 > \frac{x-2}{20} - 1, \\ \frac{x}{2} - 3 > \frac{x-8}{6}. \end{cases}$$

14. Знайти найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 3 - \frac{13x-2}{11} < 2x, \\ \frac{x}{3} - 2\frac{2}{9} > \frac{x}{6} + \frac{2}{3}(x-7). \end{cases}$$

15. Обчислити суму всіх цілих розв'язків подвійної нерівності

$$\frac{x-2}{2} \leq \frac{x}{3} < \frac{5x+15}{6}.$$



16. Обчислити суму всіх цілих розв'язків подвійної нерівності

$$\frac{3x + 12}{35} \leq \frac{x}{5} < \frac{x + 2}{7}.$$

17. Знайти найбільше значення функції  $y = -2x - 10$  з областю визначення, що задається системою нерівностей

$$\begin{cases} 3x - 2 \leq 3(2x + 1) + 16, \\ 2(4 + x) \leq \frac{3}{2}x + 8. \end{cases}$$

18. Знайти найменше значення функції  $y = 2x + 7$  з областю визначення, що задається системою нерівностей

$$\begin{cases} 3(4x + 1) + 16 \geq 2(3x - 1), \\ 3x + 8 \geq 4(2 + x). \end{cases}$$

19. Знайти найменше значення функції  $y = \frac{18}{x}$  з областю визначення, що задається системою нерівностей

$$\begin{cases} \frac{5x+18}{3} - x \geq 2x, \\ 1 - \frac{6-5x}{4} \geq x. \end{cases}$$

20. Знайти найбільше значення функції  $y = -\frac{21}{x}$  з областю визначення, що задається системою нерівностей

$$\begin{cases} 4 - \frac{x-4}{3} \leq x, \\ \frac{7x-1}{8} \leq 6. \end{cases}$$

**Група 3**

21. Розв'язати нерівність  $(2x - 1)^2 \leq 8(x - 1)$ .

22. Знайти значення  $x$ , що не є розв'язком нерівності

$$(4x + 3)^2 + (3x + 1)^2 > 1.$$

23. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$(4x + 7)^2 > 25.$$

24. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$49 < (6 - 5x)^2.$$

25. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{(2x + 1)^2}{25} - \frac{x - 1}{3} \leq x.$$

26. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$\frac{(3x + 2)^2}{11} - \frac{x + 5}{4} \geq x^2.$$

27. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$(2x - 1)(x + 7) < 0.$$

28. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$-2(x + 4, 5)(x - 2) \geq 0.$$

29. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{3}{3x + 1} \geq \frac{2}{2x - 5}.$$

30. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{3}{3x - 2} \leq \frac{1}{x + 2}.$$

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$4x^2 \left(1 - \frac{6}{x}\right) < 3x + \frac{7x - 7}{x - 1}.$$

2. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$3x^2 \left(\frac{6}{x} - 1\right) > \frac{x^2 - x}{x - 1} - 6.$$

3. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$8x^2 + 2x + \frac{4}{x + 2} \geq 21 + \frac{4x + 12}{(x + 2)(x + 3)}.$$

4. Визначити найбільший натуральний розв'язок нерівності

$$3x(x - 11) + \frac{8(x^2 - 8x + 16)}{x - 4} \leq \frac{x^2 - 9}{x + 3}.$$

5. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(4x^2 - x) \cos 2 \geq (x + 6) \cos 2.$$

6. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(2x^2 - x) \operatorname{tg} 5 \geq (70 - x^2) \operatorname{tg} 5.$$

7. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\frac{(x + 2)^2}{(x - 3)(x - 5)} \leq 0.$$

8. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{(x + 8)^2}{(x + 7)(x + 9)^2} < 0.$$

9. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{(x+3)^2(x+7)}{(x^2+3)(x+11)} \leq 0.$$

10. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$\frac{(x-8)(x-6)^2}{(x^2+6)(x-12)} \leq 0.$$

### Група 2

11. Обчислити суму цілих від'ємних розв'язків нерівності

$$\frac{1}{x+2} \leq \frac{3}{x-3}.$$

12. Обчислити суму цілих додатних розв'язків нерівності

$$\frac{4-x}{x-5} > \frac{1}{1-x}.$$

13. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{x+7}{x-2} > x-1.$$

14. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x+3 < -\frac{1}{x+1}.$$

15. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2}{x+2} < \frac{1}{x-3}.$$

16. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{1}{1-x} < \frac{3}{x+3}.$$

17. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{(2x - 3) \operatorname{ctg} 6}{x} > -\frac{(2x - 3) \operatorname{ctg} 6}{x(x + 1)}.$$

18. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{12 \sin 4}{x} < \frac{(x + 4) \sin 4}{x - 1}.$$

19. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2x - 3}{(4 - x) \log_2 0,2} < \frac{\log_{0,2} 2}{x}.$$

20. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{\lg e}{4(2 - x)} > \frac{x + 2}{(4x + 1) \ln 10}.$$

### Група 3

21. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x^3 + 1)(3 - x)(x - 2)^2 > 0.$$

22. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(2x - 5)(x^2 + 4)(x^3 + 8)(x + 1)^2 < 0.$$

23. Знайти середнє арифметичне цілих розв'язків нерівності

$$(x - 1)^4 - 20(x - 1)^2 + 64 < 0.$$

24. Знайти середнє арифметичне цілих розв'язків нерівності

$$(x + 2)^4 - (x + 2)^2 < 12.$$

25. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$(x^2 + 6x)^2 + x^2 + 6x < 56.$$

26. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$(x^2 - 2x - 5)^2 - 8(x^2 - 2x - 5) < 20.$$

27. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x^2 + x - 1)(x^2 + x + 2) < 40.$$

28. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x^2 - x - 16)(x^2 - x + 2) < 88.$$

29. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x + 1)^2(x - 1)(x + 3) < 45.$$

30. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x - 2)^2(x + 2)(x - 6) + 15 < 0.$$

### Варіант В

#### Група 1

1. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$(x + 1)^3 + (2 - x)^3 \leq 3x^2 - 12x + 18.$$

2. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$(2x - 1)^3 - (2x - 3)^3 \geq 25x^2 - 40x + 6.$$

3. Обчислити суму натуральних розв'язків нерівності

$$(\pi - 4)(e - 3)(x^3 - 1)(x^4 - 625) \sin 2e > 0.$$

4. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x - \pi)^2(x - 1)(x - e) \operatorname{tg} e \geq 0.$$

5. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$x^2 + 2x + \cos 6 < 0.$$

6. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\sin 1,57 - 4x - x^2 \geq 0.$$

7. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$x^2 + 6x - \log_2 129 \leq 0.$$

8. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x^2 - 8x - \log_3 8 \leq 0.$$

9. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{(2 - x^2)(x - 3)^2}{(x + 1)(x^2 - 3x - 4)} > 0.$$

10. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x^3(5 - x)^6(x - 1)^2}{(x - 2)(x + 3)^5(x - 5)} \leq 0.$$

## Група 2

11. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2x - 5}{x^2 - 6x - 7} < \frac{1}{x - 3}.$$

12. Визначити число цілих від'ємних розв'язків нерівності

$$\frac{2}{2 - x} + \frac{3}{2 + x} \geq \frac{4x}{4 - x^2}.$$

13. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{2 - x} + \frac{5}{2 + x} > 1.$$

14. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{1}{x + 5} + \frac{1}{x + 4} \geq \frac{4x}{x^2 + 9x + 20}.$$

15. Визначити число цілих від'ємних розв'язків нерівності

$$\frac{1}{x^2 - 9} + \frac{1}{3x - x^2} < \frac{3}{2x + 6}.$$

16. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{9}{(x - 2)^2} - \frac{5}{(x + 2)^2} > \frac{12}{x^2 - 4}.$$

17. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\left( \frac{x + 3}{x - 3} - \frac{x - 3}{x + 3} \right) : \frac{2x^2}{3x - 9} \leq 0.$$

18. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x + 1}{x} : \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 2x} + \frac{2}{x - 2} \right) \leq 0.$$

19. Визначити число цілих значень невідомої  $x$ , що не є розв'язками нерівності

$$\left( \frac{x + 5}{x - 5} - \frac{x - 5}{x + 5} \right) : \frac{3x}{2x^2 - 50} \geq 0.$$

20. Визначити число цілих значень невідомої  $x$ , що не є розв'язками нерівності

$$\frac{x - 2}{x - 5} : \left( \frac{x^2 + 24}{x^2 - 25} - \frac{4}{x - 5} \right) \geq 0.$$

### Група 3

21. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 + x + 2}{x^2 + x + 1} + \frac{x^2 + x + 6}{x^2 + x + 3} > 4.$$

22. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} \geq 1.$$



**23.** Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$x^2 - 3x - \frac{8}{x^2 - 3x} \leq 2.$$

**24.** Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{3}{x^2 - 4x + 1} - x^2 \geq 3 - 4x.$$

**25.** Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} \leq \frac{7}{9} \cdot \frac{x + 1}{x - 1}.$$

**26.** Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$2(x^2 + x + 1)^2 - 7(x - 1)^2 \leq 13(x^3 - 1).$$

**27.** Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$(x^2 - 1)(x^2 - 4x + 3) \leq 45.$$

**28.** Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$(x^2 - 1)(x^2 + 2x) \leq 24.$$

**29.** Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x^2}{3} + \frac{48}{x^2} \leq 10 \left( \frac{x}{3} - \frac{4}{x} \right).$$

**30.** Обчислити добуток числа цілих розв'язків нерівності та найбільшого з них

$$x(x + 3) \leq \frac{1}{x} \left( 3 - \frac{1}{x} \right).$$

## § 18. Ірраціональні нерівності

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти цілий розв'язок нерівності  $\sqrt{25 - 4x} < 2$ .
2. Знайти цілий розв'язок нерівності  $\sqrt{9x - 49} < 3$ .
3. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{16 + 8x - 3x^2} > -2.$$

4. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{10 + 7x - 3x^2} > -3.$$

5. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\sqrt{9 - 2x} \cdot \sqrt{3x + 5} \geq -1.$$

6. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\sqrt{8x + 16} \cdot \sqrt{3 - 2x} > -5.$$

7. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{48 - 8x}}{\sqrt{1 + 3x}} > -6.$$

8. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{14 + 4x}}{\sqrt{1 - 5x}} > -4.$$

9. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\sqrt{12 - 3x} + \sqrt{14 - 4x} > 0.$$

10. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\sqrt{17 + 4x} + \sqrt{2x + 8} > 0.$$

## Група 2

11. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{21 - 4x} \cdot (15 - 6x) < 0.$$

12. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$(33 - 4x) \cdot \sqrt{13 - 2x} > 0.$$

13. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(5x + 9) \cdot \sqrt{26 + 5x} \geq 0.$$

14. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(3x - 12) \cdot \sqrt{42 - 4x} \leq 0.$$

15. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$(5x + 36) \cdot \sqrt{2x - 5} \cdot \sqrt{3x - 10} > 0.$$

16. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{x - 2} \cdot \sqrt{32 - 5x} \cdot (4x - 25) < 0.$$

17. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{x^2 + 18x + 81}}{x + 10} > 0.$$

18. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{3x^2 - 66x + 363}}{12 - x} > 0.$$

19. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(4x^2 - 25) \cdot \sqrt{3x - 6} \geq 0.$$

20. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(2x^2 - 18) \cdot \sqrt{21 - 15x} \geq 0.$$

## Група 3

21. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{16 + 2x - 3x^2}}{3x + 1} \geq 0.$$

22. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{28 + x - 2x^2}}{2x - 7} \leq 0.$$

23. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 + 5x - 14}{(x - 2)\sqrt{x + 7}} \leq 3.$$

24. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 - 9x + 20}{(5 - x)\sqrt{x - 4}} > -2.$$

25. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{7 - 2x} > \sqrt{3 + x}.$$

26. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{3x - 8} < \sqrt{x + 1}.$$

27. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{8x - x^2 - 15} + \sqrt{10 - 2x} \neq 0.$$

28. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{24 + 2x - 5x^2} + \sqrt{3x + 6} \neq 0.$$

29. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{2 - 5x - 3x^2} \neq \sqrt{-7x - 3x^2}.$$

30. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{5 + 24x - 5x^2} \neq \sqrt{68 + 3x - 5x^2}.$$

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(\sqrt{5+2x} + \sqrt{5-2x})^2 > \sqrt{100-16x^2}.$$

2. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(\sqrt{2x+3} + \sqrt{3-2x})^2 > \sqrt{36-16x^2}.$$

3. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$(\sqrt{9-2x} - \sqrt{9+2x})^2 - 18 < \sqrt{81-4x^2}.$$

4. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$(\sqrt{3x-10} - \sqrt{3x+10})^2 < \sqrt{9x^2-100} + 6x.$$

5. Розв'язати нерівність

$$\sqrt{2x-7} + \frac{9}{\sqrt{2x-7}} \leq 6.$$

6. Розв'язати нерівність

$$\sqrt{5x-9} + \frac{16}{\sqrt{5x-9}} \leq 8.$$

7. Обчислити суму розв'язків нерівності

$$\frac{1}{\sqrt{x^2-2x-2}} + \sqrt{x^2-2x-2} \leq 2.$$

8. Обчислити добуток розв'язків нерівності

$$\sqrt{3x^2-2x+4} + \frac{25}{\sqrt{3x^2-2x+4}} \leq 10.$$

9. Розв'язати нерівність

$$\sqrt{\frac{3x+7}{x-2}} \leq 4 \left( 1 - \sqrt{\frac{x-2}{3x+7}} \right).$$

10. Розв'язати нерівність

$$\sqrt{\frac{2x-4}{x+3}} + \sqrt{\frac{x+3}{2x-4}} \leq 2.$$

### Група 2

11. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{x+1} \geq 2x-4.$$

12. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{x+7} \geq 4x-5.$$

13. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{x-1} < x-3.$$

14. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{x+18} < 2-x.$$

15. Обчислити добуток найменшого та найбільшого розв'язків нерівності

$$\sqrt{10-x} \geq 4-x.$$

16. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\sqrt{5-2x} \leq 6x-1.$$

17. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\sqrt{4x^2-2x-2} < 1-2x.$$

18. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{8+2x-x^2} < 6-3x.$$

19. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\sqrt{2x^2-18} \leq x+3.$$

20. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{-x^2+6x-5} > 8-2x.$$

## Група 3

21. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{\sqrt{x+4}}{2-x} \leq -1.$$

22. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{\sqrt{15+x}}{3-x} < -2.$$

23. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{19-4x}}{x-1} \leq 2,$$

що задовольняє умову  $2 \leq x \leq 5$ .

24. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{6x+171}}{x-4} \geq 3.$$

25. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} < \frac{1}{x-3}.$$

26. Визначити число від'ємних цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{\sqrt{x+18}} > \frac{1}{2-x}.$$

27. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$\frac{1}{x-3} \geq \frac{1}{\sqrt{x^2-4x}}.$$

28. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{x-1} \geq \frac{4}{\sqrt{3x^2+4}}.$$

29. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\sqrt{x+2} > \frac{15}{x\sqrt{x+2}}.$$

30. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\frac{x^2 - 2x + 60}{2x\sqrt{x+1}} < \sqrt{x+1}.$$

### Варіант В

#### Група 1

1. Розв'язати нерівність

$$\sqrt{2x^2 - 9x + 7} \leq (\sqrt{2x - 7})^2 + (\sqrt{7 - 2x})^2.$$

2. Розв'язати нерівність

$$(\sqrt{2x - 9})^2 + (\sqrt{9 - 2x})^2 \leq \sqrt{9 + 7x - 2x^2}.$$

3. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{4\sqrt{x-1} - x + 6} > \frac{1}{9}.$$

4. Визначити число розв'язків нерівності

$$\frac{1}{4x - 6\sqrt{4x-1} + 9} \geq 1.$$

5. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 12 < 0.$$

6. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\sqrt{x^3 + 8} + \sqrt[4]{x^3 + 8} - 6 \leq 0.$$

7. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$x^5 - 33x^2\sqrt{x} + 32 > 0.$$



8. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x^2\sqrt{x} - 244x\sqrt[4]{x} + 243 < 0.$$

9. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\sqrt{\frac{2x-4}{x+2}} + 2\sqrt{\frac{x+2}{2x-4}} \leq 3.$$

10. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\sqrt{\frac{5x+2}{x+3}} - 2\sqrt{\frac{x+3}{5x+2}} > 1.$$

### Група 2

11. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$(x+1)\sqrt{x^2+x-2} < 2(x+1).$$

12. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$(x+3)\sqrt{x^2-5x+4} > 2x+6.$$

13. Обчислити суму цілих від'ємних розв'язків нерівності

$$(x-10)\sqrt{x^2-x-20} > 6x-60.$$

14. Обчислити суму натуральних розв'язків нерівності

$$(x+10)(\sqrt{x^2-x-6}-6) < 0.$$

15. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{(x^2-1)\sqrt{8-2x-3x^2}}{x^3-1} \geq 0.$$

16. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{(1-x^4)\sqrt{10+x-3x^2}}{x^3+1} \geq 0.$$

17. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{(x^2 - 1)\sqrt{6 + x - x^2}}{x^2 - 3x} \neq 0.$$

18. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{x^3 + 5x^2 + 4x}{(x + 2)\sqrt{5 - 4x - x^2}} \neq 0.$$

19. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{5 + 4x - x^2}}{x - 3} > \frac{\sqrt{5 + 4x - x^2}}{3x + 6}.$$

20. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{\sqrt{8 + 2x - x^2}}{2x - 5} > \frac{\sqrt{8 + 2x - x^2}}{x + 1}.$$

### Група 3

21. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x + 4)\sqrt{x^2 + 2x} < 16 - x^2.$$

22. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x + 8)\sqrt{x^2 - 3x - 10} < 64 - x^2.$$

23. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{y + 8} + \sqrt{2y - 12} < 6.$$

24. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{3y - 72} + \sqrt{y} < 12.$$

25. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{y + 20} > \sqrt{y} + \sqrt{2y - 28}.$$

**26.** Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\sqrt{x+3} - \sqrt{x-2} > \sqrt{x-1}.$$

**27.** Знайти найменший розв'язок нерівності

$$\frac{10 - 2\sqrt{25 - x^2}}{x} \geq 1,5.$$

**28.** Знайти найменше значення функції  $y = |2x - 5| + 4$  з областю визначення, що визначається нерівністю

$$\frac{x}{\sqrt{4-x} + \sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{4-x} - \sqrt{x}} > \frac{8}{\sqrt{x}}.$$

**29.** Знайти число цілих розв'язків нерівності

$$4(x+1)^2 + 12(x+1)\sqrt{x+2} < 27(x+2).$$

**30.** Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$(x+3)^2 - 3(x+3)\sqrt{2x^2-18} + 4(x^2-9) < 0.$$

## § 19. Тригонометричні нерівності

### Варіант А

#### Група 1

1. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $2 \sin(2x + 60^\circ) < -1$ .

2. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $2 \sin(3x - 45^\circ) > \sqrt{2}$ .

3. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $2 \cos(5x + 50^\circ) > \sqrt{3}$ .

4. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\sqrt{2} \cos(9x + 72^\circ) < -1$ .

5. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(120^\circ - 4x) < -\sqrt{3}$ .

6. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(27^\circ - 2x) > 1$ .

7. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\operatorname{ctg}(15^\circ - 3x) \leq \sqrt{3}$ .

8. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{ctg}(3x - 30^\circ) > 1$ .

9. Визначити (в градусах) найменший додатний розв'язок подвійної нерівності  $1 \leq 2 \sin(4x - 40^\circ) \leq \sqrt{3}$ .

10. Визначити (в градусах) найбільший від'ємний розв'язок подвійної нерівності  $-1 \leq 2 \cos(27^\circ - 3x) \leq 0$ .

#### Група 2

11. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\sin(5x + 60^\circ) < \sin 220^\circ$ .

12. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\sin(3x - 21^\circ) > \sin 345^\circ$ .

13. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\cos(2x + 40^\circ) > \cos 340^\circ$ .

14. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\cos(12x + 84^\circ) < \cos 228^\circ$ .

15. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(84^\circ - 3x) < \operatorname{tg} 105^\circ$ .

**16.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(6x + 12^\circ) \geq \operatorname{tg} 222^\circ$ .

**17.** Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\operatorname{ctg}(25^\circ - 5x) < \operatorname{ctg} 35^\circ$ .

**18.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{ctg}(4x - 32^\circ) \geq \operatorname{ctg} 128^\circ$ .

**19.** Визначити (в градусах) найменший додатний розв'язок нерівності  $\sin(6x - 72^\circ) \geq -\sin 132^\circ$ .

**20.** Визначити (в градусах) найбільший від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(5x + 20^\circ) \geq -\operatorname{tg} 100^\circ$ .

### Група 3

**21.** Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\sin(4x - 28^\circ) > \cos 34^\circ$ .

**22.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\sin(6x + 32^\circ) < -\cos 68^\circ$ .

**23.** Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\cos(5x - 123^\circ) > -\cos 72^\circ$ .

**24.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\cos(3x + 18^\circ) < -\sin 66^\circ$ .

**25.** Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(9x - 72^\circ) > \operatorname{ctg} 108^\circ$ .

**26.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{tg}(12x + 66^\circ) < -\operatorname{ctg} 48^\circ$ .

**27.** Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\operatorname{ctg}(73^\circ - 5x) \geq \operatorname{tg} 172^\circ$ .

**28.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\operatorname{ctg}(2x - 10^\circ) \leq -\operatorname{tg} 42^\circ$ .

**29.** Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок подвійної нерівності  $\operatorname{ctg} 168^\circ < \operatorname{tg}(3x + 42^\circ) < 0$ .

**30.** Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок подвійної нерівності  $-\operatorname{tg} 69^\circ < \operatorname{ctg}(6x - 15^\circ) < 0$ .

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$2 \sin \left( \frac{\pi x}{12} - \frac{\pi}{6} \right) \geq 1.$$

2. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$2 \sin \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi x}{6} \right) \leq \sqrt{3}.$$

3. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\sqrt{2} \cos \left( \frac{\pi x}{12} - \frac{\pi}{4} \right) \leq 1.$$

4. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$2 \cos \left( \frac{\pi}{3} - \frac{\pi x}{24} \right) \geq \sqrt{3}.$$

5. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi x}{30} - \frac{\pi}{6} \right) \geq \sqrt{3}.$$

6. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{10} - \frac{\pi x}{30} \right) \leq -1.$$

7. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$3 \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi x}{24} + \frac{\pi}{6} \right) \leq \sqrt{3}.$$

8. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{8} - \frac{\pi x}{24} \right) \leq -1.$$

9. Визначити найменший додатний розв'язок подвійної нерівності

$$1 \leq \operatorname{tg} \left( \frac{5\pi x}{24} - \frac{7\pi}{12} \right) \leq \sqrt{3}.$$

10. Визначити найбільший від'ємний розв'язок подвійної нерівності

$$-3 \leq \sqrt{3} \operatorname{ctg} \left( \frac{\pi}{3} - \frac{5\pi x}{24} \right) \leq -1.$$

### Група 2

11. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\cos(3x - 20^\circ) \cos(2x - 30^\circ) - \sin(3x - 20^\circ) \sin(2x - 30^\circ) < 0$ .

12. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\sin(4x + 30^\circ) \cos(2x - 30^\circ) - \cos(4x + 30^\circ) \sin(2x - 30^\circ) < -\frac{1}{2}$ .

13. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $4 \sin(3x + 60^\circ) \cos(3x + 60^\circ) < 1$ .

14. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\cos^2(2x - 10^\circ) - \sin^2(2x - 10^\circ) < \frac{1}{2}$ .

15. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $4 \cos^2(40^\circ - 2x) > 3$ .

16. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $4 \sin^2(40^\circ - x) < 1$ .

17. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\sin(3x + 15^\circ) + \cos(3x + 15^\circ) < 1$ .

18. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\sqrt{3} \sin(2x - 10^\circ) - \cos(2x - 10^\circ) > 1$ .

19. Визначити (в градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності  $\cos(135^\circ + 5x) - \cos 180^\circ > -\sin(225^\circ + 5x)$ .

20. Визначити (в градусах) найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $\sin(6x - 120^\circ) + \sin 90^\circ > \sin(6x + 60^\circ)$ .

### Група 3

21. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\sin^{-2} \left( \frac{\pi x}{2} \right) \leq \sqrt{8} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2}.$$

22. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\sqrt{3} \cos^{-2} \left( \frac{\pi x}{3} \right) \leq 4 \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}.$$

23. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\cos^2\left(\frac{\pi x}{16}\right) < \cos\frac{7\pi}{16} \cdot \sin\frac{\pi}{16}.$$

24. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\sin^2\left(\frac{\pi x}{12}\right) > \sin\frac{5\pi}{12} \cdot \cos\frac{\pi}{12}.$$

25. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\cos\frac{2\pi x}{9} \leq 2\sin^2\left(\frac{\pi x}{9}\right).$$

26. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\cos\frac{\pi x}{9} + 2 \leq 2\sin^2\left(\frac{\pi x}{18}\right).$$

27. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\cos^2\left(\frac{\pi x}{24}\right) < \sqrt{2}\cos\frac{7\pi}{24} \cdot \cos\frac{\pi}{24}.$$

28. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\sin^2\left(\frac{\pi x}{12}\right) > \sqrt{2}\sin\frac{\pi}{24} \cdot \cos\frac{5\pi}{24}.$$

29. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$4\sin^2\left(\frac{\pi x}{18}\right) > \sqrt{3} + 2.$$

30. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$4\cos^2\left(\frac{\pi x}{15}\right) < 2 - \sqrt{2}.$$



**Варіант В**  
**Група 1**

1. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$4 \sin^2 \frac{\pi x}{3} + 4 \sin \frac{\pi x}{3} - 3 \geq 0.$$

2. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$4 \sin^2 \frac{\pi(x-1)}{3} - 4 \sin \frac{\pi(x-1)}{3} - 3 \leq 0.$$

3. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$2 \cos^2 \frac{\pi x}{12} - (\sqrt{3} - 4) \cos \frac{\pi x}{12} - 2\sqrt{3} \leq 0.$$

4. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$2 \cos^2 \frac{\pi x}{6} + \cos \frac{\pi x}{6} \leq 0.$$

5. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$3 \operatorname{tg}^2 \frac{\pi(x-2)}{3} - 2\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi(x-2)}{3} - 3 \leq 0.$$

6. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x}{5} - \sqrt{3} \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{5} \leq 0.$$

7. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$4 \sin^2 \frac{\pi x}{36} + 2 \cos^2 \frac{\pi x}{36} \leq 5 \sin \frac{\pi x}{36}.$$

8. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\sin^2 \frac{2\pi x}{3} + 2 \cos \frac{2\pi x}{3} + 2 \cos^2 \frac{2\pi x}{3} \leq 0.$$

9. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$2 \cos^2 \frac{\pi(x+1)}{6} - 3 \sin \frac{\pi(2-x)}{6} + 1 > 0.$$

10. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$2 \sin^2 \frac{\pi(x-1)}{4} - \cos \frac{\pi(x+1)}{4} - 1 > 0.$$

### Група 2

11. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$8 \cos^2 \frac{\pi x}{12} - 2 \cos \frac{\pi x}{6} < 3.$$

12. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\left( \sin \frac{\pi x}{4} - \cos \frac{\pi x}{4} \right)^2 < \sin \frac{\pi x}{2}.$$

13. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\cos^3 \frac{\pi x}{3} \cdot \cos(\pi x) + \sin^3 \frac{\pi x}{3} \cdot \sin(\pi x) \leq \frac{1}{8}.$$

14. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\cos^3 \frac{\pi x}{12} \cdot \sin \frac{\pi x}{4} + \sin^3 \frac{\pi x}{12} \cdot \cos \frac{\pi x}{4} \geq \frac{3}{8}.$$

15. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$2 \cos \frac{\pi(x-2)}{3} - 2(1 - \sqrt{2}) \cos \frac{\pi(x-2)}{6} + 2 - \sqrt{2} < 0.$$

16. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$2(\sqrt{2} - 1) \sin \frac{\pi(x-4)}{12} - 2 \cos \frac{\pi(x-4)}{6} + 2 - \sqrt{2} < 0.$$

17. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\sin^2 \frac{\pi x}{8} \left( \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{8} + 1 \right) > 1.$$

18. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\cos^2 \frac{\pi x}{8} \left( \operatorname{tg} \frac{\pi x}{8} + 1 \right) > 1.$$

19. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\sin^2 \frac{\pi x}{8} > \sin^2 \frac{3\pi x}{8}.$$

20. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\cos^2 \frac{\pi x}{8} < \cos^2 \frac{3\pi x}{8}.$$

### Група 3

21. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\arcsin \left( \frac{x}{4} - 2 \right) \geq \frac{\pi}{6}.$$

22. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\arccos \left( \frac{x}{6} - 1 \right) \geq \frac{2\pi}{3}.$$

23. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\operatorname{arctg} \sqrt{8 - \frac{x}{2}} < \frac{\pi}{3}.$$

24. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\operatorname{arccotg} \sqrt{6 - 0,5x} > \frac{\pi}{6}.$$

25. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\arccos(x^2 - 4x - 5) \geq \frac{\pi}{2}.$$

26. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\arcsin(x^2 - 6x - 6, 5) \leq \frac{\pi}{6}.$$

27. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\operatorname{arctg}(7 + x - x^2) \geq \frac{\pi}{4}.$$

**28.** Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\operatorname{arccotg}(5 - x - x^2) \leq \frac{3\pi}{4}.$$

**29.** Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$12(\arcsin x)^2 + 4\pi \arcsin x - \pi^2 \leq 0.$$

**30.** Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$12(\arccos x)^2 - 13\pi \arccos x + 3\pi^2 \leq 0.$$

## § 20. Показникові нерівності

### Варіант А

#### Група 1

1. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $81^x \geq \frac{1}{3} \cdot 27^{2x-3}$ .
2. Визначити найменший розв'язок нерівності  $16^{x-4} \leq \frac{1}{2} \cdot 8^{2x-7}$ .
3. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $\frac{1}{4}\sqrt{2^{x+1}} \leq 8^{-0,25}$ .
4. Визначити найменший розв'язок нерівності  $\sqrt{125^{x-1}} \geq \sqrt[4]{25^{2-x}}$ .
5. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$125 \cdot (0,04)^{2x} \geq (0,2)^{3-x}.$$

6. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(0,36)^{1,5x+3} \leq \left(\frac{125}{27}\right)^{1+x}.$$

7. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$3^{2x-3} - 9^{x-1} + 3^{2x} \leq 675.$$

8. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(0,2)^{x-1} + (0,04)^{0,5x-1} + 5^{3-x} \leq 0,0496.$$

9. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{1-2x} + \left(\frac{1}{9}\right)^{1-x} + 3^{2x-3} \leq 117.$$

10. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} - \left(\frac{1}{2}\right)^{3-x} + 4^{\frac{x-3}{2}} \geq 2\sqrt{2\sqrt{2}}.$$

## Група 2

11. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$5^{x-5} + 2^{x-4} \geq 5^{x-4} - 2^{x-2}.$$

12. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$2^{x+1} - 3^{\frac{1}{2}x} \geq 3^{\frac{1}{2}x+1} - 2^x.$$

13. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$18 \cdot 4^x + 2 \cdot 9^{x+2} \leq 36 \cdot 4^{x+1} - 3 \cdot 9^{x+1}.$$

14. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$4^x - 3^{x-0,5} \geq 3^{x+0,5} - 2^{2x-1}.$$

15. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$2^{3-x} - (0,2)^x \leq 7 \cdot (0,5)^{x+2} - 3 \cdot (0,2)^{x+1}.$$

16. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$5^x - 3^{x+2} \geq -2 \cdot (5^{x-2} + 3^{x-1}).$$

17. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$2^{2x+5} - 3^{x+\frac{9}{2}} \leq 3^{x+\frac{7}{2}} - 4^{x+4}.$$

18. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$5^{x+\frac{1}{2}} - 9^x \leq 3^{2x-2} - 5^{x-\frac{1}{2}}.$$

19. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$2^{9-x} - \sqrt[4]{9^{8-x}} \geq \sqrt[8]{81^{10-x}} - 2^{6-x}.$$

20. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$5^{x-1} - \sqrt{2^{x+1}} \geq \sqrt[4]{4^{x+5}} + 5^{x-2}.$$

## Група 3

21. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$10 \cdot 2^{2x} \cdot 25^x \geq (10^{2x-1})^5.$$

22. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$2 \cdot 4^x \leq (6^{4x-5})^3 \cdot 3^{-2x-1}.$$

23. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$7^{x+1} > \frac{49^{4x^2}}{7\sqrt{7}}.$$

24. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\left(\frac{\sqrt{10}}{3}\right)^{3x^2-2x} \leq (0,81)^{-2}.$$

25. Обчислити суму цілих додатних розв'язків нерівності

$$2^{3^x} \leq 2 \cdot 2^{2^3}.$$

26. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$3^{2^x} \leq 3^7 \cdot 3^{5^2}.$$

27. Обчислити добуток розв'язків нерівності

$$2^{\sqrt{x^2-3x-28}} \leq 1.$$

28. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$6^{4x+5} \geq 2^{2x+8} \cdot 3^{6x+2}.$$

29. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x-4} \geq \left(\frac{1}{3}\right)^{\sqrt{x-2}}.$$

30. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(0,2)^{\sqrt{x-1}} \geq (0,2)^{3-x}.$$

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{2^x + 5} < \frac{1}{2^{x+2} - 1}.$$

2. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{2^x + 32}{2^x - 4} \geq \frac{2^x}{4}.$$

3. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{1}{4 - (0,5)^x} < \frac{3}{(0,5)^x + 12}.$$

4. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2}{3^x + 6} \leq \frac{1}{3^x - 38}.$$

5. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{5 \cdot 3^x + 19 \cdot 2^x}{3^x - 3 \cdot 2^x} \geq \frac{3^x + 17 \cdot 2^x}{2^x}.$$

6. Знайти цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2^x + 5^x}{8 \cdot 5^x - 2^x} \geq \frac{2^x + 8 \cdot 5^x}{4 \cdot 5^x}.$$

7. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{4^x - 3}{8 - 4^x} > \frac{1}{4^x}.$$

8. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{12}{(0,2)^x + 1} > \frac{(0,2)^x + 5}{(0,2)^x}.$$



9. Обчислити  $(0, 5)^{x_0}$ , де  $x_0$  — середина проміжку розв'язків нерівності

$$6^x - 16 \cdot 3^x - 2^x + 16 < 0.$$

10. Обчислити  $(0, 25)^{x_0}$ , де  $x_0$  — середина проміжку розв'язків нерівності

$$2 \cdot 12^x - 72 \cdot 2^x - 6^x + 36 < 0.$$

### Група 2

11. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$5^x + \frac{125}{5^x} \leq 30.$$

12. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$2^{3-2x} - 3 \cdot 2^{1-x} + 1 \leq 0.$$

13. Розв'язати нерівність

$$5^{2x-3} \leq \frac{2}{5^{1-x}} - 5.$$

14. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{x-2} \leq 2^{5-x} + 9.$$

15. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\frac{2^{-2x}}{100^{-x}} \leq 31 \cdot (0, 2)^{-x} - 30.$$

16. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$3^x - 3^{\frac{1}{2}-x} \leq \sqrt{3} - 1.$$

17. Знайти найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$3 \cdot 81^{\frac{1}{x}} - 10 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 3 \leq 0.$$

18. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$4 \cdot 64^{\frac{1}{x}} - 17 \cdot 8^{\frac{1}{x}} + 4 \geq 0.$$

19. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$2^{2x^2-3x-29} + 2^{3x+27} \leq 2^{x^2}.$$

20. Знайти найбільше число, що не є розв'язком нерівності

$$3^{2x^2} + 3^{10x+28} > 2 \cdot 3^{x^2+5x+14}.$$

### Група 3

21. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$27 \cdot 4^x - 35 \cdot 6^x + 8 \cdot 9^x \leq 0.$$

22. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$9 \cdot 16^x - 25 \cdot 12^x + 16 \cdot 9^x \leq 0.$$

23. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$4^{x+2} - 29 \cdot 10^{x+1} + 5^{2x+4} \leq 0.$$

24. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$5^{2x+5} - 9 \cdot 20^{x+2} + 4^{2x+5} \leq 0.$$

25. Обчислити  $\left(\frac{5}{3}\right)^{x_0}$ , де  $x_0$  — середина проміжку, що містить всі числа, що не є розв'язками нерівності

$$3^{2x+4} - 34 \cdot 15^{x+1} + 5^{2x+4} > 0.$$

26. Обчислити  $\left(\frac{4}{9}\right)^{x_0}$ , де  $x_0$  — середина проміжку, що містить всі числа, що не є розв'язками нерівності

$$5^{2x+3} - 12 \cdot 35^{x+1} + 7^{2x+3} > 0.$$

27. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\left(\sqrt{\sqrt{2}+1}\right)^x + \left(\sqrt{\sqrt{2}-1}\right)^x \leq 6.$$

28. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\left(\sqrt{2+\sqrt{3}}\right)^x + \left(\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^x \leq 14.$$

29. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$(2 + \sqrt{3})^x + (2 - \sqrt{3})^x > 4.$$

30. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\left(\sqrt{3 + 2\sqrt{2}}\right)^x + \left(\sqrt{3 - 2\sqrt{2}}\right)^x > 34.$$

### Варіант В

#### Група 1

1. Визначити число розв'язків нерівності

$$625 \cdot \sqrt[x]{(0,0016)^{\sqrt{x}}} \geq \sqrt[3]{5^{3\sqrt{x}-1}}.$$

2. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt[x]{322^{\sqrt{x}}} \leq 2^{7-\sqrt{x}}.$$

3. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(\sqrt{2} + 1)^{\frac{8x}{3-x}} \leq (\sqrt{2} - 1)^{1-x}.$$

4. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(\sqrt{5} + 2)^{\frac{2}{x-3}} \geq (\sqrt{5} - 2)^{-\frac{1}{x+1}}.$$

5. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(\sqrt{3} + \sqrt{2})^{\frac{4-x}{x-5}} > (\sqrt{3} - \sqrt{2})^{\frac{1}{x-1}}.$$

6. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(\sqrt{10} - 3)^{-\frac{1}{x+4}} > (\sqrt{10} + 3)^{\frac{1+x}{x}}.$$

7. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$(\sqrt{x-2})^{x^2-6x+8} > 1.$$

8. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$(\sqrt{x+1})^{x^2-2x-8} < 1.$$

9. Нехай  $n$  — число натуральних розв'язків нерівності

$$(x^2 - x + 1)^{8-x} > 1,$$

а  $x_0$  — середина проміжку додатних розв'язків цієї нерівності. Обчислити добуток  $n \cdot x_0$ .

10. Нехай  $n$  — число натуральних розв'язків нерівності

$$(x^2 - 6x + 9)^{x+5} \leq 1,$$

а  $x_0$  — середина проміжку додатних розв'язків цієї нерівності. Обчислити добуток  $n \cdot x_0$ .

## Група 2

11. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(x^2 - 4x) \cdot ((\sqrt{3})^{(x+1)^2} - 9) \leq 0.$$

12. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$(2x^2 + 15x - 27) \cdot (1 - 5^{x^2+15x-54}) > 0.$$

13. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(4x^2 - 16x + 7) \cdot \left( \left( \frac{1}{2} \right)^{4x^2+4x-15} - 1 \right) \geq 0.$$

14. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(2x^2 + x - 15) \cdot (2^{x^2-3x} - 16) \leq 0.$$

15. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$7 \cdot 2^{x^2} - 32x \geq 112 - x \cdot 2^{x^2+1}.$$

16. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$2^{x+1} + 32x \geq x \cdot 2^{x+2} + 16.$$

17. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(2^{15-x} - 4) \cdot (3^{x^2+2x} - 9^{-x+16}) \geq 0.$$

18. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(8 \cdot 2^{(2-x)x} - 2^{3x-3}) \cdot (3^{10+6x-x^2} - 27) \leq 0.$$

19. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{5^{0,5x} - 0,0016}{x+1} \geq \frac{2 \cdot 5^{0,5x} - 0,0032}{x-3}.$$

20. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{9^x - 27^3}{1-x} > \frac{9^{x+\frac{1}{2}} - 27^{3\frac{1}{3}}}{x+3}.$$

### Група 3

21. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\sqrt{2^{x+2} - 16} \leq 12 - 2^x.$$

22. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$5^x - 15 \leq \sqrt{5^{x+1} - 25}.$$

23. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$2^{x+\sqrt{x}} - 8 \cdot 2^{x+2\sqrt{x}} - 8 \cdot 2^{3\sqrt{x}} + 2^{2x} \leq 0.$$

24. Знайти найменший розв'язок нерівності

$$3^{5\sqrt{-x}} + 3^{4\sqrt{-x-x}} - 3^{\sqrt{-x-x}} - 3^{-2x} \geq 0.$$

25. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$2^{4x} - 6 \cdot 2^{3x} - 17 \cdot 2^{2x} + 6 \cdot 2^x + 16 \leq 0.$$

26. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$3^{4\sqrt{x}} - 7 \cdot 3^{3\sqrt{x}} - 19 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 7 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 18 \leq 0.$$

27. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$2^{x+4} \leq 15x + 34.$$

28. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$2^x \leq \sqrt{25x - x^2}.$$

29. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(0, 2)^x \leq 8 + 2x - x^2.$$

30. Знайти середину проміжку від'ємних розв'язків нерівності

$$(0, 4)^x < 1,5 - \frac{1}{x}.$$

## § 21. Логарифмічні нерівності

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_3(18 - 5x) < 3.$$

2. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{0,5}(22 + 4x) > -3.$$

3. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{8-0,2x} 3 < 0.$$

4. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{0,5x-5} 3 > 0.$$

5. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{0,25}(2x + 3) > \log_9 \frac{1}{27}.$$

6. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{27}(5x - 16) < \log_8 4.$$

7. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$5^{2\log_5(5x-16)} \leq 16.$$

8. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$9^{\log_3(3x+17)} \geq 25.$$

9. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$x^2 + 2^{\log_2 x} < 2^{2+\log_2 3}.$$

10. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$3^{\log_3(x^2-16)-1} + 1 + 4x \leq 0.$$

## Група 2

11. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_2(6 - x) < 1 + \log_2(6x - x^2).$$

12. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{0,5}(14x - x^2) \leq 1 + \log_{0,5}(13 + x).$$

13. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\log_{0,1}(3x^2 + 28) + 1 \geq \log_{0,1}(3x - 2).$$

14. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_3(x - 2) + \frac{1}{2} < \frac{1}{2} \log_3(2x^2 - 2x + 3).$$

15. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{x^2} 9 > \log_x 9.$$

16. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{(8-0,2x)^2} 0,2 < \log_{0,2x-8} 0,3.$$

17. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\log_{1-x^2} 0,36 \geq 1.$$

18. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{1-0,1x^2} 10 \leq -1.$$

19. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\log_{1+0,25x^2} 10 > 1.$$

20. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\log_{x^2+1} 125 \geq 3.$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $|a| + |b|$ .



## Група 3

21. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_3^2 27x + \log_3 x^3 < 19.$$

22. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\lg^2 100x - 7 \lg x > 8.$$

23. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\log_3^2(x-4) + \log_{\sqrt{3}}(x-4) \leq \log_{x-4}(x-4)^3.$$

24. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\log_9^2 x - 7 \log_{81} x \leq \log_{0,5} 8.$$

25. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_2^2 x - \log_2 x^5 + 3^{1+\log_3 2} < 0.$$

26. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\log_2^2(x^2 - 1) - \log_{16}(1 - x^2)^8 < \log_{x^2+1}(x^2 + 1)^3$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

27. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\log_x 4 + \log_4 x < 2,5$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

28. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\log_7 x + 3 \log_x \frac{1}{7} > 2.$$

29. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_5^2 x + 2 < \log_5 8 \cdot \log_2 x.$$

30. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\log_x \frac{x}{8} \cdot \log_4^2 x \leq 1.$$

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\lg(x + 20) - \lg(21x - 40) < \lg 2 - \lg(x - 1).$$

2. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\lg(2x - 1) + \lg(x - 3, 5) \leq \lg(2x + 23).$$

3. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\log_3(1 - 6x) - \log_3(7 - 2x) \leq \log_3 6 - \log_3(3 - 2x).$$

4. Знайти число цілих розв'язків нерівності

$$\lg(-12x - 6x^2 - x^3) - 0,5 \lg x^2 \leq \lg(56 - x).$$

5. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{0,5} \log_2 \frac{5x - 5}{x + 3} > -1.$$

6. Знайти число цілих розв'язків нерівності

$$\log_{0,3} \log_3 \frac{4x - 12}{x + 2} \geq 0.$$

7. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\log_{0,5}(3 - \log_2(2x - 1)) \geq -2.$$

8. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\log_{\frac{1}{3}}(7 + \log_{0,5}(5x + 2)) \leq -1.$$

9. Знайти розв'язок  $x_0$  нерівності  $8^{\log_{0,5}(3-2x)} > 1$ , що задовольняє умову:  $x_0 + 4, 8$  є цілим числом.

10. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $9^{\log_{27}(4x-12)} \leq 16$ .

## Група 2

11. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{0,25(x-3)} 0,5 > 0,5.$$

12. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{\sqrt{2x-6}} 2 > 2.$$

13. Знайти розв'язок
- $x_0$
- нерівності

$$\log_{0,5x+3} 4 < -2,$$

що задовольняє умову:  $x_0 + 5,4$  є цілим числом.

14. Знайти розв'язок
- $x_0$
- нерівності

$$\log_{4x-7} 0,5 < -0,5,$$

що задовольняє умову:  $x_0 + 2,8$  є цілим числом.

15. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{1}{2 + \log_2 x} > \frac{1}{\log_2 x - 3}.$$

16. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{1}{\lg x - 1} \leq 3 - \lg x.$$

17. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$3 + \lg x + \frac{1}{1 + \lg x} \geq 0.$$

18. Знайти число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{2 \log_2 x - 3}{4 - \log_2 x} > \frac{1}{\log_2 x}.$$

19. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{0,5} \sqrt{x+7} < \log_{0,5}(x+5).$$

20. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\lg \sqrt{4-x} > \lg(2-x).$$

## Група 3

21. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності  $\log_{\frac{1+2x}{7-x}} 2 > 0$ .

22. Знайти розв'язок  $x_0$  нерівності  $\log_{\frac{5x-1}{4x-2}} 0,3 > 0$ , що задовольняє умову:  $x_0 + 2,8$  є цілим числом.

23. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{\sqrt{2}-1}(4-x) > \log_{3-2\sqrt{2}} 36.$$

24. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{9-4\sqrt{5}}(x-3) > \log_{\sqrt{5}-2} 7.$$

25. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\log_{\sqrt{2}+1}(x^2-4) < -5 \log_{\sqrt{2}-1} 2.$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a \cdot b$ .

26. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{0,25x-1}(2-\sqrt{3}) < \log_{0,25x-1}(7-4\sqrt{3}).$$

27. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{0,2x-3}(1+\sqrt{2}) < -\log_{0,2x-3}(3-2\sqrt{2}).$$

28. Знайти розв'язок  $x_0$  нерівності

$$\log_{3-2\sqrt{x}}\left(\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right) > \log_{3-2\sqrt{x}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}-1}\right),$$

що задовольняє умову:  $x_0 - 2,7$  є цілим числом.

29. Знайти розв'язок нерівності

$$\log_{2x-5}(\sqrt{2}-1) < -\log_{2x-5}(2\sqrt{2}+3),$$

що задовольняє умову:  $x_0 + 0,3$  є цілим числом.

30. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\log_{\sqrt{5}-2}(x+5) + 2 \log_{9+4\sqrt{5}} 3 > 0.$$

**Варіант В**  
**Група 1**

1. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$x^{\log_2 x} \leq 8x^2.$$

2. Обчислити куб найбільшого розв'язку нерівності

$$x^{3 \log_{0,5} x + 7} \geq 16.$$

3. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$10^{\lg^2 x} + x^{\lg x} \leq 20000.$$

4. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$e^{\ln^2 x} + x^{\ln x} \leq 2e^4.$$

5. Знайти число цілих розв'язків нерівності

$$x^{2 - \lg \frac{x}{2}} \geq 4.$$

6. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$x^{\lg \frac{x}{3}} \leq x^3 \cdot 3^{-3}.$$

7. Знайти розв'язок  $x_0$  нерівності  $\log_3(4 \cdot 3^{x-1} - 1) > 2x - 1$ , що задовольняє умову:  $2x_0$  є цілим числом.

8. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\lg(4^{x-2} + 9) - 1 < \lg(2^{x-2} + 1) - \lg 2.$$

9. Знайти число цілих розв'язків нерівності

$$\log_2(2^{x+1} - 2^{-3}) \cdot \log_2(2^{x-3} - 2^{-7}) \leq 21.$$

10. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\log_3(3^{x+1} - 3^{-3}) \cdot \log_3(3^{x+3} - 3^{-1}) \leq 8.$$

## Група 2

11. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$\log_{0,5x+3}(1, 5 - x) \leq 1.$$

12. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\log_{x+2}(x^2 - 4x) \geq 2.$$

13. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\log_x(2x^2 - 5x + 6) < 2.$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

14. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) > 2.$$

15. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{\lg(x^2 - 3x)}{2 \lg 2 + \lg(x - 1, 5)} < 1.$$

16. Відомо, що множиною від'ємних розв'язків нерівності

$$\frac{\log_5 x^2}{\log_5(2 + x)} < 1.$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

17. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\frac{\lg \sin \frac{\pi x}{6}}{\lg(\sin \frac{\pi x}{12} - \cos \frac{\pi x}{12})^2} \leq 1.$$

18. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\frac{\log_2 \sin \frac{\pi x}{12} + \log_2 3 - 2}{\log_2 \cos \frac{\pi x}{12} - 0, 5} \leq 2.$$

19. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\frac{\lg(1 + \cos \frac{\pi x}{12})}{\lg \sin \frac{\pi x}{12} + \frac{1}{2} \lg 2} \geq 2.$$

20. Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\frac{\ln \cos \frac{\pi x}{6} + \ln 0,75}{\ln \cos \frac{\pi x}{12} - 0,5 \ln 2} \geq 2.$$

### Група 3

21. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$(21x^2 + 11x - 10) \cdot \log_3(2 - 5x) < 0.$$

22. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$(x^2 - 7x + 10) \cdot \log_2(x - 2) < 0.$$

23. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{\log_2(18 + 3x - x^2) - 3}{x^2 - 4x - 21} \leq 0.$$

24. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{\log_3(24 - 2x - x^2) - 2}{36 - x^2} \geq 0.$$

25. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\sqrt{x+3} \cdot \lg(3+0,1x-0,1x^2) \geq \sqrt{7-x} \cdot \lg(3+0,1x-0,1x^2).$$

26. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$(\sqrt{10-x} - \sqrt{x}) \cdot (\log_3(16 - 6x - x^2) - 2) < 0.$$

27. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(9 - 27^{3-\frac{x}{3}}) \cdot \lg(x^2 - 8\frac{1}{8}x + 1) \geq 0.$$

**28.** Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(16^{2-\frac{x}{4}} - 8^3) \cdot \lg(x^2 + 4, 25x + 1) \geq 0.$$

**29.** Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\sin \frac{2\pi x}{7} \cdot \log_2 \frac{14 - 5x - x^2}{8} \geq 0.$$

**30.** Визначити найменший додатний розв'язок нерівності

$$\cos \frac{\pi x}{4} \cdot \lg \frac{6 + 5x - x^2}{6} \leq 0.$$



## § 22. Нерівності з модулем

### Варіант А

#### Група 1

1. Визначити число цілих розв'язків нерівності  $|2x - 4| \leq 15$ .
2. Визначити число цілих розв'язків нерівності  $|3x + 11| \leq 11$ .
3. Знайти найменший додатний розв'язок нерівності  $|5x - 12| \geq 14$ .
4. Знайти найменший додатний розв'язок нерівності  $|4x + 5| \geq 13$ .
5. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності  $|3x - 6| < 5$ .
6. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності  $|2x + 5| < 3$ .
7. Розв'язати нерівність  $3|x - 4| \leq |2x - 8|$ .
8. Розв'язати нерівність  $|5x + 10| \leq |3x + 6|$ .
9. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$|7x - 21| - 5 \leq 3|3 - x|.$$

10. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$|3x + 6| + 2|x + 2| \leq 10.$$

#### Група 2

11. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $|4x + 3| \geq |4x + 5|$ .
12. Визначити найменший розв'язок нерівності  $|2x - 3| \leq |2x + 2|$ .
13. Визначити число цілих розв'язків нерівності  $|2x - 5| \leq |x + 2|$ .
14. Визначити число цілих розв'язків нерівності  $|3x - 2| \leq |x - 6|$ .
15. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$|2x + 1| \geq |3x - 2|.$$

16. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$|4x - 7| \leq |x + 5|.$$

17. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{|3x - 6| - 5}{|x - 2|} < 1.$$

18. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{|2x + 8| + 6}{|x + 4|} > 5.$$

19. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\frac{3}{|x - 1| - 4} > 1$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

20. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\frac{1}{|x + 1| - 6} < \frac{1}{|x + 1| - 2}$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

### Група 3

21. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $|3x + 1| \leq x + 8$ .

22. Визначити найменший розв'язок нерівності  $|x - 7| \geq 6 - 3x$ .

23. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$|5x - 2| \leq 3x + 7.$$

24. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$|3x - 1| \leq x + 11.$$

25. Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності  $|2x + 9| \geq 3x + 1$ .

26. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності  $|x - 2| \geq 18 - 2x$ .

27. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності  $|3x - 2| \leq 8 - x$ .

28. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності  $|5x - 1| \leq 3x + 10$ .

29. Знайти найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{1}{|2x - 7|} \geq \frac{1}{x + 1}.$$

**30.** Обчислити добуток найбільшого та найменшого цілих розв'язків нерівності

$$\frac{1}{|x+7|} \leq \frac{1}{2x-5}.$$

### Варіант Б

#### Група 1

1. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $|x^2 - 4x| \leq 8$ , 25.
2. Визначити найменший розв'язок нерівності  $|x^2 + 4x| \leq 8$ , 25.
3. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності  $x^2 \leq |2 - x|$ .
4. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності  $x^2 \leq |x + 6|$ .
5. Відомо, що множиною розв'язків нерівності  $|x^2 - 5x| < 6$  є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .
6. Відомо, що множиною розв'язків нерівності  $x^2 < |5x + 6|$  є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a \cdot b$ .
7. Знайти найменший додатний розв'язок нерівності

$$(x - 4)^2 \geq |2x + 12| + 4.$$

8. Знайти найменший цілий розв'язок нерівності

$$x^2 + 12x - 9|x + 3| + 11 \leq 0.$$

9. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$|17x - 4x^2 - 4| < 19.$$

10. Знайти найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$|2x^2 - 11|x| + 15| \leq 3.$$

#### Група 2

11. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$|x - 3| + |x + 3| \leq 25.$$

12. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$|x - 4| + |x - 7| \leq 28.$$

13. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$|2x + 3| - |x - 9| < 27.$$

14. Визначити найменший цілий розв'язок нерівності

$$|x + 8| - |x - 2| > -10.$$

15. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{|x - 5|}{|x - 3| - 2} < 1.$$

16. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{|x + 4|}{|x + 7| - 3} < 1.$$

17. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{|x - 2|}{5 - |x + 3|} > 1.$$

18. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$\frac{|x + 3|}{5 - |x + 8|} > 1.$$

19. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 + |x| - 12}{|x^2 - 3x|} > 2.$$

20. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 + 5|x| - 10}{|x^2 + x|} > 2.$$

## Група 3

21. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$(4 - |x - 3|) \cdot (4x^2 - 27x - 40) \geq 0.$$

22. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$(|x - 1, 2| - 3, 2) \cdot (3x^2 - 8x - 3) \leq 0.$$

23. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\frac{|x - 2, 4| - 5, 6}{2 + x - x^2} \geq 0.$$

24. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{2x^2 - 13x - 34}{|x - 3| - 2} \leq 0.$$

25. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(|x - 7, 4| - 10, 6) \cdot (|x - 5| - 10) \leq 0.$$

26. Обчислити суму цілих розв'язків нерівності

$$(|x + 1, 2| - 8, 8) \cdot (11 - |x - 1|) \geq 0.$$

27. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$|2x^2 - 18x| \cdot (|6, 2 - x| - 1, 8) \leq 0.$$

28. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$|9x + 4x^2| \cdot (4, 5 - |x - 2, 5|) \geq 0.$$

29. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$(x^2 - 7|x| + 10) \cdot |x + 7| \leq 0.$$

30. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{x^2 - 3|x| - 10}{|0, 5x^2 - 8|} \leq 0.$$

**Варіант В**  
**Група 1**

1. Відомо, що множина розв'язків нерівності  $|x^2 - 5|x|| < 6$  більших за 2 є проміжок. Знайти довжину цього проміжку.

2. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності  $|x^2 - 2|x|| < 3$ .

3. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$\left| \frac{3|x| - 1}{|x| - 4} \right| \leq 2.$$

4. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\left| \frac{2 - 3|x|}{5 - 2|x|} \right| \geq 4.$$

5. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\left| \frac{1}{4 - |x|} \right| > \left| \frac{-2}{|x| + 2} \right|.$$

6. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$\left| \frac{1}{2|x| - 5} \right| \geq \left| \frac{2}{2|x| + 13} \right|.$$

7. Обчислити потроєне значення найменшого розв'язку нерівності

$$\sqrt{9x^2 - 24|x| + 16} \leq 1.$$

8. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\sqrt{4x^2 + 12|x| + 9} \geq 6.$$

9. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$\sqrt{5 - 4x - x^2} \geq |6 + x| - 1.$$

10. Обчислити потроєне значення найбільшого розв'язку нерівності

$$\sqrt{x^2 + 2x - 3} \leq 4 - |1 - x|.$$

## Група 2

11. Визначити найбільший розв'язок нерівності

$$\frac{128 + 2^{x+2}}{|4 - 2^x|} \geq 2^x.$$

12. Знайти довжину проміжку розв'язків нерівності

$$8^{\frac{2}{3}-|x|} \cdot (0,5)^{x^2} \geq (0,25)^{|2x|}.$$

13. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$(0,2)^{|x-6|} \leq (0,04)^{|x|}.$$

14. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$2^{|x+2|} + 2^{|x-1|} \leq 9.$$

15. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$|x-1|^{\lg(5-x)} \geq |x-1|^{\lg x}.$$

16. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$|x-3|^{x^2-8x+15} < 1$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a+b$ .

17. Визначити найменший розв'язок нерівності

$$|9 - (0,5)^{1-2|x|}| \leq 7.$$

18. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$|2^{5x+3} - 2^{5x} - 119| \leq 105.$$

19. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$(\ln 2)^{|x+6|} \leq (\ln 2)^{|x^2-5x+6|}.$$

20. Визначити число цілих розв'язків нерівності

$$\frac{36}{3^{\log_2 |x|} - 3} \leq 15 - 3^{\log_2 |x|}.$$

## Група 3

21. Знайти середину проміжку додатних розв'язків нерівності

$$\lg(2x^2 - 0,5) < \lg(3|x| + 1,5).$$

22. Знайти середину проміжку від'ємних розв'язків нерівності

$$\log_{0,1}(4 - x^2) + \lg(6|x| - 3) > 0.$$

23. Знайти середину проміжку від'ємних розв'язків нерівності

$$\log_{|x|}(x + 1) > 1.$$

24. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$\log_{|2x-15|} x > 1$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

25. Відомо, що множиною розв'язків нерівності

$$(x^2 - 4x - 5) \lg(8 - |x|) > 0$$

є два проміжки, серединами яких відповідно є числа  $a$  і  $b$ . Обчислити  $a + b$ .

26. Знайти розв'язок  $x_0$  нерівності

$$(81 - 3^{|x|}) \cdot (\lg(20 + x - x^2) - 3 \lg 2) < 0,$$

що задовольняє умову:  $x_0 + 5,6$  є цілим числом.

27. Визначити найменший цілий додатний розв'язок нерівності

$$4 \left( \sin^2 \frac{\pi x}{12} - \left| \cos \frac{\pi x}{12} \right| \right) > 1.$$

28. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\left| \sin \frac{\pi x}{24} + \cos \frac{\pi x}{24} \right| > 1.$$

29. Визначити найменший цілий додатний розв'язок нерівності

$$\left| \sin \frac{\pi x}{24} \right| \cdot \cos \frac{\pi x}{24} > \frac{1}{4}.$$

30. Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності

$$\left| \sin \frac{\pi x}{24} \right| > \left| \cos \frac{\pi x}{24} \right|.$$



## § 23. Системи нерівностей

### Варіант А

#### Група 1

1. Визначити середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 2x^2 - 21x - 36 < 0, \\ \frac{x-3}{5} < \frac{x-5}{3}. \end{cases}$$

2. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 2x^2 + 5x - 7 < 0, \\ \frac{x}{3} > \frac{3x+1}{7}. \end{cases}$$

3. Визначити середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 4x^2 + 7x + 3 < 0, \\ 5x^2 + 9x + 4 > 0. \end{cases}$$

4. Визначити довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 3x^2 - 11x - 14 < 0, \\ 3x^2 - 2x - 33 > 0. \end{cases}$$

5. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x - 21 < 0, \\ \frac{x^2+x}{x-2} > \frac{6}{x-2}. \end{cases}$$

6. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 3x^2 - 7x - 48 < 0, \\ \frac{x^2-2x}{x+2} < \frac{8}{x+2}. \end{cases}$$

7. Визначити найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} x - 1 - \frac{4x}{x+3} < \frac{12}{x+3}, \\ 2x^2 - 7x - 22 > 0. \end{cases}$$

8. Визначити найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} x + 3 + \frac{7}{x-7} > \frac{x}{x-7}, \\ 2x^2 - 7x - 30 > 0. \end{cases}$$

9. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 - 6x - 7 \leq 0, \\ \frac{2x-14}{12-3x} \leq 0. \end{cases}$$

10. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 + 6x - 16 \geq 0, \\ \frac{x+8}{2x-10} \leq 0. \end{cases}$$

### Група 2

11. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x}{(x-2)^2} \leq 3, \\ x^2 - 5x + 6 \leq 0. \end{cases}$$

12. Обчислити добуток всіх розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x - 5 + \frac{9}{x+1} \leq 0, \\ x + 5 + \frac{9}{x-1} \geq 0. \end{cases}$$

13. Обчислити суму всіх цілих розв'язків подвійної нерівності

$$-3 < \frac{2x^2 + 7x - 15}{x^2 + 1} < 0.$$

14. Обчислити суму всіх цілих розв'язків подвійної нерівності

$$2 < \frac{x^2 + 5x + 8}{x^2 + 1} < 7.$$

15. Знайти цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} -6 < x^2 + 5x < 6, \\ \frac{x-2}{3x+12} > 0. \end{cases}$$

16. Знайти цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 5 < 2x^2 - 9x + 15 < 8, \\ \frac{x-1}{2x+4} > 0. \end{cases}$$

17. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x^3+27}{x} \leq 0, \\ \frac{2x^2-5}{x} \leq 3. \end{cases}$$

18. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x^2-4}{x(x+2)} \geq 0, \\ \frac{x^2-13}{x^2-9} \geq 1. \end{cases}$$

19. Обчислити суму всіх цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{(x-2)^2}{(x-2)(x+1)} \geq 0, \\ (x-3)(x+3) \leq 0. \end{cases}$$

20. Обчислити суму всіх цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{(x-2)^2(x+1)}{x+4} \leq 0, \\ \frac{(x+3)^2(x-1)}{x-3} \leq 0. \end{cases}$$

### Група 3

21. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} (5x + 12)^2(x - 7) \geq 0, \\ \frac{2x-10}{x+3} \leq 0. \end{cases}$$

22. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} (5x + 21)^2(2x + 3) \geq 0, \\ \frac{x+2}{25+4x} \leq 0. \end{cases}$$

23. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{3x}{x-2} \leq 2, \\ \frac{(4x+13)^2}{2-x} \leq 0. \end{cases}$$

24. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \frac{4x}{x+2} \geq 3, \\ (2x^2 - 5x - 12)(2x - 15)^2 \leq 0. \end{cases}$$

25. Обчислити суму розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 2x^2 \cos 2 \geq 18 \cos 2, \\ x^2 \sin 2 \geq 9 \sin 2. \end{cases}$$

26. Обчислити середнє арифметичне цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} x^2 \operatorname{tg} 4 \leq 4x(\operatorname{ctg} 4)^{-1}, \\ x^2(\operatorname{ctg} 5)^{-1} \leq \operatorname{tg} 5. \end{cases}$$

27. Обчислити добуток розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} |4x - 12|(x^2 - 10x + 9) \geq 0, \\ (x - 1)^2(x^2 - 12x + 27) \leq 0. \end{cases}$$

28. Обчислити добуток розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} |0,5x - 3|\sqrt{109x - 9x^2 - 12} \leq 0, \\ 2x^2 - 6x + 5 \geq 0. \end{cases}$$

29. Обчислити добуток цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt[3]{0,25x - 1} > 0, 25x - 1, \\ |x - 7| \leq 2. \end{cases}$$

30. Обчислити середнє арифметичне цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt[3]{0,2x + 2} > 0, 2x + 2, \\ |0,5x + 7| < 2. \end{cases}$$

**Варіант Б**  
**Група 1**

1. Визначити середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x-2}{x-3} < \frac{1}{x+1}, \\ |2x - 5| \leq 3. \end{cases}$$

2. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+19}{x+20} \leq \frac{16}{5-x}, \\ |2x + 9| > 21. \end{cases}$$

3. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{16}{x-14} \leq \frac{86-x}{x+35}, \\ \sqrt{3x-9} \geq \sqrt{43-x}. \end{cases}$$

4. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+61}{x-20} \leq \frac{16}{x+5}, \\ \sqrt{x+12} \leq \sqrt{2-x}. \end{cases}$$

5. Визначити найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{2}{x-9} < \frac{27-5x}{x+1}, \\ \sqrt{x^2 - 4x + 4} > 4. \end{cases}$$

6. Визначити найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{55+8x}{x+7} < \frac{49}{1-x}, \\ \sqrt{4x^2 + 12x + 9} \geq 7. \end{cases}$$

7. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{x+5}{x+8} < \frac{3}{4-x}, \\ \frac{(x-2)^2}{x+7} < x^2 - 4x + 4. \end{cases}$$

8. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{(x-3)^2}{6-x} < x^2 - 6x + 9, \\ \frac{x-5}{x-8} < \frac{3}{x+4}. \end{cases}$$

9. Обчислити середнє арифметичне множини цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{1}{x-3} \leq \frac{26-5x}{x+2}, \\ |3x - 12| < |2x - 13|. \end{cases}$$

10. Обчислити середнє арифметичне множини цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{20}{x-4} \leq \frac{4-x}{x+1}, \\ |x - 8| > |2x - 1|. \end{cases}$$

## Група 2

11. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{x+3} - 4\sqrt{x-1} \leq 1, \\ \frac{2x-1}{2} \geq \frac{13-x}{4}. \end{cases}$$

12. Знайти середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{x+8} - 6\sqrt{x-1} \leq 2, \\ x - \frac{x+11}{2} \leq \frac{x-3}{4}. \end{cases}$$

13. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{x+6} + 2\sqrt{x+14} \geq 4, \\ |x-5| \geq 4. \end{cases}$$

14. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{x-1} + \sqrt{x+2} \geq 3, \\ |\frac{1}{3}x - 4| \leq 3. \end{cases}$$

15. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{2x^2 - 3x - 5} \leq x - 1, \\ |2x - 8| \geq 1. \end{cases}$$

16. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{-2x^2 - 18x} \geq 4x - 2, \\ |5x + 10| \geq 12. \end{cases}$$

17. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 - 6x} + \sqrt[4]{x^2 - 6x} - 6 \leq 0, \\ \frac{4x-17}{2x+5} \geq 0. \end{cases}$$

18. Визначити найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x^2 - 17} - \sqrt[6]{x^2 - 17} - 2 \leq 0, \\ \frac{3x-5}{x+8} \leq 0. \end{cases}$$

19. Визначити найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt[3]{3x+4} \cdot \sqrt[4]{2,1-0,1x} \cdot \sqrt[5]{6-x} > 0, \\ \sqrt{6-\sqrt{x}} > 1. \end{cases}$$

20. Визначити найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sqrt[5]{x+8} \cdot \sqrt[6]{24-2x} \cdot \sqrt[7]{2-4x} < 0, \\ \sqrt{3-\sqrt{-x}} \geq 0. \end{cases}$$

### Група 3

21. Знайти довжину проміжку додатних розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 9^{x(x-1)-0,5} > \sqrt{3}, \\ \frac{4x}{x+1} < 3. \end{cases}$$

22. Знайти середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 2^{x^2+2x-0,5} < 4\sqrt{2}, \\ \frac{3}{x+3} < 2. \end{cases}$$

23. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 3^{(x-4)(x+3)} < 243^{-1} \cdot 9^{x+5,5}, \\ |5x + 10| < 26. \end{cases}$$

24. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 4 \cdot (0,5)^{x(x+3)} < (0,25)^{2x}, \\ |2x + 3| \leq 9. \end{cases}$$

25. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 2^{2x} - 2^{x-2} < 2^{x+3} - 2, \\ \sqrt{5-2x} < 2. \end{cases}$$

26. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 3^{2x} + 3^2 < 3^{x+3} + 3^{x-1}, \\ \sqrt{4x+2} < 4. \end{cases}$$

27. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 5^{x-1} + 2^x - 5^x + 2^{x+2} < 0, \\ \sqrt[3]{x} + 7\sqrt[6]{x} - 18 \leq 0. \end{cases}$$

28. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 4^{x+0,5} - 3^{x-0,5} < 3^{x+0,5} + 4^{x-0,5}, \\ x\sqrt[3]{x} - 7\sqrt[3]{x^2} - 18 \leq 0. \end{cases}$$

29. Знайти середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 12x^2 \cdot 11\sqrt{16-x^2} - 11\sqrt{16-x^2} \cdot 12x^2 > 0, \\ x^2 \cdot 3\sqrt{-x} - 3\sqrt{-x+2} < 0. \end{cases}$$



30. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} (0, 2)^{x^2 + \sqrt{x+4}} < (0, 2)^{2(x+4) + \sqrt{x+4}}, \\ x^4 \cdot 2^{\sqrt{16-x^2}} - 2^{8 + \sqrt{16-x^2}} < 0. \end{cases}$$

### Варіант В

#### Група 1

1. Знайти середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \log_2(x^2 - 2x) > 3, \\ x^2 - 4x < 12. \end{cases}$$

2. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \log_2(x^2 + 3x) \leq 2, \\ 2x^2 + 3x \geq 14. \end{cases}$$

3. Визначити найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{9}}(4x + 1) < -2, \\ \sqrt{x} - \sqrt[4]{x} - 6 \leq 0. \end{cases}$$

4. Визначити найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \log_{\frac{1}{3}}(3 - 2x) > -3, \\ \sqrt{-x} - \sqrt[4]{-x} - 2 \leq 0. \end{cases}$$

5. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \log_2(x + 1) + \log_2(x - 2) \leq 2, \\ |2x + 4| \leq |3x + 1|. \end{cases}$$

6. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \log_2(2x + 4) + \log_2(2x - 2) \geq 4, \\ |4x + 7| \leq |2x + 11|. \end{cases}$$

7. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \log_{0,5} \log_3 \frac{x+2}{x-2} > 0, \\ (0,2)^{x^2-12} - (0,04)^{2x} > 0. \end{cases}$$

8. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \log_2 \log_{0,5} \frac{2x-7}{2x+8} > 1, \\ (0,2)^{\frac{x^2+1}{x^2-1}} < 1. \end{cases}$$

9. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \log_2^2(x+2) - 8 \log_2(x+2) + 16 \leq 0, \\ \lg^2(x-4) + 7 \lg(x-4) \geq 8. \end{cases}$$

10. Розв'язати систему нерівностей

$$\begin{cases} \log_{0,2}^2(3x+1) + 4 \log_{0,2}(3x+1) + 4 \leq 0, \\ \lg^2(x+2) + 10 \lg(x+2) \geq 11. \end{cases}$$

## Група 2

11. Визначити середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \cos^2 \frac{\pi x}{12} > \frac{3}{4}, \\ \frac{5}{x-8} > 1. \end{cases}$$

12. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 16 \sin^2 \frac{\pi x}{24} \cos^2 \frac{\pi x}{24} > 3, \\ \frac{6}{11-x} > 1. \end{cases}$$

13. Визначити найбільший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sin^4 \frac{\pi x}{12} - \cos^4 \frac{\pi x}{12} < \frac{1}{2}, \\ |x-22| > |2x-32|. \end{cases}$$

14. Визначити найменший цілий розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \sin^4 \frac{\pi x}{12} + \cos^4 \frac{\pi x}{12} < \frac{5}{8}, \\ |x - 14| < |0,5x - 10|. \end{cases}$$

15. Визначити число цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \sin \frac{\pi(x-4)}{24} \sin \frac{\pi(16-x)}{24} > \frac{1}{4}, \\ \sqrt{x-5} < \sqrt{19-x}. \end{cases}$$

16. Обчислити суму цілих розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} 2 \sin \frac{\pi x}{16} \cos \frac{\pi x}{8} > \sin \frac{3\pi x}{16} + \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \sqrt{x+14} > \sqrt{-8-x}. \end{cases}$$

17. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \arcsin(4x+2) < \frac{\pi}{6}, \\ |x| < \frac{1}{x^2}. \end{cases}$$

18. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \arccos(5x+2) < \frac{2\pi}{3}, \\ 2x^2 - 3|x| + 1 > 0. \end{cases}$$

19. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \operatorname{arctg} \left( \left( \frac{1}{9} \right)^{-3x+1} \right) \geq \frac{\pi}{6}, \\ \log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > 0. \end{cases}$$

20. Визначити середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \operatorname{arcctg} (\log_{0,5} (1+2x)) \leq \frac{3\pi}{4}, \\ (0,2)^{2x} < 125 \cdot \sqrt[5]{0,04}. \end{cases}$$

## Група 3

21. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 4 \cdot 3^{2x-2} \geq 3 \cdot 2^{\frac{2x+1}{2}}, \\ \sqrt{10x+25} > \sqrt{16-5x}. \end{cases}$$

22. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 8 \cdot 3^{2x} \geq 4^{2x+1} \cdot \sqrt[4]{3^{4x+1}}, \\ \sqrt{2x+7} > \sqrt{2-x}. \end{cases}$$

23. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 2^{2x+2} - 6^x - 2 \cdot 3^{2x+2} \leq 0, \\ {}^{2x+14}\sqrt{2^{2x-8}} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}. \end{cases}$$

24. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} 5 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^x \geq 7 \cdot 10^x, \\ {}^{x+6}\sqrt{3^{3x-21}} < 3. \end{cases}$$

25. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} (x-3)\sqrt{24+0,5x} \leq x^2 - 9, \\ \sqrt[6]{2^{2x+15}} \geq 64^{\frac{1}{2x+15}}. \end{cases}$$

26. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} (x+3)\sqrt{x-2} > 9-x^2, \\ \left( (0,04)^{x^2-2x} - (0,008)^{5x-10} \right) \cdot \log_{0,2}(x^2+1) \leq 0. \end{cases}$$

27. Визначити найменший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} (18+5x-2x^2) \cdot (\log_2^2 x - 3 \log_2 x - 4) \leq 0, \\ |\log_2 x - 1| \geq 2. \end{cases}$$

28. Визначити найбільший розв'язок системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{\log_3^2 x - 2 \log_3 x - 3}{16 + 6x - x^2} \geq 0, \\ |\log_5 x - 1| \leq 1. \end{cases}$$

29. Знайти довжину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{9^x - 4 \cdot 3^x + 3}{x^2 + 4x - 5} < 0, \\ \log_{0,2} \frac{x+2}{x-4} \leq 1. \end{cases}$$

30. Визначити середину проміжку розв'язків системи нерівностей

$$\begin{cases} \frac{4^{x+1} - 65 \cdot 2^x + 16}{x^2 - 5x + 4} < 0, \\ \log_2 \frac{2x+3}{2x-3} < 1. \end{cases}$$

## § 24. Комбінаторика. Елементи теорії ймовірностей

**Зауваження.** У цьому параграфі всюди символами  $P_n$ ,  $C_n^k$ ,  $A_n^k$  позначено відповідно число перестановок з  $n$  елементів, число комбінацій (сполучень) з  $n$  елементів по  $k$ , число розміщень з  $n$  елементів по  $k$ .

### Варіант А

#### Група 1

1. Обчислити значення виразу  $\frac{P_5 + P_6}{A_7^2} + C_5^3$ .
2. Обчислити значення виразу  $(P_7 - A_6^3 + C_5^2) \cdot 0!$ .
3. Обчислити значення виразу  $(C_7^3 + A_6^2 - P_5) \cdot C_2^2$ .
4. Обчислити значення виразу  $C_{10}^8 + C_{10}^9 - C_{11}^9 + A_6^4 + P_4$ .
5. Обчислити значення виразу  $(P_{15} - C_{15}^{12}) \cdot (3A_7^4 - A_7^5)$ .
6. Обчислити значення виразу  $C_6^4 + C_{20}^{12} - A_{20}^8 : P_8$ .
7. Обчислити значення виразу  $(A_7^5 + A_7^4) : (C_7^3 \cdot P_3)$ .
8. Обчислити значення виразу  $(C_8^5 + A_8^4) : (C_8^3 : P_5)$ .
9. Обчислити значення виразу  $C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 + C_6^6$ .
10. Обчислити значення виразу  $C_5^1 + C_5^2 + C_5^3 + C_5^4$ .

#### Група 2

11. Розв'язати рівняння  $A_x^4 = 30A_{x-2}^2$ .
12. Розв'язати рівняння  $C_x^2 + 2C_x^1 = 90$ .
13. Розв'язати рівняння  $A_{2x}^3 = 14A_x^3$ .
14. Розв'язати рівняння  $C_{2x+8}^5 = 13A_{2x+6}^3$ .
15. Розв'язати рівняння  $C_{4x+9}^5 = 5A_{4x+7}^3$ .
16. Обчислити суму розв'язків рівняння  $(C_x^{x-2})^2 - 46C_x^2 + 45 = 0$ .
17. Розв'язати рівняння  $P_{x+2} = 132P_{x-2} \cdot A_x^2$ .
18. Розв'язати рівняння  $C_x^2 + C_x^3 = 15(x-1)$ .
19. Розв'язати рівняння  $C_x^2 + C_x^1 = 55$ .
20. Розв'язати рівняння  $2A_x^2 + 3A_{x-1}^1 = 2C_x^3$ .

### Група 3

21. Скількома способами можна розмістити 5 чоловік у п'ятимісному автомобілі?

22. Скільки різних триколових прапорів можна виготовити із трьох полотен відповідно червоного, синього та жовтого кольорів так, щоб кожне полотно займало горизонтальну смугу на прапорі?

23. Шість учнів класу грають в шахи. Скількома способами можна створити команду із двох шахістів класу для участі в шкільних змаганнях, якщо в заявці потрібно вказати шахіста, який гратиме на першій дошці?

24. Скільки п'ятицифрових чисел можна записати за допомогою цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, якщо кожна з цих цифр можна використати в записі числа не більше одного разу?

25. Скільки різних триколових прапорів можна виготовити із семи полотен різних кольорів так, щоб кожне полотно займало горизонтальну смугу на прапорі?

26. Скільки різних футбольних команд по чотири гравці можна створити із шести юнаків?

27. Скільки існує п'ятицифрових телефонних номерів, у яких всі п'ять цифр попарно різні?

28. Скількома способами можна розподілити три путівки в різні будинки відпочинку між шістьма кандидатами на ці путівки?

29. Скількома способами із десяти різнокольорових олівців можна вибрати шість олівців?

30. Нехай задано 8 точок площини, ніякі три з яких не лежать на одній прямій. Скільки існує різних прямих, які місять по дві із заданих 8 точок?

### Варіант Б

#### Група 1

1. Знайти число розв'язків нерівності  $C_{x+1}^2 + C_x^2 \leq 9x + 10$ .

2. Обчислити суму розв'язків нерівності  $A_x^2 + xA_x^1 \leq 15$ .

3. Обчислити суму розв'язків нерівності  $A_{x-4}^1 \cdot C_x^{x-1} \leq C_7^2$ .

4. Розв'язати нерівність  $2C_{x-1}^2 < A_5^2 - A_x^2 - 2$ .

5. Знайти найбільший розв'язок нерівності  $\frac{A_x^3 - A_x^2}{A_x^1} < 99$ .

6. Знайти найменший розв'язок нерівності  $15C_x^3 < 4C_{x+2}^4$ .

7. Знайти найбільший розв'язок нерівності  $\frac{P_{x+6}}{A_{x+4}^5 \cdot P_{x-1}} \leq 72$ .
8. Знайти найменший розв'язок нерівності  $\frac{x}{A_x^3} < \frac{1}{20}$ .
9. Обчислити суму розв'язків нерівності  $(P_x)^2 - 24P_x \leq 25$ .
10. Знайти найменший розв'язок нерівності  $\frac{P_n}{n \cdot P_{n-3}} > 72$ .

### Група 2

11. Знайти коефіцієнт при  $x^5$  у многочлені  $2x(3 - 2x)^5$ .
12. Знайти коефіцієнт при  $x^9$  у многочлені  $5x^3(1 + 2x^2)^7$ .
13. Знайти коефіцієнт при  $x^{11}$  у многочлені  $x^2(3x^3 - 2)^4$ .
14. Знайти коефіцієнт при  $x^{12}$  у многочлені  $x^2(5x - 2x^3)^4$ .
15. Знайти раціональний доданок у розкладі бінома  $(\sqrt[3]{2} + \sqrt{3})^5$ .
16. Знайти раціональний доданок у розкладі бінома  $(\sqrt[4]{3} - \sqrt[3]{4})^7$ .
17. У розкладі бінома  $(x^2 + \frac{2}{x})^6$  знайти член, що не залежить від  $x$ .
18. У розкладі бінома  $(\frac{2}{x^3} + x)^8$  знайти член, що не залежить від  $x$ .
19. Знайти показник степеня бінома  $(x + y)^n$ , якщо коефіцієнт третього члена розкладу дорівнює 231.
20. Знайти коефіцієнт шостого члена розкладу бінома  $(x + y)^n$ , якщо сума його біноміальних коефіцієнтів дорівнює дорівнює 1024.

### Група 3

21. Скількома способами можна розділити комплект з чотирьох різнокольорових ручок та восьми різнокольорових олівців на дві частини так, щоб у кожній частині було по дві ручки та по чотири олівці?
22. Скільки існує чисел, що є добутками або двох, або трьох, або чотирьох, або п'яти попарно різних натуральних простих чисел, менших за 20?
23. Скільки чотирицифрових чисел можна утворити з цифр 0, 1, 2, 3, 4, використовуючи кожен з цифр у записі числа не більше одного разу?



**24.** Скільки парних п'ятицифрових чисел можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4, 5, використовуючи кожен з цифр у записі числа не більше одного разу?

**25.** Скільки п'ятицифрових чисел, кратних п'яти, можна утворити з цифр 0, 1, 2, 3, 5, використовуючи кожен з цифр у записі числа не більше одного разу?

**26.** Скільки п'ятицифрових чисел, не кратних п'яти, можна утворити з цифр 1, 2, 3, 4, 5, використовуючи кожен з цифр у записі числа по одному разу?

**27.** Скільки п'ятицифрових чисел, не кратних п'яти, можна утворити з цифр 0, 3, 5, 7, 9, використовуючи кожен з цифр у записі числа по одному разу?

**28.** У танцювальному гуртку сім хлопців і сім дівчат. Для участі в конкурсі танців потрібно створити команду з трьох танцювальних пар, яка представлятиме гурток у трьох видах танців, причому кожна з пар буде змагатись лише в одному з цих видів. Скількома способами можна це зробити?

**29.** Скількома способами групу з восьми чоловік можна розбити на три підгрупи, одна з яких складатиметься з двох чоловік, а дві інші — по три чоловіки?

**30.** Скільки непарних чисел можна утворити з цифр числа 1478, якщо кожен з цифр використовувати в записі числа не більше одного разу?

## Варіант В

### Група 1

**1.** Яка ймовірність того, що при киданні гральної кості випаде парне число очок?

**2.** Яка ймовірність того, що при киданні двох монет одночасно на кожній з них випаде герб?

**3.** Є п'ять відрізків, довжини яких відповідно дорівнюють 1 см, 3 см, 4 см, 7 см і 9 см. Яка ймовірність того, що із навмання взятих трьох відрізків можна побудувати трикутник?

**4.** Знайти ймовірність появи простого числа, навмання вибраного з списку натуральних чисел, що не перевищують 20.

**5.** Яка ймовірність того, що навмання вибране число з списку всіх натуральних чисел, що не перевищують 20, буде дільником числа 20?

6. В ящику лежать 20 однакових на дотик кульок: 12 білих і 8 чорних. Яка ймовірність, що взята навмання кулька буде білою?

7. З комплекту доміно беруть одну кісточку. Яка ймовірність того, що хоча б одна з його частин має шість очок?

8. Яка ймовірність того, що навмання вибране число з списку всіх натуральних чисел, що не перевищують 20, буде взаємно простим з 20?

9. Яка ймовірність того, що навмання вибране двоцифрове натуральне число буде кратним 5?

10. Кидають три монети. Яка ймовірність того, що на кожній монеті випав герб?

## Група 2

11. Гральний кубик кинули два рази. Записали двоцифрове число, число десятків якого співпадає з кількістю очок, що випало при першому киданні, а число одиниць — з кількістю очок при другому киданні. Яка ймовірність того, що утворене число буде кратним 4?

12. У скільки раз ймовірність випадання в сумі 7 очок більша за ймовірності випадання в сумі 8 очок при киданні двох гральних костей?

13. Кидають чотири монети. Яка ймовірність того, що випало два герби і дві цифри?

14. На окремих картках виписали цифри 1; 2; 3; 4 і 5. Після їх змішування беруть по одній картці і кладуть всі послідовно підряд. Обчислити ймовірність того, що з цих цифр буде складене парне число.

15. На шістнадцяти однакових картках написано числа від 1 до 16. Навмання вибирають дві картки. Яка ймовірність того, що сума цифр, написаних на картках дорівнює 11?

16. На шести однакових картках написано літери З, О, Л, О, Т, О. З цих карток навмання вибирають три. Яка ймовірність того, що із взятих карток можна скласти слово ЛОТ?

17. На шести однакових картках написано літери М, О, Л, О, К, О. З цих карток навмання вибирають три і ставлять у тому ж порядку, як і беруть. Яка ймовірність того, що утворилось слово ЛОМ?

18. У групі 25 студентів. 15 студентів володіють англійською мовою, 13 — німецькою, а 5 студентів не володіють жодною із цих мов.

Яка ймовірність того, що навмання викликаний студент володіє обома мовами?

**19.** Знайти ймовірність того, що навмання взяте натуральне число не більше за 100 буде кратним або 3, або 5, або 15.

**20.** Знайти ймовірність того, що навмання взяте натуральне число не більше за 100 не ділиться ні на 3, ні на 5.

### Група 3

**21.** З скриньки, в якій є 12 білих і 4 чорних куль, виймають навмання дві кулі. Яка ймовірність того, що обидві кулі будуть білими?

**22.** З скриньки, в якій є 6 білих і 10 чорних куль, виймають навмання дві кулі. Яка ймовірність того, що обидві кулі будуть чорними?

**23.** З скриньки, в якій є 9 білих і 7 чорних куль, виймають навмання дві кулі. Яка ймовірність того, що обидві кулі будуть різних кольорів?

**24.** Серед десяти освітлювальних електричних лампочок одна ушкоджена. Яка ймовірність того, що серед трьох ввімкнених лампочок не виявиться ушкодженої?

**25.** У скриньці лежать 21 кулька білого та чорного кольорів. Визначити число білих кульок у скриньці, якщо ймовірність навмання вийняти дві білі кульки дорівнює 0,5.

**26.** У скриньці лежать 12 чорних кульок і декілька білих. Скільки білих кульок лежить у скриньці, якщо ймовірність навмання вийняти дві чорні кульки дорівнює 0,55?

**27.** Серед дев'яти лотерейних білетів виграшних є два. Яка ймовірність того, що серед навмання взятих трьох білетів є один виграшний?

**28.** Серед шістнадцяти лотерейних білетів виграшних є два. Яка ймовірність того, що серед навмання взятих трьох білетів є два виграшних?

**29.** Серед шести підручників чотири по алгебрі та два по геометрії. Яка ймовірність того, що серед навмання взятих трьох підручників виявиться два по алгебрі і один по геометрії?

**30.** Із 16 будівельників 9 є штукатурами, а 7 — малярами. Навмання утворюють бригаду з трьох робітників. Яка ймовірність того, що бригада складатиметься з двох штукатурів і одного маляра?

## § 25. Арифметична та геометрична прогресії

### Варіант А

#### Група 1

1. Знайти п'ятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_4 = 21\frac{4}{7}$ ,  $a_6 = 42\frac{3}{7}$ .
2. Знайти шостий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_5 = 8\frac{1}{6}$ ,  $a_7 = 9\frac{1}{3}$ .
3. Числа 1, 4 і  $\frac{1}{15}$  є першими двома членами арифметичної прогресії. Знайти її четвертий член.
4. Числа  $3\frac{1}{7}$  і  $3\frac{5}{7}$  є відповідно третім і четвертим членами арифметичної прогресії. Знайти її перший член.
5. Число 333 є членом нескінченної арифметичної прогресії 4; 11; 18; ... Знайти номер цього члена.
6. Знайти одинадцятий член нескінченної арифметичної прогресії 3; -4; -11; ...
7. Знайти число всіх натуральних двоцифрових чисел кратних 6.
8. Знайти число всіх натуральних трицифрових чисел кратних 7, які не перевищують 250.
9. Знайти число додатних членів нескінченної арифметичної прогресії 101; 97; 93; ...
10. Знайти число від'ємних членів нескінченної арифметичної прогресії -108; -101; -94; ...
11. Знайти сьомий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 > 0$ ,  $b_6 = -1, 2$ ,  $b_8 = -10, 8$ .
12. Знайти восьмий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо знаменник прогресії — від'ємний, а  $b_7 = -8\frac{4}{7}$ ,  $b_9 = -105$ .
13. Знайти четвертий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 = 13, 5$ ;  $b_2 = 9$ .
14. Знайти перший член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_3 = 1\frac{1}{7}$ ,  $b_4 = \frac{16}{49}$ .
15. Знайти дев'ятий член нескінченної геометричної прогресії 768; -384; 192; ...
16. Число  $-\frac{4}{81}$  є членом нескінченної геометричної прогресії 108; -36; 12; ... Знайти номер цього члена.

**17.** Знайти перший член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_8 = 1\frac{77}{243}$ , а її знаменник дорівнює  $\frac{2}{3}$ .

**18.** Знайти сьомий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 = 125$ ,  $b_5 = 16, 2$ .

**19.** Знайти число членів скінченної геометричної прогресії 486;  $-324$ ; ...;  $-64$ .

**20.** Розмістити між числами 12 і 324 два числа таким чином, щоб всі чотири числа в заданому порядку утворювали геометричну прогресію. Обчислити суму, знайдених чисел.

## Група 2

**21.** Знайти п'ятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_7 + a_3 = 11, 2$ .

**22.** Дев'ятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 7. Обчислити суму  $a_3 + a_{15}$ .

**23.** В арифметичній прогресії третій член дорівнює 8, а десятий дорівнює 29. Знайти перший член прогресії.

**24.** В арифметичній прогресії четвертий член дорівнює 17, а сьомий дорівнює 26. Знайти різницю прогресії.

**25.** Знайти сімнадцятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_5 = 23$ ,  $a_{11} = 47$ .

**26.** Знайти п'ятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_{12} = 22$ ,  $a_{19} = 33$ .

**27.** Знайти перший член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_{25} = 160$ , а сума  $S_{25}$  перших двадцяти п'яти її членів дорівнює 2500.

**28.** Знайти тридцятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_1 = 30$ , а сума  $S_{30}$  перших тридцяти її членів дорівнює  $-30$ .

**29.** Обчислити суму перших дев'ятнадцяти членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_7 + a_{13} = 10$ .

**30.** Сума перших сімнадцяти членів арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 51. Обчислити суму  $a_4 + a_{14}$ .

**31.** Знайти сьомий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 > 0$ ,  $b_9 \cdot b_5 = 104, 04$ .

**32.** Третій член геометричної прогресії  $(b_n)$  дорівнює  $-2$ . Обчислити добуток  $b_1 b_2 b_3 b_4 b_5$ .

**33.** В геометричній прогресії третій член дорівнює 12, а п'ятий дорівнює 48. Знайти перший член прогресії.

**34.** В геометричній прогресії п'ятий член дорівнює  $\frac{1}{4}$ , а сьомий дорівнює  $\frac{1}{16}$ . Знайти модуль знаменника прогресії.

**35.** Знайти п'ятнадцятий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_3 = \frac{1}{27}$ ,  $b_9 = \frac{1}{3}$ .

**36.** Знайти п'ятий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_{11} = -\frac{12}{5}$ ,  $b_{17} = -\frac{48}{125}$ .

**37.** Знайти шостий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_4 = 125$ ,  $b_7 = 64$ .

**38.** Обчислити суму перших п'яти членів геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 = 4$ ,  $b_4 = -108$ .

**39.** Обчислити суму перших п'яти членів геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_2 = -3$ ,  $b_3 = 9$ .

**40.** Знайти перший член геометричної прогресії  $(b_n)$ , знаменник  $q$  якої дорівнює 3, а сума  $S_5$  перших п'яти її членів дорівнює 605.

### Група 3

**41.** Обчислити сьомий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_1 + 3a_9 = 44$ .

**42.** Обчислити шостий член арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $3a_3 + a_{15} = 24$ .

**43.** Десятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 6. Обчислити суму  $a_3 + a_7 + a_{10} + a_{13} + a_{17}$ .

**44.** Одинадцятий член арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 4. Обчислити суму  $a_4 + a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{18}$ .

**45.** Обчислити суму перших двадцяти одного членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $3a_7 + a_{23} = 6\frac{6}{7}$ .

**46.** Сума перших тридцяти трьох членів арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 132. Обчислити суму  $a_{10} + a_{17} + a_{24}$ .

**47.** Сума сьомого та десятого членів арифметичної прогресії дорівнює частці дванадцятого та п'ятого членів. Знайти дванадцятий член цієї прогресії, якщо її п'ятий член дорівнює 5.

**48.** Різниця дев'ятого та третього членів арифметичної прогресії дорівнює частці чотирнадцятого та восьмого членів цієї прогресії. Знайти її чотирнадцятий член, якщо восьмий член дорівнює 2.

**49.** Сума перших десяти членів арифметичної прогресії дорівнює сумі перших п'ятнадцяти її членів. Обчислити суму перших двадцяти п'яти членів даної арифметичної прогресії.

**50.** Обчислити суму перших вісімнадцяти членів арифметичної прогресії, якщо сума перших шести її членів дорівнює  $-2$ , а сума перших дванадцяти членів дорівнює  $8$ .

**51.** Обчислити модуль сьомого члена геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 b_9^3 = 256$ .

**52.** Обчислити шостий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_3^3 b_6 b_{15} = -32$ .

**53.** Четвертий член геометричної прогресії  $(b_n)$  дорівнює  $-4$ . Обчислити добуток  $b_2 b_3 b_7$ .

**54.** Десятий член геометричної прогресії  $(b_n)$  дорівнює  $-3$ . Обчислити добуток  $b_6 b_7 b_8 b_{12} b_{17}$ .

**55.** Обчислити сьомий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_{14} = 32$ ,  $b_{28} = 128$  і  $b_1 < 0$ .

**56.** Обчислити тридцять дев'ятий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_9 = 2$  і  $b_{21} = 50$ .

**57.** Обчислити десятий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_6 = 5$  і  $b_{22} = 80$ .

**58.** Обчислити п'ятнадцятий член геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_5 = -10$  і  $b_{35} = -270$ .

**59.** Нехай  $S_n$  — сума перших  $n$  членів геометричної прогресії  $(b_n)$ . Обчислити  $S_6$ , якщо  $S_2 = 2$  і  $S_4 = 8$ .

**60.** Нехай  $S_n$  — сума перших  $n$  членів геометричної прогресії  $(b_n)$ . Обчислити  $S_4$ , якщо  $S_2 = -3$  і  $S_6 = -63$ .

## Варіант Б

### Група 1

**1.** Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел кратних чотирьом.

**2.** Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел кратних семи.

**3.** Знайти суму всіх двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на  $7$  дають в остачі  $3$ .

**4.** Знайти суму всіх натуральних чисел, менших за  $150$ , які при діленні на  $13$  дають в остачі  $10$ .

5. Знайти різницю арифметичній прогресії, перший член якої дорівнює 1, 2, а сума її перших шести членів дорівнює 10, 2.

6. В арифметичній прогресії перший член дорівнює 7, 5, різниця дорівнює 1, 5, а сума її перших  $n$  членів дорівнює 165. Знайти  $n$ .

7. Обчислити суму перших двадцяти одного членів арифметичної прогресії  $(a_n)$ , якщо  $a_8 + 3a_{12} = 6\frac{6}{7}$ .

8. Сума перших тридцяти трьох членів арифметичної прогресії  $(a_n)$  дорівнює 132. Обчислити  $2a_{14} + a_{18} + a_{22}$ .

9. Знайти число членів арифметичної прогресії, сума всіх членів якої дорівнює  $-115$ , різниця дорівнює 3, а останній її член дорівнює 2.

10. Знайти число членів арифметичної прогресії, сума всіх членів якої дорівнює 210, різниця дорівнює 2, а її шостий член дорівнює 10.

11. Сума перших трьох членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 39, а сума першого і третього членів 29. Знайти знаменник прогресії.

12. Знайти четвертий член геометричної прогресії, знаменник якої дорівнює  $\frac{2}{3}$ , а сума її перших чотирьох членів дорівнює 130.

13. Добуток перших трьох членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 125, а їх середнє арифметичне дорівнює 6, 5. Знайти третій член цієї прогресії.

14. Три числа утворюють геометричну прогресію, перший член якої менший від другого на 4, а другий менший від третього на 6. Обчислити суму цих чисел.

15. Обчислити суму перших чотирьох членів геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_4 \cdot b_1 = 64$ , а  $b_2 = 4$ .

16. Знайти знаменник геометричної прогресії, сума перших трьох членів якої дорівнює 5, а сума перших шести її членів дорівнює  $-130$ .

17. Сума перших трьох членів зростаючої геометричної прогресії  $(b_n)$  дорівнює 8, а сума перших шести її членів дорівнює  $-56$ . Обчислити  $b_7 + b_8 + b_9$ .

18. Сума перших трьох членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 28, а сума обернених величин до цих членів дорівнює  $\frac{7}{16}$ . Знайти другий член геометричної прогресії.

19. Сума першого і останнього членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює 19, а добуток другого і передостаннього її членів



дорівнює 70. Знайти перший член даної геометричної прогресії.

**20.** Знайти перший член спадної геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_5 - b_4 = 24$ ,  $b_2 \cdot b_7 = -108$ .

### Група 2

**21.** При якому значенні  $x$  числа  $2$ ;  $\frac{x^2+5}{4}$ ;  $x+2$  є послідовними членами зростаючої арифметичної прогресії?

**22.** При якому значенні  $x$  числа  $\frac{x^2+1}{5}$ ;  $4$ ;  $2x$  є послідовними членами спадної арифметичної прогресії?

**23.** При якому значенні  $x$  числа  $\sqrt{2x-1}$ ;  $\sqrt{0,5}$ ;  $\sqrt{2x+1}$  є послідовними членами арифметичної прогресії?

**24.** При деякому значенні  $x$  числа  $\sqrt{x+4}$ ;  $2$ ;  $6-x$  є послідовними членами арифметичної прогресії. Обчислити суму членів цієї прогресії.

**25.** При деякому значенні  $x$  числа  $15$ ;  $\sqrt{x+1}$ ;  $7\sqrt[4]{x+1}$  є послідовними членами арифметичної прогресії. Знайти її різницю.

**26.** При деякому значенні  $x$  числа  $\sqrt{3x+4}$ ;  $\sqrt{x}$ ;  $\sqrt{x-4}$  є послідовними членами арифметичної прогресії. Обчислити суму членів цієї прогресії.

**27.** При якому значенні  $x$  числа  $\lg 2$ ;  $\lg(2^x - 6)$ ;  $\lg(2^x + 34)$  є послідовними членами арифметичної прогресії?

**28.** При деякому значенні  $x$  числа  $2\log_5 x$ ;  $1$ ;  $\log_{0,2} x$  є послідовними членами арифметичної прогресії. Обчислити суму членів цієї прогресії.

**29.** При деякому значенні  $x$  числа  $48$ ;  $4^x$ ;  $5 \cdot 2^{x+1}$  є послідовними членами арифметичної прогресії. Знайти її різницю.

**30.** При деякому значенні  $x$  числа  $2^{3-x}$ ;  $2^{x+2}$ ;  $30$  є послідовними членами арифметичної прогресії. Обчислити суму членів цієї прогресії.

**31.** При якому значенні  $x$  числа  $2$ ;  $3^x - 3$ ;  $3^x + 9$  є послідовними членами геометричної прогресії?

**32.** При якому значенні  $x$  числа  $2$ ;  $5^x - 9$ ;  $5^{2x-1} + 3$  є послідовними додатними членами геометричної прогресії?

**33.** При якому значенні  $x$  числа  $\sqrt[3]{2}$ ;  $\sqrt[3]{2}$ ;  $\sqrt{2}$  є послідовними членами геометричної прогресії?

**34.** При якому значенні  $x$  числа  $\log_2(8x)$ ;  $\log_2 x$ ;  $\log_2 0,25x$  є послідовними членами геометричної прогресії?

**35.** При якому значенні  $x$  числа  $x$ ;  $\sqrt{\lg(4^x - 12)}$ ;  $1 - \lg 5$  є послідовними членами геометричної прогресії?

**36.** Знайти суму всіх значень  $x$ , для яких числа  $1$ ;  $x$ ;  $|x + 2|$  є послідовними членами геометричної прогресії.

**37.** При деякому значенні  $x$  числа  $2^{1+2x}$ ;  $2^{|2x-1|}$ ;  $2^{1-3x}$  є послідовними членами спадної геометричної прогресії. Знайти її знаменник.

**38.** При деякому значенні  $x$  числа  $(0, 2)^{13x-6}$ ;  $5^{|1-2x|}$ ;  $(0, 2)^{2-7x}$  є послідовними членами геометричної прогресії. Знайти її знаменник.

**39.** При деяких значеннях  $x$  і  $y$  числа  $x$ ;  $4$ ;  $x + y$  є послідовними членами геометричної прогресії, а числа  $xy$ ;  $24$ ;  $y^2$  — арифметичної. Обчислити суму чисел, які утворюють арифметичну прогресію.

**40.** При деяких ненульових значеннях  $x$  і  $y$  числа  $xy$ ;  $43y$ ;  $90(x + y)$  є послідовними арифметичної прогресії, а числа  $x + 5$ ;  $15$ ;  $y + 45$  — геометричної. Знайти знаменник цієї геометричної прогресії.

### Група 3

**41.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 3n^2 - 7n$ . Знайти різницю цієї арифметичної прогресії.

**42.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 5n - n^2$ . Знайти десятий член цієї арифметичної прогресії.

**43.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = n^2 - 14n$ . Яке число перших членів цієї прогресії потрібно взяти, щоб їх сума була найменшою.

**44.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 16n - 2n^2$ . Знайти найбільше можливе значення цієї суми.

**45.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 41n - 2n^2$ . Обчислити суму додатних членів цієї прогресії.

**46.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 2n^2 - 25n$ . Обчислити суму від'ємних членів цієї прогресії.

**47.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 57n - 3n^2$ . Знайти число додатних членів цієї прогресії.

**48.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 3n^2 - 45n$ . Знайти число від'ємних членів цієї прогресії.

**49.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 75n - 5n^2$ . Знайти найменший додатний член цієї прогресії.

**50.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної арифметичної прогресії задовольняє умову  $S_n = 63n - 3n^2$ . Знайти найбільший від'ємний член цієї прогресії.

**51.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної геометричної прогресії задовольняє умову  $2n = \log_2 \left( \frac{S_n}{3} + 1 \right)$ . Знайти знаменник цієї геометричної прогресії.

**52.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної геометричної прогресії задовольняє умову  $n = \log_5 \left( \frac{S_n}{2} + 1 \right)$ . Знайти знаменник цієї геометричної прогресії.

**53.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної геометричної прогресії задовольняє умову  $S_n = (2^n - 1) \cdot \log_2 3$ . Знайти знаменник цієї геометричної прогресії.

**54.** Відомо, що сума  $S_n$  перших  $n$  членів даної геометричної прогресії задовольняє умову  $n + 4 = \log_3 (S_n + 81)$ . Знайти знаменник цієї геометричної прогресії.

**55.** Відомо, що суми  $S_n$  та  $S'_n$  відповідно перших  $n$  членів геометричних прогресій  $(b_n)$  та  $(b'_n)$  задовольняють умовам

$$(-1)^n - 1 = S_n \cdot \log_3 4, \quad S'_n = \frac{1}{2} ((-1)^n - 1) \cdot \log_2 \frac{8}{3}.$$

Обчислити суму  $b_3 + b'_3$ .

**56.** Відомо, що суми  $S_n$  та  $S'_n$  відповідно перших  $n$  членів геометричних прогресій  $(b_n)$  та  $(b'_n)$  задовольняють умовам

$$S_n = (2^n - 1) \cdot \log_3 2, \quad S'_n = 2 \left( \left( \frac{3}{2} \right)^n - 1 \right) \cdot \log_4 3.$$

Обчислити добуток  $b_4 \cdot b'_4$ .

**57.** Відомо, що суми  $S_n$  та  $S'_n$  відповідно перших  $n$  членів геометричних прогресій  $(b_n)$  та  $(b'_n)$  задовольняють умовам

$$S_n = 18 \left( \left( \frac{4}{3} \right)^{\frac{n}{3}} - 1 \right), \quad S'_n = 81 \left( 1 - \left( \frac{2}{9} \right)^{\frac{n}{3}} \right).$$

Знайти знаменник геометричної прогресії  $\left(\frac{1}{a_n b_n}\right)$ .

**58.** Відомо, що суми  $S_n$  та  $S'_n$  відповідно перших  $n$  членів геометричних прогресій  $(b_n)$  та  $(b'_n)$  задовольняють умовам

$$2S_n \cdot \log_5 3 = 1 - (-1)^n, \quad S'_n = (2^n - 1) \log_{25} 3.$$

Знайти знаменник геометричної прогресії  $(a_n b_n)$ .

**59.** Добуток третього та дев'ятого членів геометричної прогресії дорівнює різниці шостого та чотирнадцятого її членів. Знайти шостий член прогресії, якщо чотирнадцятий член прогресії дорівнює  $-20$ .

**60.** Добуток восьмого та чотирнадцятого членів геометричної прогресії дорівнює сумі одинадцятого та дев'ятнадцятого її членів. Знайти одинадцятий член прогресії, якщо дев'ятнадцятий член прогресії дорівнює  $42$ .

## Варіант В

### Група 1

**1.** Обчислити суму чисельника та знаменника нескоротного раціонального дробу, який у десятковій формі записується у вигляді періодичного десяткового дробу  $0,1(81)$ .

**2.** Обчислити добуток чисельника та знаменника нескоротного раціонального дробу, який у десятковій формі записується у вигляді періодичного десяткового дробу  $0,2(72)$ .

**3.** Обчислити  $(0,5(45) : \frac{3}{550} - 99,99) : 0,002$ .

**4.** Обчислити  $(0,4(54) : \frac{5}{297} - 26,99)^{-2}$ .

**5.** Розв'язати рівняння  $1 + x + x^2 + x^3 + \dots = \frac{4}{5}$ , якщо  $|x| < 1$ .

**6.** Розв'язати рівняння  $1 - x + x^2 - x^3 + \dots = \frac{3}{8x}$ , якщо  $|x| < 1$ .

**7.** Розв'язати рівняння  $\frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \dots + \frac{2}{x} + \frac{1}{x} = 7\frac{1}{2}$ , де  $x$  — натуральне число.

**8.** Розв'язати рівняння  $2 + 5 + 8 + \dots + (x-3) + x = 345$ , де  $x$  — натуральне число, яке при діленні на  $3$  дає остачу  $2$ .

**9.** Обчислити  $100^2 - 99^2 + 98^2 - 97^2 + \dots + 2^2 - 1^2$ .

**10.** Обчислити  $2^2 - 1^2 + 5^2 - 4^2 + 8^2 - 7^2 + \dots + 101^2 - 100^2$ .

**11.** Обчислити  $16^{\log_a 0,2}$ , якщо  $a = \frac{1}{3} - \frac{1}{9} + \frac{1}{27} - \frac{1}{81} + \dots$ .

**12.** Обчислити  $a^{\log_{0,8} 2}$ , якщо  $a = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \dots$ .

13. Обчислити суму

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{15}} + \sqrt{a_{16}}},$$

де  $(a_n)$  — арифметична прогресія і  $a_1 = 49$ ,  $a_{16} = 169$ .

14. Обчислити  $b_1 \cdot b_{13} \cdot \left( \frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \frac{1}{b_3} + \dots + \frac{1}{b_{13}} \right)$ , якщо послідовність  $(b_n)$  є геометричною прогресією, причому  $b_1 = 0,75$ ,  $b_{13} = 3072$ .

15. Обчислити  $(5^2 + 12^2 + 19^2 + \dots + 201^2) - (2^2 + 9^2 + 16^2 + \dots + 198^2)$ .

16. Обчислити  $(8^2 + 17^2 + 26^2 + \dots + 107^2) - (3^2 + 12^2 + 21^2 + \dots + 102^2)$ .

17. Обчислити суму найбільшого та найменшого із трицифрових чисел, які кратні 6 і цифри яких утворюють арифметичну прогресію (у тому ж порядку, що стоять у записі цих чисел).

18. Обчислити суму найбільшого та найменшого із трицифрових чисел, які кратні 15 і цифри яких утворюють арифметичну прогресію (у тому ж порядку, що стоять у записі цих чисел).

19. Обчислити суму найбільшого та найменшого із трицифрових чисел, які кратні 12 і цифри яких утворюють арифметичну прогресію (у тому ж порядку, що стоять у записі цих чисел).

20. Обчислити суму найбільшого та найменшого із трицифрових чисел, які кратні 18 і цифри яких утворюють арифметичну прогресію (у тому ж порядку, що стоять у записі цих чисел).

## Група 2

21. Відношення суми всіх членів арифметичній прогресії  $(a_n)$  з непарними номерами до суми всіх її членів з парними номерами дорівнює 1,04. Знайти число членів цієї прогресії, якщо відомо, що воно непарне.

22. Знайти різницю арифметичної прогресії  $(a_n)$ , у якої перший член дорівнює  $-49$ , останній дорівнює  $47$ , а сума решти її членів дорівнює  $-5$ .

23. Знайти перший член зростаючої геометричної прогресії  $(b_n)$ , якщо  $b_1 + b_2 + b_3 = 126$  та  $\log_6 b_1 + \log_6 b_2 + \log_6 b_3 = 6$ .

24. Сума перших трьох додатних членів зростаючої геометричної прогресії дорівнює  $62$ , а сума обернених до них чисел дорівнює  $0,62$ . Знайти знаменник геометричної прогресії.

25. Серед заданих п'яти чисел перші чотири є членами зростаючої арифметичної прогресії, а останні три є членами геометричної

прогресії. Сума перших чотирьох чисел дорівнює 6, а добуток другого і третього дорівнює нулю. Знайти п'яте із заданих чисел.

**26.** Сума трьох перших членів зростаючої арифметичної прогресії дорівнює 36. Якщо перші два члени залишити без змін, а до третього члена додати 50, то утвориться геометрична прогресія. Знайти перший член арифметичної прогресії.

**27.** Перший, третій і сьомий члени заданої арифметичної прогресії з ненульовою різницею утворюють геометричну прогресію. Знайти знаменник цієї геометричної прогресії.

**28.** Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 45. Знайти найбільше з цих чисел, якщо перше з заданих чисел є арифметичним квадратним коренем третього числа.

**29.** Перший член зростаючої геометричної прогресії дорівнює 0,5, а сума перших п'яти її членів в чотири рази більша за суму їх обернених величин. Знайти знаменник геометричної прогресії.

**30.** Знайти число членів геометричної прогресії  $b_1, b_2, \dots, b_n$ , якщо  $b_1 + b_5 = 17$ ,  $b_2 + b_6 = 34$ ,  $b_1 + b_2 + \dots + b_n = 1023$ .

**31.** Довжини сторін трикутника утворюють арифметичну прогресію. Знайти довжину найменшої сторони трикутника, якщо його периметр 42 см, а площа  $84 \text{ см}^2$ .

**32.** Довжини сторін трикутника утворюють арифметичну прогресію. Знайти периметр цього трикутника, якщо різниця цієї прогресії дорівнює 3, а площа трикутника дорівнює  $54 \text{ см}^2$ .

**33.** Всі члени арифметичної прогресії  $(a_n)$  є натуральними числами. Сума перших дев'яти її членів більша за 175, але менша 190. Знайти перший член цієї прогресії, якщо  $a_3 = 14$ .

**34.** Всі члени арифметичної прогресії  $(a_n)$  є цілими числами. Сума перших п'ятнадцяти її членів більша за 750, але менша 900. Знайти перший член цієї прогресії, якщо  $a_{13} = 100$ .

**35.** Сума перших трьох членів геометричної прогресії  $(b_n)$  з цілим знаменником є цілим числом, що більше за 90, але менше за 125. Знайти знаменник цієї прогресії, якщо  $b_3 = 108$ .

**36.** Сума перших трьох членів геометричної прогресії  $(b_n)$  з цілим знаменником є цілим числом, що більше за 420, але менше за 480. Знайти цю суму, якщо  $b_3 = 450$ .

**37.** У нескінченній числовій послідовності 1, 2, 6, 13, ... різниці між кожним наступним і попереднім членами утворюють арифме-

тичну прогресію. Знайти двадцятий член цієї послідовності.

**38.** У нескінченній числовій послідовності  $-3, -1, 6, 18, \dots$  різниці між кожним наступним і попереднім членами утворюють арифметичну прогресію. Знайти тридцятий член цієї послідовності.

**39.** У нескінченній числовій послідовності  $2, 5, 11, 23, \dots$  різниці між кожним наступним і попереднім членами утворюють геометричну прогресію. Знайти шістнадцятий член цієї послідовності.

**40.** У нескінченній числовій послідовності  $4, 6, 0, 18, -36, \dots$  різниці між кожним наступним і попереднім членами утворюють геометричну прогресію. Знайти дванадцятий член цієї послідовності.

### Група 3

**41.** Обчислити суму

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_9 a_{10}},$$

де  $(a_n)$  — арифметична прогресія, загальний член якої задається формулою  $a_n = 10 + 5n$ .

**42.** Обчислити  $100^{100} - 101 \cdot 100^{99} + 101 \cdot 100^{98} - 101 \cdot 100^{97} + \dots - 101 \cdot 100^2 - 101 \cdot 100 + 101$ .

**43.** Нехай  $(y_n)$  є послідовністю спільних членів двох арифметичних прогресій  $2, 7, 12, \dots$  і  $3, 10, 17, \dots$ , розміщених у порядку зростання. Знайти  $y_{10}$ .

**44.** Знайти найменший спільний член двох нескінченних арифметичних прогресій  $-12, 8; -11, 4; -10; \dots$  і  $-11, 7; -9, 4; -7, 1; \dots$

**45.** Сума членів нескінченно спадної геометричної прогресії на 8 більша від суми перших трьох її членів, а сума перших шести її членів дорівнює 63. Знайти знаменник цієї прогресії.

**46.** Знайти перший член нескінченно спадної геометричної прогресії, у якої сума її членів дорівнює 15, а кожен член, починаючи з другого, в 5, 2 рази менший від суми сусідніх з ним членів.

**47.** Знайти найбільший цілий від'ємний розв'язок рівняння

$$1 - \sin \frac{\pi x}{6} + \sin^2 \frac{\pi x}{6} - \sin^3 \frac{\pi x}{6} + \dots = \frac{2}{3}.$$

**48.** Знайти найменший натуральний розв'язок рівняння

$$1 + \cos \frac{\pi x}{12} + \cos^2 \frac{\pi x}{12} + \cos^3 \frac{\pi x}{12} + \dots = \frac{2}{3}.$$

49. Знайти найбільший натуральний розв'язок нерівності

$$2^1 \cdot 2^3 \cdot 2^5 \dots 2^{2x-1} < 0,25^{-32}.$$

50. Знайти середину проміжку розв'язків нерівності

$$2^{1+x+x^2+\dots} < \left(6 + \frac{2}{1} + \frac{2}{3} + \frac{2}{9} + \dots\right)^{\log_3 2},$$

якщо  $|x| < 1$ .

51. Обчислити суму натуральних розв'язків нерівності

$$\log_{125} x + \log_{125}^2 x + \log_{125}^3 x + \dots \leq \frac{1}{2}.$$

52. Обчислити суму натуральних розв'язків нерівності

$$\lg x + \lg \sqrt[3]{x} + \lg \sqrt[9]{x} + \dots < 3,$$

якщо  $x > 0, 1$ .

53. Знайти найбільший натуральний розв'язок нерівності

$$\sqrt[3]{x \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \dots}}} < 4 \sqrt[3]{2 \sqrt[3]{2 \sqrt[3]{2 \sqrt[3]{2 \dots}}}}$$

54. Знайти найменший натуральний розв'язок нерівності

$$x \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x^3 \sqrt[3]{x^2 \sqrt[3]{x \dots}}} \geq 32 \sqrt[3]{32 \sqrt[3]{32 \sqrt[3]{32 \sqrt[3]{32 \dots}}}}$$

55. Нехай  $x_1, x_2$  — корені рівняння  $x^2 + x + a = 0$ , а  $x_3, x_4$  — корені рівняння  $x^2 - 19x + b = 0$ , де  $a$  і  $b$  — деякі дійсні числа, причому  $x_1 < x_2, x_3 < x_4$ . Знайти  $a$ , якщо відомо що послідовність  $x_1, x_2, x_3, x_4$  є арифметичною прогресією.

56. Нехай  $x_1, x_2$  — корені рівняння  $x^2 + x + a = 0$ , а  $x_3, x_4$  — корені рівняння  $x^2 - 19x + b = 0$ , де  $a$  і  $b$  — деякі дійсні числа, причому  $x_1 < x_2, x_3 < x_4$ . Знайти  $b$ , якщо відомо що послідовність  $x_1, x_2, x_3, x_4$  є арифметичною прогресією.

57. Нехай  $x_1, x_2$  — корені рівняння  $x^2 + ax - 18 = 0$ , а  $x_3, x_4$  — корені рівняння  $x^2 + bx - 288 = 0$ , де  $a$  і  $b$  — деякі дійсні числа,



причому  $x_1 < x_2$ ,  $x_3 < x_4$ . Знайти  $a$ , якщо відомо що послідовність  $x_1, x_2, x_3, x_4$  є геометричною прогресією.

**58.** Нехай  $x_1, x_2$  — корені рівняння  $x^2 + ax - 18 = 0$ , а  $x_3, x_4$  — корені рівняння  $x^2 + bx - 288 = 0$ , де  $a$  і  $b$  — деякі дійсні числа, причому  $x_1 < x_2$ ,  $x_3 < x_4$ . Знайти  $b$ , якщо відомо що послідовність  $x_1, x_2, x_3, x_4$  є геометричною прогресією.

**59.** Значення виразу  $(10^{10} + 10^9 + 10^8 + \dots + 1) \cdot (10^{11} + 5) + 1$  є квадратом натурального числа. Знайти число цифр 3, що входять в його запис.

**60.** Обчислити суму цифр натурального числа, що є значенням виразу  $\sqrt{(10^{20} + 10^{19} + 10^{18} + \dots + 1) \cdot (10^{21} + 5) + 1}$ .

## § 26. Планіметрія

### Варіант А

#### Група 1

1. На відрізку  $AB$  завдовжки 24 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $AC$ , якщо  $AC : BC = 3 : 5$ .

2. На відрізку  $AB$  завдовжки 36 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $BC$ , якщо  $AC : AB = 7 : 9$ .

3. На відрізку  $AB$  завдовжки 45 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $BC$ , якщо  $AC : BC = \frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ .

4. На відрізку  $AB$  завдовжки 26 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $AC$ , якщо  $AC : AB = 1\frac{1}{8} : 3\frac{3}{4}$ .

5. На відрізку  $AB$  завдовжки 16 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $BC$ , якщо  $5AC = 3BC$ .

6. На відрізку  $AB$  завдовжки 15 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $AC$ , якщо  $\frac{1}{2}AC = \frac{1}{4}BC$ .

7. На відрізку  $AB$  завдовжки 18 см вибрано точку  $C$ . Знайти довжину відрізка  $AC$ , якщо  $2AC + 5BC = 4AB$ .

8. На відрізку  $AB$  вибрано точку  $C$  так, що  $BC = 7$  см. Знайти довжину відрізка  $AC$ , якщо  $2AC + 5BC = 3AB$ .

9. На відрізку  $AB$  завдовжки 40 см вибрано точку  $C$ . Знайти відстань між серединами відрізків  $AC$  і  $BC$ .

10. На відрізку  $AB$  вибрано точку  $C$ . Відстань між серединами відрізків  $AC$  і  $BC$  дорівнює 7 см. Знайти довжину відрізка  $AB$ .

11. На відрізку  $AB$  вибрано точку  $C$  так, що  $AC = 2$  см, а  $AB$  становить 140% відрізка  $BC$ . Знайти довжину відрізка  $AB$ .

12. На відрізку  $AB$  довжиною 11 см вибрано точку  $C$  так, що відрізок  $BC$  на 20% довший відрізка  $AC$ . Знайти довжину відрізка  $BC$ .

13. На відрізку  $AB$  довжиною 80 см відкладено відрізки  $AC = 36$  см,  $CD = 42$  см,  $DE = 50$  см. Обчислити відстань від точки  $B$  до середини відрізка  $CE$ .

14. На відрізку  $AB$  довжиною 90 см відкладено відрізки  $AC = 22$  см,  $CD = 32$  см,  $DE = 48$  см,  $BF = 78$  см. Обчислити довжину відрізка  $EF$ .

**15.** Відрізок довжиною 35 см поділено на три різні за довжиною частини. Відстань між серединами крайніх частин дорівнює 25 см. Знайти довжину середньої частини.

**16.** Знайти довжину відрізка, який поділено на три різні за довжиною частини, якщо відомо, що довжина середньої частини дорівнює 11 см, а відстань між серединами крайніх частин дорівнює 19 см.

**17.** Відрізок довжиною 28 см поділено на чотири різних за довжиною відрізки. Відстань між серединами крайніх частин дорівнює 22 см. Знайти відстань між серединами середніх частин.

**18.** Знайти довжину відрізка, який поділено на чотири різні за довжиною частини і при цьому відстань між серединами крайніх частин дорівнює 24 см, а відстань між серединами середніх частин дорівнює 9 см.

**19.** Відрізок  $AB$  поділено на три частини, довжини яких обернено пропорційні відповідно числам 3; 4 і 5. Знайти довжину відрізка  $AB$ , якщо різниця довжин найбільшої та найменшої частин дорівнює 16 см.

**20.** Відрізок  $AB$  довжиною 65 см поділено на три частини, довжини яких обернено пропорційні відповідно числам 2; 3 і 4. Знайти довжину найменшої з цих частин.

## Група 2

**21.** У півплощині розгорнутого кута  $\angle AOB$  побудовано кути:  $\angle AOC = 32^\circ$ ,  $\angle COD = 72^\circ$ ,  $\angle DOE = 84^\circ$ ,  $\angle EOF = 112^\circ$ . Обчислити  $\angle COF$ .

**22.** У півплощині розгорнутого кута  $\angle AOB$  побудовано кути:  $\angle BOC = 44^\circ$ ,  $\angle AOD = 36^\circ$ ,  $\angle COE = 52^\circ$ ,  $\angle DOF = 78^\circ$ . Обчислити  $\angle EOF$ .

**23.** З вершини кута проведено промінь, перпендикулярний до його бісектриси. Цей промінь утворює із стороною даного кута кут, що дорівнює  $25^\circ$ . Знайти даний кут.

**24.** З вершини кута проведено промінь, перпендикулярний до його бісектриси. Цей промінь утворює із стороною даного кута кут, що дорівнює  $130^\circ$ . Знайти даний кут.

**25.** Промінь  $OC$  проходить між сторонами кута  $AOB$ , який дорівнює  $120^\circ$ . Знайти більший з утворених кутів, якщо їх різниця становить  $\frac{2}{5}$  їх суми.

**26.** Промінь  $OC$  проходить між сторонами кута  $AOB$ , градусна міра якого  $135^\circ$ . Знайти  $\angle AOC$ , якщо його градусна міра становить  $\frac{2}{5}$  різниці градусних мір кутів  $COB$  та  $AOC$ .

**27.** Промені  $OB$  та  $OC$  поділяють кут  $AOD$  на три попарно різних кути  $AOB$ ,  $BOC$  та  $COD$ . Знайти градусну міру кута  $BOC$ , якщо  $\angle AOD = 70^\circ$ , а кут між бісектрисами кутів  $AOB$  та  $COD$  дорівнює  $55^\circ$ .

**28.** Промені  $OB$  та  $OC$  поділяють кут  $AOD$  на три попарно різних кути  $AOB$ ,  $BOC$  та  $COD$ . Знайти градусну міру кута  $AOD$ , якщо  $\angle BOC = 75^\circ$ , а кут між бісектрисами кутів  $AOB$  та  $COD$  дорівнює  $90^\circ$ .

**29.**  $\frac{2}{5}$  одного з даних суміжних кутів в сумі з іншим дають  $90^\circ$ . Знайти більший із цих кутів.

**30.**  $\frac{2}{3}$  одного з даних суміжних кутів та  $\frac{7}{15}$  другого з цих кутів в сумі дають  $90^\circ$ . Знайти менший із цих кутів.

**31.** Більший із суміжних кутів становить  $\frac{8}{7}$  їх різниці. Знайти градусну міру цього кута.

**32.** Більший із суміжних кутів у п'ять раз більший за їх різницю. Знайти градусну міру цього кута.

**33.** Сума вертикальних кутів у чотири рази менша від суміжного з кожним із цих кутів. Знайти градусні міри кожного із заданих вертикальних кутів.

**34.** Сума вертикальних кутів на  $255^\circ$  більша від градусної міри суміжного з кожним із цих кутів. Знайти градусні міри кожного із заданих вертикальних кутів.

**35.** Сума трьох кутів, які утворені при перетині двох прямих на  $300^\circ$  більша від четвертого кута. Знайти градусну міру цього кута.

**36.** Знайти менший із кутів, утворених перетином двох прямих, якщо сума двох із них в чотири рази більша від суми двох інших.

**37.** При перетині двох паралельних прямих січною один із утворених кутів дорівнює  $98^\circ$ . Знайти менший із кутів, утворених при перетині цих прямих прямою, перпендикулярною до січної.

**38.** При перетині двох паралельних прямих січною утворені кути, сума трьох з яких дорівнює  $213^\circ$ . Яке найменше значення (у градусах) може мати один із гострих кутів, утворених січною та паралельними прямими?

**39.** Кут між бісектрисою кута  $AOB$  та доповняльною півпрямую до сторони цього кута становить  $\frac{3}{4}$  градусної міри даного кута  $AOB$ . Знайти  $\angle AOB$ .

**40.** Нехай  $OC$  — бісектриса кута  $AOB$ , кут  $DOC$  — суміжний до кута  $AOC$  і становить  $0,94$  кута  $AOB$ . Знайти  $\angle DOB$ .

### Група 3

**41.** Зовнішній кут трикутника дорівнює  $140^\circ$ , а внутрішні кути, не суміжні з ним, пропорційні 3 і 4. Знайти найбільший внутрішній кут заданого трикутника.

**42.** Внутрішній кут трикутника дорівнює  $60^\circ$ , а зовнішні не суміжні з ним кути, відносяться як 3 : 5. Визначити найменший внутрішній кут трикутника.

**43.** Один з кутів рівнобедреного трикутника на  $80^\circ$  менший від суми двох інших. Знайти найменший внутрішній кут трикутника.

**44.** Знайти кут при основі рівнобедреного трикутника, якщо один з його кутів у сім раз менший від різниці двох інших кутів.

**45.** Нехай бісектриси  $AM$  і  $BN$  відповідно кутів  $A$  та  $B$  трикутника  $ABC$  перетинаються в точці  $O$ . Знайти градусну міру кута  $C$ , якщо  $\angle AOB = 110^\circ$ .

**46.** Нехай бісектриси  $AM$  і  $BN$  відповідно кутів  $A$  та  $B$  трикутника  $ABC$  перетинаються в точці  $O$ . Знайти градусну міру кута  $AOB$ , якщо  $\angle C = 80^\circ$ .

**47.** Бісектриси кутів трикутника  $ABC$ , проведені з вершин  $A$  і  $B$ , перетинають протилежні сторони відповідно в точках  $A_1$  і  $B_1$ . Знайти градусну міру кута  $C$ , якщо  $\angle AA_1B = 55^\circ$ ,  $\angle BB_1A = 80^\circ$ .

**48.** Бісектриси кутів трикутника  $ABC$ , проведені з вершин  $A$  і  $B$ , перетинаються в точці  $D$  і перетинають протилежні сторони відповідно в точках  $A_1$  і  $B_1$ . Знайти градусну міру кута  $ADB$ , якщо  $\angle AA_1B = 60^\circ$ ,  $\angle BB_1A = 75^\circ$ .

**49.** З вершини прямого кута прямокутного трикутника проведено промені через центри вписаного та описаного навколо даного трикутника кіл. Кут між цими променями дорівнює  $10^\circ$ . Обчислити градусну міру найменшого кута трикутника.

**50.** Гострий кут прямокутного трикутника дорівнює  $25^\circ$ . Обчислити градусну міру кута між променями, проведеними з вершини прямого кута через центри вписаного та описаного навколо трикутника кіл.

**51.** Обчислити суму кутів опуклого многокутника, якщо з однієї його вершини можна провести 6 діагоналей.

**52.** Скільки діагоналей можна провести з однієї вершини опуклого многокутника, сума кутів якого дорівнює  $1080^\circ$ .

**53.** Визначити число сторін опуклого многокутника, у якого п'ять кутів по  $130^\circ$ , а решта — по  $170^\circ$ .

**54.** Число сторін опуклого многокутника є непарним. Два кути у нього по  $107^\circ$ , а решта рівні між собою, і їх градусна міра є цілим числом. Знайти градусну міру цих кутів.

**55.** Різниця внутрішнього та зовнішнього кутів правильного многокутника дорівнює  $108^\circ$ . Знайти число сторін цього многокутника.

**56.** Визначити число сторін правильного  $n$ -кутника, якщо різниця градусних мір внутрішнього кута цього многокутника та внутрішнього кута правильного  $(n - 1)$ -кутника дорівнює  $4^\circ$ .

**57.** Визначити число сторін правильного многокутника, якщо сума його внутрішніх кутів разом з одним зовнішнім дорівнює  $1300^\circ$ .

**58.** Визначити число сторін правильного многокутника, якщо сума його зовнішніх кутів, взятих по одному при кожній з його вершин, разом з одним внутрішнім дорівнює  $520^\circ$ .

**59.** Визначити число сторін опуклого многокутника, найменший кут якого дорівнює  $120^\circ$ , а кожен наступний більший від попереднього на  $5^\circ$  і число діагоналей, що виходять з однієї вершини є парним.

**60.** Внутрішні кути опуклого многокутника утворюють арифметичну прогресію з різницею 4. Знайти найменший кут многокутника, якщо сума всіх внутрішніх кутів дорівнює  $1800^\circ$ .

## Варіант Б

### Група 1

**1.** Сума довжин двох відповідних сторін подібних трикутників дорівнює 24 см, а різниця довжин двох інших відповідних сторін дорівнює 8 см. Знайти периметр більшого трикутника, якщо довжини третіх сторін відповідно дорівнюють 5 см і 15 см.

**2.** Периметри двох подібних трикутників відносяться як 8 : 5, а різниця довжин двох відповідних сторін цих трикутників дорівнює 15,3 см. Знайти довжину більшої з цих сторін.

**3.** Периметр трикутника становить 140% периметра подібного йому трикутника, а сума довжин двох відповідних сторін цих трику-

тників дорівнює 12 см. Знайти периметр більшого трикутника, якщо сума довжин решти сторін даних трикутників дорівнює 36 см.

4. Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 24 см. Через середину його висоти, проведеної до його основи, проходить пряма, паралельна до бічної сторони. Знайти периметр трикутника, утвореного даною прямою та відрізками, на які вона ділить основу та бічну сторону цього трикутника.

5. Трикутник  $ABC$  поділено прямими паралельними до основи  $AB$  на три рівновеликі частини. Визначити довжину найбільшої частини бічної сторони  $BC$  трикутника, утвореної цим поділом, якщо довжина сторони  $BC$  дорівнює  $6\sqrt{3}$  см.

6. Пряма, паралельна основі трикутника, ділить його бічну сторону у відношенні 2 : 3 (рахуючи від вершини), а площу — на частини, різниця яких дорівнює  $34 \text{ см}^2$ . Знайти площу даного трикутника.

7. У трапеції  $ABCD$  довжини основ  $AD$  і  $BC$  відповідно дорівнюють 30 см і 20 см, а довжини діагоналей  $AC$  і  $BD$  — відповідно 41 см і 24 см. Знайти периметр трикутника  $AOD$ , де  $O$  — точка перетину діагоналей.

8. У трапеції  $ABCD$  довжини основ  $AD$  і  $BC$  відповідно дорівнюють 15 см і 5 см, а довжини діагоналей  $AC$  і  $BD$  — відповідно 12 см і 16 см. Знайти периметр трикутника  $BOC$ , де  $O$  — точка перетину діагоналей.

9. У рівнобедрений трикутник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) вписано рівнобедрений прямокутний трикутник так, що його прямий кут лежить на основі  $AC$ , а гіпотенуза паралельна до основи. Знайти гіпотенузу цього трикутника, якщо  $AC = 60$  см, а висота трикутника  $ABC$ , опущена на його основу, дорівнює 20 см.

10. У трикутник, основа якого дорівнює 15 см, а висота, опущена на неї, — 5 см, вписано рівнобедрений прямокутний трикутник так, що його гіпотенуза паралельна основі даного трикутника, а вершина прямого кута лежить на його основі. Визначити довжину гіпотенузи вписаного трикутника.

11. Два кола ззовні дотикаються одне до одного. Січна, яка проходить через точку дотику, утворює хорди, довжини яких відносяться як 4 : 3. Знайти радіус меншого кола, якщо відстань між центрами кіл дорівнює 7 см.

12. Два кола ззовні дотикаються одне до одного. Січна, яка проходить через точку дотику, утворює хорди, довжини яких віднося-

тється як  $8 : 3$ . Знайти радіус більшого кола, якщо відстань між центрами кіл дорівнює  $11$  см.

**13.** Пряма, що проходить через точку перетину діагоналей трапеції і паралельно до її основи перетинає бічні сторони в точках  $M$  і  $N$ . Знайти довжину відрізка  $MN$ , якщо основи трапеції дорівнюють відповідно  $6$  см і  $3$  см.

**14.** Бічну сторону  $AB$  трапеції  $ABCD$  поділено точкою  $M$  так, що  $AM : MB = 2 : 3$  і через точку  $M$  проведено пряму паралельну основам трапеції. Обчислити довжину відрізка цієї прямої розміщеної між бічними сторонами трапеції, якщо її основи дорівнюють  $7$  см і  $3$  см.

**15.** Довжини сторін трикутника відповідно дорівнюють  $6$  см,  $7$  см і  $8$  см. Пряма, паралельна до найбільшої сторони трикутника, відтинає трапецію, периметр якої дорівнює  $20$  см. Знайти довжину меншої основи цієї трапеції.

**16.** Дві паралельні прямі перетинають сторони кута  $O$  в точках  $A, B, C, D$ , що є вершинами трапеції  $ABCD$  ( $BC$  — менша основа). Знайти довжину більшої основи трапеції, якщо її периметр дорівнює  $58$  см, а  $OC = 7$  см,  $OB = 6$  см,  $BC = 8$  см.

**17.** Обчислити довжину сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ , якщо  $AB = 35$  см,  $AC = 28$  см,  $\angle A = 2\angle B$ .

**18.** У трикутнику  $ABC$  на стороні  $AC$  вибрано точку  $D$  так, що  $AD = 5$  см,  $CD = 4$  см і  $\angle DBC = \angle CAB$ . Знайти довжину сторони  $BC$ .

**19.** У гострокутному трикутнику  $ABC$  висоти  $BD$  та  $AE$  перетинаються в точці  $O$  так, що  $OD = 6$  см. Знайти довжину висоти  $BD$ , якщо  $AD = 15$  см, а  $CD = 14$  см.

**20.** Бісектриса  $AC$  кута  $A$  трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) ділить її на два подібних трикутники  $ABC$  і  $ACD$ . Знайти периметр трапеції, якщо  $AB = 18$  см,  $CD = 24$  см.

## Група 2

**21.** Основа рівнобедреного трикутника дорівнює  $6$  см, а бісектриса кута трикутника ділить бічну сторону на відрізки, з яких прилеглий до цієї основи дорівнює  $4$  см. Знайти периметр трикутника.

**22.** У рівнобедреному трикутнику основа менша за бічну сторону на  $4,8$  см, а бісектриса кута трикутника ділить бічну сторону на відрізки, які відносяться як  $3 : 5$ . Знайти периметр трикутника.



**23.** У трикутнику  $ABC$  проведено висоту  $BD$  та бісектрису  $AE$ . З точки  $E$  опущено перпендикуляр  $EF$  на сторону  $AC$ . Знайти довжину відрізка  $EF$ , якщо  $BD = 24$  см і  $AB : AC = 3 : 5$ .

**24.** У трикутнику  $ABC$  пряма, що проходить через точку  $D$  бісектриси  $CD$  трикутника паралельно стороні  $AC$ , перетинає сторону  $BC$  в точці  $E$ . Знайти довжину відрізка  $DE$ , якщо  $BC = 6$  см і  $AC = 4$  см.

**25.** У прямокутному трикутнику бісектриса гострого кута ділить протилежний катет на відрізки 10 см і 6 см. Обчислити периметр трикутника.

**26.** У прямокутному трикутнику бісектриса гострого кута ділить менший катет на відрізки у відношенні 12 : 13. Обчислити периметр трикутника, якщо довжина його більшого катета дорівнює 24 см.

**27.** Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника ділить гіпотенузу у відношенні 5 : 12. Обчислити периметр цього трикутника, якщо медіана, проведена до гіпотенузи дорівнює 13 см.

**28.** Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника ділить гіпотенузу на відрізки 20 см і 15 см. Обчислити периметр цього трикутника.

**29.** У трикутник із сторонами 14 см і 28 см вписано півкруг з діаметром на третій стороні. Центр півкруга ділить цю сторону на відрізки, різниця довжин яких дорівнює 5 см. Знайти довжину цієї сторони.

**30.** У трикутник, різниця довжин двох сторін якого дорівнює 8 см, вписано півкруг з діаметром на третій стороні. Центр цього півкруга ділить цю сторону на відрізки 18 см і 14 см. Обчислити периметр цього трикутника.

**31.** Довжина кола, вписаного в ромб, дорівнює  $12\pi$  см. Знайти сторону ромба, якщо його сторона точкою дотику ділиться на відрізки, різниця довжин яких дорівнює 5 см.

**32.** Площа круга, вписаного в ромб, дорівнює  $144\pi$  см<sup>2</sup>. Знайти сторону ромба, якщо його сторона точкою дотику ділиться на відрізки у відношенні 9 : 16.

**33.** З вершини прямого кута трикутника проведені висота і медіана, які відповідно дорівнюють 4,8 см 5 см. Обчислити периметр цього трикутника.

**34.** Катети прямокутного трикутника відносяться як 3 : 4, а ви-

сота ділить гіпотенузу на відрізки, різниця довжин яких дорівнює 7 см. Визначити довжину гіпотенузи.

**35.** Обчислити довжину основи рівнобедреного трикутника, довжина бічної сторони якого дорівнює 25 см, а проекція основи на цю сторону дорівнює 18 см.

**36.** Обчислити довжину основи рівнобедреного трикутника, довжина бічної сторони якого дорівнює 25 см, а проекція висоти, проведеної до основи, на бічну сторону дорівнює 21 см.

**37.** З точки кола до діаметра проведено перпендикуляр довжиною  $\frac{6}{\pi}$  см, який ділить діаметр на відрізки, довжини яких відносяться як 4 : 9. Обчислити довжину кола.

**38.** З границі круга, площа якого дорівнює  $56,25\pi$  см<sup>2</sup>, до діаметра проведено перпендикуляр довжиною 7,2 см. Знайти модуль різниці довжин відрізків, на які ділить основа цього перпендикуляра діаметр.

**39.** Діагоналі паралелограма дорівнюють відповідно 17 см і 19 см, а його сторони відносяться як 2 : 3. Обчислити периметр паралелограма.

**40.** Діагоналі паралелограма дорівнюють відповідно 6 см і 7 см, а різниця довжин його сторін дорівнює 2 см. Обчислити периметр паралелограма.

### Група 3

**41.** Катети прямокутного трикутника відповідно дорівнюють 3 см та 4 см. Знайти відстань від точки перетину медіан трикутника до гіпотенузи.

**42.** Проекції катетів на гіпотенузу відповідно дорівнюють 9 см та 16 см. Знайти відстань від точки перетину медіан трикутника до гіпотенузи.

**43.** У трикутнику дві сторони відповідно дорівнюють 10 см та 15 см, а медіана, проведена до третьої сторони, — 9,5 см. Обчислити периметр трикутника.

**44.** У трикутнику одна із сторін дорівнює 19 см, а медіана, проведена до неї, дорівнює 8,5 см. Дві інші сторони цього трикутника відносяться як 2 : 3. Обчислити периметр трикутника.

**45.** Основа трикутника дорівнює 26 см, а медіани, проведені до бічних сторін, відповідно дорівнюють 15 см та 30 см. Знайти довжину третьої медіани.

**46.** Знайти довжину основи трикутника, якщо медіана, проведена до неї, має довжину 12 см, а медіани проведені до бічних сторін відповідно дорівнюють 13,5 см та 10,5 см.

**47.** Медіана, проведена до бічної сторони рівнобедреного трикутника, дорівнює 13,5 см. Знайти периметр трикутника, якщо його основа дорівнює 10 см.

**48.** Основа рівнобедреного трикутника на 6 см менша за його бічну сторону. Знайти периметр трикутника, якщо медіана, проведена до бічної сторони, дорівнює 9 см.

**49.** У паралелограмі одна з діагоналей дорівнює 21 см, а протилежний кут дорівнює  $120^\circ$ . Сторони паралелограма відносяться як 3 : 5. Обчислити периметр паралелограма.

**50.** У паралелограмі одна з діагоналей дорівнює 7 см, а протилежний кут дорівнює  $60^\circ$ . Одна із сторін паралелограма дорівнює 5 см. Обчислити периметр паралелограма.

**51.** У прямокутній трапеції менша діагональ дорівнює 15 см і перпендикулярна до бічної сторони. Знайти більшу основу трапеції, якщо її менша бічна сторона дорівнює 12 см.

**52.** У прямокутній трапеції менша діагональ дорівнює 15 см і перпендикулярна до бічної сторони. Обчислити периметр трапеції, якщо її більша основа дорівнює 25 см.

**53.** Довжина середньої лінії трапеції дорівнює 12 см, а кути при її більшій основі відповідно дорівнюють  $40^\circ$  і  $50^\circ$ . Знайти довжину цієї основи, якщо довжина відрізка, що сполучає середини основ, дорівнює 3 см.

**54.** Основи трапеції дорівнюють 4 см, 12 см. Середини основ трапеції з'єднано з кінцями другої основи. Знайти відстань між точками перетину даних відрізків.

**55.** У прямокутній трапеції  $ABCD$  менша основа  $BC$  відноситься до меншої бічної сторони як 1 : 3. Діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні. Середня лінія трапеції дорівнює 15 см. Знайти більшу основу трапеції.

**56.** У прямокутній трапеції  $ABCD$  основи  $BC$  та  $AD$  відносяться як 9 : 16. Діагоналі трапеції взаємно перпендикулярні. Менша бічна сторона дорівнює 12 см. Знайти середню лінію трапеції.

**57.** У рівнобічній трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) діагоналі взаємно перпендикулярні. Відстань від точки  $A$  до прямої  $CD$  у чотири рази

більша за відстань від точки  $B$  до цієї ж прямої. Висота трапеції дорівнює 15 см. Знайти більшу основу трапеції.

**58.** У прямокутній трапеції бічні сторони відповідно дорівнюють 20 см і 12 см, більша основа дорівнює 21 см. Знайти відстань від вершини прямого кута при меншій основі до прямої, що проходить через протилежну бічну сторону.

**59.** У трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) бісектриси зовнішніх кутів  $A$  і  $B$ , прилеглих до сторони  $AB$ , перетинаються в точці  $M$ , а бісектриси зовнішніх кутів  $C$  і  $D$ , прилеглих до сторони  $CD$ , перетинаються в точці  $N$ . Довжина відрізка  $MN$  дорівнює 30 см. Обчислити периметр трапеції.

**60.** У трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) бісектриса кута  $A$  ділить бічну сторону  $CD$  на дві рівні частини. Знайти висоту трапеції, якщо її бічні сторони  $AB$  і  $CD$  відповідно дорівнюють 30 см і 26 см, а більша основа  $AD$  дорівнює 19 см.

## Варіант В

### Група 1

**1.** Із збільшенням діагоналі квадрата на 2 см, його площа збільшилась на  $18 \text{ см}^2$ . Якою була площа квадрата?

**2.** Із зменшенням діагоналі квадрата на 4 см, його площа зменшилась на  $40 \text{ см}^2$ . Якою стала площа квадрата?

**3.** Бісектриса кута прямокутника ділить його діагональ у відношенні  $5 : 12$ . Периметр прямокутника дорівнює 68 см. Знайти його площу.

**4.** Бісектриса кута прямокутника ділить його діагональ на відрізки 15 см та 20 см. Знайти його площу.

**5.** Периметр прямокутного трикутника дорівнює 40 см, а його площа  $60 \text{ см}^2$ . Знайти довжину його гіпотенузи.

**6.** У рівнобедреному прямокутному трикутнику медіана, проведена до катета дорівнює 10 см. Знайти його площу.

**7.** Знайти площу рівнобедреного трикутника, якщо висота, проведена з його вершини до основи, дорівнює 20 см, а висота, проведена до його бічної сторони, дорівнює 24 см.

**8.** Знайти площу правильного трикутника, вписаного в коло, якщо сторона квадрата, вписаного в це коло, дорівнює  $10\sqrt[4]{12}$

**9.** Дві сторони гострокутного трикутника відповідно дорівнюють 5 см та 8 см, а його площа —  $10\sqrt{3} \text{ см}^2$ . Знайти довжину третьої

сторони трикутника.

**10.** Дві сторони тупокутного трикутника відповідно дорівнюють 10 см та 6 см, а його площа —  $15\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Знайти довжину третьої сторони трикутника, що лежить проти його тупого кута.

**11.** Периметр паралелограма дорівнює 30 см. Обчислити його площу, якщо висоти паралелограма відповідно дорівнюють 2 см і 3 см.

**12.** Висоти паралелограма відповідно дорівнюють 3 см і 5 см, а кут між ними —  $30^\circ$ . Знайти площу паралелограма.

**13.** Знайти площу паралелограма, сторони якого відповідно дорівнюють 12 см і 20 см, а сума висот — 28 см.

**14.** Знайти площу паралелограма, сторони якого відповідно дорівнюють 8 см і 12 см, а різниця довжин його висот — 2 см.

**15.** Висота ромба дорівнює 6 см, а його діагональ дорівнює 10 см. Обчислити площу ромба.

**16.** Діагональ ромба дорівнює 10 см, а довжина вписаного в нього кола дорівнює  $6\pi$  см. Обчислити площу ромба.

**17.** Діагоналі ромба відносяться як 3 : 4. Обчислити площу ромба, якщо довжина вписаного в нього кола дорівнює  $12\pi$  см.

**18.** Різниця довжин діагоналей ромба дорівнює 10 см. Обчислити площу ромба, якщо площа вписаного в нього круга дорівнює  $144\pi$  см<sup>2</sup>.

**19.** Основи трапеції відповідно дорівнюють 16 см і 44 см, а бічні сторони відповідно — 17 см і 25 см. Обчислити площу трапеції.

**20.** Основи трапеції відповідно дорівнюють 18 см і 2 см, а діагоналі відповідно — 7 см і 15 см. Обчислити площу трапеції.

## Група 2

**21.** Знайти площу трикутника, у якого висоти дорівнюють 8 см і 9 см і перетинаються під кутом  $30^\circ$ .

**22.** Знайти площу трикутника, у якого дві медіани дорівнюють 12 см і 15 см і перетинаються під кутом  $30^\circ$ .

**23.** Обчислити площу прямокутного трикутника, якщо радіус вписаного в нього кола дорівнює 2 см, а радіус описаного навколо нього кола — 5 см.

**24.** Знайти площу прямокутного трикутника, катет якого дорівнює 5 см, а радіус вписаного в нього кола — 2 см.

**25.** У трикутнику одна сторона дорівнює 11 см, а друга сторона точкою дотику вписаного в нього кола ділиться на відрізки 22 см і 3 см. Обчислити радіус цього кола.

**26.** Коло, вписане в трикутник  $ABC$ , дотикається сторони  $AB$  в точці  $D$ , а сторони  $BC$  — у точці  $E$ . Знайти довжину сторони  $AC$ , якщо площа трикутника  $360 \text{ см}^2$ , а  $AD : DB = 5 : 4$ ,  $BE : EC = 16 : 9$ .

**27.** Точка дотику вписаного в трикутник кола ділить сторону на відрізки 3 см та 4 см. Радіус цього кола дорівнює 2 см. Знайти периметр трикутника.

**28.** Відстань від центра кола, вписаного в рівнобедрений трикутник, до вершини протилежної основи дорівнює 5 см. Бічна сторона трикутника дорівнює 10 см. Знайти радіус цього кола.

**29.** З вершини прямого кута трикутника  $ABC$  проведено висоту  $CD$ . Відстані від точки  $D$  до катетів  $AC$  та  $BC$  відповідно дорівнюють 18 см та 24 см. Знайти радіус кола вписаного в цей трикутник.

**30.** У трикутнику  $ABC$ , висота  $AA_1$  на 2 см менша від сторони  $BC$ . Сторона  $AB$  дорівнює 15 см. Знайти радіус описаного навколо трикутника кола, якщо площа трикутника дорівнює  $84 \text{ см}^2$ .

**31.** Радіус кола, вписаного в прямокутну трапецію, дорівнює 2 см. Менша основа трапеції дорівнює 3 см. Знайти площу трапеції.

**32.** Знайти площу рівнобічної трапеції, описаної навколо кола, якщо її бічна сторона дорівнює 10 см, а основа — 2 см.

**33.** Коло, вписане в трапецію, ділить точкою дотику бічну сторону на відрізки 12 см і 3 см. Менша основа трапеції дорівнює 11 см. Знайти площу трапеції.

**34.** Відстань від центра кола, вписаного в прямокутну трапецію, до кінців більшої бічної сторони дорівнюють 15 см та 20 см. Знайти площу трапеції.

**35.** Обчислити радіус кола, описаного навколо трапеції, основи якої 6 см і 8 см, а висота 1 см.

**36.** Довжини основ вписаної в коло трапеції дорівнюють 25 см і 7 см, а довжина діагоналі — 20 см. Знайти її площу.

**37.** Точки  $M$  і  $N$  ділять бічну сторону трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) на три рівні частини. Прямі, що проходять через ці точки і паралельні до основ трапеції, ділять її на три трапеції. Знайти площу середньої трапеції, якщо площі крайніх дорівнюють  $9 \text{ см}^2$  та  $21 \text{ см}^2$ .

**38.** Точки  $M$  і  $N$  ділять бічну сторону трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ )

на три рівні частини. Прямі, що проходять через ці точки і паралельні до основ трапеції, ділять її на три трапеції. Знайти площу трапеції, прилеглої до меншої основи, якщо площа середньої трапеції дорівнює  $35 \text{ см}^2$ , а площа трапеції прилеглої до більшої основи —  $45 \text{ см}^2$ .

**39.** У трапеції відстані від центра вписаного в неї кола до кінців меншої основи дорівнюють  $4\sqrt{13}$  см та 15 см, а до кінців бічної сторони — 15 см і 20 см. Обчислити площу трапеції.

**40.** У трапеції відстані від центра вписаного в неї кола до кінців більшої основи дорівнюють  $3\sqrt{13}$  см та 10 см, а до кінців бічної сторони —  $2\sqrt{13}$  см і  $3\sqrt{13}$  см. Обчислити площу трапеції.

### Група 3

**41.** Знайти площу трикутника  $ABC$ , вписаного в коло, якщо відстані від вершин  $A$  і  $C$  до дотичної, проведеної через точку  $B$ , дорівнюють 9 см і 16 см, а сторона  $AC$  дорівнює 25 см.

**42.** Трикутник  $ABC$  вписано в коло. Через точку  $B$  проведено дотичну до цього кола, відстані до якої від точок  $A$  і  $C$  дорівнюють 9 см і 16 см. Знайти довжину сторони  $AC$  трикутника, якщо його площа  $216 \text{ см}^2$ .

**43.** Знайти радіус вписаного в трикутник кола, якщо його висоти дорівнюють 10,4 см, 12 см і 39 см.

**44.** Знайти площу трикутника, медіани якого дорівнюють 3 см,  $3\sqrt{5}$  см і 6 см.

**45.** Навколо кола радіуса  $8 - 4\sqrt{3}$  описано рівнобедрений трикутник з кутом  $120^\circ$  при його вершині. Знайти довжину найбільшої сторони трикутника.

**46.** У прямокутний трикутник вписано коло радіуса 2 см. Периметр трикутника дорівнює 30 см. Знайти більший катет цього трикутника.

**47.** Перпендикуляр, проведений із вершини тупого кута паралелограма до його діагоналі, ділить цю діагональ на відрізки 8,2 см і 21,8 см. Різниця довжин сторін паралелограма дорівнює 12 см. Знайти довжину другої діагоналі паралелограма.

**48.** Перпендикуляр проведений із вершини гострого кута паралелограма до його діагоналі, ділить цю діагональ на відрізки 9 см і 3 см. Сума довжин сторін паралелограма дорівнює 18 см. Знайти довжину другої діагоналі паралелограма.

**49.** У коло вписано трикутник  $ABC$ . До кола в точці  $A$  проведено дотичну. Промінь  $CB$  перетинає цю дотичну в точці  $D$ . Радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABD$ , дорівнює 5 см. Знайти радіус кола, описаного навколо трикутника  $ADC$ , якщо  $BD = 4$  см, а  $BC = 5$  см.

**50.** Через вершину  $A$  трикутника  $ABC$ , провели пряму, дотичну до кола, описаного навколо цього трикутника. Промінь  $BC$  перетинає цю дотичну в точці  $D$ . Знайти радіус кола, описаного навколо трикутника  $ACD$ , якщо радіус кола, описаного навколо трикутника  $ABD$  дорівнює 20 см,  $AD = 12$  см,  $BC = 7$  см.

**51.** Діагоналі опуклого чотирикутника ділять його на чотири трикутники. Знайти площу одного із утворених трикутників, якщо площі сусідніх з ним трикутників відповідно дорівнюють  $6 \text{ см}^2$  та  $20 \text{ см}^2$ , а площа протилежного —  $10 \text{ см}^2$ .

**52.** В опуклому чотирикутнику діагоналі дорівнюють 10 см та 12 см. Відрізки, що з'єднують середини протилежних сторін рівні. Знайти площу чотирикутника.

**53.** Нехай  $O$  — точка перетину діагоналей трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Площі трикутників  $AOD$  та  $BOC$  відповідно дорівнюють  $90 \text{ см}^2$  і  $40 \text{ см}^2$ . Знайти площу трапеції.

**54.** Нехай  $O$  — точка перетину діагоналей трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Площі трикутників  $AOB$  та  $BOC$  відповідно дорівнюють  $100 \text{ см}^2$  і  $40 \text{ см}^2$ . Знайти площу трапеції.

**55.** Висота ромба, проведена з вершини тупого кута, ділиться діагоналлю ромба на відрізки 13 см і 5 см. Обчислити площу ромба.

**56.** Висота ромба, проведена з вершини тупого кута, ділиться діагоналлю ромба у відношенні 13 : 5. Обчислити площу ромба, якщо його сторона дорівнює 13 см.

**57.** Довжина кола радіуса 3 см дорівнює довжині дуги  $AB$  кола радіуса 12 см. Знайти градусну міру центрального кута, що відповідає дузі  $AB$ .

**58.** Площа сектора, центральний кут якого  $40^\circ$  і радіусом круга 6 см, дорівнює площі круга радіуса  $r$ . Знайти  $r$ .

**59.** Через кінці хорди, довжина якої 24 см, проведено до кола дві дотичні. Знайти відстань від точки перетину цих дотичних до кола, якщо радіус кола дорівнює 15 см.

**60.** З точки поза колом проведено до цього кола дві дотичні. Довжина кожної дотичної 20 см, а відстань між точками дотику 24 см. Знайти радіус кола.



## § 27. Декартові координати

### Варіант А

#### Група 1

1. Точки  $A(4; 2)$  і  $B(-2; y)$  розміщені на прямій паралельній до осі  $Ox$ . Знайти значення  $y$ .

2. Точки  $C(5; -3)$  і  $D(x; 5)$  розміщені на прямій паралельній до осі  $Oy$ . Знайти значення  $x$ .

3. Обчислити площу фігури обмеженої прямими  $x = -6$ ,  $x = 4$ ,  $y = 2$ ,  $y = -5$ .

4. Обчислити площу фігури обмеженої прямими  $x = -1$ ,  $x = -9$ ,  $y = -2$ ,  $y = -7$ .

5. Визначити відстань від точки  $A(-5; 3)$  до осі  $Ox$ .

6. Визначити відстань від точки  $A(-9; -7)$  до осі  $Oy$ .

7. Точка  $M(-5; 4)$  є серединою відрізка  $AB$ . Точка  $A$  лежить на осі  $Ox$ ,  $B$  — на осі  $Oy$ . Знайти довжину відрізка  $OA$ .

8. Точка  $N(4; -3)$  є серединою відрізка  $CD$ . Точка  $C$  лежить на осі  $Ox$ ,  $D$  — на осі  $Oy$ . Знайти довжину відрізка  $OD$ .

9. Точка  $C$  є серединою відрізка  $AB$  і лежить на осі  $Oy$ , а точка  $B$  — на осі  $Ox$ . Знайти довжину відрізка  $OB$ , якщо координати точки  $A$  дорівнюють  $(4; 6)$ .

10. Точка  $C$  є серединою відрізка  $AB$  і лежить на осі  $Ox$ , а точка  $B$  — на осі  $Oy$ . Знайти довжину відрізка  $OB$ , якщо координати точки  $A$  дорівнюють  $(-6; 8)$ .

#### Група 2

11. Точки  $A(-2; -3)$ ,  $B(1; -6)$ ,  $C(0; -3)$  є вершинами паралелограма  $ABCD$ . Знайти абсцису точки  $D$ .

12. Точки  $B(0; -4)$ ,  $C(-1; -1)$ ,  $D(-4; 2)$  є вершинами паралелограма  $ABCD$ . Знайти ординату точки  $A$ .

13. Точки  $A(-1; 2)$ ,  $B(3; 4)$  і  $C(5; 0)$  є серединами сторін трикутника. Знайти суму абсцис вершин трикутника.

14. Точки  $M(-3; 1)$ ,  $N(1; 3)$  і  $P(3; -1)$  є серединами сторін трикутника. Знайти суму ординат вершин трикутника.

15. Знайти абсцису точки  $C$ , що лежить на осі  $Ox$  і рівновіддалена від точок  $A(1; 1)$  і  $B(4; 2)$ .

16. Знайти ординату точки  $C$ , що лежить на осі  $Oy$  і рівновіддалена від точок  $A(-2; 3)$  і  $B(-5; 2)$ .

17. Знайти діаметр кола, описаного навколо прямокутного трикутника з вершинами в точках  $A(7; 3)$ ,  $B(9; 4)$  і  $C(11; 0)$ .

18. Знайти радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник з вершинами в точках  $A(-10; -15)$ ,  $B(5; 5)$  і  $C(38; -51)$ .

19. Точки  $A(-4; 3)$ ,  $B(7; -5)$  і  $C(9; 1)$  є вершинами трикутника. Знайти довжину його медіани, проведеної з вершини  $A$ .

20. Точки  $A(5; 2)$ ,  $B(-1; -2)$  і  $C(9; 24)$  є вершинами трикутника. Знайти довжину його медіани, проведеної з вершини  $B$ .

### Група 3

21. Знайти площу прямокутного трикутника, вершинами гострих кутів якого є точки  $A(5; -1)$  і  $B(9; -4)$ , а вершина прямого кута  $C$  лежить на осі абсцис.

22. Знайти площу прямокутного трикутника, вершинами гострих кутів якого є точки  $A(-1; 2)$  і  $B(-4; 6)$ , а вершина прямого кута  $C$  лежить на осі ординат.

23. Знайти площу прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), вершина  $A$  якого лежить на осі  $Ox$ , а координати інших вершин  $B$  і  $C$  відповідно дорівнюють  $(3; 2)$  і  $(-1; 4)$ .

24. Знайти площу прямокутного трикутника  $ABC$  ( $\angle C = 90^\circ$ ), вершина  $A$  якого лежить на осі ординат, а координати інших вершин  $B$  і  $C$  відповідно дорівнюють  $(9; 5)$  і  $(-1; 3)$ .

25. Знайти площу рівнобедреного трикутника  $ABO$  ( $AB = BO$ ), якщо вершина  $O$  є початком координат, координати вершини  $A$  дорівнюють  $(8; 4)$ , а вершина  $B$  лежить на осі абсцис.

26. Знайти площу рівнобедреного трикутника  $ABO$  ( $AB = BO$ ), якщо вершина  $O$  є початком координат, координати вершини  $A$  дорівнюють  $(18; 6)$ , а вершина  $B$  лежить на осі ординат.

27. Визначити довжину найбільшої сторони трикутника, площа якого дорівнює  $48 \text{ см}^2$  та вершини якого знаходяться в точках  $A(1; 3)$ ,  $B(9; 3)$  і  $C$ , яка лежить на осі ординат.

28. Визначити довжину найменшої сторони трикутника, площа якого дорівнює  $52 \text{ см}^2$  та вершини якого знаходяться в точках  $A(-3; 6)$ ,  $B(-3; -7)$  і  $C$ , яка лежить на осі абсцис.

**29.** Знайти найменше значення довжини ламаної  $ACB$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(3; 2)$  і  $(15; 3)$ , а точка  $C$  лежить на осі абсцис.

**30.** Знайти найменше значення довжини ламаної  $ACB$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(-6; -7)$  і  $(-2; 8)$ , а точка  $C$  лежить на осі ординат.

## Варіант Б

### Група 1

**1.** Знайти радіус кола вписаного у фігуру, обмежену осями координат та прямою  $3x + 4y - 24 = 0$ .

**2.** Знайти радіус кола описаного навколо трикутника, обмеженого координатними осями та прямою  $5x + 12y + 60 = 0$ .

**3.** Визначити число точок відрізка  $AB$  з цілими координатами, не враховуючи кінців цього відрізка, якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(-3; 14)$  і  $(18; 0)$ .

**4.** Визначити число відрізків, на які поділяється відрізок  $AB$  точками з цілими координатами, якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(3; -9)$  і  $(12; 6)$ .

**5.** Визначити абсцису точки перетину осі абсцис з прямою, яка проходить через точки  $A(-3; 1)$  і  $B(9, -9)$ .

**6.** Визначити ординату точки перетину осі ординат з прямою, яка проходить через точки  $A(-5; 8)$  і  $B(3, -12)$ .

**7.** При якому значенні параметра  $t$  точки  $A(3; -1)$ ,  $B(-2; 1)$  і  $C(t; 5)$  лежать на одній прямій?

**8.** При якому значенні параметра  $t$  точки  $A(-3; -7)$ ,  $B(1; -1)$  і  $C(9; t)$  лежать на одній прямій?

**9.** При якому значенні параметра  $t$  точка  $M(t; 5)$  належить прямій, що проходить через точку  $A(1; -2)$  і паралельна до прямої  $7x - 2y = 9$ ?

**10.** При якому значенні параметра  $t$  точка  $M(-7; t)$  належить прямій, що проходить через точку  $A(-4; 2)$  і паралельна до прямої  $5x + 3y = 7$ ?

### Група 2

**11.** Визначити абсцису центра кола, розміщеного на бісектрисі першої чверті системи координат, якщо коло проходить через точку

$A(5; -1)$  і його радіус дорівнює 6.

**12.** Визначити ординату центра кола, розміщеного на бісектрисі четвертої чверті системи координат, якщо коло проходить через точку  $A(-2; -10)$  і його радіус дорівнює  $10\sqrt{2}$ .

**13.** Визначити абсцису центра кола, яке проходить через точку  $A(9; -2)$ , дотикається до осей координат і має радіус більший за 15.

**14.** Визначити ординату центра кола, яке проходить через точку  $A(-8; -1)$ , дотикається до осей координат і має радіус менший за 10.

**15.** Визначити відстань між центрами кіл, заданих відповідно рівняннями  $(x + 5)^2 + (y - 10)^2 = 4$  та  $x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$ .

**16.** Визначити найменшу відстань між точками двох кіл, заданих відповідно рівняннями  $(x - 7)^2 + (y + 7)^2 = 81$  та  $x^2 - 4x + y^2 - 10y + 20 = 0$ .

**17.** Визначити відстань від центра кола, заданого рівнянням  $x^2 - 20x + y^2 + 4y = 17$ , до точки  $A(-5; 6)$ .

**18.** Визначити відстань від точки  $A(2; 20)$  до кола, заданого рівнянням  $x^2 - 18x + y^2 + 8y = 3$ .

**19.** Визначити відстань від центра кола, заданого рівнянням  $x^2 - 6x + y^2 + 10y + 18 = 0$  до прямої  $x = -7$ .

**20.** Визначити відстань від прямої  $y = -9$  до кола, заданого рівнянням  $x^2 + 8x + y^2 - 4y + 11 = 0$ .

### Група 3

**21.** Дотична до кола  $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$  проходить через точку  $A(4; -4)$  і дотикається цього кола в точці  $B$ . Знайти довжину відрізка  $AB$ .

**22.** Через точку  $A(-6; 3)$  до кола  $x^2 - 4x + y^2 + 6y = 23$  проведено дві дотичні. Знайти довжину хорди, що з'єднає точки дотику прямих з колом.

**23.** Знайти відстань від початку координат до прямої  $7x + 24y = 84$ .

**24.** Визначити відстань між прямими, заданими відповідно рівняннями  $3x - 4y - 12 = 0$  і  $3x - 4y + 24 = 0$ .

**25.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють відповідно 6 см і 8 см. Обчислити квадрат відстані між точкою перетину його бісектрис та центром описаного навколо нього кола.

**26.** Катети прямокутного трикутника дорівнюють відповідно 12 см і 9 см. Обчислити відстань між центром вписаного в нього

кола до точки перетину його медіан.

**27.** Дві сторони квадрата лежать на прямих  $3x + 4y - 21 = 0$  і  $3x + 4y + 24 = 0$ . Обчислити площу цього квадрата.

**28.** Знайти сторону ромба, площа якого дорівнює  $18\sqrt{13}$  см<sup>2</sup> і вершини якого лежать на прямих  $3x - 2y + 6 = 0$  і  $3x - 2y = 12$ .

**29.** Обчислити площу фігури, обмеженої прямими  $x = 3$  і  $5x - 6y + 9 = 0$  та прямими, симетричними до них відносно початку координат.

**30.** Обчислити площу чотирикутника, обмеженого прямими  $y + 4x = 12$  і  $3y - 4x = 4$  та прямими, симетричними до них відносно осі абсцис.

## Варіант В

### Група 1

**1.** Визначити відстань від точки  $A$  до початку координат, якщо відстані від цієї точки до координатних площин дорівнюють 4 см, 12 см і 6 см.

**2.** Знайти найменше значення абсциси точки, якщо відстань від цієї точки до координатних площин  $Oxy$  та  $Oxz$  дорівнюють 6 см, а до початку координат — 11 см.

**3.** Визначити відстань від точки  $A(12; -3; -5)$  до осі ординат.

**4.** Визначити відстань від точки  $B(-15; 8; 6)$  до осі аплікати.

**5.** Відрізок  $OA$  довжиною 10 см утворює з осями  $Ox$  і  $Oy$  відповідно кути  $60^\circ$  і  $45^\circ$ . Знайти найменше можливе значення аплікати точки  $A$ .

**6.** Пряма, що проходить через початок координат, утворює з осями  $Ox$  і  $Oy$  кути величиною  $60^\circ$ . Знайти градусну міру гострого кута утвореного цією прямою з віссю  $Oz$ .

**7.** Точка  $C$  осі  $Ox$  рівновіддалена від точок  $A(6; 6; 3)$  і  $B(-2; 3; 2)$ . Знайти довжину відрізка  $AC$ .

**8.** Точка  $C$  осі  $Oy$  рівновіддалена від точок  $A(1; 1; 8)$  і  $B(1; 4; 5)$ . Знайти ординату точки  $C$ .

**9.** Точка  $C(6; 6; 7)$  є серединою відрізка, кінці якого знаходяться на осі  $Ox$  і в площині  $Oyz$ . Знайти довжину цього відрізка.

**10.** Точка  $C(4; 4; 2)$  є серединою відрізка, кінці якого знаходяться на осі  $Oz$  і в площині  $Oxy$ . Знайти довжину цього відрізка.

## Група 2

11. Знайти периметр трикутника  $ABC$ , дві вершини  $A$  і  $B$  якого мають відповідно координати  $(-4, -2, -2)$  і  $(0; -6; -4)$ , а середини сторін  $AC$  і  $BC$  лежать відповідно на осі  $Oy$  та в площині  $Oxz$ .

12. Знайти периметр трикутника  $ABC$ , дві вершини  $A$  і  $B$  якого мають відповідно координати  $(1, -2, 1)$  і  $(3; 0; 2)$ , а середини сторін  $AC$  і  $BC$  лежать відповідно на осі  $Ox$  та в площині  $Oyz$ .

13. Знайти найменше значення суми квадратів відстаней від точки  $C$ , що належить площині  $Oxy$  до точок  $A(1; 3; 5)$  і  $B(7; -1; 4)$ .

14. Точки  $C(5; 1; 3)$  і  $D(-3; 1; 1)$  ділять відрізок  $AB$  на три рівні частини. Знайти аплікату точки  $M$ , що лежить на осі  $Oz$ , і модуль різниці квадратів відстаней від якої до точок  $A$  і  $B$  є найменшим.

15. Визначити відстань від точки  $A$  до початку координат, якщо відстані від точки  $A$  до координатних осей  $Ox$ ,  $Oy$  і  $Oz$  відповідно дорівнюють  $\sqrt{65}$  см,  $\sqrt{80}$  см і  $\sqrt{17}$  см.

16. Знайти найменше значення ординати точки, якщо відстані від цієї точки до координатних осей  $Ox$  і  $Oz$  дорівнюють  $\sqrt{85}$  см, а до початку координат — 11 см.

17. Знайти відстань від точки  $A(8; 4; 6)$  до сфери, заданої рівнянням  $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y + 2z = 0$ .

18. Визначити радіус круга, утвореного перерізом кулі, заданої нерівністю  $x^2 + y^2 + z^2 + 14x - 10y - 2z + 25 \leq 0$ , та площини  $Oyz$ .

19. Визначити відстань від площини  $Oxz$  до сфери, заданої рівнянням  $x^2 + y^2 + z^2 - 10x + 9y + 16z + 109 = 0$ .

20. Визначити відстані між центрами двох сфер, заданими відповідно рівняннями  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 8y + 4z + 28 = 0$  і  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 2z = 3$ .

## Група 3

21. Визначити відстань від точки перетину прямої  $AB$  з площиною  $Oxy$  до початку координат, якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(-1; -1; 1)$  і  $(-28; -49; 4)$ .

22. Визначити відстань від точки перетину прямої  $AB$  з площиною  $Oxz$  до початку координат, якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(-7; -2; -6)$  і  $(-5; -1; -1)$ .

23. Знайти найменше значення довжини ламаної  $ACB$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(1; 3; 5)$  і  $(5; -9; 1)$ , а точка

$C$  лежить в площині  $Oxy$ .

**24.** Знайти найменше значення довжини ламаної  $ACB$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(3; 4; 5)$  і  $(4; 4; 1)$ , а точка  $C$  лежить в площині  $Oxz$ .

**25.** Знайти ординату точки  $C$ , що лежить в площині  $Oxy$  і сума відстаней від якої до точок  $A(1; 3; 5)$  і  $B(5; -9; 1)$  є найменшою.

**26.** Знайти аплікату точки  $C$ , що лежить в площині  $Oxz$  і сума відстаней від якої до точок  $A(3; 4; 5)$  і  $B(4; 4; 1)$  є найменшою.

**27.** Знайти найменше значення довжини ламаної  $ACB$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(3; 4; 2)$  і  $(1; 2; 1)$ , а точка  $C$  лежить на осі абсцис.

**28.** Знайти найменше значення довжини ламаної  $ACB$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(6; 3; 2)$  і  $(2; 1; 1)$ , а точка  $C$  лежить на осі аплікату.

**29.** Знайти абсцису точки  $C$ , що лежить на осі  $Ox$  і сума відстаней від якої до точок  $A(9; 12; 6)$  і  $B(3; 6; 3)$  є найменшою.

**30.** Знайти аплікату точки  $C$ , що лежить на осі  $Oz$  і сума відстаней від якої до точок  $A(6; 3; 2)$  і  $B(2; 1; 1)$  є найменшою.

## § 28. Вектори

### Варіант А

#### Група 1

1. Дано паралелограм  $ABCD$ , діагоналі якого перетинаються в точці  $O$ . Які з наступних рівностей правильні?

- 1)  $\overline{OA} = \overline{OC}$ ,                      2)  $\overline{AB} + \overline{BD} = \overline{BC}$ ,  
 3)  $\overline{AC} + \overline{BA} = \overline{CB}$ ,                4)  $\overline{OD} + \overline{OB} = \overline{OA} + \overline{OC}$ ,  
 5)  $2\overline{OD} + \overline{AB} = \overline{BC}$ .

2. Дано паралелограм  $ABCD$ , діагоналі якого перетинаються в точці  $O$ . Які з наступних рівностей правильні?

- 1)  $\overline{BO} = \overline{OD}$ ,                        2)  $\overline{AB} + \overline{AD} = \overline{BD}$ ,  
 3)  $\overline{BO} + \overline{AO} = \overline{AD}$ ,                4)  $\overline{OD} + \overline{AO} = \overline{OC} + \overline{BO}$ ,  
 5)  $2\overline{BO} + \overline{DA} = \overline{CD}$ .

3. Дано паралелограм  $ABCD$ , діагоналі якого перетинаються в точці  $O$ . Які з наступних рівностей правильні?

- 1)  $\overline{BO} - \overline{OC} = \overline{BA}$ ,                2)  $\overline{OC} - \overline{OD} = \overline{BA}$ ,  
 3)  $2\overline{AO} = -\overline{CA}$ ,                      4)  $-\overline{BC} - \overline{AB} = \overline{AC}$ ,  
 5)  $\overline{OC} - \overline{AO} = \overline{BO} - \overline{OD}$ .

4. Дано паралелограм  $ABCD$ , діагоналі якого перетинаються в точці  $O$ . Які з наступних рівностей правильні?

- 1)  $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DA}$ ,                2)  $\overline{OB} - \overline{OA} = \overline{CD}$ ,  
 3)  $2\overline{OD} = -\overline{DB}$ ,                      4)  $-\overline{AO} - \overline{CB} = \overline{OD}$ ,  
 5)  $\overline{BD} - \overline{AD} = \overline{BC} + \overline{CA}$ .

5. Дано паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Які з наступних рівностей правильні?

- 1)  $\overline{A_1 B_1} + \overline{AD_1} = \overline{DC} + \overline{BC_1}$ ,  
 2)  $\overline{B_1 C_1} - \overline{BD} = \overline{B_1 D} - \overline{A_1 D}$ ,  
 3)  $\overline{AB} + \overline{BC_1} = \overline{A_1 C_1} - \overline{C_1 C}$ ,  
 4)  $\overline{DA} + \overline{AB} + \overline{BB_1} = \overline{BD_1}$ .

6. Дано паралелепіпед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Які з наступних рівностей правильні?



- 1)  $\overline{DB_1} + \overline{A_1D} = \overline{A_1C} + \overline{DA}$ ,
- 2)  $\overline{AB_1} - \overline{DB} = \overline{DD_1} - \overline{CB}$ ,
- 3)  $\overline{DA_1} + \overline{AC} = \overline{DC} + \overline{CC_1}$ ,
- 4)  $\overline{BD} - \overline{D_1D} = \overline{BB_1} + \overline{D_1B_1}$ .

7. Дано точки  $A(4; 1)$ ,  $B(1; 2)$ ,  $C(-3; 7)$ . Знайти модуль вектора  $2\overline{OA} - 3\overline{OB} + 4\overline{OC}$ , де  $O$  — початок координат.

8. Дано точки  $A(-7; -1)$ ,  $B(-1; 14)$ ,  $C(4; -6)$ . Знайти модуль вектора  $3\overline{OA} - 2\overline{OB} - 0,5 \cdot \overline{OC}$ , де  $O$  — початок координат.

9. Від точки  $A(-1; 10)$  відкладено вектор  $\overline{AB} = 2 \cdot \overline{a}(-3; 7)$ . Знайти відстань від точки  $B$  до початку координат.

10. Від точки  $A$  відкладено вектор  $\overline{AB} = -\frac{2}{3} \cdot \overline{a}(15; -6)$ . Знайти відстань від точки  $A$  до початку координат, якщо точка  $B$  має координати  $(5; -4)$ .

## Група 2

11. Знайти модуль вектора  $\overline{m}(x; y)$ , якщо

$$2 \cdot \overline{a}(x + 1; 1, 5 \cdot y) - 3 \cdot \overline{b}(y; 7 - x) = \overline{c}(1; 0).$$

12. Знайти модуль вектора  $\overline{m}(x; y)$ , якщо

$$2 \cdot \overline{a}(x + 1; y) + \overline{b}(5y; x - 2) = \overline{c}(1; 0).$$

13. Знайти модуль вектора  $\overline{m}(5x; 3y)$ , якщо

$$\overline{c}(2; 14) = x \cdot \overline{a}(3; 1) + y \cdot \overline{b}(-2; 2).$$

14. Знайти модуль вектора  $\overline{m}(x; y)$ , якщо

$$\overline{c}(-3; 18) = x \cdot \overline{a}(2; 3) + y \cdot \overline{b}(3; 2).$$

15. Дано вектори  $\overline{a}(1; 5)$ ,  $\overline{b}(13; 50)$  і  $\overline{c}(1; 4)$ . Розв'язати рівняння  $5\overline{ax}^2 - \overline{bx} = 6\overline{c}$ , де  $x$  — невідоме дійсне число.

16. Дано вектори  $\overline{a}(2; 2)$ ,  $\overline{b}(9; -1)$  і  $\overline{c}(10; -15)$ . Розв'язати рівняння  $\overline{ax}^2 + \overline{bx} + \overline{c} = \overline{0}$ , де  $x$  — невідоме дійсне число,  $\overline{0} = (0, 0)$ .

17. Знайти периметр трикутника  $ABC$ , знаючи координати векторів  $\overline{OA}(1; 5)$ ,  $\overline{OB}(1; 8)$ ,  $\overline{OC}(5; 8)$ , де  $O$  — початок координат.

18. Знайти довжину найбільшої сторони трикутника  $ABC$ , знаючи координати векторів  $\overline{MA}(-2; 1)$ ,  $\overline{MB}(4; 9)$ ,  $\overline{MC}(10; 6)$ , де  $M$  — точка з координатами  $(-3; -4)$ .

19. Дано вектор  $\bar{a}(-1; 2; 2)$  і точки  $A(3; 5; -2)$  та  $B(12; 6; -2)$ . Знайти модуль вектора  $\bar{c} = 3 \cdot \bar{a} + \overline{AB}$ .

20. Дано вектор  $\bar{a}(-3; 2; 1)$  і точки  $A(-1; 4; 1)$ ,  $B(2; 0; 8)$  та  $C$ . Знайти модуль вектора  $\bar{c} = 5 \cdot \bar{a} - \overline{BC} + \overline{AC}$ .

### Група 3

21. Нехай  $\bar{a}$  — деякий ненульовий вектор. Обчислити суму всіх цілих значень параметра  $x$ , для яких вектори  $(4-x)(x^2+4)\bar{a}$  і  $(x^3+8)\bar{a}$  однаково напрямлені.

22. Нехай  $\bar{a}$  — деякий ненульовий вектор. Знайти середину проміжку всіх дійсних значень параметра  $x$ , для яких вектори  $(4-x^2)\bar{a}$  і  $(x^2+3x-10)\bar{a}$  однаково напрямлені.

23. Нехай для ненульових векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$  виконується рівність  $(3x^3+x)\bar{a} = (7x^2+7x)\bar{b}$ , де  $x$  — деяке дійсне число. Обчислити добуток всіх значень параметра  $x$ , для яких із даної рівності випливає рівність векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ .

24. Нехай для ненульових векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$  виконується рівність  $(x-2)\bar{a} = (x^3-2x^2)\bar{b}$ , де  $x$  — деяке дійсне число. Обчислити добуток всіх значень параметра  $x$ , для яких із даної рівності випливає рівність векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$ .

25. Нехай для ненульових векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$  виконується рівність  $(4x^2-5)\bar{a} = 8x\bar{b}$ , де  $x$  — деяке дійсне число. Обчислити суму всіх значень параметра  $x$ , для яких із даної рівності випливає, що вектор  $\bar{a}$  протилежний вектору  $\bar{b}$ .

26. Нехай для ненульових векторів  $\bar{a}$  і  $\bar{b}$  виконується рівність  $(3x^2-20x)\bar{a} = 12\bar{b}$ , де  $x$  — деяке дійсне число. Обчислити добуток всіх значень параметра  $x$ , для яких із даної рівності випливає, що вектор  $\bar{a}$  протилежний вектору  $\bar{b}$ .

27. Нехай  $\bar{a}$  — деякий ненульовий вектор. Знайти найбільше значення параметра  $x$ , для якого вектори  $(x+8)^2\bar{a}$  і  $(x+7)(x+9)^2\bar{a}$  протилежно напрямлені.

28. Нехай  $\bar{a}$  — деякий ненульовий вектор. Знайти найменше ціле значення параметра  $x$ , для якого вектори  $(x-8)(x-6)^2\bar{a}$  і  $(x^2+6)(x-12)\bar{a}$  протилежно напрямлені.

29. Знайти число дійсних значень параметра  $x$ , для яких вектори  $\bar{a}(x^3; x-8)$  і  $\bar{b}(4x; x-8)$  рівні і мають модулі, що є цілими числами.

30. Знайти ціле значення параметра  $x$ , для якого вектори  $\bar{a}(2x^2+x; 5-2x^2)$  і  $\bar{b}(12-3x^2; x^2+4)$  взаємно протилежні.

## Варіант Б

### Група 1

1. Нехай  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  — вектори, для яких виконуються умови:  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ,  $\vec{a} \perp \vec{b}$ . Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{a} + \vec{b}$ .

2. Нехай  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  — вектори, для яких виконуються умови:  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ . Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{b}$  і  $\vec{a} - \vec{b}$ .

3. Нехай  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  — вектори, для яких виконуються умови:  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ . Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{a} + \vec{b}$ .

4. Нехай  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  — вектори, для яких виконуються умови:  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 3\sqrt{3}$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ . Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{a} - \vec{b}$ .

5. Знайти модуль вектора  $\vec{a}$ , якщо  $(\vec{a}, \vec{b}) = 150^\circ$ ,  $|\vec{b}| = 4\sqrt{3}$  і скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{a} + \vec{b}$  дорівнює 16.

6. Знайти модуль вектора  $\vec{a}$ , якщо  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ ,  $|\vec{b}| = 20$  і скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{a} - \vec{b}$  дорівнює 24.

7. Знайти модуль вектора  $\vec{b}$ , якщо  $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ ,  $|\vec{a}| = 5$  і скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{a} + \vec{b}$  дорівнює 15.

8. Знайти модуль вектора  $\vec{b}$ , якщо  $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$ ,  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$  і скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{a} - \vec{b}$  дорівнює  $-1, 5$ .

9. Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 5$  і скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{a} + \vec{b}$  дорівнює 26.

10. Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$ ,  $|\vec{b}| = 5$  і скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{a} - \vec{b}$  дорівнює  $-3$ .

### Група 2

11. Знайти градусну міру кута  $A$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати його вершин  $A(2; 1; -1)$ ,  $B(3; 2; -1)$ ,  $C(3; 1; 0)$ .

12. Знайти градусну міру кута  $C$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати його вершин  $A(4; 0; 4)$ ,  $B(3; 2; 2)$ ,  $C(2; 1; 6)$ .

13. Знайти градусну міру зовнішнього кута при вершині  $B$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати його вершин  $A(3; 3; -2)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(4; 0; 0)$ .

14. Знайти градусну міру зовнішнього кута при вершині  $C$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати його вершин  $A(4; 3; 1)$ ,

$B(3; 1; -1)$ ,  $C(2; 2; 3)$ .

15. Знайти градусну міру кута між прямими, що містять відповідно сторону  $AB$  та медіану  $CM$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати вершин  $A(2; 2; -4)$ ,  $B(2; -4; 2)$ ,  $C(3; -1; -2)$ .

16. Знайти градусну міру кута між прямими, що містять відповідно сторону  $BC$  та медіану  $AM$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати вершин  $A(4; 0; 2)$ ,  $B(3; 2; 0)$ ,  $C(1; 0; 8)$ .

17. Знайти градусну міру кута між прямими, що містять діагоналі паралелограма  $ABCD$ , якщо відомо координати трьох його вершин  $A(-3; 1; 0)$ ,  $B(3; 0; 1)$ ,  $C(5; 3; 2)$ .

18. Знайти градусну міру кута між прямими, що містять діагоналі паралелограма  $ABCD$ , якщо відомо координати трьох його вершин  $A(-3; 2; 2)$ ,  $B(0; 0; 4)$ ,  $C(-1; 0; 2)$ .

19. Знайти градусну міру тупого кута між діагоналями паралелограма  $ABCD$ , побудованого на векторах  $\overline{AB}(6; -1; 1)$  і  $\overline{AD}(2; 3; 1)$ .

20. Знайти градусну міру тупого кута між діагоналями паралелограма  $ABCD$ , побудованого на векторах  $\overline{AB}(2; 0; 1)$  і  $\overline{AD}(2; -2; 3)$ .

### Група 3

21. Дано точки  $A(1; 1; 2)$ ,  $B(3; 3; 3)$ ,  $C(9; 2; 3)$ . Точка  $D$  лежить у координатній площині  $Oxy$  таким чином, що вектор  $\overline{CD}$  колінеарний вектору  $\overline{AB}$ . Знайти відстань від точки  $D$ , до початку координат.

22. Дано вектор  $\vec{a}(1; 2; 2)$ . Знайти модуль колінеарного йому вектора з початком у точці  $A(1; 1; -8)$  і кінцем, що належить координатній площині  $Oxy$ .

23. Знайти довжину більшої з частин, на які ділиться відрізок з кінцями  $A(3; 4; 6)$  і  $B(9; 13; -12)$  координатною площиною  $Oxy$ .

24. Знайти довжину меншої з частин, на які ділиться відрізок з кінцями  $A(6; -12; 7)$  і  $B(15; 8; -5)$  координатною площиною  $Oxz$ .

25. Дано точки  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-1; 1; 2)$ ,  $C(-4; 2; 1)$ . Точка  $D$  лежить на координатній осі  $Oz$  таким чином, що вектор  $\overline{CD}$  колінеарний вектору  $\overline{AB}$ . Знайти аплікату точки  $D$ .

26. Дано вектор  $\vec{a}(1; -1; 0, 5)$ . Знайти модуль колінеарного йому вектора з початком у точці  $A(6; 1; 3)$  і кінцем, що належить осі ординат.

27. Для якого дійсного значення параметра  $x$  вектори  $\vec{a}(x^2 - 8; 24; 2x - 4)$  і  $\vec{b}(7; x^2 - 5x; 2)$  колінеарні?

28. Знайти дійсне значення параметра  $x$ , для якого вектори  $\vec{a}(1 - 4x; -x - 2; 1 - 4x)$  і  $\vec{b}(x + 1; 2; 2x - 3)$  протилежно напрямлені.

29. Знайти відстань від точки перетину прямої  $AB$  з координатною площиною  $Oyz$  до осі  $Ox$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(5; 15; 3)$  і  $(1; 7; -9)$ .

30. Знайти відстань від точки перетину прямої  $AB$  з координатною площиною  $Oxz$  до осі  $Oz$ , якщо точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(11; 10; 8)$  і  $(-1; 2; 4)$ .

## Варіант В

### Група 1

1. Координати вершин  $A, B, C$  правильного шестикутника  $ABCDEF$  відповідно дорівнюють  $(4; -1; 7)$ ,  $(-1; 2; 9)$ ,  $(-3; 7; 6)$ . Знайти модуль вектора  $\vec{OT}$ , де  $O$  — початок координат, а  $T$  — центр шестикутника.

2. Координати вершин  $A, C, D$  правильного шестикутника  $ABCDEF$  відповідно дорівнюють  $(11; 3; 5)$ ,  $(4; 11; 4)$ ,  $(7; 13; -1)$ . Знайти модуль вектора  $\vec{OB}$ , де  $O$  — початок координат.

3. В паралелепіпеді  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  задано координати вершини  $D(-2; 3; 5)$  і точки  $S(0; 9; 8)$  перетину його діагоналей. Знайти модуль вектора  $\vec{d} = \vec{A_1 D_1} + \vec{C B_1} + \vec{C B} + \vec{B A} + \vec{A C} + \vec{D A} + \vec{D C}$ .

4. В паралелепіпеді  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  задано координати вершини  $C(-3; 1; 4)$  і точки  $S(5; 5; 5)$  перетину його діагоналей. Знайти модуль вектора  $\vec{d} = \vec{B A} + \vec{B D} + \vec{C B} + \vec{D D_1} + \vec{A_1 B_1} + \vec{D A_1} + \vec{B_1 B}$ .

5. Точка  $M$  розміщена на відстані 9 см від точки перетину діагоналей паралелепіпеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Знайти модуль вектора  $\vec{M A} + \vec{M B} + \vec{M C} + \vec{M D} + \vec{M A_1} + \vec{M B_1} + \vec{M C_1} + \vec{M D_1}$ .

6. Точка  $M$  розміщена на відстані 9 см від точки перетину діагоналей паралелепіпеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Точки  $N_1, N_2, N_3, N_4, N_5, N_6$  — центри симетрії його бічних граней та основ. Знайти модуль вектора  $\vec{M N_1} + \vec{M N_2} + \vec{M N_3} + \vec{M N_4} + \vec{M N_5} + \vec{M N_6}$ .

7. Знайти довжину медіани  $AM$  трикутника  $ABC$ , якщо відомо координати векторів  $\vec{AB}(-3; 0; 4)$  та  $\vec{AC}(7; -4; -2)$ .

8. Нехай  $M$  — середина сторони  $BC$  трикутника  $ABC$ . Знайти модуль вектора  $\vec{d} = \vec{AB} + \vec{AC}$ , якщо координати вектора  $\vec{AM}$  дорівнюють  $(4; -1; 8)$ .

**9.** Прямокутник  $ABCD$  вписано в коло. Знайти модуль вектора  $\vec{d} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD}$ , де  $M$  — точка цього кола, а точки  $A$  і  $C$  мають відповідно координати  $(2; -3; 6)$  і  $(10; 5; 10)$ .

**10.** Правильний шестикутник  $ABCDEF$  вписано в коло. Знайти модуль вектора  $\vec{d} = \vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} + \vec{MD} + \vec{ME} + \vec{MF}$ , де  $M$  — точка цього кола, а точки  $A$  і  $B$  мають відповідно координати  $(6; 2; 5)$  і  $(8; 8; 8)$ .

### Група 2

**11.** Обчислити  $\vec{a}\vec{c} + \vec{b}\vec{c} - \vec{a}\vec{b}$ , якщо  $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $|\vec{c}| = 2$ ,  $|\vec{d}| = 3$ .

**12.** Обчислити  $\vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c} - \vec{b}\vec{c}$ , якщо  $\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} - \vec{d}$ ,  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2$ ,  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{d}| = 4$ .

**13.** Обчислити  $|\vec{a} - \vec{b}|$ , якщо  $|\vec{a}| = 6$ ,  $|\vec{b}| = 7$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 11$ .

**14.** Обчислити  $|\vec{a} + \vec{b}|$ , якщо  $|\vec{a}| = 10$ ,  $|\vec{b}| = 15$ ,  $|\vec{a} - \vec{b}| = 19$ .

**15.** Обчислити  $|\vec{b}|$ , якщо  $|\vec{a}| = 11$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 19$ ,  $|\vec{a} - \vec{b}| = 13$ .

**16.** Обчислити  $|\vec{a}|$ , якщо  $|\vec{b}| = 7$ ,  $|\vec{a} + \vec{b}| = 12$ ,  $|\vec{a} - \vec{b}| = 14$ .

**17.** Знайти довжину меншої діагоналі паралелограма, побудованого на векторах  $3\vec{b} - 5\vec{a}$  і  $2\vec{b} + \vec{a}$ , якщо  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ$ .

**18.** Знайти довжину більшої діагоналі паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a} - 4\vec{b}$  і  $\vec{a} + \vec{b}$ , якщо  $|\vec{a}| = 6\sqrt{2}$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 45^\circ$ .

**19.** Знайти довжину меншої сторони паралелограма, діагоналі якого співпадають з векторами  $4\vec{a} + 2\vec{b}$  і  $3\vec{b} - 2\vec{a}$ , якщо відомо, що  $|\vec{a}| = 4$ ,  $|\vec{b}| = 1$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ .

**20.** Знайти довжину більшої сторони паралелограма, діагоналі якого співпадають з векторами  $4\vec{a} - 2\vec{b}$  і  $2\vec{a} - 4\vec{b}$ , якщо відомо, що  $|\vec{a}| = 5$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$ .

### Група 3

**21.** Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , довжина ребра якого дорівнює 1. Знайти градусну міру кута  $B_1 C M$ , де  $M$  — середина ребра  $AA_1$ .

**22.** Дано куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , довжина ребра якого дорівнює 1. Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{CM}$  і  $\vec{BN}$ , якщо точка  $M$  — середина ребра  $AA_1$ , а точка  $N$  — середина ребра  $C_1 D_1$ .

**23.** Точки  $A(0; 1; 1)$ ,  $B(-1; 8; 3)$ ,  $C(2; -2; 2)$  і  $D(2; -3; 1)$  є вершинами трикутної піраміди. Знайти градусну міру кута між векторами  $\vec{AO}$  і  $\vec{CD}$ , де  $O$  є точкою перетину медіан грані  $BCD$ .

**24.** Знайти градусну міру кута між прямими  $AN$  і  $DM$ , якщо точки  $M$  і  $N$  є відповідно точками перетину медіан трикутників  $ABP$  та  $CDP$ , заданих координатами вершини:  $A(1; 2; -1)$ ,  $B(3; 5; 4)$ ,  $C(7; 8; -9)$ ,  $D(0; -1; 0)$ ,  $P(2; 2; 3)$ .

**25.** У колі з центром у точці  $O$  проведено дві взаємно перпендикулярні хорди  $AB$  і  $CD$ . Прямі, що містять ці хорди перетинаються у точці  $M$ , відстань від якої до центра кола дорівнює 9 см. Знайти модуль вектора  $\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OC} + \overline{OD}$ .

**26.** Точки  $A(-4; 2; -5)$ ,  $B(1; -2; 4)$  і  $C(3; -6; 0)$  є вершинами трикутника, на стороні  $BC$  якого взято точку  $M$ . Пряма, що проходить через цю точку і паралельна до медіани  $AA_1$  цього трикутника, перетинає прямі  $AB$  та  $AC$  відповідно в точках  $N$  і  $P$ . Знайти модуль вектора  $\overline{PM} + \overline{NM}$ .

**27.** Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах  $\overline{AB}(4; -2; 4)$  та  $\overline{AD}(2; -2; 0)$ .

**28.** Обчислити площу трикутника з вершинами в точках  $A(5; 4; 2)$ ,  $B(4; 2; 0)$ ,  $C(2; 4; 8)$ .

**29.** Знайти відстань від точки  $A(14; -8)$  до прямої  $4x - 3y = 5$ .

**30.** Знайти відстань між паралельними прямими  $12x - 5y = 140$  і  $24x - 10y = 111$ .

## § 29. Стереометрія

### Варіант А

#### Група 1

1. Відрізок  $AB$  перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$ ,  $B$  і середину  $C$  відрізка  $AB$  проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  відповідно у точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Знайти довжину відрізка  $CC_1$ , якщо  $AA_1 = 14$  см,  $BB_1 = 6$  см.

2. Відрізок  $AB$  перетинає площину  $\alpha$ . Через точки  $A$ ,  $B$  і середину  $C$  відрізка  $AB$  проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  відповідно у точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Знайти довжину відрізка  $AA_1$ , якщо  $CC_1 = 3$  см,  $BB_1 = 12$  см і точка  $C$  розміщена в одному півпросторі з точкою  $A$  відносно площини  $\alpha$ .

3. Відрізок довжиною 15 см перетинає площину  $\alpha$ . Знайти довжину проекції цього відрізка на площину  $\alpha$ , якщо його кінці знаходяться відповідно на відстані 2 см і 7 см від неї.

4. Кінці відрізка  $AB$  лежать по один бік від площини  $\alpha$ . Через точки  $A$  і  $B$  проведені паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  відповідно в точках  $A_1$  і  $B_1$ . Пряма  $AB$  перетинає площину  $\alpha$  в точці  $C$ . Знайти довжину відрізка  $AB$ , якщо  $AA_1 = 8$  см,  $BB_1 = 6$  см,  $BC = 12$  см.

5. Паралельні прямі, що проходять через вершини паралелограма  $ABCD$  перетинають площину  $\alpha$  відповідно в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$ . Знайти довжину відрізка  $DD_1$ , якщо  $AA_1 = 8$  см,  $BB_1 = 1$  см,  $CC_1 = 4$  см і площина  $\alpha$  не перетинає паралелограм  $ABCD$ .

6. Через вершину  $A$  паралелограма  $ABCD$  проведено площину  $\alpha$ , яка не перетинає його в інших точках. Через точки  $B$ ,  $C$  і  $D$  проведено паралельні прямі, які перетинають цю площину відповідно в точках  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $D_1$ . Знайти  $CC_1$ , якщо  $BB_1 = 7$  см,  $DD_1 = 4$  см.

7. Точки  $A$  і  $B$  належать площині  $\alpha$ , а точки  $C$  і  $D$  належать іншій, паралельній їй площині  $\beta$ . Проекції відрізків  $AC$  і  $BD$  на одну з цих площин відносяться відповідно як 5 : 2. Знайти відстань між площинами  $\alpha$  і  $\beta$ , якщо  $AC = 17$  см,  $BD = 10$  см.

8. Точки  $A$  і  $B$  належать площині  $\alpha$ , а точки  $C$  і  $D$  належать іншій, паралельній їй площині  $\beta$ . Проекція відрізка  $BD$  на одну з цих площин дорівнює 18 см. Чому дорівнює довжина проекції відрізка  $AC$  на цю площину, якщо  $AC = 25$  см, а  $BD = 30$  см?



**9.** Через одну з сторін ромба проведено площину на відстані 4 см від протилежної сторони. Проекції діагоналей ромба на цю площину дорівнюють  $\sqrt{48}$  см і  $\sqrt{20}$  см. Знайти периметр чотирикутника утвореного ортогональною проекцією ромба на цю площину.

**10.** З кінців відрізка  $AB$ , який паралельний до площини  $\alpha$ , проведене до неї перпендикуляр  $AC$  і похила  $BD$ . Знайти відстань між серединами перпендикуляра  $AC$  та похилої  $BD$ , якщо  $AB = 24$  см,  $AC = 15$  см,  $BD = 25$  см,  $\angle ABD = 90^\circ$ .

**11.** Точки  $A$  і  $B$  належать площині  $\alpha$ , а точки  $C$  і  $D$  належать іншій, паралельній їй площині  $\beta$ , причому відрізок  $AC$  перпендикулярний до цих площин. Знайти відстань між серединами відрізків  $AC$  і  $BD$ , якщо  $AC = 8$  см,  $BD = 10$  см,  $AB = CD = 5$  см.

**12.** Точки  $A$  і  $B$  належать площині  $\alpha$ , а точки  $C$  і  $D$  належать іншій, паралельній їй площині  $\beta$ . Довжини відрізків  $AC$  і  $BD$  відповідно дорівнюють 13 см і 15 см, а сума довжин їх проекцій на одну з даних площин дорівнює 14 см. Знайти відстань між площинами  $\alpha$  і  $\beta$ .

**13.** Кінці відрізка  $AB$  лежать по один бік відносно площини  $\alpha$ . Точка  $C$  належить відрізку  $AB$ . Через точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  відповідно в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Знайти довжину відрізка  $CC_1$ , якщо  $A_1C_1 : B_1C_1 = 7 : 3$ ,  $AA_1 = 4$  см,  $BB_1 = 5$  см.

**14.** Кінці відрізка  $AB$  лежать по різні боки від площини  $\alpha$ . Точка  $C$  належить відрізку  $AB$ . Через точки  $A$ ,  $B$  і  $C$  проведені прямі, які перетинають площину  $\alpha$  відповідно у точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ . Знайти довжину відрізка  $CC_1$ , якщо  $AA_1 = 9$  м,  $BB_1 = 12$  м і  $AC : BC = 4 : 3$ .

**15.** Через вершину  $A$  трикутника  $ABC$  проведено площину  $\alpha$ , яка не перетинає його в інших точках. Через точки  $B$ ,  $C$  і точку  $M$  перетину медіан трикутника, проведено паралельні прямі, які перетинають площину  $\alpha$  відповідно в точках  $B_1$ ,  $C_1$  і  $M_1$ . Знайти довжину відрізка  $MM_1$ , якщо  $BB_1 = 5$  см,  $CC_1 = 7$  см.

**16.** Паралельні прямі, що проходять через вершини трикутника  $ABC$  і точку  $M$  перетину його медіан, перетинають площину  $\alpha$  відповідно в точках  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$  і  $M_1$ . Знайти довжину відрізка  $MM_1$ , якщо  $AA_1 = 13$  см,  $BB_1 = 18$  см,  $CC_1 = 20$  см і площина  $\alpha$  не перетинає трикутник  $ABC$ .

**17.** Кінці відрізка  $AB$  належать двом взаємно перпендикулярним площинам. З цих кінців проведено перпендикуляри  $AA_1$  і  $BB_1$  до

прямої перетину даних площин. Знайти довжину відрізка  $AB$ , якщо  $AA_1 = 2$  см,  $BB_1 = 3$  см і  $A_1B_1 = 6$  см.

**18.** Кінці відрізка  $AB$  належать двом взаємно перпендикулярним площинам. З цих кінців проведено перпендикуляри  $AA_1$  і  $BB_1$  до прямої перетину даних площин. Знайти довжину відрізка  $A_1B_1$ , якщо  $AB = 25$  см,  $AA_1 = 15$  см і  $BB_1 = 16$  см.

**19.** Всередині двогранного кута, градусна міра якого дорівнює  $120^\circ$ , дано точку  $M$ , яка віддалена від кожної з його граней на  $8\sqrt{3}$  см. Знайти відстань від цієї точки до ребра кута.

**20.** Всередині двогранного кута, градусна міра якого дорівнює  $60^\circ$ , дано точку  $M$ , яка віддалена від кожної з його граней на  $5\sqrt{3}$  см. Знайти відстань між основами перпендикулярів, опущених з цієї точки на грані кута.

## Група 2

**21.** Відрізок  $AM$  довжиною 10 см перпендикулярний до площини прямокутника  $ABCD$ . Знайти відстань від точки  $M$  до діагоналі  $BD$  прямокутника, якщо його сторони дорівнюють 30 см і 40 см.

**22.** Відрізок  $BM$  перпендикулярний до площини прямокутника  $ABCD$ . Точка  $M$  віддалена від вершин  $A$ ,  $C$  і  $D$  відповідно на 6 см, 7 см і 9 см. Знайти відстань від точки  $M$  до площини прямокутника.

**23.** Сторони паралелограма  $ABCD$  дорівнюють 29 см і 25 см, а його діагональ 6 см. З вершини гострого кута паралелограма проведено відрізок  $AM$ , перпендикулярний до площини паралелограма. Знайти відстань від точки  $M$  до прямої  $BD$ , якщо довжина відрізка  $AM$  дорівнює 15 см.

**24.** Сторона паралелограма  $ABCD$  дорівнює 15 см, а його діагоналі дорівнюють 26 см і 28 см. З вершини тупого кута паралелограма проведено відрізок  $BM$ , перпендикулярний до площини паралелограма. Знайти відстань від точки  $M$  до прямої  $AC$ , якщо довжина відрізка  $BM$  дорівнює 5 см.

**25.** Відрізок  $BM$  перпендикулярний до площини рівностороннього трикутника  $ABC$ . Знайти відстань від точки  $M$  до сторони  $AC$ , якщо  $BM = 1$  см, а  $AC = 2$  см.

**26.** Відрізок  $BM$  перпендикулярний до площини трикутника  $ABC$ . Знайти відстань від точки  $M$  до сторони трикутника  $AC$ , якщо  $BM = 9$  см,  $AB = 13$  см,  $BC = 15$  см,  $AC = 4$  см.

**27.** З вершини  $B$  ромба  $ABCD$  проведено перпендикулярний до площини ромба відрізок  $BK$  довжиною 8 см. Знайти відстань від точки  $K$  до сторони  $AD$  ромба, якщо площа ромба дорівнює  $36\sqrt{2}$  см<sup>2</sup> і  $\angle B = 135^\circ$ .

**28.** Відрізок  $CM$  перпендикулярний до площини ромба  $ABCD$ . Основа перпендикуляра — вершина гострого кута ромба. Сторона ромба дорівнює 10 см, а менша діагональ — 12 см. Знайти відстань від точки  $M$  до прямої, що містить меншу діагональ ромба, якщо відстань від точки  $M$  до вершини протилежного гострого кута дорівнює  $\sqrt{481}$  см.

**29.** Відрізок  $BM$  перпендикулярний до площини трапеції  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Знайти відстань від точки  $M$  до сторони  $AD$  трапеції, якщо  $BM = 7$  см,  $BC = 11$  см,  $AD = 28$  см,  $AB = 25$  см,  $CD = 26$  см.

**30.** Відрізок  $BM$  перпендикулярний до площини трапеції  $ABCD$  ( $BC \parallel AD$ ). Знайти відстань від точки  $M$  до сторони  $AD$  трапеції, якщо  $BM = 28$  см,  $BC = 10$  см,  $AD = 90$  см,  $AC = 75$  см,  $BD = 35$  см.

**31.** Точка  $M$  рівновіддалена від усіх вершин трикутника  $ABC$  і віддалена від його площини на 6 см. Знайти відстань від точки  $M$  до вершин трикутника, якщо  $AB = 8\sqrt{3}$  см,  $\angle ACB = 60^\circ$ .

**32.** Точка  $M$  віддалена від усіх вершин рівнобедреного трикутника на 13 см. Бічні сторони цього трикутника дорівнюють 5 см, а кут при основі —  $30^\circ$ . Знайти відстань від цієї точки до площини трикутника.

**33.** Точка  $M$  рівновіддалена від усіх вершин прямокутного трикутника і віддалена від його площини на 24 см. Знайти відстань від точки  $M$  до вершин трикутника, якщо його катети відносяться як 3 : 4, а площа дорівнює 96 см<sup>2</sup>.

**34.** Гострий кут прямокутного трикутника дорівнює  $30^\circ$ , а протилежний до нього катет — 24 см. Точка  $M$  віддалена від усіх вершин цього трикутника на  $\sqrt{601}$  см. Знайти відстань від точки  $M$  до катета, прилеглого до даного гострого кута.

**35.** Довжини двох сторін трикутника дорівнюють відповідно 20 см і  $10\sqrt{3}$  см, а кут між цими сторонами дорівнює  $30^\circ$ . Знайти відстань від точки до площини трикутника, якщо ця точка знаходиться на відстані 26 см до кожної із його вершин.

**36.** Периметр рівнобедреного трикутника дорівнює 108 см, а висота, проведена до його основи, дорівнює 18 см. Точка  $M$  рівновід-

далена від усіх вершин трикутника і віддалена від його площини на 24 см. Знайти відстань від точки  $M$  до основи трикутника.

**37.** З точок  $A$  і  $B$ , що лежать на різних гранях двогранного кута величиною  $120^\circ$ , опущено перпендикуляри  $AA_1$  і  $BB_1$  на ребро кута. Знайти довжину відрізка  $AB$ , якщо  $AA_1 = 5$  м,  $BB_1 = 3$  м,  $A_1B_1 = 24$  м.

**38.** Кінці відрізка  $AB$  довжиною 9 м належать різним граням двогранного кута. З точок  $A$  і  $B$  опущено перпендикуляри  $AA_1$  і  $BB_1$  на ребро кута. Знайти градусну міру двогранного кута, якщо  $AA_1 = 1$  м,  $BB_1 = 4$  м,  $A_1B_1 = 8$  м.

**39.** З точок  $A$  і  $B$ , що лежать на різних гранях двогранного кута величиною  $60^\circ$ , опущено перпендикуляри  $AA_1$  і  $BB_1$  на ребро кута. Знайти довжину перпендикуляра  $AA_1$ , якщо  $AB = 25$  м,  $BB_1 = 3$  м,  $A_1B_1 = 24$  м.

**40.** З точок  $A$  і  $B$ , що лежать на різних гранях двогранного кута величиною  $60^\circ$ , опущено перпендикуляри  $AA_1$  і  $BB_1$  на ребро кута. Знайти відстань між основами цих перпендикулярів, якщо  $AB = 25$  м,  $AA_1 = 5$  м,  $BB_1 = 8$  м.

### Група 3

**41.** Через точку, що лежить на ребрі двогранного кута мірою  $90^\circ$ , на кожній з його граней проведено по прямій під кутом  $45^\circ$  до ребра двогранного кута. Знайти величину кута між проведеними прямими.

**42.** Величина двогранного кута дорівнює  $120^\circ$ . Дві прямі, що лежать на різних гранях цього кута паралельні до його ребра. Відстані від ребра двогранного кута до прямих відповідно дорівнюють  $21\sqrt{3}$  см і  $35\sqrt{3}$  см. Знайти відстань від ребра двогранного кута до площини, що проходить через дані дві паралельні прямі.

**43.** Точка  $M$  знаходиться на відстані 5 см від площини прямокутника і на відстані 13 см від кожної із його вершин. Знайти площу цього прямокутника, якщо його діагоналі перетинаються під кутом  $30^\circ$ .

**44.** Основи рівнобічної трапеції відповідно дорівнюють 24 см і 18 см, а висота — 21 см. Точка  $M$  рівновіддалена від усіх вершин трапеції і знаходиться на відстані 5 см від її площини. Знайти відстань від цієї точки до меншої основи трапеції.

**45.** Основи рівнобічної трапеції відповідно дорівнюють 10 см і 26 см, а її діагоналі перпендикулярні до бічних сторін. Точка  $M$  рівновіддалена від усіх вершин трапеції і знаходиться на відстані

20 см до меншої основи. Знайти відстань від цієї точки до площини трапеції.

**46.** Точка  $M$  рівновіддалена від вершин трапеції, гострий кут якої дорівнює  $60^\circ$ , а довжина протилежної до нього діагоналі дорівнює  $5\sqrt{3}$  см. Знайти відстань від точки  $M$  до площини трапеції, якщо відомо, що вона менша від відстані до її вершин на 1 см.

**47.** Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 15 см, а основа — 24 см. Точка  $M$  рівновіддалена від сторін трикутника і знаходиться на відстані 12 см від його площини. Знайти відстань від точки  $M$  до вершини трикутника, протилежної до його основи.

**48.** Точка  $M$  рівновіддалена від сторін прямокутного трикутника і знаходиться на відстані 2 см від його площини. Катети прямокутного трикутника відповідно дорівнюють 9 см і 12 см. Знайти відстань від точки  $M$  до вершини трикутника, протилежної катету довжиною 12 см.

**49.** Точка  $M$  рівновіддалена від сторін прямокутного трикутника і не лежить в його площині. Перпендикуляр, опущений з цієї точки на гіпотенузу, ділить її на частини довжиною 24 см і 16 см і дорівнює 17 см. Знайти відстань від точки  $M$  до площини трикутника.

**50.** Точка  $M$  рівновіддалена від сторін рівнобедреного трикутника і не лежить в його площині. Перпендикуляр, опущений з цієї точки на бічну сторону, ділить її на відрізки відповідно довжиною 9 см і 8 см, починаючи від вершини рівнобедреного трикутника. Знайти відстань від точки  $M$  до площини трикутника, якщо відстань від цієї точки до кожної його сторони дорівнює 6 см.

**51.** Довжини двох сторін трикутника дорівнюють відповідно 25 см і 6 см. Точка  $M$  рівновіддалена від сторін цього трикутника і не лежить в його площині. Перпендикуляр, опущений з цієї точки на більшу із даних сторін, ділить її на відрізки довжиною 24 см і 1 см. Знайти відстань від цієї точки до сторін трикутника, якщо відстань від неї до площини трикутника дорівнює 1,5 см.

**52.** Площа ромба дорівнює  $96\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>, а один з його кутів —  $120^\circ$ . Знайти відстань від точки, віддаленої від кожної з сторін ромба на 6,5 см, до його площини.

**53.** Діагоналі ромба відносяться як 3 : 4, а його периметр дорівнює 40 см. Точка  $M$  віддалена від кожної з сторін ромба на 8 см. Знайти відстань від цієї точки до площини ромба.

**54.** Точка  $M$  рівновіддалена від сторін рівнобічної трапеції і від-

далена від її площини на відстані 24 см. Знайти відстань від точки  $M$  до сторін трапеції, якщо різниця довжин її основ дорівнює 30 см, а її периметр — 156 см.

**55.** У прямокутній трапеції довжини основ відповідно дорівнюють 20 см і 12 см. Точка  $M$  рівновіддалена від сторін трапеції і знаходиться на відстані 10 см від її площини. Знайти відстань від точки  $M$  до сторін трапеції.

**56.** Відношення довжин основ рівнобічної трапеції дорівнює 4, а її площа —  $80 \text{ см}^2$ . На відстані 7,5 см від площини трапеції знаходиться точка  $M$ , яка рівновіддалена від сторін трапеції. Знайти відстань від точки  $M$  до сторін трапеції.

**57.** У тригранному куті два плоских кути дорівнюють по  $60^\circ$ , а третій — прямий. На спільному ребрі рівних плоских кутів від вершини тригранного кута відкладено відрізок довжиною  $6\sqrt{2}$  см. Знайти довжину проєкції цього відрізка на прямий плоский кут.

**58.** У тригранному куті два плоских кути дорівнюють по  $60^\circ$ , а третій плоский кут дорівнює  $90^\circ$ . Знайти кут між спільним ребром рівних плоских кутів та площиною, що містить протилежну грань.

**59.** Всередині тригранного кута з прямими плоскими кутами взято точку. Знайти відстань від цієї точки до вершини кута, якщо відстані від цієї точки до ребер тригранного кута відповідно дорівнюють 4 см, 6,2 см і 6,6 см.

**60.** Всередині тригранного кута з двома плоскими прямими кутами і третім, величина якого  $120^\circ$ , взято точку, яка віддалена від рівних плоских кутів на  $2,5 \cdot \sqrt{3}$  см, а від третього плоского кута на 12 см. Знайти відстань від цієї точки до вершини тригранного кута.

### Варіант Б Група 1

**1.** Виміри прямокутного паралелепіпеда відносяться як 2 : 3 : 6, а довжина його діагоналі дорівнює 14 см. Обчислити суму довжин всіх його ребер, що виходять з однієї його вершини.

**2.** Довжини діагоналей граней прямокутного паралелепіпеда, що виходять з однієї його вершин, відповідно дорівнюють 20 см, 31 см і 33 см. Знайти довжину діагоналі паралелепіпеда.

**3.** Площа поверхні куба дорівнює  $162 \text{ см}^2$ . Знайти довжину його діагоналі.

4. Діагональ куба дорівнює 11 см. Знайдіть площу поверхні куба.
5. Площі трьох граней прямокутного паралелепіпеда відповідно дорівнюють  $40 \text{ см}^2$ ,  $56 \text{ см}^2$ ,  $140 \text{ см}^2$ . Знайти об'єм паралелепіпеда.
6. Діагональ куба дорівнює  $6\sqrt{3}$  см. Знайдіть його об'єм.
7. Діагональ прямокутного паралелепіпеда більша за його виміри відповідно на 8 см, 9 см і 5 см. Обчислити площу повної поверхні цього паралелепіпеда.
8. Довжина діагоналі прямокутного паралелепіпеда дорівнює 36 см, а його виміри відносяться як 1 : 2 : 2. Обчислити площу повної поверхні паралелепіпеда.
9. Знайти об'єм куба, якщо площа перерізу, що проходить через діагоналі протилежних граней цього куба, дорівнює  $36\sqrt{2} \text{ см}^2$ .
10. Знайти об'єм куба, якщо площа перерізу, що проходить через діагоналі суміжних граней цього куба, дорівнює  $8\sqrt{3} \text{ см}^2$ .
11. Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо сторони основи і діагональ прямокутного паралелепіпеда відповідно дорівнюють 3 см, 4 см і 13 см.
12. Основа прямого паралелепіпеда — ромб. Площі діагональних перерізів паралелепіпеда відповідно дорівнюють  $7 \text{ см}^2$  і  $24 \text{ см}^2$ . Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.
13. Площа основи та площі бічних граней прямої трикутної призми відповідно дорівнюють  $84 \text{ см}^2$ ,  $91 \text{ см}^2$ ,  $105 \text{ см}^2$ ,  $98 \text{ см}^2$ . Знайти довжину висоти призми.
14. Основою прямої призми є прямокутний трикутник. Площі бічних граней, що містять його катети відповідно дорівнюють  $18 \text{ см}^2$  і  $24 \text{ см}^2$ . Знайти висоту призми, якщо периметр основи дорівнює 18 см.
15. Основою прямої призми є прямокутний трикутник. Площі бічних граней, що містять його катети дорівнюють  $30 \text{ см}^2$  і  $16 \text{ см}^2$ . Обчислити площу бічної поверхні.
16. Основою прямого паралелепіпеда є ромб з більшою діагоналлю 24 см. Площа бічної поверхні паралелепіпеда дорівнює  $130 \text{ см}^2$ , а повної поверхні —  $370 \text{ см}^2$ . Знайти висоту паралелепіпеда.
17. Довжина діагоналі правильної чотирикутної призми дорівнює 6 см, а площа бічної поверхні —  $32 \text{ см}^2$ . Знайти висоту призми, якщо відомо що вона виражається цілим числом.

**18.** Основою прямої призми є трикутник із сторонами 6 см, 10 см і кутом  $120^\circ$  між ними. Площа грані призми, яка містить найбільшу сторону основи дорівнює  $140 \text{ см}^2$ . Обчислити площу бічної поверхні призми.

**19.** Діагональ правильної чотирикутної призми дорівнює 11 см, а діагональ бічної грані —  $\sqrt{85}$  см. Знайти площу повної поверхні призми.

**20.** Діагональ прямокутного паралелепіпеда має довжину  $5\sqrt{6}$  см і нахилена до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда, якщо площа його основи дорівнює  $36 \text{ см}^2$ .

### Група 2

**21.** Виміри прямокутного паралелепіпеда відповідно дорівнюють 9 см, 12 см і 16 см. Знайти найкоротшу з відстаней від ребра паралелепіпеда довжиною 9 см до його діагоналей, які не перетинають це ребро.

**22.** Виміри прямокутного паралелепіпеда відповідно дорівнюють 9 см, 12 см і 16 см. Знайти найкоротшу з відстаней від ребра паралелепіпеда довжиною 16 см до його діагоналей, які не перетинають це ребро.

**23.** Сторона основи прямокутного паралелепіпеда дорівнює 16 см. Знайти довжину другої сторони основи, якщо відстань від бічного ребра паралелепіпеда до діагоналі, що не перетинає його, дорівнює 9,6 см.

**24.** Основа прямого паралелепіпеда — паралелограм з сторонами 3 см, 5 см і кутом  $60^\circ$  між ними. Площа більшого діагонального перерізу дорівнює  $28 \text{ см}^2$ . Знайти площу бічної поверхні паралелепіпеда.

**25.** Основа прямої призми — рівнобічна трапеція з основами 11 см і 21 см і бічною стороною 13 см. Площа діагонального перерізу дорівнює  $100 \text{ см}^2$ . Знайти площу бічної поверхні призми.

**26.** Основа прямого паралелепіпеда — паралелограм з сторонами 4 см, 8 см і кутом  $60^\circ$  між ними. Площина перерізу паралелепіпеда, що проходить через більші протилежні ребра основ, утворює з основою паралелепіпеда кут  $45^\circ$ . Знайти об'єм паралелепіпеда.

**27.** У похилій трикутній призмі відстані між бічними ребрами відповідно дорівнюють 10 см, 17 см і 21 см. Знайти відстань від більшої бічної грані до протилежного бічного ребра.



**28.** Двогранний кут при одному з бічних ребер похилої трикутної призми дорівнює  $120^\circ$ . Відстані від цього ребра до інших бічних ребер призми відповідно дорівнюють 8 см і 7 см. Знайти площу бічної поверхні призми, якщо її бічне ребро дорівнює 10 см.

**29.** Площина перерізу  $(ABC_1)$  прямої призми  $ABCA_1B_1C_1$  нахилена до площини основи  $(ABC)$  під кутом  $60^\circ$ . Знайти об'єм призми, якщо  $AC = 2\sqrt{3}$  см,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $\angle CBA = 30^\circ$ .

**30.** Висота правильної трикутної призми дорівнює 4 см. Площина, проведена через середню лінію верхньої основи і паралельну їй сторону нижньої основи, утворює з площиною основи кут  $30^\circ$ . Знайти площу утвореного перерізу.

**31.** Основою прямої призми є рівнобедрений трикутник з основою 12 см і синусом кута при цій основі 0,6. Обчислити об'єм призми, якщо площа її бічної поверхні дорівнює сумі площ основ.

**32.** Основою прямої призми є рівнобедрений прямокутний трикутник з катетом 6 см. Діагональ бічної грані, що проходить через катет, утворює з гранню, що проходить через гіпотенузу, кут  $30^\circ$ . Знайти об'єм призми.

**33.** Діагональ бічної грані правильної трикутної призми має довжину 6 см і утворює з площиною другої бічної грані кут  $45^\circ$ . Знайти об'єм призми.

**34.** Основою піраміди є трикутник із сторонами 5 см, 5 см і 6 см. Кожне з бічних ребер піраміди дорівнює 8,125 см. Знайти висоту піраміди.

**35.** Бічні ребра однієї з граней піраміди — взаємно перпендикулярні, а довжини їх проєкцій на основу піраміди відповідно дорівнюють 32 см і 18 см. Довжина ребра основи піраміди, що належить цій грані, дорівнює 50 см. Знайти довжину висоти піраміди.

**36.** Бічні ребра однієї з граней піраміди відповідно дорівнюють 20 см і 13 см, а їх проєкції на основу піраміди — взаємно перпендикулярні. Довжина ребра основи піраміди, що належить цій грані, дорівнює  $\sqrt{281}$ . Знайти довжину висоти піраміди.

**37.** У правильній чотирикутній піраміді сторона основи дорівнює 14 см, а бічне ребро — 10 см. Знайти площу діагонального перерізу піраміди.

**38.** Основа піраміди — трикутник з сторонами 6 см, 10 см і 14 см. Кожний двогранний кут при основі піраміди дорівнює  $30^\circ$ . Знайти

довжину висоти піраміди.

**39.** Висота правильної зрізаної чотирикутної піраміди дорівнює 4 см, а сторони її основ — 6 см і 10 см. Знайти довжину діагоналі зрізаної піраміди.

**40.** Основи зрізаної піраміди є правильними трикутниками із сторонами 8 см і 4 см. Одна з її бічних граней, що є рівнобедреною трапецією, перпендикулярна до площин основ, а протилежне до неї ребро утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайти довжину висоти піраміди.

### Група 3

**41.** Основа піраміди — паралелограм з сторонами 3 см та 7 см, і з одною з діагоналей 6 см. Висота піраміди проходить через точку перетину діагоналей і її довжина дорівнює 4 см. Знайти довжину більшого бічного ребра піраміди.

**42.** Довжина бічного ребра правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $\sqrt[4]{108}$  см, а плоский кут при вершині —  $30^\circ$ . Знайти довжину висоти піраміди.

**43.** Основа піраміди — трикутник з сторонами 6 см, 10 см і 14 см. Кожний з двогранних кутів при основі піраміди дорівнює  $60^\circ$ . Знайти довжину висоти піраміди.

**44.** Сторона основи правильної чотирикутної піраміди  $SABCD$  дорівнює 3 м, а висота — 6 м. Знайти відстань між прямими  $SA$  і  $BD$ .

**45.** Основою піраміди є квадрат з стороною  $\sqrt{3 - \sqrt{3}}$ . Дві бічні грані, які мають спільне ребро перпендикулярні до основи, а дві інші нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Обчислити площу повної поверхні піраміди.

**46.** Основа піраміди — ромб. Всі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом  $45^\circ$ . Знайти об'єм піраміди, якщо сторона ромба дорівнює 8 см, а його гострий кут —  $60^\circ$ .

**47.** Основою піраміди  $PABCD$  є квадрат  $ABCD$  із стороною 6 см. Ребро  $PB$  дорівнює 12 см і перпендикулярне до площини основи. Знайти довжину найбільшої сторони чотирикутника, утвореного перерізом піраміди площиною, що проходить через ребро  $AD$  і середину ребра  $PB$ .

**48.** Переріз правильної трикутної піраміди проходить через центр основи, паралельно ребру основи і мимобіжного до нього бі-

чного ребра. Знайти площу цього перерізу, якщо довжина ребра основи 6 см, а бічного ребра 18 см.

**49.** Основа піраміди — ромб. Всі її бічні грані нахилені до основи під кутом  $60^\circ$ . Знайти об'єм піраміди, якщо сторона ромба дорівнює  $6\sqrt{3}$  см, а його гострий кут —  $60^\circ$ .

**50.** Основою піраміди є прямокутник, площа якого  $36$  см<sup>2</sup>. Дві бічні грані піраміди перпендикулярні до площини основи, а дві інші утворюють з нею відповідно кути  $30^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**51.** Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $48$  см<sup>3</sup>, сторона її основи — 6 см. Знайти площу бічної поверхні піраміди.

**52.** Основою піраміди є прямокутний трикутник з гострим кутом  $30^\circ$ . Кожне бічне ребро піраміди дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**53.** Основа піраміди — прямокутний трикутник з гострим кутом  $60^\circ$  та площею  $18\sqrt{3}$  см<sup>2</sup>. Бічна грань піраміди, яка проходить через катет, протилежний даному куту основи, перпендикулярна до площини основи, а дві інші утворюють з основою кути по  $45^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**54.** Основа піраміди — рівнобедрений трикутник з бічною стороною 12 см і кутом при вершині  $120^\circ$ . Бічні ребра піраміди утворюють з його висотою кути по  $30^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**55.** Основа піраміди — ромб з стороною 12 см і гострим кутом  $45^\circ$ . Відстань від основи висоти піраміди до її бічних граней дорівнює 3 см. Знайти об'єм піраміди.

**56.** Основа піраміди — прямокутний трикутник з гострим кутом  $15^\circ$ . Висота піраміди дорівнює 9 м. Всі бічні ребра піраміди утворюють з площиною основи кут  $60^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**57.** Сторона меншої основи правильної зрізаної трикутної піраміди дорівнює  $2\sqrt{3}$  см, двогранний кут утворений бічною гранню піраміди з меншою основою дорівнює  $120^\circ$ , а висота піраміди дорівнює  $\sqrt{3}$  см. Знайти об'єм зрізаної піраміди.

**58.** Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 40 см. Площина, паралельна до основи, ділить висоту піраміди у відношенні 2 : 3 (рахуючи від вершини). Знайти об'єм, утвореної зрізаної піраміди, якщо її бічна грань утворює з площиною нижньої основи кут  $45^\circ$ .

**59.** У правильній чотирикутній зрізаній піраміді сторони основ

відповідно дорівнюють 5 см і 11 см, а довжина її діагоналі — 12 см. Знайти площу бічної поверхні піраміди.

**60.** Основами зрізаної піраміди є ромби відповідно з сторонами 6 см і 2 см, та гострими кутами по  $30^\circ$ . Всі двогранні кути, утворені бічними гранями і більшою основою піраміди, рівні. Бічна поверхня зрізаної піраміди дорівнює  $32 \text{ см}^2$ . Знайти градусну міру двогранного кута з ребром при меншій основі піраміди.

## Варіант В

### Група 1

**1.** Висота бічної грані правильної чотирикутної піраміди дорівнює ребру її основи, а площа діагонального перерізу піраміди —  $72\sqrt{6} \text{ см}^2$ . Знайти площу бічної поверхні піраміди.

**2.** Основою піраміди є правильний трикутник із стороною 4 см. Одна з бічних граней піраміди перпендикулярна до площини основи, а дві інші нахилені до неї під кутом  $30^\circ$ . Обчислити площу бічної поверхні піраміди.

**3.** Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $96 \text{ см}^2$ , а площа її повної поверхні —  $144 \text{ см}^2$ . Знайти висоту піраміди.

**4.** Основою піраміди є прямокутний трикутник з катетами 12 см і 5 см. Бічне ребро, що виходить з вершини меншого гострого кута основи, перпендикулярне до площини основи і дорівнює 9 см. Обчислити площу повної поверхні піраміди.

**5.** Основами зрізаної піраміди є прямокутники. Сторони більшого з них відповідно дорівнюють 15 см і 27 см, а периметр іншого — 56 см. Висота піраміди дорівнює 6 см, а бічні ребра рівні між собою. Знайти площу бічної поверхні піраміди.

**6.** У зрізаній піраміді відповідні сторони основ відносяться, як 3 : 11. Через середину висоти піраміди провели переріз, паралельний до площин основ. У скільки разів площа бічної поверхні більшої з утворених зрізаних пірамід більша за бічну поверхню меншої з цих пірамід?

**7.** Знайти об'єм зрізаної піраміди, якщо площі її основ відповідно дорівнюють  $98 \text{ см}^2$  і  $32 \text{ см}^2$ , а довжина висоти відповідної повної піраміди — 14 см.

**8.** Основами зрізаної піраміди є прямокутники, периметри яких відповідно дорівнюють  $24\sqrt{3} \text{ см}$  і  $8\sqrt{3} \text{ см}$ . Дві суміжні бічні грані пі-

раміди, перпендикулярні до основи, а дві інші утворюють з основою відповідно кути  $30^\circ$  і  $60^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**9.** Основами зрізаної піраміди є ромби з сторонами 18 см і 6 см та гострим кутом  $30^\circ$ . Всі двогранні кути, утворені бічними гранями і більшою основою піраміди, рівні і дорівнюють  $45^\circ$ . Знайти об'єм піраміди.

**10.** Розгортка бічної поверхні циліндра — квадрат з стороною  $6\sqrt[3]{\pi}$ . Знайти об'єм циліндра.

**11.** Площа бічної поверхні циліндра дорівнює  $100 \text{ см}^2$ . Діагоналі його осьового перерізу взаємно перпендикулярні. Знайти площу поверхні циліндра.

**12.** Розгорткою бічної поверхні циліндра є прямокутник з діагоналями довжиною  $8\sqrt{\pi}$  см і кутом  $30^\circ$  між ними. Обчислити площу осьового перерізу циліндра.

**13.** У циліндрі висотою 6 см і радіусом основи 5 см розміщено відрізок, кінці якого лежать на колах обох основ. Відстань від середини цього відрізка до осі циліндра 3 см. Знайти довжину цього відрізка.

**14.** У циліндрі паралельно осі проведено площину, яка відтинає від кола основи дугу в  $60^\circ$ . Висота циліндра дорівнює 2 см, а відстань від січної площини до осі циліндра дорівнює 3 см. Знайти довжину діагоналі перерізу.

**15.** Висота циліндра на 10 см більша за радіус основи, а площа його повної поверхні дорівнює  $144\pi \text{ см}^2$ . Знайти радіус основи циліндра.

**16.** Вершини прямокутника лежать на границях основ циліндра, радіуси яких дорівнюють 17 см, а довжина твірної циліндра дорівнює 12 см. Сторони прямокутника відносяться як 2 : 3, а його площа перетинає вісь циліндра. Знайти площу прямокутника.

**17.** Два різних циліндра мають однакові діагоналі осьових перерізів і рівні площі бічних поверхонь. Обчислити суму висот цих циліндрів, якщо довжина кожної з діагоналей їх осьових перерізів дорівнює  $2\sqrt{10}$  см, а площа кожної з бічних поверхонь циліндрів —  $12\pi \text{ см}^2$ .

**18.** Площа осьового перерізу циліндра дорівнює  $130 \text{ см}^2$ . На відстані 5 см від осі циліндра, паралельно до неї, проведено переріз площею  $120 \text{ см}^2$ . Знайти радіус основи циліндра.

**19.** Площа бічної поверхні циліндра, описаного навколо куба (вершини куба належать колам основ циліндра), дорівнює  $32\sqrt{2}\pi$  см<sup>2</sup>. Знайти радіус основи циліндра.

**20.** Радіус основи циліндра в три рази більший його висоти. У скільки разів площа повної поверхні циліндра більша за площу його бічної поверхні?

### Група 2

**21.** Знайти площу поверхні циліндра, якщо площа його бічної поверхні дорівнює площі основи, а діагональ осьового перерізу дорівнює  $17\sqrt{\pi^{-1}}$  см.

**22.** Площа перерізу циліндра площиною, перпендикулярною до осі симетрії, дорівнює  $\frac{25}{\pi}$  см<sup>2</sup>, а площа осьового перерізу — 60 см<sup>2</sup>. Знайти об'єм циліндра.

**23.** Знайти об'єм циліндра, якщо об'єм, вписаного в нього куба (вершини куба належать колам основ), дорівнює  $\frac{32}{\pi}$  см<sup>3</sup>.

**24.** Довжина діагоналі розгортки бічної поверхні циліндра дорівнює  $6\sqrt[3]{\pi}$  см. Величина кута між цією діагоналлю та твірною циліндра дорівнює 60°. Знайти об'єм циліндра

**25.** Площа осьового перерізу рівностороннього циліндра (діаметр основи дорівнює висоті циліндра) дорівнює  $16\sqrt[3]{\pi^{-2}}$  см<sup>2</sup>. Знайти об'єм циліндра.

**26.** Площа поверхні конуса дорівнює 27 см<sup>2</sup>. Знайти площу бічної поверхні конуса, якщо твірна конуса дорівнює діаметру його основи.

**27.** Площі основ зрізаного конуса відповідно дорівнюють  $36\pi$  см<sup>2</sup> і  $12\pi$  см<sup>2</sup>, а площа його бічної поверхні дорівнює сумі площ основ. Знайти градусну міру кута між твірною зрізаного конуса та площиною більшої основи конуса.

**28.** У зрізаний конус, радіуси основ якого дорівнюють 25 см і 16 см, вписано кулю. Знайти радіус кулі.

**29.** Довжина хорди, проведеної в основі конуса, дорівнює 20 см і стягує дугу в 120°. Відрізок, що з'єднує вершину конуса з серединою цієї хорди, нахилений до площини основи під кутом 60°. Знайти висоту конуса.

**30.** В основу конуса вписано квадрат, довжина сторони якого дорівнює 30 см. Відстань від центра основи конуса до площини, що проходить через вершину конуса і сторону квадрата, дорівнює 12 см. Знайти висоту конуса.

**31.** Центральний кут у розгортці бічної поверхні конуса дорівнює  $72^\circ$ . Площа бічної поверхні конуса дорівнює  $5\pi$  см<sup>2</sup>. Знайти радіус основи конуса.

**32.** Твірна зрізаного конуса утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Діагональ осьового перерізу конуса перпендикулярна твірній. Знайти відношення площі бічної поверхні конуса до суми площ його основ.

**33.** Знайти радіус більшої основи зрізаного конуса, якщо його твірна дорівнює 17 см, висота — 15 см, а площа бічної поверхні —  $170\pi$  см<sup>2</sup>.

**34.** Твірна зрізаного конуса утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Діагональ осьового перерізу конуса є бісектрисою цього кута. Знайти твірну конуса, якщо площа його бічної поверхні дорівнює  $96\pi$  см<sup>2</sup>.

**35.** Осьовий переріз конуса є прямокутний трикутник, площа якого дорівнює  $36\sqrt{\pi-2}$  см<sup>2</sup>. Знайти об'єм конуса.

**36.** Знайти об'єм рівностороннього конуса, площа осьового перерізу якого дорівнює  $9 \cdot \sqrt[6]{3\pi-4}$  см<sup>2</sup>.

**37.** Об'єм конуса дорівнює  $625$  см<sup>3</sup>, довжина кола основи 25 см. Знайти площу осьового перерізу конуса.

**38.** Два різні конуси мають рівні твірні довжиною 5 см і рівні площі осьових перерізів, кожна з яких дорівнює  $12$  см<sup>2</sup>. Знайти відношення об'єму меншого з цих конусів до об'єму більшого.

**39.** У зрізаному конусі діагоналі осьового перерізу взаємно перпендикулярні. Твірна конуса має довжину  $4 \cdot \sqrt[6]{3\pi-2}$  см і нахилена до площини більшої основи під кутом  $60^\circ$ . Знайти об'єм конуса.

**40.** Через середину висоти конуса проведено пряму, паралельну твірній конуса, довжина якої дорівнює 12 см. Знайти довжину відрізка цієї прямої, який міститься всередині конуса.

### Група 3

**41.** Кулю перетнуто двома паралельними площинами. Радіуси кругів утворених перерізів відповідно дорівнюють 10 см і 12 см. Відстань між площинами перерізів дорівнює 11 см. Знайти радіус кулі.

**42.** Кулю перетнуто двома паралельними площинами. Радіуси кругів утворених перерізів відповідно дорівнюють 6 см і 8 см. Відстань між площинами перерізів дорівнює 2 см. Знайти радіус кулі.

**43.** Кулю перетнуто двома паралельними площинами, розміщеними по один бік від її центра. Площі кругів утворених перерізів

відповідно дорівнюють  $36\pi$  см<sup>2</sup> і  $64\pi$  см<sup>2</sup>. Знайти відстань між площинами перерізів, якщо об'єм кулі дорівнює  $\frac{4000}{3}\pi$  см<sup>3</sup>.

**44.** Радіуси двох куль відповідно дорівнюють  $\frac{13}{\pi}$  см і  $\frac{15}{\pi}$  см, а відстань між їх центрами —  $\frac{14}{\pi}$  см. Знайти довжину лінії, по якій перетинаються поверхні цих куль.

**45.** Куля дотикається до всіх сторін трикутника, довжини яких відповідно дорівнюють 13 см, 14 см і 15 см. Відстань від центра кулі до площини трикутника дорівнює 3 см. Знайти радіус кулі.

**46.** Куля дотикається до всіх сторін ромба, діагоналі якого відповідно дорівнюють 6 см і 8 см. Радіус кулі дорівнює 4 см. Знайти відстань від центра кулі до площини ромба.

**47.** Точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$  розміщені на поверхні кулі. Довжини відрізків  $AB$ ,  $AC$  і  $BC$  відповідно дорівнюють 16 см, 63 см і 65 см, а відстань від центра кулі до площини, що проходить через ці точки дорівнює 78 см. Знайти радіус кулі.

**48.** Грані двогранного кута величиною  $120^\circ$  дотикаються до поверхні кулі. Довжина хорди, що з'єднує точки дотику кулі з гранями, дорівнює  $\frac{7}{\sqrt{\pi}}$  см. Знайти площу поверхні кулі.

**49.** Переріз кулі площиною є круг, радіус якого на 1 см менший за радіус кулі і довжиною кола, що становить 0,96 довжини великого кола. Знайти відстань від центра кулі до площини перерізу.

**50.** Сфери радіусами 17 см і 10 см перетинаються. Спільна дотична площина і пряма, що проходить через центри сфер, перетинаються в точці, що знаходиться на відстані 30 см від центра меншої сфери. Знайти радіус кола перетину сфер.

**51.** Якою може бути найменша відстань між центрами двох сфер, якщо їх радіуси відповідно дорівнюють 17 см і 25 см, а довжина лінії їх перетину дорівнює  $30\pi$  см?

**52.** Кулю вписано в циліндр. Знайти об'єм кулі, якщо об'єм циліндра дорівнює  $15$  см<sup>3</sup>.

**53.** Металевий циліндр з радіусом основи 4 см і висотою 18 см переплавили в кулю. Знайти радіус, одержаної кулі.

**54.** Кулю вписано в конус, висота якого дорівнює 16 см, а радіус основи — 12 см. Знайти радіус кулі.

**55.** Кут при вершині осевого перерізу конуса дорівнює  $120^\circ$ , а його висота —  $(3 + 2\sqrt{3})$  см. Знайти радіус кулі, вписаної в конус.



**56.** Навколо кулі з радіусом 12 см описано конус з радіусом основи 24 см. Знайти висоту конуса.

**57.** Куля, вписана в конус, точками дотику до бічної поверхні ділить твірні конуса у відношенні 9 : 8, починаючи від вершини конуса. Знайти радіус основи конуса, якщо радіус кулі дорівнює 6 см.

**58.** Куля, вписана в конус, точками дотику до бічної поверхні ділить твірні конуса на відрізки довжиною 18 см і 16 см, починаючи від вершини конуса. Знайти радіус кулі.

**59.** Навколо сфери, площа поверхні якої  $576\pi$  см<sup>2</sup>, описано конус з висотою 32 см. Знайти радіус кола, утвореного точками дотику сфери до бічної поверхні конуса.

**60.** Навколо кулі описано зрізаний конус. Радіус однієї з основ зрізаного конуса в два рази більший за радіус другої основи. Знайти відношення об'єму конуса до об'єму кулі.

## § 30. Функції та їх властивості

### Варіант А

#### Група 1

1. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $X = \{2; 5; 7; 8\}$  наступним чином:  $f(2) = 7$ ,  $f(5) = 9$ ,  $f(7) = 20$ ,  $f(8) = 4$ . Обчислити  $f(f(7) - 2f(5))$ .

2. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $X = \{2; 5; 7; 8\}$  наступним чином:  $f(2) = 7$ ,  $f(5) = 9$ ,  $f(7) = 20$ ,  $f(8) = 4$ . Обчислити  $f(2f(5) - 2, 5f(8))$ .

3. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $X = \{-3; 1; 2; 4\}$  наступним чином:  $f(-3) = 10$ ,  $f(2) = 5$ ,  $f(4) = 17$ ,  $f(1) = 2$ . Функція  $y = g(x)$  — обернена до функції  $y = f(x)$ . Обчислити  $g(3g(5) - g(17))$ .

4. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $X = \{1; 2; 10; 17\}$  наступним чином:  $f(1) = 2$ ,  $f(2) = 3$ ,  $f(10) = 5$ ,  $f(17) = 6$ . Функція  $y = g(x)$  — обернена до функції  $y = f(x)$ . Обчислити  $g(2g(5) - g(6))$ .

5. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $X = \{2; 5; 7; 8\}$  наступним чином:  $f(2) = 7$ ,  $f(5) = 9$ ,  $f(7) = 20$ ,  $f(8) = 4$ . Функція  $y = g(x)$  — обернена до функції  $y = f(x)$ . Знайти відношення найменшого значення функції  $y = g(x)$  до найбільшого значення функції  $y = f(x)$ .

6. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $X = \{-4; 1; 3; 9\}$  наступним чином:  $f(-4) = -12$ ,  $f(1) = 6$ ,  $f(3) = -2$ ,  $f(9) = 7$ . Функція  $y = g(x)$  — обернена до функції  $y = f(x)$ . Знайти відношення найбільшого значення функції  $y = g(x)$  до найменшого значення функції  $y = f(x)$ .

7. Обчислити значення функції  $f(x) = x^2 + D(x)$  при  $x = \sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2 + \sqrt{3}}$ , де

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \text{ — раціональне число;} \\ 0, & \text{якщо } x \text{ — ірраціональне число.} \end{cases}$$

8. Обчислити значення функції  $f(x) = x^2 - D(x)$  при  $x = \sqrt{(1 - \sqrt{3})^2 - \sqrt{3}}$ , де

$$D(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \text{ — раціональне число;} \\ 0, & \text{якщо } x \text{ — ірраціональне число.} \end{cases}$$

**9.** Обчислити значення функції  $f(x) = \{x\} + [2x] + |3x|$  при  $x = -2, 8$ , де  $[b]$ ,  $\{b\}$  — відповідно ціла та дробова частини числа  $b$ , а  $|b|$  — модуль числа  $b$ .

**10.** Обчислити значення функції  $f(x) = |x| + \{2x\} + [3x]$  при  $x = -1, 9$ , де  $[b]$ ,  $\{b\}$  — відповідно ціла та дробова частини числа  $b$ , а  $|b|$  — модуль числа  $b$ .

## Група 2

**11.** При якому значенні змінної  $x$  функції  $f(x) = x - 4$  і  $g(x) = 2\sqrt{x-1}$  набувають рівних значень?

**12.** При якому значенні змінної  $x$  функції  $f(x) = x - 5$  і  $g(x) = \sqrt{x+1}$  набувають рівних значень?

**13.** Знайти значення змінної  $x$ , при якому функції  $y = \frac{2x+49}{x} - 3$  і  $y = 2\sqrt{2 + \frac{49}{x}}$  набувають рівних значень.

**14.** Знайти значення змінної  $x$ , при якому функції  $y = \sqrt{3x+8}$  і  $y = \frac{x+8}{\sqrt{x}}$  набувають рівних значень.

**15.** Знайти абсциси точок перетину графіків функцій

$$y = \lg(10(x-3)^2) \text{ і } y = \lg(1+x^2) + 2\lg(3-x).$$

**16.** Знайти ординати точок перетину графіків функцій

$$y = 2\lg(1-3x) + \lg(1+x^2) \text{ і } y = 1 + \lg(1-6x+9x^2).$$

**17.** Визначити абсцису точки перетину графіка функції  $y = 1 - \lg x - \lg(x-9)$  з віссю  $Ox$ .

**18.** Визначити абсцису точки перетину графіка функції  $y = \log_5 x + \log_5(x-4) - 1$  з віссю  $Ox$ .

**19.** При якому значенні аргументу  $x$  значення функція  $y = e^{\frac{1}{\sqrt{x}}}$  дорівнює  $\sqrt{e}$ ?

**20.** При якому значенні аргументу  $x$  значення функція  $y = 3^{\frac{x+1}{x}} + 3^{\frac{1}{x}}$  дорівнює 36?

## Група 3

**21.** Визначити число цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \sqrt{16-x^2} + \frac{4}{|x|-3}$ .

**22.** Визначити найменше значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{\sqrt{2x^2 - 7x + 5}}{\sqrt{4x - x^2 - 3}}.$$

**23.** Знайти суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{\sqrt{5 - |x|}}{(x + 5)(16 - x^2)}.$$

**24.** Визначити найменше значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \sqrt{85 + 8x - 5x^2} + \lg(4 - 2x)$ .

**25.** Знайти середину відрізка, що є областю визначення функції  $y = \sqrt{x + 3} \cdot (\sqrt{x + 5} + \sqrt{9 - x})$ .

**26.** Знайти довжину відрізка, що є областю визначення функції  $y = \sqrt{\log_2(5 - |x|) - 1}$ .

**27.** Визначити число цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції

$$y = \frac{4}{|2x^2 - 98| - 2x^2 + 98}.$$

**28.** Знайти суму цілих значень аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \sqrt{\log_{0,5}(x - 5)^2 + 2}$ .

**29.** Визначити найбільше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \lg \log_{0,3} \log_3(0, 2x - 5)$ .

**30.** Визначити найменше ціле значення аргументу  $x$ , що належить області визначення функції  $y = \ln \log_{0,2} \log_5(0, 25x + 6)$ .

## Варіант Б

### Група 1

**1.** Точка  $A(1; -4)$  є вершиною параболи  $y = x^2 + px + q$ . Знайти довжину проміжку значень аргументу  $x$ , на якому задана функція набуває від'ємні значення.

**2.** Парабола  $y = x^2 + px + q$  перетинає вісь  $Ox$  в точках  $M(1; 0)$  і  $N(5; 0)$ . Знайти відстань від початку координат до вершини цієї параболи.

**3.** Точка  $A(1; 18)$  є вершиною параболи  $y = ax^2 + bx + c$ , яка перетинає вісь ординат в точці  $B(0; 16)$ . Визначити середину проміжку значень аргументу  $x$ , на якому задана функція набуває додатні значення.

**4.** Знайти найменше значення функції  $y = ax^2 + bx + c$ , графік якої перетинає вісь  $Ox$  в точках  $A(-1; 0)$  і  $B(5; 0)$ , а вісь  $Oy$  в точці  $C(0; -10)$ .

**5.** Точка  $A(2; 3)$  є центром симетрії графіка функції  $y = \frac{k}{x-a} + b$ . Знайти абсцису точки перетину графіка, заданої функції, з віссю  $Ox$ , якщо ордината точки перетину цього графіка з віссю  $Oy$  дорівнює 6.

**6.** Точка  $A(-3; 2)$  є центром симетрії графіка функції  $y = \frac{k}{x-a} + b$ , якому належить точка  $B(0; 6)$ . Знайти середину проміжку значень аргументу  $x$ , на якому задана функція набуває від'ємні значення.

**7.** Точка  $A(-3; -5)$  є вершиною графіка функції  $y = k \cdot |x - a| + b$ , який перетинає вісь  $Oy$  в точці з ординатою  $-2$ . Знайти довжину проміжку значень аргументу  $x$ , на якому задана функція набуває від'ємні значення.

**8.** Пряма  $x = 4$  є віссю симетрії графіка функції  $y = k \cdot |x - a| + b$ , який проходить через початок координат і перетинає вісь симетрії в точці з ординатою 2. Знайти  $k$ .

**9.** Графік функції  $y = \frac{16}{(x-a)^2} + b$  перетинає вісь  $Oy$  в точці з ординатою  $-4$  і симетричний відносно прямої  $x = 4$ . Визначити найбільше значення параметра  $c$ , для якого пряма  $y = c$  не перетинає графік даної функції.

**10.** Графік функції  $y = -\frac{36}{(x+a)^2} + b$  перетинає вісь  $Ox$  у двох точках, відстань між якими дорівнює 4, і симетричний відносно прямої  $x = -3$ . Визначити ординату точки перетину графіка даної функції з віссю  $Oy$ .

## Група 2

**11.** Обчислити добуток значень параметрів  $a$  і  $b$ , для яких функція  $y = (a - 2b - 3)x^3 - (a + b - 6)x^2 + (6a - b - 7)x + 3a - 5b - 2$  є парною.

**12.** Обчислити добуток значень параметрів  $a$  і  $b$ , для яких функція  $y = (a - 2b - 1)x^3 - (a + b - 6)x^2 + (6a - b - 7)x + 3a - 5b - 2$  є непарною.

**13.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = 3x + 6$ . Знайти значення параметра  $a$ , для якого функція  $y = f(x - a)$  є непарною.

**14.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = -\frac{1}{3}x + 2$ . Знайти значення параметра  $a$ , для якого функція  $y = f(x + a)$  є непарною.

**15.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = 3|2x - 5| - 1$ . Знайти значення параметра  $a$ , для якого функція  $y = f(x + a)$  є парною.

**16.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = 7 - 2|5x + 8|$ . Знайти значення параметра  $a$ , для якого функція  $y = f(x - a)$  є парною.

**17.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = -2x^2 + 4x + 1$ . Знайти значення параметра  $a$ , для якого функція  $y = f(x + a)$  є парною.

**18.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = \frac{4}{x+1} - 3$ ;  $g$  — непарна функція, що задається формулою  $y = g(x) = f(x - a) + b$ , де  $a$  і  $b$  — деякі дійсні числа. Обчислити  $g(1)$ .

**19.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = \frac{12}{(x-4)^2} + 6$ ;  $g$  — парна функція, що задається формулою  $y = g(x) = f(x - a)$ , де  $a$  — деяке дійсне число. Обчислити  $g(1)$ .

**20.** Нехай  $f$  — функція, що задається формулою  $y = f(x) = (x + 1, 5)^3 + 4$ ;  $g$  — непарна функція, що задається формулою  $y = g(x) = f(x - a) - b$ , де  $a$  і  $b$  — деякі дійсні числа. Обчислити  $g(1)$ .

### Група 3

**21.** Знайти номер найбільшого члена послідовності  $\{a_n\}$  дійсних чисел, заданої формулою її  $n$ -го члена  $a_n = -3n^2 + 160n - 9$ .

**22.** Знайти номер найменшого члена послідовності  $\{a_n\}$  дійсних чисел, заданої формулою її  $n$ -го члена  $a_n = 5n^2 - 192n + 5$ .

**23.** Знайти найменше значення функції  $y = x^2 - 4(\sqrt{1+x})^2 - 1$ .

**24.** Знайти найбільше значення функції  $y = 10 - 4(\sqrt{x-4})^2 - x^2$ .

**25.** Знайти найменше значення функції  $y = (0, 5)^{x(2-x)-4}$ .

26. Знайти найбільше значення функції  $y = (\sqrt{3})^{2+x(4-x)}$ .
27. Знайти найменше значення функції  $y = 10^{\lg(x^2-4x+8)}$ .
28. Знайти найбільше значення функції  $y = 10^{\lg(8-2x-x^2)}$ .
29. Знайти добуток найбільшого та найменшого значень функції  $y = 2 \cos 2x - 3 \sin^2 x$ .
30. Знайти найбільше значення функції  $y = 8 \cos^2 x - \cos 4x$ .

## Варіант В

### Група 1

1. Нехай  $y = f(x)$  — функція, областю визначення якої є множина дійсних чисел і для якої справедлива рівність  $2f(x) + 3f(-x) = 5x^2 + 2x$ . Обчислити  $f(-2)$ .

2. Нехай  $y = f(x)$  — функція, областю визначення якої є множина всіх ненульових дійсних чисел і для якої справедлива рівність  $4f(x) + f(\frac{1}{x}) = 5x + \frac{10}{x}$ . Обчислити  $f(\frac{1}{2})$ .

3. Знайти довжину найбільшого проміжку, на якому графік функції  $y = x^2 - 4x - (\sqrt{2x+4})^2$  є симетричним відносно прямої  $x = 3$ .

4. Знайти значення параметра  $a$ , для якого графік функції  $y = a^2x^2 - (6a+10)x + 4$  має вісь симетрії, що є прямою  $x = 2$ , і вершину, ордината якої є від'ємним числом.

5. Нехай  $f(x) = \left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)^{2x}$ . Обчислити  $\frac{f(0,501)}{f(-0,501)}$ .

6. Нехай  $f(x) = \frac{1}{2}(3^{\sin x} - 3^{-\sin x}) : (3^{\sin x} + 3^{-\sin x})$ . Обчислити  $\frac{f(-1)}{f(1)}$ .

7. Обчислити добуток значень параметра  $a$ , для яких центр симетрії гіперболи  $y = \frac{8}{ax-6} + a - 1$  знаходиться на відстані  $\sqrt{17}$  від точки  $A(-1; 0)$ .

8. Для якого найменшого значення параметра  $a$  вершина параболи  $y = ax^2 + 6x + 9$  знаходиться на відстані 5 від початку координат?

9. Для якого найменшого додатного значення параметра  $a$  графіки функцій  $y = \sqrt{x}$  і  $y = \frac{1}{4}x + a$  мають лише одну спільну точку?

10. Для якого найбільшого від'ємного значення параметра  $a$  графіки функцій  $y = -\sqrt{-x}$  і  $y = \frac{1}{6}x + a$  мають лише одну спільну точку?

## Група 2

11. Знайти найменший додатний період функції

$$y = 3 \cos \frac{\pi x}{3} - 2 \sin \frac{\pi x}{2} + 4.$$

12. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \sin \frac{5\pi x}{4} - 4 \sin \frac{5\pi x}{8} + 2 \cos 5\pi x.$$

13. Знайти найменший додатний період функції

$$y = 2 \operatorname{tg} 2\pi x + 3 \operatorname{ctg} \frac{4\pi x}{3} + 5.$$

14. Знайти найменший додатний період функції

$$y = 3 \operatorname{tg} 3\pi x + 5 \operatorname{ctg} \frac{2\pi x}{5} - 1.$$

15. Знайти найменший додатний період функції  $y = \sin(0, 2x - [0, 2x])$ , де  $[x]$  — ціла частина числа  $x$ .

16. Знайти найменший додатний період функції  $y = \cos(\{0, 4x\})$ , де  $\{x\}$  — дробова частина числа  $x$ .

17. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \ln \left( \sin \frac{\pi x}{3} \right) - \ln \left( \cos \frac{\pi x}{3} \right) - \ln \left( \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3} \right).$$

18. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \ln(2 \sin 0, 2\pi x) + \ln(\cos 0, 2\pi x) - \ln(\sin 0, 4\pi x).$$

19. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \sin \frac{2\pi x}{5} + \left| \sin \frac{2\pi x}{5} \right|.$$

20. Знайти найменший додатний період функції

$$y = \frac{|\cos \frac{2\pi x}{7}|}{\cos \frac{2\pi x}{7}}.$$



## Група 3

**21.** Розв'язати рівняння  $f(g(x)) = g(f(x))$ , якщо  $f(x) = 2x + 2$ ,  $g(x) = 2^x + 10$ .

**22.** Розв'язати рівняння  $f(g(x)) = g(f(x))$ , якщо  $f(x) = 2^x - 1$ ,  $g(x) = 2x + 1$ .

**23.** Нехай функцію

$$y = \sqrt{4 \sin^4 \pi x - 4 \sin^2 \pi x + 1} - 2\sqrt{\sin^4 \pi x}$$

задано на відрізку  $[0; 1]$ . Знайти довжину проміжку, на якому дана функція є сталою.

**24.** Знайти різницю найбільшого та найменшого значень функції

$$y = \sqrt{4 \cos^4 \pi x - 4 \cos^2 \pi x + 1} - 2\sqrt{\cos^4 \pi x}.$$

**25.** Нехай  $f(\operatorname{tg} 2x) = \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{ctg}^2 x$ . Знайти найменше значення виразу  $f(\sin x) + f(\cos x)$ , якщо  $x \in (0, \frac{\pi}{2})$ .

**26.** Знайти значення параметра  $a$ , для якого областю допустимих значень змінної  $x$

$$y = \sqrt[4]{x^2 - 10x - 24} + \sqrt[4]{a + 2x - x^2}$$

є одна точка.

**27.** Знайти найменшу відстань між точками відповідно графіків функцій  $y = -x^2 - 1, 25x - 3$  і  $y = 0, 75x + 3$ .

**28.** Знайти найменшу відстань між точками відповідно графіків функцій  $y = x^2 - 1, 6x + 5$  і  $y = 2, 4x - 12$ .

**29.** Знайти найбільше значення виразу  $x - 2y$ , якщо

$$x^2 - xy + 2y^2 - 63 = 0.$$

**30.** Знайти найбільше значення виразу  $3x + 2y$ , якщо

$$8x^2 - 4xy + 4y^2 - 161 = 0.$$

## § 31. Початки аналізу

### Варіант А

#### Група 1

1. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо  $f(x) = -4x^3 - 6x^2 - 3x + 3$ .
2. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо  $f(x) = 4x^3 - 30x^2 + 75x - 7$ .
3. Обчислити  $f'(1)$ , якщо

$$f(x) = 3\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt{x} - \frac{4}{\sqrt{x}} + \frac{3}{x^2} + 4.$$

4. Обчислити  $f'(1)$ , якщо

$$f(x) = 8\sqrt[4]{x^3} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x} + 8.$$

5. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 7}{x^2 - 10x + 25}.$$

6. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо

$$f(x) = \frac{5 + 4x + x^2}{16 + 8x + x^2}.$$

7. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо

$$f(x) = (x + 1)(4x^2 + 26x + 49).$$

8. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо

$$f(x) = (x + 1)(x - 2)(2x^2 - 2x + 5).$$

9. Розв'язати рівняння  $f'(x) = 0$ , якщо  $f(x) = \sqrt{x}(20 - x^2)$ .

10. Обчислити  $f'(0, 25)$ , якщо

$$f(x) = \frac{\sqrt{x} + 2}{x - \sqrt{x}}.$$

## Група 2

11. Обчислити значення похідної функції

$$y = 5 \cos(x - 1) \cdot (3x + \ln x)$$

в точці  $x = 1$ .

12. Нехай  $f(x) = a\sqrt{x+4} + e^x \sin x$ , де  $a$  — деяке дійсне число. Знайти значення параметра  $a$ , для якого  $f'(0) = 4$ .

13. Знайти значення параметра  $a$ , для якого значення похідної функції  $y = 1 + a \sin 2x \cos 2x$  в точці  $x = \frac{\pi}{4}$  дорівнює  $-20$ .

14. Знайти значення параметра  $a$ , для якого значення похідної функції

$$y = \frac{\sin 2x}{\cos 2x - a}$$

в точці  $x = \frac{\pi}{2}$  дорівнює  $\frac{1}{3}$ .

15. Знайти значення параметра  $a$ , для якого значення похідної функції  $y = \cos 2x + \sin 2x + a \cos^2 x$  в точці  $x = \frac{\pi}{4}$  дорівнює 0.

16. Знайти значення параметра  $a$ , для якого значення похідної функції  $y = a \sin 2x - 14 \cos x + \sin^2 x$  в точці  $x = \frac{\pi}{2}$  дорівнює 0.

17. Обчислити  $f(4)$ , якщо  $f(x) = (a - x)\sqrt{1 + 2x}$ , де  $a$  — деяке дійсне число, і  $f'(4) = -\frac{7}{3}$ .

18. Обчислити  $f(1)$ , якщо  $f(x) = a\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2x - 3}$ , де  $a$  — деяке дійсне число, і  $f'(1) = 2\frac{1}{3}$ .

19. Обчислити  $f(-2)$ , якщо  $f(x) = \sqrt{ax^2 - x^4}$ , де  $a$  — деяке дійсне число, і  $f'(-2) = 0$ .

20. Обчислити  $f(1)$ , якщо

$$f(x) = \frac{\sqrt{ax}}{11 - x^2},$$

де  $a$  — деяке дійсне число, і  $f'(1) = 0,07$ .

## Група 3

21. До графіка функції  $y = 6\sqrt{2x - 1} + 3$  проведено дотичну, яка утворює з віссю абсцис кут  $60^\circ$ . Знайти абсцису точки дотику.

22. Для якого значення параметра  $a$  дотична, проведена до графіка функції  $y = ax^2 - 3x + 5$  в точці з абсцисою  $x_0 = 1$ , паралельна до прямої  $y = 5x - 7$ ?

**23.** Обчислити добуток координат точок дотику дотичних до графіка функції  $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - x + 1$ , паралельних до прямої  $y = 2x - 5$ .

**24.** Знайти відстань від початку координат до точки дотику дотичної до графіка функції  $y = x^2 - 4x - 1$ , яка паралельна прямій  $y = 2x - 5$ .

**25.** На параболі  $y = x^2 - 6x + 9$  задано точку  $M$ , абсциса якої  $x_0 = 2$ . Знайти площу трикутника, утвореного дотичною до параболи в точці  $M$  та осями координат.

**26.** На гіперболі  $y = \frac{8}{x}$  задано точку  $M$ , абсциса якої  $x_0 = 4$ . Знайти площу трикутника, утвореного дотичною до гіперболи в точці  $M$  та осями координат.

**27.** Знайти найменше значення функції  $y = 9\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x^4} + 10$  на відрізку  $[-1; 8]$ .

**28.** Знайти найменше значення функції  $y = 12\sqrt[3]{x^2} - x^2 - 12$  на відрізку  $[-1; 3\sqrt{3}]$ .

**29.** Обчислити суму значень параметра  $a$ , для яких один із екстремумів функції  $y = x^5 - x^3 - 2x + a$  дорівнює 5.

**30.** Обчислити суму значень параметра  $a$ , для яких один із екстремумів функції  $y = 3x^5 - 5x^3 + a$  дорівнює 4.

## Варіант Б

### Група 1

**1.** Знайти середину найбільшого проміжку, на якому функція  $y = 10 + 15x^4 - x^5$  є зростаючою.

**2.** Знайти середину найбільшого проміжку, на якому функція

$$y = 2x^3 - 3x^2 - 12x - 7$$

є спадною.

**3.** Знайти довжину найбільшого проміжку, на якому функція

$$y = 5 - 2x - \frac{1}{x^2}$$

є зростаючою.

**4.** Знайти довжину найбільшого проміжку, на якому функція

$$y = x - \frac{4}{x^2}$$

є спадною.

5. Знайти найбільше ціле значення аргументу функції

$$y = 6\sqrt[3]{x^2} - x,$$

що належить проміжку зростання заданої функції.

6. Знайти довжину найбільшого проміжку, на якому функція  $y = x + \sqrt{3 - x}$  є спадною.

7. Визначити число цілих значень аргументу функції

$$y = \frac{x}{x^2 + 4},$$

що належать проміжку зростання цієї функції.

8. Визначити середину найбільшого проміжку, на якому функція

$$y = \frac{(x - 2)^3}{(3 - x)^2}$$

є спадною.

9. Визначити середину найбільшого проміжку, на якому функція  $y = (1 - x)\sqrt{1 + 2x}$  є зростаючою.

10. Визначити середину найбільшого проміжку, на якому функція  $y = (2 + x)\sqrt{1 - x}$  є спадною.

### Група 2

11. До графіка функції  $y = 5e^{2x-4}(-2x^2 + 6x - 3)$  проведено дотичну в точці її максимуму. Знайти ординату точки перетину цієї дотичної з віссю  $Oy$ .

12. До графіка функції  $y = -4e^{-3x}(3x^2 + 3x + 1)$  проведено дотичну в точці її мінімуму. Знайти ординату точки перетину цієї дотичної з віссю  $Oy$ .

13. Знайти відстань між дотичними до графіка функції

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x + 15,$$

паралельними до осі абсцис.

14. Знайти відстань між дотичними до графіка функції

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 3,$$

паралельними до осі абсцис.

15. Знайти додатне значення параметра  $a$ , для якого графік функції  $y = a + 12x - x^3$  дотикається до осі абсцис.

16. Знайти від'ємне значення параметра  $a$ , для якого графік функції  $y = -x^4 + 8x^2 + a$  дотикається до осі абсцис.

17. Визначити число критичних точок функції

$$y = \cos 2\pi x + \sin 2\pi x + 2\pi x,$$

заданої на відрізьку  $[0; 2]$ .

18. Знайти критичну точку функції

$$y = 16 \cos \pi x - \sin 2\pi x - 18\pi x,$$

що належить відрізьку  $[9, 4; 9, 8]$ .

19. Визначити число цілих значень параметра  $a$ , для яких функція  $y = x^3 + 6x^2 + (a - 3)(a - 2)x - 4$  має критичні точки.

20. Визначити найбільше значення параметра  $a$ , для якого функція  $y = x^3 - 3x^2 + (a - 3)(a - 5)x + 7$  має критичні точки.

### Група 3

21. Знайти на параболі  $y = x^2 + 2$  точку, найближче розміщену до точки з координатами  $(9; -1)$ . Обчислити суму координат цієї точки.

22. Знайти квадрат найменшої відстані від точки  $A(7; 1)$  до точки, розміщеної на параболі  $y = x^2 + x + 1$ .

23. Для якого значення параметра  $a$  найбільше значення функції  $y = 2x^4 - x + a$  на проміжку  $[0; 2]$  дорівнює 10?

24. Для якого значення параметра  $a$  найменше значення функції  $y = x^4 - 2x^2 + a$  на проміжку  $[0; 2]$  дорівнює  $-5$ ?

25. Знайти найбільше значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $x^3 - 27x = a$  має лише два дійсні розв'язки.

26. Знайти найменше значення параметра  $a$ , для якого рівняння  $x^3 - 75x = a$  має лише два дійсні розв'язки.

27. Знайти площу трикутника, утвореного віссю ординат та двома дотичними, проведеними через точку  $M(1; 0)$  до графіка функції  $y = x^2 - 4x + 7$ .

28. Знайти площу трикутника, утвореного віссю абсцис та двома дотичними, проведеними через точку  $M(2; 5)$  до графіка функції  $y = 4x - x^2$ .

**29.** Для якого значення параметра  $a$ , функція

$$y = -x^3 + 3x^2 - ax + 8$$

є зростаючою тільки на інтервалі  $(-1; 3)$ ?

**30.** Для якого значення параметра  $a$ , функція

$$y = 2x^3 - (a - 3)x - 17$$

є спадною тільки на інтервалі  $(-3; 3)$ ?

### Варіант В

#### Група 1

**1.** Функція  $y = F(x)$  є первісною функції

$$f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2 + 5x}{x}.$$

Обчислити  $F(2) - F(1)$ .

**2.** Функція  $y = F(x)$  є первісною функції

$$f(x) = \frac{6 - 4x - 3x^2 + 5x^4}{x^4}.$$

Обчислити  $F(2) - F(1)$ .

**3.** Графік функції

$$y = \frac{3x^{\frac{1}{2}} - 8x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{5}{6}}}{x^2}$$

та графік її первісної  $y = F(x)$  мають спільну точку з абсцисою 1.

Обчислити  $F(64)$ .

**4.** Графік функції

$$y = \frac{3}{x^2} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{4\sqrt[5]{x}}{x}$$

та графік її первісної  $y = F(x)$  мають спільну точку з абсцисою 1.

Обчислити  $F(-1)$ .

**5.** Функція  $y = F(x)$  є первісною функції  $f(x) = 3x^2 - 6x - 24$ . Знайти локальний максимум функції  $y = F(x)$ , якщо її локальний мінімум дорівнює  $-96$ .

**6.** Функція  $y = F(x)$  є первісною функції  $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$ . Знайти локальний мінімум функції  $y = F(x)$ , якщо її локальний максимум дорівнює 9.

**7.** Швидкість точки, що рухається прямолінійно, задається рівнянням  $v(t) = 3t^2 + 2t + 1$  (м/с). Знайти шлях, пройдений точкою за перші 5 секунд руху.

**8.** Швидкість точки, що рухається прямолінійно, задається рівнянням  $v(t) = t^2 + 4t + 3$  (м/с). Знайти шлях, пройдений точкою за проміжок часу між третьою та шостою секундами руху.

**9.** Точка рухається прямолінійно з прискоренням, що задається рівнянням  $a(t) = 6t - 18$  (м/с<sup>2</sup>). Знайти шлях, пройдений точкою між її зупинками, якщо початкова швидкість точки дорівнює  $v(0) = 24$  м/с.

**10.** Точка рухається прямолінійно і рівносповільнено з прискоренням  $-6$  м/с<sup>2</sup>. Знайти шлях, пройдений точкою до її зупинки, якщо в момент часу  $t = 0$  вона знаходилась у початку відліку і мала швидкість 30 м/с.

## Група 2

**11.** Який найбільший об'єм може мати правильна чотирикутна призма, в якій сума довжин ребер, що виходять з однієї вершини дорівнює 12?

**12.** Периметр бічної грані правильної чотирикутної призми дорівнює 18. Який найбільший об'єм може мати ця призма?

**13.** Периметр бічної грані правильної чотирикутної призми дорівнює 48. Якою повинна бути довжина висоти призми, щоб її об'єм був найбільшим?

**14.** Діагональ бічної грані правильної чотирикутної призми дорівнює  $4\sqrt{6}$ . Якою повинна бути довжина сторони основи призми, щоб її об'єм був найбільшим?

**15.** Бічне ребро правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $5\sqrt{3}$ . Якою повинна бути довжина сторони основи піраміди, щоб її об'єм був найбільшим?

**16.** Висота бічної грані правильної трикутної піраміди дорівнює  $7\sqrt{3}$ . Якою повинна бути довжина висоти піраміди, щоб її об'єм був найбільшим?

**17.** Який найбільший об'єм може мати циліндр, діагональ осевого перерізу якого дорівнює  $\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{\pi}}$ ?



**18.** Площа повної поверхні циліндра дорівнює  $96\pi$ . Якою повинна бути довжина радіуса основи циліндра, щоб його об'єм був найбільшим?

**19.** Якою повинна бути висота конуса, якщо довжина його твірної  $9\sqrt{3}$ , а сам він є найбільшим за об'ємом серед конусів з такою твірною.

**20.** Об'єм конуса дорівнює  $72\pi\sqrt{2}$ . Якою повинна бути довжина радіуса основи конуса, щоб площа його бічної поверхні була найменшою?

### Група 3

**21.** Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y = x^2 - 4x + 8$  і  $y = 6x - x^2$ .

**22.** Обчислити площу фігури, обмеженої лініями  $y = -x^2 - 2x + 1$  і  $y = 3x + 5$ .

**23.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю ординат, графіком функції  $y = 3x^2 - 12x + 15$  і дотичною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = 2$ .

**24.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю ординат, графіком функції  $y = x^2 + 6x + 12$  і дотичною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = -3$ .

**25.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю ординат, графіком функції  $y = 1 + 4x - x^2$  і дотичною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = 3$ .

**26.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю ординат, графіком функції  $y = 5 - 4x - x^2$  і дотичною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = -3$ .

**27.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю абсцис, графіком функції  $y = \sqrt{2x + 3}$  і дотичною до цього графіка в точці з ординатою 3.

**28.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю абсцис, графіком функції  $y = \sqrt{15 - 2x}$  і дотичною до цього графіка в точці з ординатою 3.

**29.** Обчислити площу фігури, обмеженої віссю ординат, графіком функції  $y = \frac{3}{2}x^2 + 6$  і дотичною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = 2$ .

**30.** Обчислити площу фігури, обмеженої графіком функції  $y = 4x^3 + 2$  і дотичною до цього графіка в точці з абсцисою  $x_0 = 1$ .

## Література

1. *Бевз Г. П.* Методика викладання математики. – К.: Вища школа, 1977.
2. *Вишенський В. А., Перестюк М. О., Самойленко А. М.* Посібник для вступників до вузів. – К.: Либідь, 1990.
3. *Возняк Г. М.* Диференційовані контрольні роботи з математики 6 кл. – Тернопіль: 2001.
4. *Гайшут О. Г., Литвиненко Г. М.* Розв'язування алгебраїчних задач. – К.: Рад. школа, 1991.
5. *Генкін С. А. та ін.* Ленінградські математичні гуртки. I ч. – К.: ТВІМС, 1997.
6. Задачі по алгебре для 6–8 классов / *Фаддеев Д. К. и др.* – М.: Просвещение, 1987.
7. Задачі по математике. Уравнения и неравенства / *Вавилов В.В., Мельников И. И., Олехник С. Н., Пасиченко П. И.* – М.: Наука, 1987.
8. Збірник задач республіканських математичних олімпіад / *За редак. В. І. Михайловського.* – К.: Вища школа, 1979.
9. *Коваленко В. Г. та ін.* Алгебра 9 кл. – К.: Освіта, 1996.
10. *Литвиненко Г. М., Мордкович А. Г.* Практикум по решению математических задач: Алгебра. Тригонометрия. – М.: Просвещение, 1991.
11. *Литвиненко Г. М. та ін.* Збірник завдань для екзамену з математики на атестат про середню освіту. Частина I. Алгебра та початки аналізу – Донецьк: ЛИК, 1997.
12. *Ляпин С. Е.* Сборник задач по элементарной алгебре. – М.: Просвещение, 1973.
13. *Маланюк М. П., Лукавецький В. І.* Олімпіади юних математиків. – К.: Рад. школа, 1985.
14. *Петечук В. М.* Алгебра для 8 класу з поглибленим вивченням математики. – Ужгород: Карпати, 1992.
15. *Петечук В. М.* Геометрія для 8 класу з поглибленим вивченням математики. – Ужгород: Карпати, 1992.

16. *Петраков И. С.* Математические олимпиады школьников. – М.: Просвещение, 1982.
17. *Погорелов О. В.* Геометрия 7–9: Планиметрия: Підручник для 7–9 кл. серед. шк. – 4-те вид. – К.: Освіта, 2000.
18. *Погорелов О. В.* Геометрия 10–11: Стереометрия: Підручник для 10–11 кл. серед. шк. – 6-те вид. – К.: Освіта, 2001.
19. Сборник задач по элементарной математике / *Антонов Н. П., Выгодский М. Я., Никитин В. В., Санкин А. И.* – М.: Наука, 1961.
20. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: Учеб. пособие / *Еггерев В. К., Кордемский Б. А., Зайцев В. В. и др.; Под ред. Сканава М. И.* – 6-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 1992.
21. *Слепкань З. І.* Збірник завдань для державної підсумкової атестації з алгебри. 9 кл. – Харків: Гімназія, 2001.
22. *Фаддеев Д. К. и др.* Элементы высшей математики для школьников. – М.: Наука, 1987.
23. *Ципкін О. Г.* Довідник з математики для середніх навчальних закладів. – К.: Вища школа, 1988.
24. *Черкасов О. Ю.* Математика – Московский лицей. – М.: Янтарный сказ, 1996.
25. *Шаригин И. Ф.* Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 10 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1989.
26. *Шаригин И. Ф., Голубев В. И.* : Решение задач: Учеб. пособие для 11 кл. сред. шк. – М.: Просвещение, 1991.
27. *Шкіль М. І. та ін.* Алгебра і початки аналізу 10–11 кл. – К.: Зодіак-ЕКО, 1995.

## Відповіді

§1				§2			
№	Варіант А	Варіант В	Варіант В	№	Варіант А	Варіант Б	Варіант В
1.	3,96	36	625	1.	78010	42	1
2.	1	6,25	80	2.	79918	1,2	1
3.	10	489,6	312	3.	76011	44	16
4.	1	43,2	150	4.	77919	9	22
5.	0,5	1,8	10	5.	74012	301	2
6.	17	51	200	6.	75916	75	4
7.	0,25	5	8	7.	72016	117	59
8.	30	7	8	8.	73912	300	72
9.	11	8	12	9.	70011	4	20
10.	76,5	8	1200	10.	71919	5	72
11.	1	8	23,75	11.	8	84012	30
12.	3	5,2	7	12.	6	85914	243
13.	2	40	25	13.	1999	86016	117221
14.	4	30	20	14.	100152	87912	936
15.	1	250	7,5	15.	3420	88110	5
16.	3	1000	90	16.	2700	89910	15
17.	4	40	350	17.	2520	84075	5134
18.	1	50	14	18.	12	83925	3
19.	2	75	270	19.	9	2521	4
20.	4	50	40	20.	3696	423	5
21.	38,4	25	5	21.	1155	98,23	3
22.	6,4	30	80	22.	7155	438102	-2
23.	60,8	20	50	23.	30	120	13
24.	6	252	12,5	24.	18	35	11
25.	1,75	2,8	30	25.	19	557	324
26.	4	6,25	10,25	26.	301	89	84
27.	-6	187,5	1800	27.	11	2	5,8
28.	2	2	5	28.	25	484	92
29.	500	24	12	29.	7	45	2
30.	10	150	5	30.	6	175	3

  

§3				§4			
№	Варіант А	Варіант Б	Варіант В	№	Варіант А	Варіант Б	Варіант В
1.	3	3	3	1.	840	6	3
2.	-4	14	7	2.	8	-4	-20
3.	264	-5	0	3.	55	5	160
4.	3	-1	2	4.	140	-1	-20
5.	3204	24	1	5.	32,5	12	160
6.	9	-4	5	6.	65	98	10
7.	20	54	1	7.	120	7	10
8.	16	2	6	8.	-150	3	8
9.	0,9	5	2	9.	960	3	10
10.	5,68	6	8	10.	-585	1	4
11.	869	5	1	11.	111	5	0,5
12.	826	1	1	12.	3	2	-1
13.	146	1	17,5	13.	1	5	30
14.	364	2	17,5	14.	3	5	-7
15.	7	-6	1	15.	4	6	-3
16.	-17	-1	4	16.	3	7	-4
17.	22	1	0	17.	0,5	5	1
18.	32	4	1	18.	-1	3,5	2
19.	5	0	2	19.	1	0,5	-9
20.	3	3	2	20.	-1	2,5	20
21.	4	6	3	21.	4	-21	990
22.	16	8	4	22.	3	6	97
23.	203	0	7	23.	1	-10	2,75
24.	53	0	1	24.	1	0	11
25.	-20	8	1	25.	2	10,5	4
26.	-21	-1	4	26.	3	6	10
27.	-3	4	1	27.	4	2	3
28.	21	2	5	28.	3	3	2
29.	0,75	1	20	29.	2	4	1
30.	5,5	4	7	30.	1	4	3

§5				§6			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	-9	2	17	1.	-15	0,96	0,2
2.	3	5	-7	2.	30	0,51	0,25
3.	-8	-0,5	11,4	3.	30	0,1	1,8
4.	3	-0,2	2	4.	105	0,98	1,28
5.	-4,5	1	1,1	5.	-90	0,1	3,8
6.	6	-1	1,125	6.	30	0,8	0,1
7.	3	2	0,02	7.	110	0,75	25
8.	7	2	-19,8	8.	135	0,75	4,5
9.	0	1	-0,125	9.	60	2,4	9
10.	2	2	0,9032	10.	30	0,75	0,2
11.	2	-2	1	11.	1	0,96	45
12.	2	-2	1	12.	2	336	135
13.	6	1	1,5	13.	-10	-0,5	60
14.	2	6	1,75	14.	20	1	45
15.	1	0,5	1	15.	4	4,8	60
16.	0	0,5	0,104	16.	12	0,28	135
17.	0,5	1	5,5	17.	4	3	45
18.	-1	1	10	18.	12	2,4	135
19.	-1	-1	2,04	19.	-2	0,6	45
20.	4	2	-9	20.	2	-3	135
21.	2	1	8	21.	-1,5	5	3
22.	-2	1	0,5	22.	1,75	-1	6
23.	28,8	-3	3	23.	-0,8	-7	-6
24.	1,5	2	-2	24.	-0,96	-1	6
25.	3	1	-0,5	25.	-1,5	-0,6	3
26.	0,2	-6	0,75	26.	-0,6	-0,6	-4
27.	-3,5	0	0	27.	-0,52	1	-2
28.	0,25	3	2	28.	-0,8	1	8
29.	-1,5	7	2	29.	-0,28	-7	8
30.	1,5	2	4	30.	-0,96	0,5	4

  

§7				§8			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	28	12	-10	1.	-2,5	2,25	-11
2.	0,8	0,8	6	2.	-2	6,25	5
3.	50	-7	-2	3.	4	27	22
4.	64	-12	-22	4.	-3	-4,5	2
5.	25	3	9	5.	2	-2,5	9
6.	6	6,5	18	6.	2	0,1	22
7.	10	72	6	7.	-0,5	2	9
8.	2,4	24	-1	8.	-4	12	2
9.	90	4	6	9.	-2	-2	6
10.	0,25	2	4	10.	4	-2	-4
11.	81	-11	4,25	11.	-0,46	10	4
12.	3	4	8,5	12.	-2	16	4
13.	54	2	0,64	13.	0	6	-1
14.	8	4	5,76	14.	3	1	24
15.	1	0,5	6	15.	3	0	3,5
16.	8	4	4	16.	36	4	1
17.	16	3	81	17.	20	0,5	-1
18.	27	4	125	18.	9	1	5
19.	8	5	4	19.	4	15,05	2
20.	3	4,5	2	20.	3	4	8
21.	26	-1	5	21.	2	25	-2
22.	5,5	-0,1	2	22.	50	34	24
23.	5	234	48	23.	4	2345	-1
24.	9	23	2	24.	5	34	3
25.	0,01	235	-2	25.	27	235	0,25
26.	6	34	4	26.	5	124	4,5
27.	9	1	-26	27.	0,6	10	-0,5
28.	96	2	6	28.	1	23	-9
29.	-4	235	-0,2	29.	5	235	100
30.	4	125	10	30.	0,1	234	0,75

§9				§10			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	7	3,5	8	1.	1	8	2
2.	5	18	15	2.	2	32	2
3.	3	-27	10	3.	-3	-8	1
4.	-4	-2	-8	4.	-2	1024	3
5.	-7	-2	-3	5.	4,4	32	2
6.	-5	0,25	3	6.	-13	64	-1
7.	-7	-8	-2	7.	-5	9	4
8.	1	5	-12	8.	7	64	3
9.	-1	-12	4	9.	1	1024	0,5
10.	1,6	-2,5	-5	10.	2	-8	-2
11.	2004	-1	6	11.	8	41	6
12.	-1	5	-1	12.	11	124,8	-61
13.	3	3	-2	13.	7	22	49
14.	3	4	4	14.	2	-1	9
15.	-2	-3	1,5	15.	3	-15	3
16.	3	2	-1,5	16.	-1	-3	-3
17.	1,44	-2	2,5	17.	7	-3,375	97
18.	36	-3	3,5	18.	-2	-2	3
19.	2	-5	48	19.	-3	5	14
20.	-3	7	6,25	20.	2	6	-4
21.	-0,5	-2	-4	21.	6	-7	2
22.	0,5	3	4,5	22.	5	7	-5
23.	3	-36	4	23.	-1,6	2	2,5
24.	2	38	-25	24.	6	0,5	5
25.	4	7	3	25.	3	2	2
26.	-4	-2	1	26.	5	-3	15
27.	-5	-3	-2	27.	1,5	-243	5
28.	7	-3	5	28.	0,8	125	3
29.	-4	3	2	29.	3,25	-3,5	20
30.	2	-3	4	30.	6,25	2	0,5

  

§11				§12			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	3	3	4	1.	4	4	100
2.	4	3	8	2.	-1	8	10
3.	6	1	2	3.	8	5	27
4.	1,5	2	4	4.	-4	-0,25	81
5.	-1	4	2	5.	2	3	-1
6.	1	-1	6	6.	2	0	3
7.	-2	12	2,5	7.	5	9	8
8.	18	0	9	8.	-2	0,04	0
9.	8	0,5	4	9.	6	2	10
10.	4	2	0,5	10.	8	4	2
11.	0	2	1,5	11.	4,5	-81	0,125
12.	3	0	1,5	12.	2	0,125	4
13.	5	2	1	13.	8	0,25	81
14.	1	3	3	14.	64	10	3
15.	1	1,5	1	15.	3	32	0,5
16.	-4	0,5	0	16.	1	-15	3
17.	-12	3	4	17.	2,5	10	2
18.	2,25	4	2	18.	4	8	0,5
19.	2	0	6	19.	3	64	8,5
20.	3	1,5	12	20.	5	8	0,5
21.	0	6	6	21.	-1,25	32	30
22.	1	3	0,5	22.	215	10	10
23.	4	3	0,5	23.	-2	5	8
24.	1,5	-3	-4	24.	-6	3	-2
25.	1,5	2	6	25.	3	2	-1,75
26.	2,5	0,5	6	26.	2	4	45
27.	4	-1	16	27.	2	4	420
28.	-1	2	8	28.	27	2	27
29.	-6	-1	-2	29.	3	3	-1,75
30.	0,5	-2	3	30.	2	40	-3

§13				§14			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	165	1,5	2	1.	-2	6,2	0
2.	100	-2	-1,5	2.	3	-21,6	-1
3.	405	-1,5	100	3.	-4	-1	-15
4.	240	8,5	4	4.	4	32	21
5.	-330	11,875	-5	5.	4	9	-10
6.	-210	-4,75	6	6.	0	3	16
7.	-195	-1	9	7.	-1,5	1	-2,5
8.	-50	4	6	8.	2	-6	3,5
9.	-60	1	-4	9.	3	-1,44	1
10.	60	-5	0,64	10.	-4,4	0,8	-8
11.	-36	2,75	4	11.	-3	2,5	-4,5
12.	30	-7	4	12.	4	-1,5	8
13.	-150	3	3	13.	2,2	-2	-30
14.	210	4,5	2	14.	-1,3	-5	10
15.	315	4	7	15.	4	-3	-0,5
16.	-225	2,5	2,5	16.	3	5	3
17.	222	0,25	-1,5	17.	-1,5	5	5
18.	240	-1	2	18.	1,3	-3	4
19.	549	11	0,5	19.	-4	5	36
20.	345	2,75	-1	20.	2,5	4	81
21.	435	2	2	21.	-1	3	7
22.	-180	5	3	22.	3	-5	0,5625
23.	375	-3,875	1,5	23.	-3	6,5	2,5
24.	210	9,25	-3	24.	7	3,5	-1,5
25.	45	-0,5	0,25	25.	2	16	4,5
26.	-60	-0,75	-1	26.	7	-25	6
27.	90	2	5	27.	3	0,6	9
28.	-180	2,25	0	28.	-14	0,8	-27,75
29.	315	15	0,5	29.	14	2	0
30.	-630	-12	2,5	30.	3	-2	1

  

§15				§16			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	7	3	0,4	1.	2	8	6
2.	5	2	1,8	2.	3	10	0,6
3.	-11	2	3	3.	4	5	-1
4.	1,15	-8	12	4.	3	11	0,2
5.	8	1	2,1	5.	-5	-1	4
6.	1	4	3,2	6.	5	18	4
7.	312	213	3,2	7.	6	9	-12
8.	231	10254	3	8.	5	10	-1
9.	0,3	3694	2,1	9.	18	-9	4
10.	0	0,25	81	10.	-16	6	0,75
11.	13	-12	4	11.	1	-35	-21
12.	5	12	10	12.	3	-22	-3
13.	5	9,7	1,5	13.	-18	4	-25
14.	1	9	3	14.	-3	2	-13
15.	-3	2,8	1,5	15.	7	8	3
16.	10	8	4	16.	6	-0,5	7
17.	32	19	16	17.	3	4	-3
18.	5	27	2	18.	-5	2	-1
19.	4	9,4	7,5	19.	3	-20	-10
20.	5	1	6	20.	-5	7	3
21.	1,05	1,5	1,5	21.	3	4	10
22.	34	-1	-0,5	22.	-1	5	-3
23.	9	34	2	23.	1	-5	144
24.	12	1	-0,25	24.	1	4	-26
25.	0,6	16	1,25	25.	-1	16	-7
26.	0,75	-2	1	26.	1	18	4
27.	4	2,3	-0,25	27.	-2	-1	-2
28.	5,1	0,4	-3	28.	-13	5	-14
29.	6	5	4	29.	-1	3	12
30.	6,8	2,2	-4	30.	-2	8	-14

§17				§18			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	13	5	1	1.	6	-2,5	3,5
2.	5	4	-10	2.	6	1,5	4,5
3.	-10	-4	9	3.	9	-4	24
4.	4	9	3	4.	5	4	1
5.	1	-1	-1	5.	4,5	8	80
6.	-1	5	5	6.	-2	5	2
7.	-50	-2	-7	7.	6	2	5
8.	-20	-10	8	8.	-3,5	-7	80
9.	-22	-3	2	9.	3,5	15	-6
10.	-7	6	5	10.	-4	7	11
11.	26	-7	6	11.	3	5	-4
12.	60	6	1	12.	6	-25	6
13.	6	4	3	13.	-5,2	6	-15
14.	4	-3	4	14.	10,5	-3	18
15.	11	7	2	15.	4	10	-3
16.	7	-2	7	16.	6	0,5	3
17.	4	1	-3	17.	-8	-0,5	2
18.	0	12	1	18.	10	-3	-3
19.	4	3	3	19.	2	9	4
20.	-3	-3	9	20.	1,4	9	3
21.	1,5	1	-0,5	21.	-2	12	-4
22.	-0,6	3	1	22.	4	9	-22
23.	-4	1	6	23.	-20	2,5	13
24.	3	-2	6	24.	13	9	35
25.	7	-6	1,5	25.	-5	1	15
26.	1,625	-2	8	26.	7	15	5
27.	7	-2	6	27.	4	4,5	4,8
28.	7	4	-0,5	28.	-1	1	4
29.	3	-5	11	29.	-2	4	3
30.	-1	8	-2	30.	7	7	8

  

§19				§20			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	76	4	0,5	1.	5	-1	8
2.	-61	-2	-1,5	2.	3	7	25
3.	57	6	2	3.	1,5	-3	-3
4.	-24	-36	-3	4.	1,25	4	-5
5.	1	15	1,5	5.	1,2	3	6
6.	-10	-13	-2,5	6.	-1,5	-2	-4
7.	6	4	6	7.	3	1,25	5
8.	-36	-15	-1,5	8.	5	-0,5	3
9.	17,5	4	-4	9.	2,5	0,25	27
10.	-21	-1,6	2	10.	3,75	0,5	9
11.	33	29	5	11.	6	3	4
12.	-49	-46	-3	12.	2	3	9
13.	151	6	0,5	13.	-0,5	2	3,5
14.	-19	-11	-3,5	14.	1,5	-1	-3
15.	54	6	5	15.	-3	2	-3,5
16.	-18	-111	-6	16.	4	0,5	3
17.	6	26	3	17.	-1,5	-2	13
18.	-5	-86	-7	18.	1,5	1,5	7
19.	4	22	3	19.	4	-4	-23
20.	-23	-6	-3	20.	3	7	6
21.	22	-1,25	3	21.	0,75	6	2,5
22.	-10	0,5	4	22.	1,6	3	1,5
23.	4	8	6	23.	0	-3	9
24.	-59	-6	6	24.	2	-2	-16
25.	7	1,5	4	25.	3	0,36	4
26.	-10	-6	6	26.	5	3,375	5
27.	1	4	3	27.	-28	4	5
28.	-1	-2	-3	28.	1,5	-4	3
29.	21	8	0,5	29.	20	-2	5
30.	-2	-6	0,5	30.	2	5	-0,5



§21				§22			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	0,9	11,5	8	1.	15	5,5	3
2.	-4,5	6,5	16	2.	8	-5,5	6
3.	39	-1,5	0,01	3.	5,2	-0,5	3,6
4.	13	11	7	4.	2	5	-2
5.	0,5	9,5	99	5.	2	5	12
6.	4,1	14	1000	6.	-2,5	-6,25	-11,5
7.	4	0,75	0,5	7.	4	10	-5
8.	-4	2,8	3	8.	-2	-19	-1,5
9.	1,5	1,2	10	9.	2,5	5,75	-3,5
10.	-13	19	-3	10.	4	-1,5	7
11.	3,25	5,5	-5	11.	-1	12,5	4
12.	13	3,75	-0,5	12.	0,25	-8,5	4
13.	7	-4,4	3	13.	7	14	-2
14.	8	2,2	2,5	14.	5	-7	-0,5
15.	0,5	4,125	4,5	15.	1,6	3	2,25
16.	44	100	-2	16.	2,2	-7	7
17.	-0,8	0,01	-7	17.	8	-22	-2,5
18.	3	11	2	18.	-8	-42	0,6
19.	10	-4	-13	19.	2	3,5	3
20.	2	1	2	20.	-2	-3,5	4
21.	2	5	1,2	21.	3,5	-1,25	1,25
22.	10001	-0,8	4	22.	-0,5	4,4	-1,5
23.	13	1	7	23.	5,125	-3,2	-0,75
24.	27	51	8	24.	8,5	8,5	17,5
25.	6	-16	3,5	25.	8	57	2
26.	0	7	1,5	26.	7	40	-3,6
27.	9,5	21	0	27.	-3	9	5
28.	344	0,7	0	28.	14	-2,25	-13
29.	24	2,7	-3,5	29.	8	9	3
30.	0,5	2	2	30.	36	9	-7

  

§23				§24			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	10	2	5	1.	30	9	0,5
2.	2	5	0,5	2.	4930	5	0,25
3.	-0,775	42	81	3.	-55	18	0,2
4.	1	-25	-11	4.	384	3	0,4
5.	4	8	3	5.	0	11	0,3
6.	5	-5	2	6.	15	3	0,6
7.	-4	7	2	7.	16	3	0,25
8.	8	6	9	8.	3720	7	0,4
9.	12	1,75	14	9.	64	10	0,2
10.	1	-0,75	8	10.	30	11	0,125
11.	3	7	11,5	11.	6	480	0,25
12.	-4	10,5	3	12.	12	1400	1,2
13.	-7	9	15	13.	4	-216	0,375
14.	14	21	9	14.	16	-160	0,4
15.	-5	3	5	15.	4	60	0,1
16.	3	-9	-27	16.	12	-560	0,15
17.	3	8	-0,75	17.	10	240	0,025
18.	2	-7	-0,2	18.	9	112	0,32
19.	-2	5	0,15	19.	10	22	0,47
20.	-1	-9	0	20.	9	252	0,53
21.	-2,4	1,5	1,5	21.	120	420	0,55
22.	-4,2	-0,25	0,25	22.	6	210	0,375
23.	-3,25	6	-6,5	23.	30	96	0,525
24.	7,5	-17	13	24.	2520	48	0,7
25.	0	2,5	-10,5	25.	210	42	15
26.	2,5	-0,5	7,5	26.	15	96	4
27.	27	62	0,5	27.	30240	54	0,5
28.	8	29	25	28.	120	44100	0,025
29.	210	-2	1,5	29.	210	560	0,6
30.	-16,5	2	-1,75	30.	28	32	0,45

§25				§26			
№	Вариант А	Вариант В	Вариант В	№	Вариант А	Вариант В	Вариант В
1.	32	1188	13	1.	9	45	32
2.	8, 75	728	33	2.	8	40, 8	32
3.	-2, 6	676	5	3.	18	28	240
4.	2	825	10000	4.	7, 8	18	588
5.	48	0, 2	-0, 25	5.	10	6	17
6.	-67	11	0, 6	6.	5	50	40
7.	15	36	16	7.	6	69	300
8.	21	16	44	8.	14	12	225
9.	26	10	5050	9.	20	24	7
10.	16	15	3468	10.	14	6	14
11.	3, 6	2, 5	25	11.	7	3	18
12.	30	16	0, 5	12.	6	8	30
13.	4	12, 5	0, 75	13.	48	4	210
14.	14	38	6143, 25	14.	6	5, 4	48
15.	3	85	17661	15.	15	1, 6	37, 5
16.	8	-3	6600	16.	27	24	37, 5
17.	22, 5	512	1098	17.	8	42	150
18.	5, 832	8	1110	18.	30	6	600
19.	6	5	1308	19.	94	35	450
20.	144	486	1098	20.	15	92	42
21.	5, 6	3	51	21.	100	30	72
22.	14	-13	16	22.	30	31, 2	60
23.	2	0, 5	18	23.	130	15	24
24.	3	6	5	24.	80	2, 4	30
25.	71	10	12	25.	84	48	4
26.	11	6	2	26.	30	60	29
27.	40	4	2	27.	40	60	21
28.	-32	3	25	28.	105	84	3
29.	95	16	2	29.	150	15	12, 5
30.	6	48	10	30.	30	96	8, 125
31.	10, 2	2	13	31.	160	13	18
32.	-32	2	36	32.	100	25	60
33.	3	6	8	33.	20	24	165
34.	0, 5	64	-8	34.	145	25	588
35.	3	2	-6	35.	30	30	5
36.	-15	1	422	36.	36	20	192
37.	80	0, 25	533	37.	8	13	15
38.	244	25	2085	38.	33	4, 2	25
39.	61	72	98303	39.	144	50	612
40.	5	-15	88578	40.	55	18	153
41.	11	6	0, 01	41.	80	0, 8	150
42.	6	-14	1	42.	30	4	36
43.	30	7	332	43.	50	42	4, 875
44.	20	32	-0, 2	44.	18	44	12
45.	36	210	0, 5	45.	40	27	8
46.	12	-78	12	46.	130	14	12
47.	-6, 25	9	-7	47.	30	56	20
48.	4	7	8	48.	105	36	14
49.	0	10	7	49.	35	48	7, 5
50.	30	-6	-0, 25	50.	20	26	15
51.	4	4	15	51.	1260	25	12
52.	-2	5	4950	52.	5	66	60
53.	-64	2	15	53.	16	15	250
54.	-243	3	16	54.	178	3	490
55.	-16	-3	-6	55.	10	27	351
56.	6250	13, 5	84	56.	10	12, 5	156
57.	10	1, 5	-3	57.	9	24	90
58.	-30	-2	-12	58.	18	3	2
59.	26	-4	10	59.	9	60	10
60.	-15	7	64	60.	128	24	15

§27				§28			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	2	2	14	1.	245	45	6
2.	5	6,5	-7	2.	1345	90	11
3.	70	6	13	3.	135	30	14
4.	40	3	17	4.	1345	60	18
5.	3	-1,8	-5	5.	13	8	72
6.	9	-4,5	45	6.	23	12	54
7.	10	-12	7	7.	25	4	3
8.	6	11	-4	8.	35	3	18
9.	4	3	22	9.	25	60	24
10.	8	7	12	10.	17	30	42
11.	-3	5	32	11.	5	60	6
12.	-1	-12	16	12.	13	45	-1
13.	7	17	67	13.	25	120	7
14.	3	-5	6	14.	15	135	17
15.	3	10	9	15.	-0,4	60	12
16.	-8	1	-7	16.	-2,5	45	11
17.	5	17	8	17.	12	60	7
18.	10	15	1	18.	13	45	15
19.	13	10	4	19.	11	120	3,5
20.	17	8	7	20.	18	135	21
21.	5	8	17	21.	5	5	45
22.	5	9,6	5	22.	-3,5	12	90
23.	10	3,36	14	23.	-2	14	120
24.	26	7,2	9	24.	-1	10	60
25.	10	5	-7	25.	-2	-1	18
26.	270	1	3	26.	4	9	22
27.	15	81	7	27.	-10	6	12
28.	10	13	9	28.	9	4	9
29.	13	18	5	29.	2	13	15
30.	17	16	1,25	30.	-3	4	6,5

  

§29							
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	4	22	576	31.	10	54	1
2.	18	35	10	32.	12	108	1,2
3.	12	9	6	33.	26	36	9
4.	4	242	180	34.	13	7,5	8
5.	11	560	480	35.	24	24	72
6.	11	216	1,8	36.	25	12	9
7.	8	552	372	37.	25	14	150
8.	7	2304	234	38.	90	1	0,75
9.	16	216	234	39.	8	12	20
10.	26	64	54	40.	24	6	9
11.	4	144	150	41.	60	6	12,5
12.	12	50	16	42.	22,5	3	10
13.	4,7	7	10	43.	144	3	2
14.	3	4	4	44.	13	2	24
15.	4	80	4	45.	16	6	5
16.	17	2,5	600	46.	12	64	3,2
17.	7	2	8	47.	13	9	84,5
18.	12	300	13	48.	7	24	196
19.	16	240	4	49.	15	243	7
20.	15	210	4	50.	3,6	72	8
21.	26	9,6	204	51.	2,5	60	12
22.	2	7,2	150	52.	2,5	32	10
23.	25	12	16	53.	6,4	36	6
24.	13	64	20,25	54.	30	432	6
25.	2	290	16	55.	12,5	144	3
26.	15	96	18	56.	8,5	40,5	32
27.	10	8	60	57.	6	21	10
28.	17	280	20	58.	4	9984	9,6
29.	25	54	10	59.	7	160	9,6
30.	35	96	20	60.	13	120	1,75

§30				§31			
№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В	№	Вариант А	Вариант Б	Вариант В
1.	7	4	8	1.	-0,5	6	15
2.	4	5	5	2.	2,5	0,5	3,75
3.	1	1	10	3.	-3	1	-7
4.	2	-18	2,5	4.	10	2	-29
5.	0,1	4	1	5.	-2	63	12
6.	-0,75	-6	-1	6.	-1,5	0,25	-23
7.	5	10	36	7.	-2,5	3	155
8.	0	-0,5	0,75	8.	0,5	4	126
9.	2,6	-5	1	9.	2	-0,25	4
10.	-3,9	5	-1,5	10.	-4	0,5	75
11.	10	-1	12	11.	20	5	64
12.	8	8	3,2	12.	12	-4	108
13.	7	2	1,5	13.	10	4	8
14.	8	6	5	14.	5	32	8
15.	-3	2,5	5	15.	-2	16	10
16.	3	1,6	2,5	16.	7	-16	7
17.	10	1	6	17.	6	4	108
18.	5	4	10	18.	10	9,5	4
19.	4	18	5	19.	4	8	9
20.	0,5	1	7	20.	0,1	6	6
21.	7	27	1	21.	6,5	4	9
22.	2,5	19	0	22.	4	40	4,5
23.	5	-9	0,5	23.	4	-20	8
24.	-3,4	-6	2	24.	5	-4	9
25.	3	8	20	25.	6,25	54	9
26.	6	27	8	26.	16	-250	9
27.	13	4	4	27.	10	4	4,5
28.	20	9	5	28.	-12	12,5	4,5
29.	39	-10	12	29.	10	-9	4
30.	-19	7	23	30.	8	57	27

*ШАПОЧКА Ігор Валерійович,*

*ШАПОЧКА Валерій Іванович*

## **ЗБІРНИК КОНКУРСНИХ ЗАВДАНЬ З МАТЕМАТИКИ**

Здано до складання 01.02.06. Підписано до друку 10.10.06.  
Формат 60×84/16. Друк офсетний. Ум. друк. арк. 17,75.  
Тираж 300 пр. Зам. № 1225.

Віддруковано з готового оригінал макету у  
ТзОВ "Поліграфцентр "Ліра".  
88000 м. Ужгород, вул. Митрака, 25.  
Тел.: (0312) 615499.