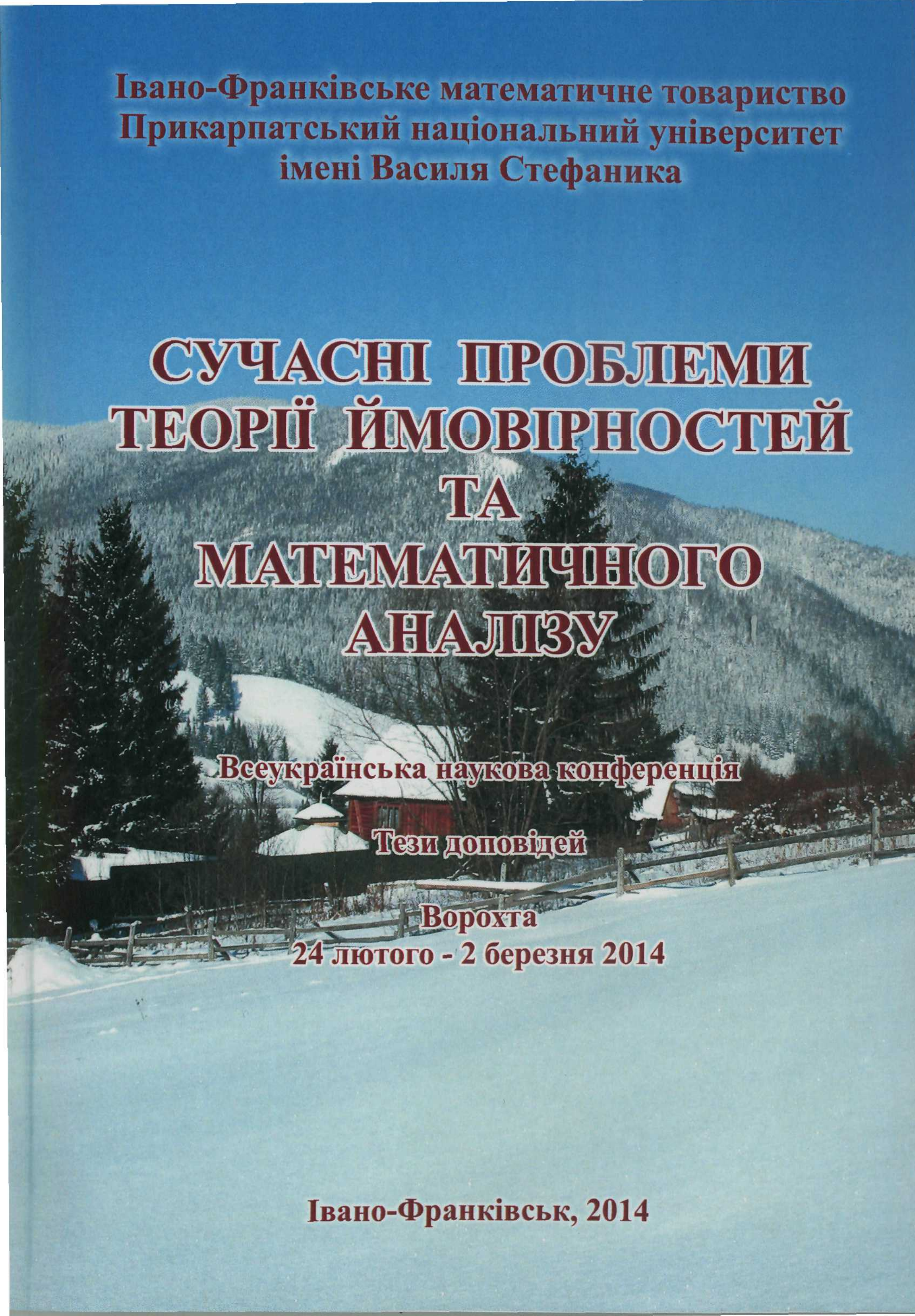

Івано-Франківське математичне товариство
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Всеукраїнська наукова конференція

Тези доповідей

Ворохта
24 лютого - 2 березня 2014

Івано-Франківськ, 2014

Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу: Всеукраїнська наукова конференція, тези доповідей. Ворохта, 24 лютого – 2 березня 2014 р. – Івано-Франківськ: Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, 2014. – 94 с.

У збірнику представлено стислий виклад доповідей і повідомлень, поданих на Всеукраїнську наукову конференцію "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу". Тези доповідей і повідомлень подані в авторському варіанті.

Частина I

ПЛЕНАРНІ ЛЕКЦІЇ

Узагальнено опуклі множини в дійсних і комплексних евклідових просторах

Зелінський Ю. Б.

Інститут математики НАН України

Лекції в основному присвячені дослідженню лінійно опуклих та сильно лінійно опуклих множин в багатовимірному комплексному просторі. Буде розглянуто зв'язок цих множин з питаннями теорії ймовірностей та інтегральної геометрії. Буде показано, які нові погляди на питання дійсного опуклого аналізу виникають на основі узагальнено опуклих множин в комплексних просторах.

1. Приклади узагальнено опуклих множин.
2. Спряжені множини та теореми двоїстості.
3. Зв'язок узагальнено опуклих множин з задачами теорії ймовірностей.
4. Структура сильно лінійно опуклих множин. Паралелі та відмінності з дійсним випадком.
5. Локальна та глобальна узагальнена опуклість.
6. Задача топологічної класифікації узагальнено опуклих множин з гладкою межею в комплексному та дійсному випадках.
7. Топологічні властивості лінійно опуклих множин. Оцінки груп когомологій таких множин та їх об'єднань.
8. Системи лінійних включень.
9. Узагальнена опуклість вищого порядку (порядок опуклості).
10. Відкриті проблеми.

[1] Ю.Б. Зелинский. *Многозначные отображения в анализе* - Киев. Наук. думка, 1993. - 264с.

[2] Ю.Б. Зелинский. *Выпуклость. Избранные главы* // Праці Інституту математики НАН України.- т. 92.– - Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2012. - 280с.

[1] *Вентцель А.Д.* О граничных условиях для многомерных диффузионных процессов // Теория вероятн. и ее применения. 1959. – 4, №2. – С. 172–185.

Каплінгові метрики для мір Леві та їх застосування

Косенкова Тетяна Ігорівна

Київський Національний Університет імені Т. Шевченка

tanya.kosenkova@gmail.com

В доповіді вводиться поняття каплінгових метрик між мірами Леві. В термінах цих метрик наведена оцінка відстані Васерштейна-Канторовича-Рубінштейна між розв'язками стохастичних диференціальних рівнянь з шумом Леві. Цей результат дозволяє отримувати оцінки швидкості збіжності в граничних теоремах та тести узгодженості ("goodness-of-fit"tests) в моделях з шумами Леві.

Використано результат роботи [1].

[1] *Kosenkova T.* Coupling distances between Lévy measures and applications to noise sensitivity of SDE / Jan Gairing, Michael Högele, Tetiana Kosenkova, Alexei Kulik // Stochastics and Dynamics (submitted)

Простори Банаха з моментними нормами $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$

Козаченко Юрій Васильович

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

ykoz@ukr.net

Млавець Юрій Юрійович

ДВНЗ "Ужгородський національний університет"

yura-mlavec@ukr.net

Означення 1 [1] Нехай $\psi(u) > 0$, $u \geq 1$ – монотонно зростаюча неперервна функція, така що $\psi(u) \to \infty$ при $u \to \infty$. Випадкова величина ξ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, якщо виконується умова

$$\sup_{u\geq 1} \frac{(E|\xi|^u)^{1/u}}{\psi(u)} < \infty.$$

Доведено [2], що $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ є простором Банаха з нормою $\|\xi\|_\psi = \sup_{u\geq 1} \frac{(E|\xi|^u)^{1/u}}{\psi(u)}$.

Теорема 2 *Нехай випадкова величина ξ належить простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, тоді для будь-якого $\varepsilon > 0$ виконується нерівність:*

$$P\{|\xi| > \varepsilon\} \leq \inf_{u\geq 1} \frac{\|\xi\|_\psi^u (\psi(u))^u}{\varepsilon^u}.$$

Означення 3 [1] Додатно неспадна числова послідовність $(\varkappa(n), n \geq 1)$ називається M-характеристикою (мажоруючою характеристикою) простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, якщо для будь-яких випадкових величин ξ_i, $i = 1, 2, \dots, n$ із цього простору виконується нерівність $\left\|\max_{1\leq i\leq n} |\xi_i|\right\|_\psi \leq \varkappa(n) \max_{1\leq i\leq n} \|\xi_i\|_\psi$.

Теорема 4 *Послідовність $\varkappa(n) = \sup_{u\geq 1} \inf_{v>0} n^{\frac{1}{u+v}} \frac{\psi(u+v)}{\psi(u)}$ є мажоруючою характеристикою простору $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$.*

Простори $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ можуть бути використані для знаходження оцінок наближення при підрахунку інтегралів методом Монте-Карло.

[1] *Козаченко Ю. В., Млавець Ю. Ю.* Простори Банаха випадкових величин $\mathbf{F}_{\psi}(\Omega)$ // Теорія ймовірностей та математична статистика. – 2012. – Вип. 86. – С. 92-107.

[2] *С.В. Ермаков, Е.И. Островский* Условия непрерывности, экспоненциальные оценки и центральная предельная теорема для случайных полей // Деп. в ВИНИТИ. – 1986. – № 3752-В.86.0. – С. 42.

Марковські процеси прийняття рішень з переоцінкою у випадковому середовищі

Єлейко Я. І.

Львівський національний університет імені Івана Франка

Лебедєв О. А.

Львівський національний університет імені Івана Франка

alex-lebedev@hotmail.com

У роботі розглянуто марковські процеси прийняття рішень задані у випадковому середовищі. Пораховано середній прибуток, ризик та міру ризику у випадку задання марковського процесу у випадковому середовищі з дискретним та неперервним часом та відомим початковим станом. Дані процеси прийняття рішень докладно розглядаються у роботі [2]. Новизна роботи полягає саме у розгляді їх у випадковому середовищі. Отже розглянемо марковський процес прийняття рішень з переоцінкою. У кожному фіксованому стані середовища задано керування, набір стратегій та політик, коефіцієнт переоцінки та вектор-стовпець сумарних середніх прибутків [2]:

$$V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}) = \sum_{n=0}^{\infty} \beta_{A_i}^{n} P_n^{A_i}(\pi^{A_i}) r(f_{n+1}^{A_i}), \tag{1}$$

де $A_1, A_2, ..., A_m$ – це зовнішні випадкові фактори, $P(A_i) = p_i$, $p_i \geq 0$, $\sum_{i=1}^{m} p_i = 1$.

Тоді у випадковому середовищі з дискретним часом середній прибуток буде мати наступний вигляд:

$$\sum_{i=1}^{m} p_i V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}). \tag{2}$$

Ризик визначаємо, як середньоквадратичне відхилення:

$$\sum_{i=1}^{m} p_i (V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}))^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} p_i V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i})\right)^2. \tag{3}$$

Тоді величина ризику матиме наступний вигляд:

$$\sqrt{\sum_{i=1}^{m} p_i (V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}))^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} p_i V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i})\right)^2}. \tag{4}$$

Мірою ризику вважаємо:

$$\frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} p_i (V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}))^2 - \left(\sum_{i=1}^{m} p_i V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i})\right)^2}}{V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}}. \tag{5}$$

У випадковому середовищі з дискретним часом середній прибуток буде мати наступний вигляд:

$$\sum_{i=1}^{m} p_i(t) V_{\beta}^{A_i}(\pi^{A_i}). \tag{6}$$

Аналогічно можна розрахувати величину ризику та його міру.

Висновки: У даній роботі досліджувався N-вимірний вектор сумарних середніх прибутків, який у кожному стані середовища має свою відповідну матрицю перехідних ймовірностей, вектор прибутків, коефіцієнт переоцінки та стратегію. Було розглянуто марковські процеси прийняття рішень у випадковому середовищі з дискретним та неперервним часом, коли початковий стан системи був відомим. Для цих випадків знайдено середній прибуток, ризик та міру ризику.

[1] *Гихман И.И.*Теория случайных процессов, т.II./И.И.Гихман, А.В.Скороход // Изд-во "Наука"Главная редакция физико-математической литературы, 1973г. – 641с.

[2] *Майн Х* Марковские процессы принятия решений /Х.Майн, С.Осаки //Главная редакция физико-математической литературы издательства "Наука".–1977.–176с.