

УДК 539.12.01

В.І. Жаба

Ужгородський національний університет, вул. Волошина, 54, Ужгород, 88000

e-mail: viktorzh@meta.ua

МЕТОД ФАЗОВИХ ФУНКЦІЙ І ЗВ'ЯЗАНІ КАНАЛИ В НУКЛОН-НУКЛОННОМУ РОЗСІЯННІ

Проаналізовано переваги і недоліки параметризації у рамках методу фазових функцій для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів. Згідно параметризації Стаппа розраховано фазові зсуви дейтрона. Порівнюються отримані теоретичні розрахунки з раніше опублікованими.

Ключові слова: фазовий зсув, дейтрон, розсіяння, параметризація, канал.

Вступ

Із експериментально спостережуваних величин перерізу розсіяння та енергій переходів отримують більше інформацію про фази та амплітуди розсіяння, ніж про хвильові функції, що є основним об'єктом дослідження при стандартному підході. Тобто, на експерименті спостерігаються не самі хвильові функції, а певні їх зміни, які виникають у результаті взаємодії [1]. Тому необхідно отримати такі рівняння, що безпосередньо пов'язують фази й амплітуди розсіяння з потенціалом, не знаходячи при цьому хвильові функції.

Точний розв'язання задачі розсіяння з метою обчислення фаз можливе тільки для окремих феноменологічних потенціалів. При виборі реалістичних потенціалів фази розсіяння обчислюються наближено. Це пов'язано з використанням фізичних апроксимацій або з чисельним розрахунком. Вплив вибору чисельного алгоритму на розв'язок задачі розсіяння розглянуто у роботі [2]. Одним із методів знаходження фазових зсувів у задачах для одноканального нуклон-нуклонного розсіяння чи для змішаних станів системи двох нуклонів є метод фазових функцій (МФФ).

Метод фазових функцій: одноканальне розсіяння

При розсіянні безспінової частинки з енергією E і орбітальним моментом l на сферично-симетричному потенціалі $V(r)$

рівняння Шредінгера для радіальної хвильової функції $u_l(r)$ має вигляд [1]:

$$u_l''(r) + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - U(r) \right) u_l(r) = 0, \quad (1)$$

де $U(r) = 2mV(r)/\hbar^2$ - перенормований потенціал взаємодії, m - приведена маса, $k^2 = 2mE/\hbar^2$ - хвильове число.

Математично метод фазових функцій - це особливий спосіб розв'язку радіального рівняння Шредінгера (1), яке є лінійним диференціальним рівнянням 2-го порядку. Він досить зручний для отримання фаз розсіяння, оскільки по цьому методу не потрібно спочатку обчислювати в широкій області радіальні хвильові функції і потім по їх асимптотикам знаходити ці фази.

Двома лінійно незалежними розв'язками вільного рівняння Шредінгера (1) (при $U \equiv 0$) є відомі функції Ріккати-Бесселя $j_l(kr)$ і $n_l(kr)$. Вільному рухові відповідає тільки регулярний в точці $r=0$ розв'язок $j_l(kr)$, так що у цьому випадку асимптотично при великих значеннях r розв'язок набуде вигляду

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot \sin(kr - l\pi/2).$$

Наявність потенціалу призводить до того, що тепер в області, де потенціал $U(r)$ зникає, хвильова функція включає добавку нерегулярного розв'язку вільного рівняння $n_l(kr)$. Мірою цієї добавки, що кількісно описує ефект взаємодії, є саме фаза розсіяння δ_l :

$$u_l(r) \approx \text{const} \cdot [j_l(kr) - \text{tg} \delta_l \cdot n_l(kr)],$$

$$u_l(r) \rightarrow \text{const} \cdot \sin(kr - l\pi/2 + \delta_l), \quad r \rightarrow \infty.$$

Набір фазових зсувів δ_l для різних парціальних хвиль визначає кутовий розподіл і повний переріз розсіяння. Тому важливою задачею теорії потенціального розсіяння є саме знаходження величин δ_l при заданих величинах потенціалу $U(r)$, орбітального моменту l й енергії E . Стандартний спосіб обчислення фаз розсіяння - це розв'язок рівняння Шредінгера (1) з асимптотичною граничною умовою. МФФ - це перехід від рівняння Шредінгера до рівняння для фазової функції. Для цього роблять заміну [1, 3]:

$$u_l(r) = A_l(r) [\cos \delta_l(r) \cdot j_l(kr) - \sin \delta_l(r) \cdot n_l(kr)]. \quad (2)$$

Уведені дві нові функції $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ мають зміст відповідних фаз розсіяння і констант нормування (амплітуд) хвильових функцій для розсіяння на визначеній послідовності обрізаних потенціалів. $\delta_l(r)$ і $A_l(r)$ й називаються відповідно їх фізичному змісту фазовою й амплітудною функцією. Термін “фазова функція” вперше був використаний у роботі Морза і Алліса [4]. Рівняннями для фазової й амплітудної функцій з початковими умовами є:

$$\delta'_l = -\frac{1}{k} U [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l]^2, \quad \delta_l(0) = 0; \quad (3)$$

$$A'_l = -\frac{1}{k} A_l U [\cos \delta_l \cdot j_l - \sin \delta_l \cdot n_l] \times \\ \times [\sin \delta_l \cdot j_l + \cos \delta_l \cdot n_l], \quad A_l(0) = 1. \quad (4)$$

Фазове рівняння (3) було вперше отримано Друкарєвим [5], а потім незалежно у роботах Бергмана [6] і Колоджеро [7]. Частинний випадок рівняння (6) при $l=0$ був використаний Морзе та Аллісом при дослідженні задачі S - розсіяння повільних електронів на атомах [4].

Метод фазових функцій: зв'язані канали

Доцільним є використання МФФ для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів. Для цього потрібно розв'язувати зв'язану систему

рівнянь Шредінгера з тензорним змішуванням [1,8]:

$$\begin{cases} u''_J + \left[k^2 - \frac{J(J-1)}{r^2} - U_{J,J-1} \right] u_J = T_J w_J, \\ w''_J + \left[k^2 - \frac{(J+2)(J+1)}{r^2} - U_{J,J+1} \right] w_J = T_J u_J, \end{cases} \quad (5)$$

де перенормовані потенціали [1]:

$$\begin{cases} U_{J,J-1} = \frac{2m}{\hbar^2} \left(V_C(r) - \frac{2(J-1)}{2J+1} V_T(r) + \right. \\ \left. + (J-1)V_{LS}(r) + (J-1)(J-2)V_{LL}(r) \right); \\ U_{J,J+1} = \frac{2m}{\hbar^2} \left(V_C(r) - \frac{2(J+2)}{2J+1} V_T(r) - \right. \\ \left. - (J+2)V_{LS}(r) + (J+3)(J+2)V_{LL}(r) \right); \\ T_J = \frac{2m}{\hbar^2} \frac{6\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} V_T(r). \end{cases}$$

Тут $u_J(r)$, $w_J(r)$ - радіальні хвильові функції; $V_C(r)$, $V_{LS}(r)$, $V_{LL}(r)$, $V_T(r)$ - центральна, спінорбітальна, квадратична і тензорна частини потенціалу нуклон-нуклонної взаємодії. Для дейтрона (повний момент системи $J=1$) потенціали у системі (5) рівні: $U_{J,J-1}=U_{10}$, $U_{J,J+1}=U_{12}$, $T_J=T_1$.

Систему рівнянь (5) можна розв'язати за допомогою параметризацій Мак-Хейла-Телера [9], Блатта-Біденхарна [10], Стаппа [11] чи Матвеєнка-Пономарьова-Файфмана [12].

Зв'язок рівнянь системи (5) суттєво ускладнює обчислення параметрів розсіяння, якими тут є два зсуви фаз і параметр змішування амплітуд. Ці величини визначаються асимптотиками розв'язків $u_J(r)$, $w_J(r)$. Система (5) має дві пари лінійно незалежних розв'язків $(u_J^{(1)}, w_J^{(1)})$ і $(u_J^{(2)}, w_J^{(2)})$, які є регулярними в точці $r=0$. Для них виконується тотожність [1]

$$(u_J^{(1)})' u_J^{(2)} - u_J^{(1)} (u_J^{(2)})' + (w_J^{(1)})' w_J^{(2)} - w_J^{(1)} (w_J^{(2)})' = 0. \quad (6)$$

Враховуючи те, що будь-яка лінійна комбінація цих розв'язків також є розв'язком системи (5), асимптотики можуть бути довільними, так що можливе довільне визначення параметрів розсіяння. Перш за все, виражаємо хвильові функції

$u_J(r)$, $w_J(r)$, що відповідають двом довільним лінійно незалежним розв'язкам, через нові функції $c(r)$, $s(r)$, $d(r)$, $t(r)$, на які накладені додаткові умови [1]:

$$\begin{cases} u_J^{(1)} = c_1 j_{J-1} - s_1 n_{J-1}; & c_1' j_{J-1} - s_1' n_{J-1} = 0; \\ w_J^{(1)} = d_1 j_{J-1} - t_1 n_{J-1}; & d_1' j_{J-1} - t_1' n_{J-1} = 0; \\ w_J^{(2)} = c_2 j_{J+1} - s_2 n_{J+1}; & c_2' j_{J+1} - s_2' n_{J+1} = 0; \\ u_J^{(2)} = d_2 j_{J+1} - t_2 n_{J+1}; & d_2' j_{J+1} - t_2' n_{J+1} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Після підстановки (7) у (5) для нових функцій отримуємо дві системи лінійних рівнянь 1-го порядку, кожна з яких містить чотири рівняння ($c_1, s_1, d_1, t_1; c_2, s_2, d_2, t_2$), а (6) набуває вигляду

$$c_1 t_2 - c_2 t_1 + d_1 s_2 - d_1 s_1 \equiv 0.$$

Можна визначити такі параметричні функції $x_{J,J-1}(r)$, $x_{J,J+1}(r)$ і $y_J(r)$, асимптотики яких є шуканими значеннями параметрів:

$$x_{J,J-1} = \frac{c_2 s_1 - d_1 t_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2}; \quad x_{J,J+1} = \frac{c_1 s_2 - d_2 t_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2};$$

$$y_J = \frac{c_2 t_1 - d_1 s_2}{c_1 c_2 - d_1 d_2} = \frac{c_1 t_2 - d_2 s_1}{c_1 c_2 - d_1 d_2}.$$

Використавши рівняння для функцій c, s, d, t , отримаємо параметризацію Мак-Хейла-Телера [1,9] - систему трьох нелінійних рівнянь з відповідними початковими умовами (для дейтрона):

$$\begin{cases} x_{10}' = -\frac{1}{k} [U_{10} (j_0 - x_{10} n_0)^2 - \\ - 2T_1 (j_0 - x_{10} n_0) n_2 y_1 + U_{12} n_2^2 y_1^2], \\ x_{12}' = -\frac{1}{k} [U_{12} (j_2 - x_{12} n_2)^2 - \\ - 2T_1 (j_2 - x_{12} n_2) n_0 y_1 + U_{10} n_0^2 y_1^2], \\ y_1' = -\frac{1}{k} [T_1 (j_0 - x_{10} n_0) (j_2 - x_{12} n_2) + T_1 n_0 n_2 y_1^2 - \\ - U_{10} n_0 y_1 (j_0 - x_{10} n_0) - U_{12} n_2 y_1 (j_2 - x_{12} n_2)], \\ x_{10}(0) = x_{12}(0) = y_1(0) = 0. \end{cases} \quad (8)$$

При виключенні тензорної взаємодії ($T_1(r) \equiv 0$) маємо $y_1(r) = 0$, і тоді рівняння (11) вироджуються у два незалежні фазові

рівняння для парціальних хвиль з $L=0$ і $L=2$, причому $x_{10}(r) = tg \delta_0$, $x_{12}(r) = tg \delta_2$.

Прості рівняння (8) для параметрів Мак-Хейла-Телера непридатні, якщо присутні зв'язані стани, оскільки тоді в деяких точках функції $x_{10}(r)$, $x_{12}(r)$, $y_1(r)$ перетворюються в нескінченність.

Рівняння для параметризації Блатта-Біденхарна [10] можна отримати із заміни:

$$\begin{aligned} x_{10} &= \cos^2 \varepsilon_1 tg \delta_\alpha + \sin^2 \varepsilon_1 tg \delta_\gamma; \\ x_{12} &= \cos^2 \varepsilon_1 tg \delta_\gamma + \sin^2 \varepsilon_1 tg \delta_\alpha; \\ y_1 &= \frac{\sin(2\varepsilon_1)}{2} (tg \delta_\alpha - tg \delta_\gamma). \end{aligned} \quad (9)$$

Рівняння для самих фаз $\delta_\alpha(r)$, $\delta_\gamma(r)$ і параметру змішування $\varepsilon_1(r)$ зручніше, ніж попередня система при наявності зв'язаних станів, має вигляд [1, 13-15]

$$\begin{cases} \delta_\alpha' = -\frac{1}{k} [U_{10} \cos^2 \varepsilon A_0^2 + \\ + T_1 \sin(2\varepsilon) A_0 A_2 + U_{12} \sin^2 \varepsilon A_2^2], \\ \delta_\gamma' = -\frac{1}{k} [U_{12} \cos^2 \varepsilon B_2^2 - \\ - T_1 \sin(2\varepsilon) B_0 B_2 + U_{10} \sin^2 \varepsilon B_0^2], \\ \varepsilon' = -\frac{1}{k \sin(\delta_\alpha - \delta_\gamma)} [T_1 \cos^2 \varepsilon A_0 B_2 - \\ - T_1 \sin^2 \varepsilon B_0 A_2 - U_{10} \sin \varepsilon \cos \varepsilon A_0 B_0 + \\ + U_{12} \sin \varepsilon \cos \varepsilon A_2 B_2], \\ \delta_\alpha(0) = 0, \quad \delta_\gamma(0) = 0, \quad \varepsilon(0) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

де уведені позначення:

$$A_0 = \cos \delta_\alpha j_0 - \sin \delta_\alpha n_0; \quad A_2 = \cos \delta_\alpha j_2 - \sin \delta_\alpha n_2;$$

$$B_0 = \cos \delta_\gamma j_0 - \sin \delta_\gamma n_0; \quad B_2 = \cos \delta_\gamma j_2 - \sin \delta_\gamma n_2.$$

Недоліком системи (10) є наявність множника $\sin^{-1}(\delta_\alpha - \delta_\gamma)$, який у деяких точках може перетворюватися у нескінченність. Ця принципова складність, характерна для параметризації по Блатту-Біденхарну, обмежує область застосування рівнянь (10) випадком, коли різниця фаз

$(\delta_\alpha - \delta_\gamma)$ не змінює знаку у всьому інтервалі $0 < r < \infty$ [1].

Ще однією параметризацією [16] є:

$$\begin{cases} \delta^{(1)'} = -\frac{2m}{k} \left[\cos^2 \varepsilon V_{11} + \sin^2 \varepsilon V_{22} + \right. \\ \left. + \sin(2\varepsilon) V_{12} \right] \left[\cos \delta^{(1)} j_l - \sin \delta^{(1)} n_l \right]^2, \\ \delta^{(2)'} = -\frac{2m}{k} \left[\sin^2 \varepsilon V_{11} + \cos^2 \varepsilon V_{22} - \right. \\ \left. - \sin(2\varepsilon) V_{12} \right] \left[\cos \delta^{(2)} j_l - \sin \delta^{(2)} n_l \right]^2, \\ \varepsilon' \cdot \sin \left[\delta^{(1)} - \delta^{(2)} \right] = \\ = \frac{2m}{k} \left[\frac{1}{2} \sin(2\varepsilon) (V_{11} - V_{22}) - \cos(2\varepsilon) V_{12} \right] \times \\ \times \left[\cos \delta^{(1)} j_l - \sin \delta^{(1)} n_l \right] \left[\cos \delta^{(2)} j_l - \sin \delta^{(2)} n_l \right], \\ \delta^{(1)}(0) = 0, \quad \delta^{(2)}(0) = 0, \quad \varepsilon(0) = 0. \end{cases}$$

Причому $\varepsilon(r)$ залежить від поведінки потенціалу поблизу нуля [17]:

$$\frac{tg(2\varepsilon)}{2} \rightarrow \frac{V_{12}}{(2l+3-m_{12})} \frac{1}{\left[\frac{V_{11}}{(2l+3-m_{11})} - \frac{V_{22}}{(2l+3-m_{22})} \right]},$$

$$V_{ij}(r) \xrightarrow{r \rightarrow 0} C_{ij} r^{-m_{ij}}, \quad m_{ij} < 2.$$

До речі, при іншому виборі параметризації ця проблема відсутня [15,18].

Вільним від описаних вище недоліків є вибір «ядерних параметрів» $\bar{\delta}_{10}$, $\bar{\delta}_{12}$, $\bar{\varepsilon}_1$ [11] або параметрів $\theta_1^{(0)}$, $\theta_1^{(2)}$, ρ_1 [19]. Ці обидва набори параметрів еквівалентні:

$$\theta_1^{(0)} = \bar{\delta}_{10}, \quad \theta_1^{(2)} = \bar{\delta}_{12}, \quad \rho_1 = \sin(2\bar{\varepsilon}_1).$$

Зв'язок параметрів Блатта-Біденхарна з параметрами Стаппа:

$$\begin{aligned} \bar{\delta}_{10} + \bar{\delta}_{12} &= \delta_\alpha + \delta_\gamma; \\ \sin(2\bar{\varepsilon}_1) &= \sin(2\varepsilon_1) \sin(\delta_\alpha - \delta_\gamma); \\ \cos(2\bar{\varepsilon}_1) \cos(\bar{\delta}_{10} - \bar{\delta}_{12}) &= \cos(\delta_\alpha - \delta_\gamma). \end{aligned}$$

Але зручніше знайти параметризацію Стаппа із рівнянь (8). Зв'язок параметрів Мак-Хейла-Телера з параметрами Стаппа:

$$\begin{aligned} x_{10} &= \frac{tg \bar{\delta}_{10} + tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{12}}{1 - tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10} tg \bar{\delta}_{12}}; \quad x_{12} = \frac{tg \bar{\delta}_{12} + tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10}}{1 - tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10} tg \bar{\delta}_{12}}; \\ y_1 &= \frac{tg \bar{\varepsilon}_1}{\cos \bar{\delta}_{10} \cos \bar{\delta}_{12} (1 - tg^2 \bar{\varepsilon}_1 tg \bar{\delta}_{10} tg \bar{\delta}_{12})}. \end{aligned}$$

Тоді рівняння для параметризації Стаппа можна записати у виді [1,3,11,14]:

$$\begin{cases} \bar{\delta}_{10}' = -\frac{1}{k \cos(2\bar{\varepsilon})} \left[U_{10} (\cos^4 \bar{\varepsilon} P_{10}^2 - \sin^4 \bar{\varepsilon} Q_{10}^2) - \right. \\ \left. - U_{12} \sin^2 \bar{\varepsilon} \cos^2 \bar{\varepsilon} (P_{12}^2 - Q_{12}^2) - \right. \\ \left. - T_1 \sin(2\bar{\varepsilon}) (\cos^2 \bar{\varepsilon} P_{10} Q_{12} - \sin^2 \bar{\varepsilon} P_{12} Q_{10}) \right], \\ \bar{\delta}_{12}' = -\frac{1}{k \cos(2\bar{\varepsilon})} \left[U_{12} (\cos^4 \bar{\varepsilon} P_{12}^2 - \sin^4 \bar{\varepsilon} Q_{12}^2) - \right. \\ \left. - U_{10} \sin^2 \bar{\varepsilon} \cos^2 \bar{\varepsilon} (P_{10}^2 - Q_{10}^2) - \right. \\ \left. - T_1 \sin(2\bar{\varepsilon}) (\cos^2 \bar{\varepsilon} P_{12} Q_{10} - \sin^2 \bar{\varepsilon} P_{10} Q_{12}) \right], \\ \bar{\varepsilon}' = -\frac{1}{k} \left[T_1 (\cos^2 \bar{\varepsilon} P_{10} P_{12} + \sin^2 \bar{\varepsilon} Q_{10} Q_{12}) - \right. \\ \left. - U_{10} \sin \bar{\varepsilon} \cos \bar{\varepsilon} P_{10} Q_{10} - U_{12} \sin \bar{\varepsilon} \cos \bar{\varepsilon} P_{12} Q_{12} \right], \\ \bar{\delta}_{10}(0) = \bar{\delta}_{12}(0) = \bar{\varepsilon}(0) = 0, \end{cases} \quad (11)$$

де величини $P_{J,L}$, $Q_{J,L}$ ($L = J \mp 1$) рівні:

$$\begin{cases} P_{J,L} \equiv \cos \bar{\delta}_{J,L} j_L - \sin \bar{\delta}_{J,L} n_L; \\ Q_{J,L} \equiv \sin \bar{\delta}_{J,L} j_L + \cos \bar{\delta}_{J,L} n_L. \end{cases}$$

Незважаючи на математичну громіздкість, система (11) проста і зручна для обчислень, бо її рівняння містять невелике число однотипних елементів. Саме ці рівняння придатні для застосування і при наявності зв'язаних станів. Присутність множника $\cos(2\bar{\varepsilon})$ у знаменнику перших двох рівнянь системи (11) не призводить до розрахункових труднощостей, тому що значення $\cos(2\bar{\varepsilon})=0$ відповідає граничному випадку максимального змішування парціальних хвиль, коли амплітуда хвилі $L = J \mp 1$ у вхідному каналі повністю переходить в амплітуду $L = J \pm 1$ у

вихідному каналі. В реальних випадках (наприклад, в нуклон-нуклонному розсіянні) незбереження орбітального моменту, мірою якого є $\bar{\varepsilon}$, невелике, так що $\cos(2\bar{\varepsilon}) \neq 0$ [1].

Подібні властивості, що й параметризація Стаппа, має і параметризація Матвеєнка-Пономарьова-Файфмана [12], для якої елементи F_{ij}

$$F_{11} = \bar{u}_1 \cos \delta_1 + \bar{v}_1 \sin \delta_1, \quad F_{12} = -\bar{u}_1 \sin \delta_1 + \bar{v}_1 \cos \delta_1,$$

$$F_{21} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}_2 e^{\delta_2} + \bar{v}_2 e^{-\delta_2}), \quad F_{22} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{u}_2 e^{\delta_2} - \bar{v}_2 e^{-\delta_2}),$$

є елементами матриці параметризації, а шукані фази і параметр змішування:

$$\left\{ \begin{aligned} \delta'_1 &= \frac{-2}{1 + \cos^2(2\varepsilon)} \left[U_{10}(F_{11}^2 \cos^4 \varepsilon + F_{12}^2 \sin^4 \varepsilon) + \right. \\ &+ \frac{1}{4} U_{12}(F_{21}^2 + F_{22}^2) \sin^2(2\varepsilon) + \\ &+ T_1(F_{11}F_{21} \cos^2 \varepsilon + F_{12}F_{22} \sin^2 \varepsilon) \sin(2\varepsilon) \left. \right], \\ \delta'_2 &= \frac{-2}{1 + \cos^2(2\varepsilon)} \left[U_{12}(F_{22}^2 \cos^4 \varepsilon - F_{21}^2 \sin^4 \varepsilon) + \right. \\ &+ \frac{1}{4} U_{10}(F_{12}^2 - F_{11}^2) \sin^2(2\varepsilon) + \\ &+ T_1(F_{12}F_{22} \cos^2 \varepsilon - F_{11}F_{21} \sin^2 \varepsilon) \sin(2\varepsilon) \left. \right], \\ \varepsilon' &= - \left[\frac{1}{2} (U_{10}F_{11}F_{12} + U_{12}F_{21}F_{22}) \sin(2\varepsilon) + \right. \\ &+ T_1(F_{11}F_{22} \cos^2 \varepsilon + F_{12}F_{21} \sin^2 \varepsilon) \left. \right], \end{aligned} \right. \quad (12)$$

де (\bar{u}_1, \bar{v}_1) і (\bar{u}_2, \bar{v}_2) - набори розв'язків для відкритого і закритого каналів ($\kappa = k/i$):

$$\bar{u}_1 = \frac{1}{\sqrt{k}} j_l(kr); \quad \bar{v}_1 = -\frac{1}{\sqrt{k}} n_l(kr);$$

$$\bar{u}_2 = \frac{(-i)^{l+1}}{\sqrt{2\kappa}} [j_l(ikr) - in_l(ikr)] \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} e^{k\kappa r};$$

$$\bar{v}_2 = \frac{i^{l+1}}{\sqrt{2\kappa}} [j_l(ikr) + in_l(ikr)] \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{2\kappa}} e^{-k\kappa r}.$$

Фазові зсуви для дейтрона

Застосування МФФ для одноканального нуклон-нуклонного розсіяння [20] дає фазові зсуви для потенціалів Неймегенської групи (NijmI, NijmII, Nijm93 і Reid93), значення яких відрізняється не більше ніж

на 5-10 % від значень, отриманих при розв'язанні рівняння Шредінгера (1).

Якщо для зв'язаного стану нуклонів (дейтрона) провести розрахунки фазових зсувів згідно методу фазових функцій, то отримаємо результати, наведені на рис. 1-3. У рамках МФФ була вибрана параметризація Стаппа (11) з потенціалами:

$$U_{10} = \frac{2m}{\hbar^2} V_C; \quad U_{12} = \frac{2m}{\hbar^2} (V_C - 2V_T - 3V_{LS});$$

$$T_1 = \frac{2m}{\hbar^2} \sqrt{8} V_T. \quad (13)$$

Розрахунки проведено для потенціалів Reid93 [21] і Argonne(Av18) [22].

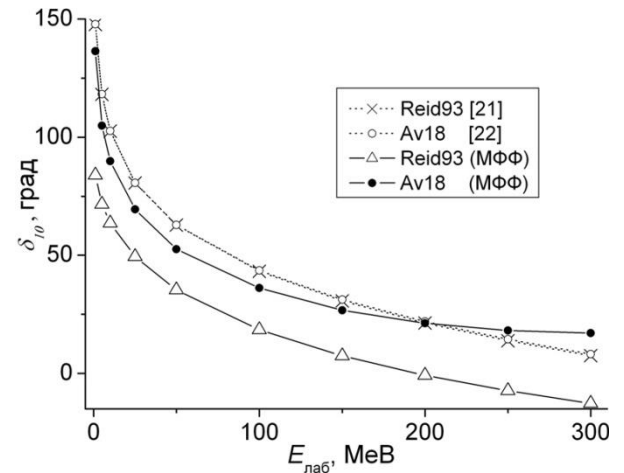


Рис. 1. Фазові зсуви 3S_1 - хвилі

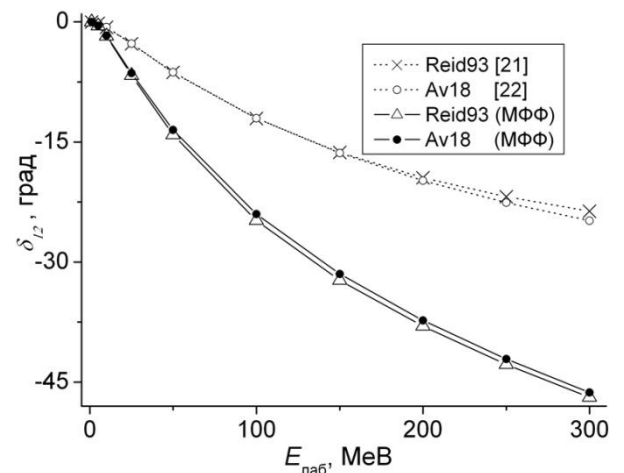


Рис. 2. Фазові зсуви 3D_1 - хвилі

Згідно (13) в потенціалі U_{12} не враховано квадратичну компоненту $V_{LL}(r)$ потенціалу нуклон-нуклонної взаємодії, тому це вплинуло на результат розрахунків

фазових зсувів і параметру змішування. Краще узгоджуються з даними робіт [21,22] отримані фази δ_{10} , ніж фази δ_{12} .

При значній зміні фаз розсіяння δ_{10} і δ_{12} , відбудеться і зміна повного перерізу

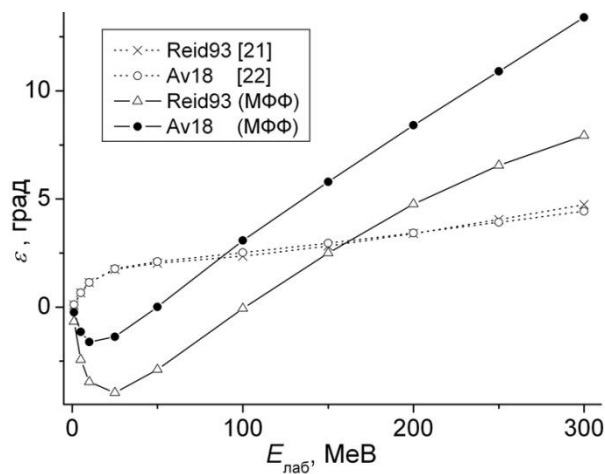


Рис. 3. Параметр змішування ε

розсіяння [1]:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l. \quad (14)$$

Якщо порівняти отримані результати з даними для кіральних потенціалів NLO, N²LO-I і N²LO-II [23], отриманих N/D-

методом [24], то можна зробити висновок, що в одній енергетичній області є певне узгодження фазових зсувів 3S_1 - і 3D_1 - хвиль і параметру змішування ε , а в інших - значне розходження в рази.

Висновки

Для знаходження фазових зсувів змішаних станів системи двох нуклонів в рамках методу фазових функцій можна використати параметризації Мак-Хейла-Телера, Блатта-Біденхарна, Стаппа чи Матвєєнка-Пономарьова-Файфмана. При чисельних розрахунках більш зручними і математично коректними є параметризації Стаппа і Матвєєнка-Пономарьова-Файфмана, оскільки вони не містять виразів, що перетворюються у нескінченність.

Чисельні розрахунки фазових зсувів і параметру змішування для дейтрона методом фазових функцій (параметризація Стаппа) і порівняння з результатами для інших методів показали, що існує розходження в певних енергетичних областях. Отримання фаз розсіяння залежить від вибору як фізичного методу, так і від методики чисельних розрахунків.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Баби́ков В.В. Метод фазових функцій в квантовій механіці. – М.: Наука, 1988. – 256 с.
2. Гайсак І., Жаба В. Про вузли хвильової функції дейтрона // Вісник Львів. ун-ту. Серія Фізика. – 2009. – № 44. – С. 8–15.
3. Баби́ков В.В. Метод фазових функцій в квантовій механіці // УФН. – 1967. – Т. 92, В. 1. – С. 3–26.
4. Morse P.M., Allis W.P. The Effect of Exchange on the Scattering of Slow Electrons from Atoms // Phys. Rev. – 1933. – Vol.44, Iss. 4. – P. 269–276.
5. Друкарев Г.Ф. Об определении фазы волновой функции при рассеянии частиц // ЖЭТФ. – 1949. – Т. 19, В. 3. – С. 247–255.
6. Bergmann O. // Acta Phys. Austriaca. – 1950. – Vol. 4. – P. 62.
7. Calogero F. A novel approach to elementary scattering theory // Nuovo Cimento. – 1963. – Vol. 27, Iss. 1. – P. 261–302.
8. Блатт Дж., Вайскопф В. Теоретическая ядерная физика. – М.: Атомиздат, 1954. – 659 с.
9. McHale J.L., Thaler R.M. // Phys. Rev. – 1955. – Vol. 98. – P. 273.
10. Blatt J.M., Biedenharn L.C. Neutron-Proton Scattering with Spin-Orbit Coupling. I. General Expressions // Phys. Rev. – 1952. – Vol. 86, Iss. 3. – P. 399–404.
11. Stapp H.P., Ypsilantis T.I., Metropolis N. Phase-Shift Analysis of 310-Mev Proton-Proton Scattering Experiments // Phys. Rev. – 1957. – Vol. 105, Iss. 1. – P. 302–310.

12. Матвеев А.В., Пономарев Л.И., Файфман М.П. Медленные столкновения в системе трех тел, взаимодействующих по закону Кулона. – Дубна, 1974. – 35 с. – (Препринт / ОИЯИ, Р4-8232).
13. Kynch G.J. The Two-Body Scattering Problem with Non-Central Forces I - Non-Relativistic // Proc. Phys. Soc. A. – 1952. – Vol. 65, Num. 2. – P. 83–93.
14. Бабилов В.В. // ЯФ. – 1965. – Т.1. – С. 369–379.
15. Cox J.R., Perlmutter A. A Method for the Determination of the S-Matrix for Scattering by a Tensor Potential // Nuovo Cimento. – 1965. – Vol. 37, Num. 1. – P. 76–87.
16. Калоджеро Ф. Метод фазовых функций в теории потенциального рассеяния. – Пер. с англ. Касимова Р.М. – М.: Мир, 1972. – 295 с.
17. Degasperis A. Generalization of the Phase Method to Multi-Channel Potential Scattering // Nuovo Cimento. – 1964. – Vol. 34, Num. 6. – P. 1667–1686.
18. Cox J.R. On the Computation of the Many-Channel S-Matrix // Nuovo Cimento. – 1965. – Vol. 37, Num. 2. – P. 474–491.
19. Breit G., Huli M.H., Lassila K.E., Pyatt K.D. Phase-Parameter Representation of Proton-Proton Scattering from 9.7 to 345 Mev // Phys. Rev. – 1960. – Vol. 120, Iss. 6. – P. 2227–2249.
20. Жабя В.І. Метод фазових функцій і NN-розсіяння // Тези доповідей XXIII щорічної наук. конференції ІЯД НАН України. – Київ. – 2015. – С. 41–42.
21. Stoks V.G.J., Klomp R.A.M., Terheggen C.P.F. et al. Construction of highquality NNpotential models // Phys. Rev. C. – 1994. – Vol.49, Iss. 6. – P. 2950–2962.
22. Wiringa R.B., Stoks V.G.J., Schiavilla R. Accurate nucleon-nucleon potential with charge-independence breaking // Phys. Rev. C. – 1995. – Vol. 51, Iss. 1. – P. 38–51.
23. Oller J.A. Nucleon-Nucleon scattering from dispersion relations: next-to-next-to-leading order study // e-printarXiv:nucl-th/1402.2449v1 (2014).
24. Albaladejo M., Oller J.A. Nucleon-Nucleon Interactions from Dispersion Relations: Coupled Partial Waves // Phys. Rev. C. – 2012. – Vol. 86. – P. 034005.

Стаття надійшла до редакції 10.08.2015

V.I. Zhaba

Uzhhorod National University, Voloshin Str., 54, Uzhhorod, 88000

THE PHASE-FUNCTION METHOD AND COUPLED CHANNELS NUCLEON-NUCLEON SCATTERING

Advantages and shortcomings of parametrization within a method of phase functions for finding of phase shifts of the mixed conditions of system of two nucleons are analyzed. According to Stapp's parametrization phase shifts of a deuteron are calculated. The received theoretical calculations from earlier published are compared.

Key words: phase shifts, deuteron, scattering, parametrization, channel.

В.И. Жаба

Ужгородский национальный университет, ул. Волошина, 54, Ужгород, 88000

МЕТОД ФАЗОВЫХ ФУНКЦИЙ И СВЯЗАННЫЕ КАНАЛЫ В НУКЛОН-НУКЛОННОМ РАССЕЙЯНИИ

Проанализированы преимущества и недостатки параметризаций в рамках метода фазовых функций для нахождения фазовых сдвигов смешанных состояний системы двух нуклонов. Согласно параметризации Стаппа рассчитаны фазовые сдвиги дейтрона. Сравниваются полученные теоретические расчеты из раньше опубликованными.

Ключевые слова: фазовый сдвиг, дейтрон, рассеяние, параметризация, канал.