

УДК 539.122; 537.8
 PACS 11.10.-z, 41.20.-q, 41.20.Jb
 DOI 10.24144/2415-8038.2019.45.116-124

В. М. Симулик¹, Т. М. Заяць²

¹Інститут електронної фізики НАН України, 88017, Ужгород, вул. Університетська, 21, Україна, e-mail: vsimulik@gmail.com

²Ужгородський національний університет, Інженерно-технічний факультет, кафедра електронних систем, 88000, Ужгород, вул. Капітульна, 13, Україна, e-mail: taras.zajac@uzhnu.edu.ua

ОПИС ПОЗДОВЖНИХ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ РІВНЯННЯМИ МАКСВЕЛЛА

Поздовжні електромагнітно-скалярні хвилі одержано у якості розв'язку узагальненої системи рівнянь Максвелла, яка є максимально симетричною формою цих рівнянь. Особливо важливим результатом є отримання поздовжніх електричної і скалярної хвиль у якості безпосереднього розв'язку стандартної системи рівнянь Максвелла з густинами струмів і зарядів градієнтного типу. Представлено строге математичне доведення, що поздовжні електрична і скалярна хвилі існують у околі струмів і зарядів, які їх породжують. Вказано на можливість застосування отриманих результатів до фізичної інтерпретації сучасних експериментів, у яких реєструються поздовжні електромагнітні хвилі.

Ключові слова: рівняння Максвелла, електромагнітне поле, класична електродинаміка, поздовжні електромагнітні хвилі.

Вступ

Дослідження проблематики поздовжніх електромагнітних хвиль беруть початок від Ніколи Тесли. Це майже очевидно [1], хоча з різних причин сьогодні складно відокремити легенди про Н. Теслу від його фактичних результатів щодо передачі електромагнітної енергії на відстань [2].

Перша відома теоретична робота про поздовжні електромагнітні хвилі [3] з'явилася у далекому 1941 р. Більш сучасне теоретичне обґрунтування існування таких хвиль [4] спиралось на зв'язок рівнянь Максвелла з безмасовим рівнянням Дірака, а для останнього існування поздовжніх компонент у загальному розв'язку є очевидним. Старт у [4] певною мірою завдячує результатам [5], де визначено відповідності між розв'язками, симетріями, лагранжіанами та законами збереження безмасового спінорного поля та електромагнітного поля у термінах напруженостей електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів.

Безпосередньо проблемі існування по-

здовжніх електромагнітних хвиль були присвячена робота [6], а також публікації [7] і [8]. Одна з ідей полягала у використанні для цієї мети певним чином узагальнених рівнянь Максвелла [9] введених у розгляд на основі принципу максимально можливої симетрії [10], див., наприклад, [11], а також на основі зв'язку з рівнянням Дірака, як для випадку, коли маса $m = 0$ [9–11], так і для загального випадку ненульової маси [12] і [13]. Нагадаємо, що Дж. К. Максвелл вивів свою систему рівнянь для опису електромагнітних явищ на основі узагальненого запису всіх відомих законів електродинаміки Фарадея, Ампера, Вебера і т.д. і застосування принципу симетрії. По аналогії з ідеями Максвелла у [9–11] використана можливо найбільш симетрична форма рівнянь Максвелла, що має 256 вимірну алгебру інваріантності.

У роботах [6–8] поздовжні електромагнітні хвилі розглядалися також і у рамках стандартних рівнянь Максвелла, але у цьому випадку була виявлена лише поздовжня компонента вектора напруженості електрично-

го поля \vec{E} і скалярна хвиля, напрямок розповсюдження якої співпадає із згаданою поздовжньою компонентою \vec{E} .

Сьогодні у порівнянні з часами [5–7] інтерес до проблематики поздовжніх електромагнітних хвиль надзвичайно виріс. Перш за все слід відмітити реєстрацію поздовжньої електричної хвилі у експериментах з лазерними пучками. Радіально поляризовані пучки світла реєструвались у [14] і [15]. У роботі [16] отримано інтенсивні поздовжні електричні поля генеровані з поперечних електромагнітних хвиль, а у статті [17] досліджено генерацію поляризаційно-неоднорідних мод у потужному CO₂-лазері.

Сучасні твердження про поздовжні електромагнітні хвилі у плазмі наведені, наприклад, у [18] і [19], у плазмонах – у [20], у металах і на поверхні металів – у [21].

З іншого боку, твердження про існування поздовжніх електромагнітних хвиль певним чином конфліктує з канонами класичної електродинаміки Максвелла. Одна з наших цілей – довести строго математично, що насправді жодного протиріччя не існує.

Відомо, що розв’язок вільних рівнянь Максвелла, тобто електромагнітна хвиля на асимптотиці, містить лише поперечні компоненти векторів напруженостей електричного \vec{E} та магнітного \vec{H} полів. Але при цьому забувають, що, на відміну від вільних рівнянь Максвелла, знаходження розв’язків системи рівнянь Максвелла у неоднорідному середовищі при наявності струмів і зарядів є зовсім іншою і аж ніяк не простою задачею. Сьогодні дослідники все частіше стверджують, що у таких випадках існування поздовжніх електромагнітних хвиль не суперечить канонам електродинаміки Максвелла. Щоб узгодити останнє твердження з очевидною (експеримент плюс теорія) поперечністю електромагнітного поля на асимптотиці у сучасній літературі все частіше робиться твердження, відоме ще з [6–8], про існування поздовжніх електромагнітних хвиль лише у околі струмів і зарядів, які є джерелами електромагнітного поля. Якщо заряд великий, наприклад, планета Земля у цілому, то поздовжня електромагнітна хвиля (або лише її електрична компонента) цілком може мати розміри, на-

приклад, від міста Нью-Йорк до району річки Підкамінна Тунгуска!

Автори роботи [22] заявили, що їм вдалося зареєструвати поздовжні електромагнітні хвилі. У дискусії, яка зав’язалася, результат [22], як правило, піддається сумнівам. Наприклад, автор [23] доводить, що у експерименті [22] кулеподібною антеною реєструвались класичні поперечні TEM хвилі, породжені струмами, пов’язаними з планетою Земля.

Актуальність засосування методів математичної фізики у галузі вивчення поздовжніх електромагнітних хвиль є очевидною. Нижче представляємо продовження започаткованих у [6–8] досліджень.

Мінімум необхідних позначень

Система одиниць $\hbar = c = 1$. Метрика $g = (g^{\mu\nu}) = (+ - - -)$, $a^\mu = g^{\mu\nu} a_\nu$, по індексу, що повторюється двічі, – сумування, $\mu = \overline{0, 3}$, $j = 1, 2, 3$; $M(1, 3) = \{x \equiv (x^\mu) = (x^0 = t, \vec{x} \equiv (x^j))\}$ – простір-час Мінковського. Математична коректність застосування методу Фур’є забезпечується використанням оснащеного простору Гільберта $S^{4,4} \subset \mathbb{H}^{4,4} \subset S^{4,4*}$. Тут $S^{4,4}$ – простір основних функцій Шварца, а $S^{4,4*}$ – простір узагальнених функцій Шварца. Зауважимо, що у квантово-механічних теоріях, де часова змінна відіграє роль параметра, слід використовувати простір $S^{3,4} \subset \mathbb{H}^{3,4} \subset S^{3,4*}$, однак у формалізмі явно коваріантної теорії поля оснащений простір Гільберта вибираємо у вигляді $S^{4,4} \subset \mathbb{H}^{4,4} \subset S^{4,4*}$.

Поздовжні електромагнітні хвилі в узагальнених рівняннях Максвелла.

Розглянемо таку узагальнену широко-симетричну систему рівнянь Максвелла

$$\begin{aligned} \partial_0 \vec{E} - \text{curl} \vec{H} &= -\text{grad} E^0, \\ \partial_0 \vec{H} + \text{curl} \vec{E} &= -\text{grad} H^0, \\ \text{div} \vec{E} &= -\partial_0 E^0, \quad \text{div} \vec{H} = -\partial_0 H^0. \end{aligned} \quad (1)$$

у якій густини струму і заряду (у тому числі і магнітні) мають вигляд

$$\begin{aligned} \vec{j}(x) &= -\text{grad}E^0(x), \\ \rho(x) &= -\partial_0 E^0(x), \\ \vec{j}_{\text{mag}}(x) &= -\text{grad}H^0(x), \\ \rho_{\text{mag}}(x) &= -\partial_0 H^0(x). \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \vec{E}(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} \{ [c_k^1 \vec{e}_1 + c_k^2 \vec{e}_2 + (c_k^3 + c_k^4) \vec{e}_3] e^{-ikx} + A \}, \\ A &\equiv [c_k^{*1} \vec{e}_1^* + c_k^{*2} \vec{e}_2^* + (c_k^{*3} + c_k^{*4}) \vec{e}_3^*] e^{ikx}, \\ \vec{H}(x) &= \frac{i}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} \{ [c_k^1 \vec{e}_1 - c_k^2 \vec{e}_2 + (c_k^3 - c_k^4) \vec{e}_3] e^{-ikx} - B \}, \\ B &\equiv [c_k^{*1} \vec{e}_1^* - c_k^{*2} \vec{e}_2^* + (c_k^{*3} - c_k^{*4}) \vec{e}_3^*] e^{ikx}, \\ E^0(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} [(c_k^3 + c_k^4) e^{-ikx} + (c_k^{*3} + c_k^{*4}) e^{ikx}], \\ H^0(x) &= \frac{i}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} [(c_k^3 - c_k^4) e^{-ikx} - (c_k^{*3} - c_k^{*4}) e^{ikx}]. \end{aligned} \quad (3)$$

У (3) використано наступні позначення:

$$\begin{aligned} kx &\equiv \omega t - \vec{k}\vec{x}, \quad \omega \equiv \sqrt{k^2}, \\ \vec{e}_1 &= \frac{1}{\omega \sqrt{2(k^1 k^1 + k^2 k^2)}} \begin{vmatrix} \omega k^2 - i k^1 k^3 \\ -\omega k^1 - i k^2 k^3 \\ i(k^1 k^1 + k^2 k^2) \end{vmatrix}, \\ \vec{e}_2 &= \vec{e}_1^*, \quad \vec{e}_3 = \frac{\vec{k}}{\omega}, \end{aligned} \quad (4)$$

$$P_0 = \frac{1}{2} \int d^3x (\vec{E}^2 + \vec{H}^2 + E_0^2 + H_0^2) = \int d^3k \omega (|c_k^1|^2 + |c_k^2|^2 + |c_k^3|^2 + |c_k^4|^2). \quad (6)$$

Бачимо, що $(\vec{E}(x), \vec{H}(x))$ – це дійсні вектори напруженостей електричного та магнітного полів записані у термінах комплексних квантово-механічних імпульсно-спіральної амплітуд $(c_k^1, c_k^2, c_k^3, c_k^4)$ відповідних електромагнітно-скалярних хвиль. Очевидно, що вектори напруженостей (3) електричного \vec{E} і магнітного \vec{H} полів містять поздовжні компоненти. Скалярні функції у (3) також визначають поздовжні хвилі, напрямок розповсюдження яких задає хвильовий вектор $\vec{e}_3 = \frac{\vec{k}}{\omega}$.

Оскільки густини струмів і зарядів у (2) задаються тими самими амплітудами, що і поздовжні електромагнітні та скалярні хвилі у (3), то робимо висновок, що такі поздовжні хвилі існують у околі струмів і зарядів (2), які їх породжують.

Розв'язок узагальненої системи рівнянь Максвелла (1) шукаємо методом Фур'є, тобто у вигляді інтегралу Фур'є. Кінцево цей розв'язок має вигляд:

Тут $(\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ – власні вектори квантово-механічного оператора спіральності для спіна $s = 1$. Довільний коефіцієнт методу Фур'є у (3) вибрано з умови нормування енергії електромагнітного поля, або повної енергії електромагнітно-скалярного поля:

Поздовжні електричні хвилі у стандартних рівняннях Максвелла

Розглянемо стандартну систему рівнянь Максвелла

$$\begin{aligned} \partial_0 \vec{E} - \text{curl} \vec{H} &= -\text{grad}E^0, \\ \partial_0 \vec{H} + \text{curl} \vec{E} &= 0, \\ \text{div} \vec{E} &= -\partial_0 E^0, \quad \text{div} \vec{H} = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

у якій густини струму і заряду мають вигляд

$$\vec{j}(x) = -\text{grad}E^0(x), \quad \rho(x) = -\partial_0 E^0(x). \quad (8)$$

Розв'язок системи рівнянь Максвелла (7) шукаємо методом Фур'є, тобто у вигляді інтегралу Фур'є. Кінцево цей розв'язок має вигляд:

$$\begin{aligned} \vec{E}(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} \{ [c_k^1 \vec{e}_1 + c_k^2 \vec{e}_2 + \alpha_k \vec{e}_3] e^{-ikx} + [c_k^{*1} \vec{e}_1^* + c_k^{*2} \vec{e}_2^* + \alpha_k^* \vec{e}_3^*] e^{ikx} \}, \\ \vec{H}(x) &= \frac{i}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} \{ [c_k^1 \vec{e}_1 - c_k^2 \vec{e}_2] e^{-ikx} - [c_k^{*1} \vec{e}_1^* - c_k^{*2} \vec{e}_2^*] e^{ikx} \}, \\ E^0(x) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \int d^3k \sqrt{\frac{\omega}{2}} (\alpha_k e^{-ikx} + \alpha_k^* e^{ikx}). \end{aligned} \quad (9)$$

У (9) використано ті ж самі позначення (4), вибрано з умови нормування (6), або з умови нормування енергії електромагнітного поля: (5). Довільний коефіцієнт методу Фур'є у (9)

$$P_0 = \frac{1}{2} \int d^3x (\vec{E}^2 + \vec{H}^2) = \int d^3k \omega (|c_k^1|^2 + |c_k^2|^2).$$

Очевидно, що вектор напруженості електричного поля $\vec{E}(x)$ у (9) містить поздовжню компоненту, амплітуда якої α_k . Скалярна функція $E^0(x)$ у (9) має ту саму амплітуду α_k і також визначає поздовжню хвилю, напрямком розповсюдження якої задає хвильовий вектор $\vec{e}_3 = \frac{\vec{k}}{\omega}$.

Оскільки густини струму і заряду у (8) задаються тією самою амплітудою α_k , що і поздовжні електрична та скалярна хвилі у (9), то робимо висновок, що електрична компонента $\vec{E}(x)$ та скалярна хвиля $E^0(x)$ існують у околі струмів і зарядів (8), які їх породжують. Таким чином, якісну гіпотезу, що поздовжня електрична хвиля існує у околі зарядів і струмів, які її породжують, тут доведено строго математично.

Такий самий висновок стосується також і поздовжніх електромагнітних та скалярних хвиль у (3).

Перевірка справедливості отриманих розв'язків (3), (9) здійснюється їх безпосередньою підстановкою у рівняння (1), (7), відповідно.

Висновки

Важливо, що існування поздовжніх компонент векторів напруженостей електричного

$\vec{E}(x)$ і магнітного $\vec{H}(x)$ полів, а також відповідних скалярних хвиль $E^0(x)$, $H^0(x)$, напрямком розповсюдження яких задає хвильовий вектор $\vec{e}_3 = \frac{\vec{k}}{\omega}$, доведено не лише як наслідок узагальненої системи рівнянь Максвелла (1). Поздовжню компоненту вектора напруженості електричного поля $\vec{E}(x)$ (9) та відповідну скалярну хвилю $E^0(x)$ тут знайдено у якості розв'язків стандартної системи рівнянь Максвелла (7) з густинами струмів і зарядів градієнтного типу (8). Як видно з (8) і (9), густина такого заряду здійснює періодичну осциляцію у часі з частотою ω і може моделювати електрони, іони та інші заряджені частинки плазми (або кілька заряджених частинок), що знаходяться у зовнішньому електромагнітному полі цієї частоти. Особливо слід відмітити, що у експериментах [14–17] з лазерними пучками реєструється саме поздовжня електрична хвиля.

Твердження, що поздовжня електрична хвиля існує у околі зарядів і струмів, які її породжують, тут доведено строго математично. Представлений результат має безпосереднє відношення до фізичної інтерпретації експериментів [14–22] і використаних там фізичних моделей.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] Cheney M. Tesla, master of lightning/ M. Cheney, R. Uth. – New York: Barnes and Noble Books, 1999. – 198 p.
- [2] Nedic S. Longitudinal waves in electromagnetism – toward a consistent theory / S. Nedic // Galilean Electrodynamics. – 2017. – V. 28, № 5. – P. 91–96.

- [3] Ferraro V.C.A. Longitudinal electromagnetic waves between parallel plates / V.C.A. Ferraro, Flint H.T. Ferraro // *Proceedings of the Physical Society*. – 1941. – V. 53, № 2. – P. 170–181.
- [4] Khvorostenko N.P. Longitudinal electromagnetic waves / N.P. Khvorostenko // *Russian Physical Journal*. – 1992. – V. 35, № 3. – P. 223–227.
- [5] Simulik V.M. Connection between the symmetry properties of the Dirac and Maxwell equations. Conservation laws / V.M. Simulik // *Theoretical and Mathematical Physics*. – 1991. – V. 87, № 1. – P. 386–393.
- [6] Krivsky I.Yu. General solution of the Maxwell equations with gradient-like sources and longitudinal electromagnetic waves / I.Yu. Krivsky, V.M. Simulik // *Non-Euclidean geometry in modern physics. BGL-1: The 1-st International Conference, 13–16 August 1997: Proceedings*. – Uzhgorod, 1997. – P. 193–199.
- [7] Кривський І.Ю. Про повздовжні електромагнітні хвилі / І.Ю. Кривський, В.М. Симулик // *Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика*. – 1998. – № 2. – С. 121–125.
- [8] Simulik V.M. Longitudinal electromagnetic waves in the framework of standard classical electrodynamics [Електронний ресурс] / V.M. Simulik V.M. // arXiv:1606.01738 [physics.class-ph]. – 2016. – 3 pp. – Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/1606.01738>.
- [9] Simulik V.M. Slightly generalized Maxwell classical electrodynamics can be applied to inneratomic phenomena / V.M. Simulik, I.Yu. Krivsky // *Annales de la Fondation Louis de Broglie*. – 2002. – V. 27, № 2. – P. 303–328.
- [10] Simulik V.M. Relationship between the Maxwell and Dirac equations: symmetries, quantization, models of atom / V.M. Simulik, I.Yu. Krivsky // *Reports on Mathematical Physics*. – 2002. – V. 50, № 3. – P. 315–328.
- [11] Simulik V.M. Classical electrodynamical aspect of the Dirac equation / V.M. Simulik, I.Yu. Krivsky // *Electromagnetic Phenomena*. – 2003. – V. 3, № 1(9). – P. 103–114.
- [12] Krivsky I.Yu. Fermi-Bose duality of the Dirac equation and extended real Clifford-Dirac algebra / I.Yu. Krivsky, V.M. Simulik // *Condensed Matter Physics*. – 2010. – V. 13, № 4. – P. 43101(1–15).
- [13] Simulik V.M. Bosonic symmetries, solutions and conservation laws for the Dirac equation with nonzero mass / V.M. Simulik, I.Yu. Krivsky, I.L. Lamer // *Ukrainian Journal of Physics*. – 2013. – V. 58, № 6. – P. 523–533.
- [14] Tidwell S.C. Generating radially polarized beams interferometrically / S.C. Tidwell, D.H. Ford, W.D. Kimura // *Applied Optics*. – 1990. – V. 29, № 15. – P. 2234–2239.
- [15] Dorn R. Sharper focus for a radially polarized light beam / R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs // *Physical Review Letters*. – 2003. – V. 91, № 23. – P. 233901(1–4).
- [16] Miyaji G. Intense longitudinal electric fields generated from transverse electromagnetic waves / G. Miyaji, N. Miyanaga, K. Tsubakimoto, K. Sueda, K. Ohbayashi // *Applied Physics Letters*. – 2004. – V. 84, № 19. – P. 3855–3857.
- [17] Niziev V.G. Generation of polarisation-nonuniform modes in a high-power CO₂-laser / V.G. Niziev, V.P. Yakunin, N.G. Turkin // *Quantum Electronics*. – 2009. – V. 39, № 6. – P. 505–514.

- [18] Kovrizhnykh L.M. Interaction of longitudinal and transverse waves in plasma / L.M. Kovrizhnykh, V.N. Tsytoich // Soviet Physics – JETP. – 1964. V. 19, № 6. – P. 1494–1499.
- [19] Bogdankevich L.S. Excitation of longitudinal electromagnetic waves in a restricted plasma by injection of relativistic electron beams / L.S. Bogdankevich, A.A. Rukhadze // Soviet Physics – JETP. – 1972. – V. 35, № 1. – P. 126–132.
- [20] Petrov E.Yu. Plasmons in QED vacuum / E.Yu. Petrov, A.V. Kudrin // Physical Review. – 2016. – V. A94, № 3. – P. 032107(1–8).
- [21] Datsyuk V.V. Properties of longitudinal electromagnetic oscillations in metals and their excitation at planar and spherical surfaces / V.V. Datsyuk, O.R. Pavlyniuk // Nanoscale Research Letters. – 2017. – V. 12, № 1. – P. 473(1–8).
- [22] Monstein C. Observation of scalar longitudinal electrodynamic waves / C. Monstein, J.P. Wesley // Europhysics Letters. – 2002. – V. 59, № 4. – P. 514–520.
- [23] Rebilas K. On the origin of longitudinal electrodynamic waves / K. Rebilas // Europhysics Letters. – 2008. – V. 83, № 6. – P. 60007(1–5).

Стаття надійшла до редакції 09.07.2019

В. М. Симулик¹, Т. М. Заяц²

¹Институт электронной физики НАН Украины, 88017, Ужгород, ул. Университетская, 21, Украина, e-mail: vsimulik@gmail.com

² Ужгородский национальный университет, инженерно-технический факультет, кафедра электронных систем, 88000, Ужгород, ул. Капитульная, 13, Украина, e-mail: taras.zajac@uzhnu.edu.ua

ОПИСАНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН УРАВНЕНИЯМИ МАКСВЕЛЛА

Продольные электромагнитно-скалярные волны получены в качестве решения обобщенной системы уравнений Максвелла, которая является максимально симметричной формой этих уравнений. Особенно важным результатом является получение продольных электрической и скалярной волн в качестве непосредственного решения стандартной системы уравнений Максвелла с плотностями токов и зарядов градиентного типа. Представлено строгое математическое доказательство, что продольные электрическая и скалярная волны существуют в окрестности токов и зарядов, которые их порождают. Отмечена возможность применения полученных результатов к физической интерпретации современных экспериментов, в которых регистрируются продольные электромагнитные волны.

Ключевые слова: уравнения Максвелла, электромагнитное поле, классическая электродинамика, продольные электромагнитные волны.

V. M. Simulik¹, T. M. Zajac²

¹Institute of Electron Physics, NAS of Ukraine, 88017, Uzhhorod, 21 Universitetska Str., Ukraine, e-mail: vsimulik@gmail.com

²Uzhhorod National University, Engineering-Technical Faculty, Department of Electronic Systems, 88000, Uzhhorod, 13 Kapitulna Str., Ukraine, e-mail: taras.zajac@uzhnu.edu.ua

DESCRIPTION OF THE LONGITUDINAL ELECTROMAGNETIC WAVES BY THE MAXWELL EQUATIONS

Purpose. The long time discussion on existence, or not existence, of longitudinal electromagnetic waves both in nature and in Maxwell classical electrodynamics is under consideration. The modern experiments on the existence of such waves are reviewed briefly. The link between the longitudinal electromagnetic waves and the system of Maxwell equations is demonstrated.

Methods. Maxwell classical electrodynamics, Fourier method, Fourier transform, amplitude analysis.

Results. The longitudinal wave component of the electric field strength vector is found as an exact solution of the standard Maxwell equations with specific currents and charges of the gradient type. The corresponded scalar wave component, which is propagated in the same direction, is found as well. The longitudinal components of both electric and magnetic field strengths, together with two corresponded scalar waves, are found as the exact solution of generalized Maxwell equations, which are characterized by the maximally high symmetry properties.

Conclusions. The analysis of found solutions demonstrates that longitudinal components are located near the corresponded current and charge densities, which are the sources of such fields. It follows from the fact that current and charge densities and the corresponded longitudinal components in the solutions are determined by the same amplitudes. The best examples of corresponding physical reality are such big charges as the whole water area of closed sea, the planet Earth in general, their oscillations and corresponding longitudinal electric and scalar waves.

Keywords: the Maxwell equations, electromagnetic field, classical electrodynamics, longitudinal electromagnetic waves.

REFERENCES

- [1] Cheney, M., Uth, R. (1999), Tesla, master of lightning. Barnes and Noble Books, New York, 198 p.
- [2] Nedic, S. (2017), «Longitudinal waves in electromagnetism – toward a consistent theory», Galilean Electrodynamics, V. 28, No. 5, pp. 91–96.
- [3] Ferraro, V.C.A., Flint, H.T. (1941), «Longitudinal electromagnetic waves between parallel plates», Proceedings of the Physical Society, V. 53, No. 2, pp. 170–181.
- [4] Khvorostenko, N.P. (1992), «Longitudinal electromagnetic waves», Russian Physical Journal, V. 35, No. 3, pp. 223–227.
- [5] Simulik, V.M. (1991), «Connection between the symmetry properties of the Dirac and Maxwell equations. Conservation laws», Theoretical and Mathematical Physics, V. 87, No. 1, pp. 386–393.
- [6] Krivsky, I.Yu., Simulik, V.M. (1997), «General solution of the Maxwell equations with gradient-like sources and longitudinal electromagnetic waves», Proceedings of the 1-st In-

ternational Conference «Non-Euclidean geometry in modern physics. BGL-1. Uzhgorod, Ukraine, 13–16 August 1997», pp. 193–199.

- [7] Krivsky, I.Yu., Simulik, V.M. (1998), «On the longitudinal electromagnetic waves» [«Pro povzdovzhni elektromahnitni hvyli»], Uzhgorod University Scientific Herald. Serie Physics, No. 2, pp. 121–125.
- [8] Simulik, V.M. (2016), «Longitudinal electromagnetic waves in the framework of standard classical electrodynamics», arXiv:1606.01738 [physics.class-ph], available at: <https://arxiv.org/abs/1606.01738>
- [9] Simulik, V.M., Krivsky, I.Yu. (2002), «Slightly generalized Maxwell classical electrodynamics can be applied to inneratomic phenomena», Annales de la Fondation Louis de Broglie, V. 27, No. 2, pp. 303–328.
- [10] Simulik, V.M., Krivsky, I.Yu. (2002), «Relationship between the Maxwell and Dirac equations: symmetries, quantization, models of atom», Reports on Mathematical Physics, V. 50, No. 3, pp. 315–328.
- [11] Simulik, V.M., Krivsky, I.Yu. (2003), «Classical electrodynamic aspect of the Dirac equation», Electromagnetic Phenomena, V. 3, No. 1(9), pp. 103–114.
- [12] Krivsky, I.Yu., Simulik, V.M. (2010), «Fermi-Bose duality of the Dirac equation and extended real Clifford-Dirac algebra», Condensed Matter Physics, V. 13, No. 4, pp. 43101(1–15).
- [13] Simulik, V.M., Krivsky, I.Yu., Lamer, I.L. (2013), «Bosonic symmetries, solutions and conservation laws for the Dirac equation with nonzero mass», Ukrainian Journal of Physics, V. 58, No. 6, pp. 523–533.
- [14] Tidwell, S.C., Ford, D.H., Kimura, W.D. (1990), «Generating radially polarized beams interferometrically», Applied Optics, V. 29, No. 15, pp. 2234–2239.
- [15] Dorn, R., Quabis, S., Leuchs, G. (2003), «Sharper focus for a radially polarized light beam», Physical Review Letters, V. 91, No. 23, pp. 233901(1–4).
- [16] Miyaji, G., Miyanaga, N., Tsubakimoto, K., Sueda, K., Ohbayashi, K. (2004), «Intense longitudinal electric fields generated from transverse electromagnetic waves», Applied Physics Letters, V. 84, No. 19, pp. 3855–3857.
- [17] Niziev, V.G., Yakunin, V.P., Turkin, N.G. (2009), «Generation of polarisation-nonuniform modes in a high-power CO₂-laser», Quantum Electronics, V. 39, No. 6, pp. 505–514.
- [18] Kovrizhnykh, L.M., Tsytoich, V.N. (1964), «Interaction of longitudinal and transverse waves in plasma», Soviet Physics – JETP, V.19, No. 6, pp. 1494–1499.
- [19] Bogdankevich, L.S., Rukhadze, A.A. (1972), «Excitation of longitudinal electromagnetic waves in a restricted plasma by injection of relativistic electron beams», Soviet Physics – JETP, V. 35, No. 1, pp. 126–132.
- [20] Petrov, E.Yu., Kudrin, A.V. (2016), «Plasmons in QED vacuum», Physical Review, V. A94, No. 3, pp. 032107(1–8).
- [21] Datsyuk, V.V., Pavlyniuk, O.R. (2017), «Properties of longitudinal electromagnetic oscillations in metals and their excitation at planar and spherical surfaces», Nanoscale Research Letters, V. 12, No. 1, pp. 473(1–8).

- [22] Monstein, C., Wesley, J.P. (2002), «Observation of scalar longitudinal electrodynamic waves», *Europhysics Letters*, V. 59, No. 4, pp. 514–520.
- [23] Rebilas, K. (2008), «On the origin of longitudinal electrodynamic waves», *Europhysics Letters*, V. 83, No. 6, pp. 60007(1–5).

©Ужгородський національний університет