



**Задача** Дано точки  $K, L, M$  які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною  $(KLM)$ .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди  $SABCD$ .

Визначимо положення точок  $K, L, M$ .

- $K$  належить грані  $SAB$ .
- $L$  належить грані  $SBC$ .
- $M$  належить грані  $SCD$ .

Продовжимо сторону  $AB$  до перетину з  $RP$ .  
Отримаємо точку  $Q$ .  
Вона належить площині грані  $SAB$  а також січній площині  $(KLM)$ .  
Проведемо пряму через точки  $Q, K$ .  
 $QK$  перетинає ребро  $SB$  в точці  $B_1$ .

Отже, січна площина  $(KLM)$  перетинає грань  $SAB$  по відрізку  $A_1B_1$ .

Безпосередньо проведемо  $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ .

**Задача** Дано точки  $K, L, M$  які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною  $(KLM)$ .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди  $SABCD$ .

Визначимо положення точок  $K, L, M$ .

- $K$  належить грані  $SAB$ .
- $L$  належить грані  $SBC$ .
- $M$  належить грані  $SCD$ .

Продовжимо сторону  $AB$  до перетину з  $RP$ .  
Отримаємо точку  $Q$ .  
Вона належить площині грані  $SAB$  а також січній площині  $(KLM)$ .  
Проведемо пряму через точки  $Q, K$ .  
 $QK$  перетинає ребро  $SB$  в точці  $B_1$ .

Побудову завершено

Отже, січна площина  $(KLM)$  перетинає грань  $SAB$  по відрізку  $A_1B_1$ .

Безпосередньо проведемо  $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ .

Рис 1.

щини на площині основи піраміди. В обох випадках учні спостерігають ефект появи допоміжних площин певним кольором, які проходять через відрізки  $KL, ML$  та вершину піраміди  $S$ . Встановлюючи яскравість потрібних елементів (площин, прямих), маємо змогу підсилити сприйняття тих важливих моментів, на які необхідно звернути увагу учня. Внаслідок цього в його уяві більш чітко постає процес побудови точки перетину прямої з площиною основи. Такий підхід дає змогу позбавитись від зайвих і другорядних деталей, що перешкоджають утворенню нового образу. На слайдах легко спостерігати взаємне розміщення площин у просторі, що позитивно впливає на структуру просторового образу. Вони з'являються та зникають послідовно, а визначені точки залишаються статичними. Саме через них проводимо потрібну пряму, яка є слідом січної площини на площині основи піраміди.

Наступним кроком демонструємо визначення положення точки  $Q$ , що одночасно належить одній із бічних граней піраміди та січній площині. Для цього достатньо продовжити одну із сторін основи піраміди до перетину із прямою  $PR$ . Виходячи із зображення фігури на ДКМ найзручніше продовжити сторону  $AB$ . Слід зауважити, що вибір саме цієї сторони основи піраміди є більш наочним для подальшого розв'язування задачі. Через точки  $Q$  та  $K$ , що належать січній площині, проведемо пряму. Таким

чином отримаємо відрізок  $A_1B_1$ , який належить межі шуканого перерізу. Безпосередньо проведемо відрізки  $B_1C_1, C_1D_1, D_1A_1$ , що демонструємо на останньому слайді. Далі звільняємося від допоміжних побудов, та показуємо кінцевий варіант рисунка, який має отримати учень у своєму зошиті в результаті виконаних побудов.

Всі описані побудови, що демонструються на ДКМ, супроводжуються анімаційними ефектами появи чи зникнення потрібних елементів, які базуються на методах розвитку просторової уяви, формування геометричних понять.

Метод внутрішнього проектування побудови перерізу піраміди розглянемо на тому ж прикладі. Це дозволяє розвивати вміння мислено згадувати та порівнювати різні прийоми при побудові перерізу. Особливість цього методу полягає в тому, що він надає можливість зазирнути в середину фігури. Так на окремих слайдах ДКМ (рис.2) демонструється поява допоміжних площин необхідних для визначення положення певних точок, що належать шуканому перерізу піраміди. На останньому слайді презентації задачі, шляхом анімаційних ефектів, звільняємося від усіх допоміжних побудов, заштриховуємо отриманий переріз для того, щоб краще уявити положення січної площини.

**Задача** Дано точки  $K, L, M$  які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною  $(KLM)$ .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди  $SABCD$ .

Визначимо положення точок  $K, L, M$ .

- $K$  належить грані  $SAB$ .
- $L$  належить грані  $SBC$ .
- $M$  належить грані  $SCD$ .

Побудовані площини перетнуться по прямої  $O_1S$ .

Оскільки  $KL$  та  $O_1S$  лежать в одній площині, то  $KL \cap O_1S = O$ .

Точка  $O$  належить січній площині.

Через точки  $M$  та  $O$  проведемо пряму.

Оскільки  $MO$  та  $SB$  належать одній площині то  $MO \cap SB = B_1$ .

**Задача** Дано точки  $K, L, M$  які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною  $(KLM)$ .

Розглянемо зображення чотирикутної піраміди  $SABCD$ .

Визначимо положення точок  $K, L, M$ .

- $K$  належить грані  $SAB$ .
- $L$  належить грані  $SBC$ .
- $M$  належить грані  $SCD$ .

Для цього, наприклад, через  $KL$  та висоту піраміди проведемо допоміжну площину.

Побудована площина перетне грані піраміди по відрізках  $SK_1$  та  $SL_1$ , а основу піраміди по  $K_1L_1$ .

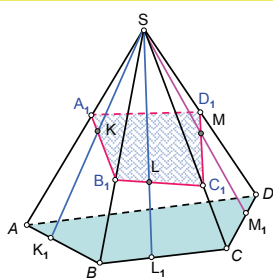
Через точку  $M$  та ребро піраміди  $SB$  проведемо іншу площину.

Вона перетне грань піраміди по відрізку  $SM_1$ , а основу – по  $M_1B_1$ .

$K_1L_1 \cap M_1B_1 = O_1$

**Задача**

Дано точки  $K, L, M$  які належать різним граням довільної чотирикутної піраміди. Побудувати переріз многогранника площиною  $(KLM)$ .



Розглянемо зображення чотирикутної піраміди  $SABCD$ .

Визначимо положення точок  $K, L, M$ .  
 $K$  належить грані  $SAB$ .  
 $L$  належить грані  $SBC$ .  
 $M$  належить грані  $SCD$ .

Безпосередньо визначимо положення інших точок перерізу.

$$A_1 = B_1K \cap AS$$

$$C_1 = B_1L \cap SC$$

$$D_1 = C_1M \cap SD$$

$A_1B_1C_1D_1$  – шуканий переріз

Рис 1.

Об'єкти демонстраційної комп'ютерної моделі, що знаходяться з лівого боку слайду з'являються послідовно та залишаються статичними. Нові елементи на яких акцентується увага, виникають природним чином, не відволікаючи увагу, а навпаки підсилюють формування нового геометричного поняття у вигляді образу уяви. Таким чином демонстраційний рисунок не викликає додаткових утруднень при розв'язуванні задачі.

Інформація на слайдах ДКМ ретельно структурована. Важливі повідомлення (умова задачі, висновки, основні етапи побудови, тощо) подано виділеним шрифтом. Кожному положенню відведено окремих абзац. Виклад матеріалу стилістичний, відсутні нагромодження об'єктів, в цілому спостерігається чіткий порядок.

Схематизований супроводжувальний текст на слайді поєднаний з анімаційними ефектами появи потрібних елементів геометричної фігури, що органічно доповнюють одне одного, з'являються на екрані одночасно. Така композиція дає можливість краще запам'ятати послідовність дій при виконанні побудов, звернути увагу учнів на основні моменти, що позитивно впливають на усвідомлення та засвоєння навчального матеріалу. В ході розв'язування задачі вчитель має змогу на певному етапі демонструвати рисунок без сторонніх побудов, або повернутися до нього, коли виникне необхідність такої демонстрації, видавати матеріал частинами в залежності від етапів розв'язування задачі. В свою чергу учень має можливість порівняти свій результат з правильною відповіддю.

Такі геометричні моделі є наочною опорою для формування в учнів конкретних образів об'єктів, на основі яких формуються геометричні поняття, а також є засобом активізації думки учня, оскільки з їх допомогою можуть бути

краще виділені властивості об'єкта. Вони створюють також емоційний фон засвоєння, без якого знання не можуть бути зрозумілими та передають властивості об'єкта у всій їх повноті і різноманітності.

У психології, дидактиці і окремих методиках постійно відзначається, що однієї тільки наочності для ефективного засвоєння знань ще недостатньо. При роботі з наочною в учнів виникають зорові образи, що, звичайно, багато чого говорять про досліджуваний предмет, але далеко не усі. Тут учні часто бувають тільки глядачами того, що показує вчитель. Активність учня досягає найвищої межі тоді, коли він сам що-небудь робить, коли в роботі бере участь не тільки голова, але і руки, коли відбувається всебічне (не тільки зорове) сприйняття матеріалу [5, с.106].

У процесі розв'язання задачі вчитель може запропонувати учням виконувати побудови різними кольорами. Тут корисним може стати використання допоміжного роздаткового дидактичного матеріалу, який буде містити умову задачі, з відповідними рисунками просторових фігур. Для учня залишається записати лише розв'язання задачі та виконати необхідні побудови. Зрозуміло, що така заготовка є важливим елементом залучення до процесу навчання кінестетичних аналізаторів. Використання кольорової гами, порівняння зі спостережуваним об'єктом на екрані, дозволяє осмислено сприймати та усвідомлювати процес побудови, що в цілому приводить до формування правильних уявлень та просторової уяви.

Наочність слід використовувати не лише для ілюстрації, а й у ролі самостійного джерела знань. Тому, після деяких узгоджень комп'ютерної програми, учитель може розмістити такий матеріал на сайті, а учень користуватися ним вдома. Продуктивність навчання збільшується, якщо одночасно задіяні зоровий і слуховий канали сприйняття інформації. Тому доцільно використовувати для тексту й графічних зображень звуковий супровід, що підвищить ефективність сприйняття навчального матеріалу. Таким чином забезпечується індивідуалізація навчання, враховуються вікові та психологічні особливості учнів.

Як свідчить наш досвід, комп'ютерне супроводження заняття з використанням засобів MS PowerPoint (завдяки компоновці матеріалу у вигляді ряду послідовних окремих слайдів і пов'язаних з ними гіперпосилань на відповідні теоретичні відомості та необхідні побудови) значно підвищує його ефективність та сприяє розвитку просторової уяви учнів.

Перспективи подальших досліджень пов'язані із розробкою системи задач для розвитку просторових уявлень учнів.

**Література та джерела**

1. Борейко О.С. Развитие просторовых уявлень учнів X – XI класів при вивченні стереометрії: дис. канд. пед наук: 13.00.02 «теорія та методика навчання» / Олексій Станіславович Борейко. – К., 1991 – 166 с.
2. Вітюк О. Використання засобів новітніх інформаційних технологій навчання під час розв'язування стереометричних задач обчислювального характеру / Олександр Вітюк // Математика в шк. – 2000. – № 5. – С.43-47
3. Владимирский Г.А. Экспериментальное обоснование системы и методики упражнений в развитии пространственного воображения / Г.А.Владимирский // Известия академии педагогических наук РСФСР. – 1949. – Вып.21. – С.95-149
4. Глейзер Г.Д. Развитие пространственных представлений школьников при изучении геометрии / Григорий Давыдович Глейзер. – М.: Педагогика, 1978. – 104 с.
5. Ковальчук М.Б. Комп'ютерно-орієнтована методика узагальнення і систематизації знань та вмінь в процесі навчання учнів геометрії: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02 «теорія та методика навчання» / Майя Борисівна Ковальчук. – Вінниц. нац. техн. у-т. – Вінниця, 2005. – 216 с.

6. Цукарь А.Я. Упражнения на развитие пространственного воображения. Задания для учащихся / Анатолий Яковлевич Цукарь. – СПб.: Союз, 2000. – 114 с.
7. Четверухин Н.Ф. О развитии пространственных представлений и понятий учащихся в связи с выполнением и чтением чертежей / Николай Федорович Четверухин. – М., 1964. – Вып. 1. – С.5-50
8. Якимович В. Теоретико-педагогічні засади розробки змісту навчання методів розв'язування стереометричних задач на побудову / Вікторія Якимович // Математика в школі. – 2008. – № 11-12. – С.55-61, 61

У статті запропоновано методи використання динамічних комп'ютерних моделей (ДКМ) на заняттях геометрії. Застосування ДКМ під час розв'язування стереометричних задач на побудову перерізу піраміди дає можливість ефективно будувати навчальний процес та сприяє формуванню просторових уявлень учнів, враховуючи індивідуальні особливості їх розвитку і принципи диференційованого навчання.

Ключові слова: просторова уява учнів, розв'язування стереометричних задач, динамічні комп'ютерні моделі.

В статье предложены методы использования динамических компьютерных моделей (ДКМ) на занятиях по геометрии. Применение ДКМ во время решения стереометрических задач на построение сечения пирамиды позволяет эффективно строить учебный процесс и способствует формированию пространственных представлений учащихся, учитывая индивидуальные особенности их развития и принципы дифференцированного обучения.

Ключевые слова: пространственное воображение учащихся, решения стереометрических задач, динамические компьютерные модели.

The author of the article has provided methods of use of dynamic computer models (DCM) on geometry lessons. Us of DCM while solving the stereometric tasks on construction of section of a pyramid allows building of effectively educational process of training and assists the formation of spatial representations of pupils, taking into account specific personal characteristics of development and principles of differentiated training.

Key words: spatial imagination of students, solving the stereometric problems, dynamic computer models.