

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

**НАУКОВИЙ ВІСНИК
УЖГОРОДСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ**

серія

МАТЕМАТИКА І ІНФОРМАТИКА

Випуск 26 № 2

Ужгород 2014

ББК 22.1+72.4 (4УКР)
У-33
УДК 51+001

Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. матем. і інформ. /
Редкол.: В.В. Маринець (гол. ред.) та інші. – Ужгород: Видавництво УжНУ
”Говерла”, 2014. – Вип. 26, № 2. – 217 с.

РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

Головний редактор — Маринець В.В., доктор фізико-математичних наук, професор.
Заст. головн. редактора — Король І.І., доктор фізико-математичних наук, професор.
Відповідальний секретар — Погоріляк О.О., кандидат фізико-математичних наук,
доцент.

Члени редакційної колегії:

Бабич М. Д., доктор фізико-математичних наук, професор;
Бовді А. А., доктор фізико-математичних наук, професор;
Бондаренко В.М., доктор фізико-математичних наук, професор;
Волошин О. Ф., доктор технічних наук, професор;
Гече Ф. Е., доктор технічних наук, професор;
Головач Й. Г., доктор технічних наук, професор;
Гусак Д. В., доктор фізико-математичних наук, професор;
Задирака В.К., член-кореспондент НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор;
Козаченко Ю. В., доктор фізико-математичних наук, професор;
Кузка О. І., кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Моца А. І., кандидат фізико-математичних наук, доцент;
Перестюк М. О., академік НАН України,
доктор фізико-математичних наук, професор;
Ронто А.М., доктор фізико-математичних наук, професор,
Ронто М.Й., доктор фізико-математичних наук, професор,
Шапочка І.В., кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Рекомендовано до друку Вченою радою Ужгородського національного
університету, протокол № 5-2013/2014 від 11.12.2014 р.

Свідectво про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації
Серія КВ №7972 від 9.10.2003 року, видане Державним комітетом телебачення
і радіомовлення України

Засновник і видавець – Державний вищий навчальний заклад «Ужгородський
національний університет».

Виходить два рази на рік.

Збірник наукових праць видається з 1994 року.

Адреса редакційної колегії: Україна, 88016 Ужгород, вул. Університетська, 14,
математичний факультет УжНУ. Тел. (факс): (0312) 642725.

© В.В. Маринець,
О.О. Погоріляк, упорядкування, 2014

© Ужгородський національний університет,
2014

ЗМІСТ

1. <i>Войтушенко Є. С.</i> Крайові задачі для диференціальних систем з прямокутними матрицями	5
2. <i>Гапак Т. С.</i> Квазіобернений функціональний інтерполяційний ланцюговий дріб	18
3. <i>Глебена М. І.</i> Обчислювальна стійкість інтерполяційного методу мажорантного типу розв'язування задачі Коші для систем звичайних диференціальних рівнянь.	25
4. <i>Журавлев В. Ф.</i> Слабонелинейные операторные уравнения в банаховых пространствах. I. Критический случай первого порядка	29
5. <i>Zadoianchuk N. V.</i> Optimal boundary control for degenerate parabolic free boundary problem	43
6. <i>Заціха Я. В.</i> Про g -повні напівгрупи малих порядків	54
7. <i>Капустей М. М., Слюсарчук П. В.</i> Оцінка близькості функцій розподілу сум випадкових величин в термінах псевдомоментів	58
8. <i>Кирилюк А. А.</i> Конечные подгруппы группы $GL(3, \mathbb{Z}_p)$	65
9. <i>Лісикевич В. А.</i> Про реберно-локальні деформації додатних квадратичних форм Тітса для примітивних несерійних частково впорядкованих множин	82
10. <i>Малоїд-Глебова М. О.</i> Класично-Гільбертові мультиплікаційні модулі та їх первинний спектр	91
11. <i>Марина І. В.</i> Рівняння теплопровідності з випадковими крайовими умовами з простору Орліча	98
12. <i>Маринець В. В., Маринець К. В., Питьовка О. Ю.</i> Про одну крайову задачу теорії ДРЧП гіперболічного типу в області із складною структурою краю	110
13. <i>Млавець Ю. Ю.</i> Умова "Н" для просторів Орліча експоненціального типу	118
14. <i>Нитребич З. М., Ільків В. С., Пукач П. Я.</i> Коректні багатоточкові задачі для факторизованих рівнянь із частинними похідними	123
15. <i>Пагіря М. М.</i> Розвинення функцій комплексної змінної в квазі-обернений ланцюговий дріб типу Тіле	131
16. <i>Перегуда Ю. М.</i> Про антиланцюги з 1-стабільними елементами	145
17. <i>Петечук В. М., Петечук Ю. В.</i> Гомоморфізми матричних груп над асоціативними кільцями. Часть I	152
18. <i>Петечук Ю. В.</i> Формули поліномів ділення круга над кільцями	172
19. <i>Попович Р. Б.</i> Елементи великого порядку в одній вежі скінченних полів	178
20. <i>Прохоренко М. В.</i> Умови існування періодичних розв'язків при імпульсному регулюванні температури стержня	184
21. <i>Синявська О. О.</i> Бакстерівська оцінка параметра коваріаційної функції одного негауссового випадкового процесу	190
22. <i>Трошкі Н. В.</i> Побудова моделей деяких дробових випадкових процесів	199
23. <i>Шапочка І. В.</i> Друга група когомологій четверної групи Клейна	208

CONTENTS

1. <i>I. S. Voitushenko.</i> Boundary value problems for differential systems with rectangular matrices	5
2. <i>T. S. Hapak.</i> Inverse function interpolation continued fractions	18
3. <i>M. I. Hlebena.</i> Numerical stability of interpolation method majorant type for solving the Cauchy problem for system of ordinary differential equation	25
4. <i>V. P. Zhuravlev.</i> Weak non-linear operator equations in Banach spaces: I. Critical case of the first order	29
5. <i>N. V. Zadoianchuk.</i> Optimal boundary control for degenerate parabolic free boundary problem	43
6. <i>Ya. V. Zaciha.</i> On g -complete semigroups of small orders.....	54
7. <i>M. M. Kapustey, P. V. Shyusarchuk.</i> Estimates of approximation of distribution functions of sums random variables in the term of pseudomoments	58
8. <i>A. A. Kyryl'uk.</i> On finite subgroups of the group $GL(3, \mathbb{Z}_p)$	65
9. <i>V. A. Lisykevych.</i> On edge-local deformations of positive quadratic Tits forms for primitive non-serial posets	82
10. <i>M. O. Maloid-Glebova.</i> Classical-Hilbert multiplication modules and their prime spectrum	91
11. <i>I. V. Maryna.</i> The heat equation with random boundary conditions from Orlicz spaces	98
12. <i>V. V. Marynets, K. V. Marynets, O. Y. Putjovka.</i> On the boundary-value problem of the theory of differential equations with partial derivatives of the hyperbolic type with difficult structure of the domain	110
13. <i>Yu. Yu. Mlavets.</i> Condition “ H ” for Orlicz spaces of exponential type	118
14. <i>Z. M. Nytrebych, V. S. Ilkiv, P. Ya. Pukach.</i> Well-posed multipoint problems for factorized partial differential equation	123
15. <i>M. M. Pahirya.</i> Expansion of functions of complex variable in quasi-inverse Thiele type continued fraction	131
16. <i>Yu. M. Pereguda.</i> On antichains with 1-stable elements.....	145
17. <i>V. M. Petechuk, Yu. V. Petechuk.</i> Homomorphism of matrix groups above associative rings. Part I	152
18. <i>Yu. V. Petechuk</i> The formulas of polynomials of the division of the circle above the rings.....	172
19. <i>R. B. Popovych.</i> Elements of high order in one tower of finite fields.....	178
20. <i>M. V. Prokhorenko.</i> Conditions the existence of periodic solutions for pulse control temperature of the rod.....	184
21. <i>O. O. Synyavska.</i> A Baxter type estimator of the parameter covariance function of the non-Gaussian stochastic processes.....	190
22. <i>N. V. Troshki.</i> Construction of models of some shot noise processes.....	199
23. <i>I. V. Shapochka</i> Second cohomology group of Klein four-group.....	208

УДК 519.21

Ю. Ю. Млавець (Ужгородський національний університет)

**УМОВА “Н” ДЛЯ ПРОСТОРІВ ОРЛІЧА
ЕКСПОНЕНЦІАЛЬНОГО ТИПУ**

The conditions under which for Orlicz spaces of exponential type the condition **H** is carried out are found.

Знаходяться умови при яких для просторів Орліча експоненціального типу виконується умова **H**.

Вступ. Ю. В. Козаченко та Є. І. Островський в роботі [1] ввели поняття банахових просторів типу субгауссових, а саме просторів $Sub_\varphi(\Omega)$ випадкових величин та процесів, які є узагальненнями просторів субгауссових випадкових величин [2]. Простори φ -субгауссових випадкових величин – це простори центрованих випадкових величин із певним ростом експоненціальних моментів. Властивості таких просторів, оцінки та умови збіжності сум незалежних випадкових величин із цих просторів, коли процес визначений на просторі з псевдометрикою, породженою цим процесом, розглянуті в монографії В. В. Булдігіна та Ю. В. Козаченка [3]. Властивості φ -субгауссових просторів вивчалися також у роботі А. Р. Джуліано, Ю. В. Козаченка та Т. Нікітіної [4].

Ширшим класом випадкових величин, ніж гауссові, є φ -субгауссові та передгауссові випадкові величини з просторів Орліча. У монографії В. В. Булдігіна та Ю. В. Козаченка [3] викладена теорія просторів Орліча випадкових величин та теорія випадкових процесів з просторів Орліча випадкових величин. Простори Орліча експоненціального типу досліджувалися при розв’язанні різних задач теорії випадкових процесів, зокрема в роботі Є. І. Островського [5].

В даній роботі знаходяться умови при яких для просторів Орліча експоненціального типу виконується умова **H**.

Означення 1 (див. [3]). *Неперервна парна опукла функція $U = \{U(x), x \in \mathbb{R}\}$ називається C -функцією, якщо $U(x)$ монотонно зростає при $x > 0$ і $U(0) = 0$.*

Означення 2 (див. [3]). *Нехай U – довільна C -функція. Простором Орліча випадкових величин $L_U(\Omega)$ називається сім’я випадкових величин, якщо для кожної $\xi \in L_U(\Omega)$ існує така константа $r_\xi > 0$, що*

$$EU\left(\frac{\xi}{r_\xi}\right) < \infty.$$

Простір Орліча – це простір Банаха з нормою

$$\|\xi\|_U = \inf\left\{r > 0 : EU\left(\frac{\xi}{r}\right) \leq 1\right\},$$

яка називається нормою Люксембурга.

Означення 3 (див. [3]). *Скажемо, що C -функція U задовольняє g -умову, якщо існують константи $z_0 \geq 0$, $K > 0$ і $A > 0$ такі, що при $x \geq z_0$, $y \geq z_0$ має місце нерівність:*

$$U(x)U(y) \leq AU(Kxy).$$

Означення 4 (див. [3]). *C-функція Орліча* $U = \{U(x), x \in \mathbb{R}\}$ називається *N-функцією Орліча (N-функція)*, якщо виконуються такі умови:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{U(x)}{x} = 0; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{U(x)}{x} = \infty.$$

Означення 5 (див. [3]). *Нехай* $\varphi = \{\varphi(x), x \in \mathbb{R}\}$ – *N-функція*. *Функція* φ^* , *яка визначається умовою*

$$\varphi^*(x) = \sup_{y \in \mathbb{R}} (xy - \varphi(y))$$

називається перетворенням Юнга-Фенхеля відносно φ .

Означення 6 (див. [6]). *Для простору Орліча* $L_U(\Omega)$ *виконується умова Н*, *якщо для будь-яких центрованих незалежних випадкових величин* $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ *із простору* $L_U(\Omega)$ *має місце нерівність:*

$$\left\| \sum_{k=1}^n \xi_k \right\|_U^2 \leq C_U \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_U^2,$$

де C_U – деяка абсолютна константа.

Приклади просторів Орліча, для яких виконується умова **Н** [6]:

- простори $L_p(\Omega), p \geq 2$, де $C_U = C_p = \sqrt{2} (\Gamma(p+1)/2\sqrt{\pi})^{1/p}$;
- простори $L_U(\Omega)$, де $U(x)$ такі *C-функції*, що існують $p > q \geq 2$, для яких $U(\sqrt[q]{x})$ – опукла, а $U(\sqrt[p]{x})$ – увігнута і $C_U = 2B_p$, де $B_p = 2k^{\frac{1}{2}}$, а $2k$ – найменше парне число, не менше, ніж p ;
- простори Орліча породжені *C-функцією* $U(x) = \exp\{|x|^\alpha\} - 1$, де $1 \leq \alpha \leq 2$. При $\alpha \geq 2$ для цих просторів умова **Н** не виконується.

Означення 7 (див. [3]). *Нехай* ψ – *довільна N-функція*. *Простір Орліча породжений N-функцією*

$$U(x) = \exp\{\psi(x)\} - 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

називається простором Орліча експоненціального типу.

Позначимо цей простір $Exp_\psi(\Omega)$, а норму $\|\cdot\|_{U(\psi)}$.

Означення 8 (див. [4]). *Скажемо, що для N-функції* ψ *виконується умова* Q , *якщо*

$$\liminf_{x \rightarrow 0} \frac{\psi(x)}{x^2} = C > 0,$$

де C може дорівнювати $+\infty$.

Прикладами *N-функції*, для яких виконується умова Q , є такі:

- 1) $\psi(x) = C|x|^\alpha$, $C > 0$, $1 < \alpha \leq 2$;

$$2) \psi(x) = \begin{cases} C|x|^2, & |x| \leq 1, \\ C|x|^\alpha, & |x| > 1, \alpha > 2. \end{cases}$$

Означення 9 (див. [4]). Нехай φ – N -функція, для якої виконується умова Q . Випадкова величина ξ належить простору $Sub_\varphi(\Omega)$ (φ -субгауссова), якщо $E\xi = 0$, $E \exp\{\lambda\xi\}$ існує для всіх $\lambda \in \mathbb{R}$ та існує константа $a > 0$ така, що для всіх $\lambda \in \mathbb{R}$ виконується наступна нерівність:

$$E \exp\{\lambda\xi\} \leq \exp\{\varphi(\lambda a)\}.$$

У роботах [1, 4] доведено, що простір $Sub_\varphi(\Omega)$ є простором Банаха відносно норми

$$\tau_\varphi(\xi) = \inf\{a \geq 0 : E \exp \lambda\xi \leq \exp\{\varphi(\lambda a)\}, \lambda \in \mathbb{R}\}.$$

Нехай $L_U(\Omega)$ – простір Орліча експоненціального типу, породжений N -функцією $U(x) = \exp\{\psi(x)\} - 1$, де $\psi(x)$ така N -функція, що для N -функції $\psi^*(x)$ виконується умова Q .

Приклад 1. Якщо $\psi(x) = C|x|^\alpha$, $\alpha \geq 2$, тоді $\psi^*(x) = C_\beta|x|^\beta$, де $C_\beta = \frac{\alpha-1}{\alpha} \left(\frac{1}{C\alpha}\right)^{\frac{1}{\alpha-1}}$, $\beta > 1$ таке число, що $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$. Причому, коли $C = \frac{1}{\alpha}$, тоді $C_\beta = \frac{1}{\beta}$.

Розглянемо простір Орліча експоненціального типу $L_U(\Omega)$, де $U(x) = \exp\{\psi(x)\} - 1$, такий що для $\psi^*(x)$ виконується умова Q , а також простір $Sub_{\psi^*}(\Omega)$.

Теорема 1 (див. [4]). Для того, щоб випадкова величина ξ , $E\xi = 0$, належала простору $Exp_\psi(\Omega)$, необхідно й достатньо, щоб ξ належала простору $Sub_{\psi^*}(\Omega)$, причому норми $\|\xi\|_{U(\psi)}$ та $\tau_{\psi^*}(\xi)$ еквівалентні, тобто справджуються нерівності

$$\begin{aligned} \|\xi\|_{U(\psi)} &\leq 3\tau_{\psi^*}(\xi), \\ \tau_{\psi^*}(\xi) &\leq R_\psi \|\xi\|_{U(\psi)}, \end{aligned}$$

де $R_\psi = S_{\psi^*} e^{\frac{49}{48}}$, $S_{\psi^*} = \max_{i=1,3} \gamma_i^{-1}$, а $\gamma_i = \gamma_i(\lambda_0)$ визначаються у такий спосіб: γ_1 – корінь рівняння $\gamma = \lambda_0 \sqrt{c_0(1-\gamma)}$, де $\lambda_0 > 0$, $c_0 = \inf_{0 < |\lambda| \leq \lambda_0} \frac{\psi^*(\lambda)}{\lambda^2}$, γ_2 – корінь рівняння $\gamma^3 - 2(1-\gamma) = 0$, γ_3 – корінь рівняння $\gamma = \psi^{*(-1)}(2) \sqrt{c_0(1-\gamma)}$.

Приклад 2. Якщо функція $\psi^*(x) = \frac{|x|^\beta}{\beta}$, де $1 < \beta \leq 2$, тоді з теореми 1 маємо, що $c_0 = \frac{1}{\beta} |\lambda_0|^{\beta-2}$ і $\gamma_1 = \lambda_0^{\frac{\beta}{2}} \frac{1}{\sqrt{\beta}} \sqrt{1-\gamma}$, $\gamma_2 = 0,770917$, $\gamma_3 = 2^{\frac{1}{\beta}} \beta^{\frac{1}{\beta}-\frac{1}{2}} \lambda_0^{\frac{\beta}{2}-1} \sqrt{1-\gamma}$. Вибіримо λ_0 таке, щоб $\gamma_1 > \gamma_2$ і $\gamma_3 > \gamma_2$, тоді $S_{\psi^*} = \frac{1}{\gamma_2} = 1,2972$.

Теорема 2 (див. [4]). Нехай простір $Sub_{\psi^*}(\Omega)$ такий, що функція $\psi^*(\sqrt{x})$, $x > 0$ опукла і $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ – незалежні центровані випадкові величини з простору $Sub_{\psi^*}(\Omega)$, тоді має місце нерівність:

$$\tau_{\psi^*}^2\left(\sum_{k=1}^n \xi_k\right) \leq \sum_{k=1}^n \tau_{\psi^*}^2(\xi_k).$$

З теорем 1-2 випливає, що має місце така теорема.

Теорема 3. Нехай $Exp_\psi(\Omega)$ такий простір, що функція $\psi^*(\sqrt{x})$, $x > 0$, опукла і $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ – незалежні центровані випадкові величини з цього простору. Тоді справджується нерівність

$$\left\| \sum_{k=1}^n \xi_k \right\|_{U(\psi)}^2 \leq 9R_\psi^2 \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_{U(\psi)}^2,$$

тобто для цього простору виконується умова **H** з константою $9R_\psi^2$, де R_ψ визначена в теоремі 1.

Доведення. Згідно теорем 1 і 2 маємо, що

$$\left\| \sum_{k=1}^n \xi_k \right\|_{U(\psi)}^2 \leq 9\tau_{\psi^*}^2 \left(\sum_{k=1}^n \xi_k \right) \leq 9 \sum_{k=1}^n \tau_{\psi^*}^2(\xi_k) \leq 9R_\psi^2 \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_{U(\psi)}^2.$$

Таким чином, твердження теореми доведено.

Теорема 3 має місце для просторів Орліча $Exp_\psi(\Omega)$, коли

$$\psi^*(x) = \begin{cases} \frac{|x|^2}{\alpha}, & |x| \leq 1; \\ \frac{|x|^\alpha}{\alpha}, & |x| > 1, \alpha > 2, \end{cases} \quad (1)$$

оскільки

$$\psi(x) = \begin{cases} \frac{\beta|x|^2}{4(\beta-1)}, & x \leq 2 \left(1 - \frac{1}{\beta}\right); \\ |x| - \left(1 - \frac{1}{\beta}\right), & 2 \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) < x < 1; \\ \frac{|x|^\beta}{\beta}, & x \geq 1, \end{cases} \quad (2)$$

де $\beta > 1$ таке число, що $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 1$.

Зауважимо, що при $\alpha \geq 2$ маємо $1 < \beta \leq 2$.

Означення 10 (див. [3]). Нехай $f_1 = (f_1(x), x \in \mathbf{R})$ і $f_2 = (f_2(x), x \in \mathbf{R})$ парні дійсні функції. Будемо говорити, що f_1 підпорядкована f_2 ($f_1 \prec f_2$), якщо існують сталі $x_0 \geq 0$ і $k > 0$, такі, що для всіх $x \geq x_0$

$$f_1(x) \leq f_2(kx).$$

Означення 11 (див. [3]). Нехай $f_1 = (f_1(x), x \in \mathbf{R})$ і $f_2 = (f_2(x), x \in \mathbf{R})$ парні дійсні функції. Якщо $f_1 \prec f_2$ і $f_2 \prec f_1$, тоді будемо говорити, що функції f_1 і f_2 еквівалентні ($f_1 \sim f_2$).

Теорема 4. Нехай $Exp_{\tilde{\psi}}(\Omega)$ такий простір, де $\tilde{\psi}(x) = C|x|^\beta$, $1 < \beta \leq 2$ і $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$ – незалежні центровані випадкові величини з цього простору. Тоді справджується нерівність

$$\left\| \sum_{k=1}^n \xi_k \right\|_{U(\psi)}^2 \leq 9R_\psi^2 \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}}\right)^4 \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_{U(\psi)}^2,$$

тобто для цього простору виконується умова **H** з константою $9R_\psi^2 \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}}\right)^4$, де R_ψ визначена в теоремі 1.

Доведення. Очевидно, що функція $\tilde{\psi}(x) = C|x|^\beta$ еквівалентна функції (2). Отже, простори $Exp_\psi(\Omega)$ та $Exp_{\tilde{\psi}}(\Omega)$ містять одні й ті ж елементи і їх норми – еквівалентні. Дійсно, нехай ξ належить простору $Exp_{\tilde{\psi}}(\Omega)$. Для простоти покладемо $C = \frac{1}{\beta}$, тобто $\tilde{\psi}(x) = \frac{|x|^\beta}{\beta}$. Отже, $\tilde{\psi}(x) = \psi(x)$ при $|x| \geq 1$. При $r > 0$ маємо

$$\begin{aligned} E \exp \left\{ \psi \left(\frac{|\xi|}{r} \right) \right\} - 1 &= E \mathbb{I} \left\{ \frac{|\xi|}{r} \leq 1 \right\} \exp \left\{ \psi \left(\frac{|\xi|}{r} \right) \right\} + \\ &+ E \mathbb{I} \left\{ \frac{|\xi|}{r} > 1 \right\} \exp \left\{ \psi \left(\frac{|\xi|}{r} \right) \right\} - 1 \leq \exp \{ \psi(1) \} + \\ &+ E \mathbb{I} \left\{ \frac{|\xi|}{r} > 1 \right\} \exp \left\{ \tilde{\psi} \left(\frac{|\xi|}{r} \right) \right\} - 1 \leq e^{\frac{1}{\beta}} + E \exp \left\{ \tilde{\psi} \left(\frac{|\xi|}{r} \right) \right\} - 1. \end{aligned}$$

Якщо покласти $r = \|\xi\|_{U(\tilde{\psi})}$, тоді отримаємо, що $E \exp \left\{ \psi \left(\frac{|\xi|}{\|\xi\|_{U(\tilde{\psi})}} \right) \right\} - 1 \leq e^{\frac{1}{\beta}} + 1$.

Отже, $\|\xi\|_{U(\psi)} \leq \|\xi\|_{U(\tilde{\psi})} \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}} \right)$.

Аналогічно дістанемо, що

$$\|\xi\|_{U(\tilde{\psi})} \leq \|\xi\|_{U(\psi)} \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}} \right).$$

З теореми 3 випливає, що

$$\begin{aligned} \left\| \sum_{k=1}^n \xi_k \right\|_{U(\tilde{\psi})}^2 &\leq \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}} \right)^2 \left\| \sum_{k=1}^n \xi_k \right\|_{U(\psi)}^2 \leq \\ &\leq 9R_\psi^2 \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}} \right)^2 \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_{U(\psi)}^2 \leq 9R_\psi^2 \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}} \right)^4 \sum_{k=1}^n \|\xi_k\|_{U(\tilde{\psi})}^2. \end{aligned}$$

Тобто, для простору $Exp_{\tilde{\psi}}(\Omega)$ виконується умова **H** з константою $C_{\tilde{\psi}} = 9R_\psi^2 \left(1 + e^{\frac{1}{\beta}} \right)^4$.

Висновки. В роботі на основі властивостей просторів Орліча експоненціального типу знайдені достатні умови за яких для цих просторів виконується умова **H**. Ці результати можна використати для підрахунку методом Монте-Карло кратних інтегралів із заданою точністю і надійністю.

1. Козаченко Ю. В., Островский Е. И. Банаховы пространства случайных величин типа субгауссовских // Теория вероятн. и матем. статист. – 1985. – Т. 32. – С. 42–53.
2. Kahane J. P. Propriétés locales des fonctions à series de Fourier aléatoires // Studia Math. – 1960. – Vol. 19, no. 1. – P. 1–25.
3. V. V. Buldygin and Yu. V. Kozachenko Metric Characterization of Random Variables and Random Processes, AMS, Providence, RI, 2000.
4. R. Giuliani Antonini, Yu. V. Kozachenko, T. Nikitina Spaces of φ -subgaussian random variables // Rendiconti Accademia Nazionale delle Scienze detta dei XL, Memorie di Matematica e Applicazioni. – 2003. – no. 121. – P. 95–124.
5. Островский Е. И. Обобщение нормы Булдыгина-Козаченко и центральная предельная теорема в банаховых пространствах // Теория вероятн. и ее применен. – 1982. – Т. 27, № 3. – С. 618–623.
6. Yu. V. Kozachenko and Yu. Yu. Mlavets Probability of large deviations of sums of random processes from Orlicz space // Monte Carlo Methods Appl. – 2011. – Vol. 17. – P. 155–168.

Одержано 14.10.2014