

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
ДВНЗ «УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
Математичний факультет
Кафедра кібернетики і прикладної математики

МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ

Робоча програма курсу та комплексна контрольна робота

УЖГОРОД – 2013

Математика для економістів: робоча програма курсу та комплексна контрольна робота для студентів економічних спеціальностей інституту післядипломної освіти та доуніверситетської підготовки УжНУ / Розробник: М.М. Повідайчик. – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2013. – 48 с.

У методичній розробці до курсу «Математика для економістів» приведено робочу програму, завдання та приклади їх розв’язання комплексної контрольної роботи. Розглянуті завдання можуть бути використані студентами для самопідготовки до написання письмових контрольних робіт.

Розробник: Повідайчик М.М., к.е.н., доцент кафедри кібернетики і прикладної математики математичного факультету УжНУ

Рецензенти:

- Ніколенко В.В., к.ф.-м.н., доцент кафедри кібернетики і прикладної математики математичного факультету УжНУ;
- Баранник В.Ф., к.ф.-м.н., доцент кафедри алгебри математичного факультету УжНУ

Рекомендовано кафедрою кібернетики і прикладної математики.

Протокол № 3 від 30 листопада 2012 року.

Рекомендовано Вченою радою математичного факультету.

Протокол №4 від 24 грудня 2012 року.

ЗМІСТ

I. Робоча програма навчальної дисципліни «Математика для економістів»	4
1.1. Опис навчальної дисципліни	4
1.2. Мета та завдання навчальної дисципліни	5
1.3. Програма навчальної дисципліни	6
1.4. Структура навчальної дисципліни	7
1.5. Теми практичних занять	8
1.6. Самостійна робота	8
1.7. Розподіл балів, що присвоюється студентам	9
1.8. Критерій оцінювання з дисципліни	10
II. Завдання комплексної контрольної роботи	11
III. Приклади розв'язування завдань комплексної контрольної роботи	41
IV. Відповіді до тестових завдань комплексної контрольної роботи	47
V. Система оцінювання завдань комплексної контрольної роботи	47
VI. Рекомендована література	48

**I. РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«МАТЕМАТИКА ДЛЯ ЕКОНОМІСТІВ»**

1.1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	
Галузь знань	0305 “Економіка та підприємництво”
Напрямок підготовки	7.030509 “Облік і аудит”, 7.030508 “Фінанси і кредит”, 7.030508 “Банківська справа”, 7.030504 “Економіка підприємства”
Спеціальність	7.03050901 “Облік і аудит”, 7.03050801 “Фінанси і кредит”, 7.03050802 “Банківська справа”, 7.03050401 “Економіка підприємства”
Освітньо-кваліфікаційний рівень	спеціаліст

Основні показники	
Кількість кредитів	12
Модулів	1
Змістових модулів	2
Загальна кількість годин	432
Тижневих годин для денної форми навчання	–
Аудиторних годин	20
Годин самостійної роботи студента	412

Характеристика навчальної дисципліни		
Форма навчання		заочно-екстернатна
Статус дисципліни		нормативна
Рік підготовки		1
Семестр		1
Лекції		10
Практичні, семінарські		10
Лабораторні		–
Самостійна робота		412
Вид контролю		екзамен

1.2. МЕТА ТА ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«Математика для економістів» є нормативною дисципліною для студентів економічних спеціальностей інституту післядипломної освіти та доуніверситетської підготовки, що читається у 1 семестрі у обсязі 12 кредитів, в тому числі 20 аудиторних годин (10 лекційних та 10 практичних год.) та 412 годин самостійної роботи.

Мета вивчення дисципліни «Математика для економістів» – формування у майбутніх спеціалістів базових математичних знань для розв'язування задач у професійній діяльності, розвиток аналітичного мислення та навичок моделювання соціально-економічних задач.

Завдання дисципліни «Математика для економістів» полягають у формуванні у студентів знань з основних розділів вищої математики та лінійного програмування; вивчення означень, теорем, правил; доведення основних теорем; формування умінь самостійного опрацювання математичної літератури; розвиток логічного і алгоритмічного мислення.

В результаті вивчення даного курсу студент повинен

- **знати:** основні означення, властивості та теореми по розглянутим розділам вищої математики та лінійного програмування;
- **вміти:** будувати математичні моделі економічних задач та розв'язувати їх методами вищої математики та лінійного програмування.

1.3. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Основи вищої математики.

Тема 1. Матриці. Дії над матрицями. (1 год.)

Матриця. Вектор-стовпець. Транспонована матриця. Квадратна матриця. Одинична матриця. Добуток матриці на число. Сума та різниця двох матриць. Добуток двох матриць. Властивості операцій над матрицями.

Тема 2. Визначники. Обернені матриці. (1 год.)

Визначник. Властивості визначника. Формули визначників 2-го та 3-го порядків. Алгебраїчне доповнення. Обернена матриця. Теорема про існування оберненої матриці. Розв'язування матричних рівнянь.

Тема 3. Системи лінійних рівнянь. (1 год.)

Система лінійних рівнянь. Головна та розширена матриця системи. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера, матричним методом, методом Гауса.

Тема 4. Елементи векторної алгебри. (2 год.)

Поняття вектора. Проекції вектора. Лінійні операції над векторами. Скалярний добуток векторів. Векторний добуток векторів. Мішаний добуток векторів.

Тема 5. Елементи аналітичної геометрії на площині. (1 год.)

Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Неповне рівняння прямої. Рівняння прямої «у відрізках». Нормальне рівняння прямої. Рівняння пучка прямих.

Тема 6. Елементи аналітичної геометрії у просторі. (1 год.)

Загальне рівняння площини. Неповне рівняння площини. Рівняння площини «у відрізках». Нормальне рівняння площини. Загальне, канонічне, параметричне рівняння прямої у просторі.

Змістовий модуль 2. Основи лінійного програмування.

Тема 7. Задача лінійного програмування. (1 год.)

Загальна задача лінійного програмування. Геометрична інтерпретація задачі лінійного програмування.

Тема 8. Методи розв'язування задачі лінійного програмування. (1 год.)

Симплексний метод розв'язування задачі ЛП. Метод «штучного базису».

Тема 9. Транспортна задача лінійного програмування (1 год.)

Транспортна задача. Метод потенціалів.

Тема 10. Спеціальні задачі лінійного програмування. (1 год.)

Цілочислова задача лінійного програмування. Метод Гоморі. Задачі параметричного програмування.

1.4. СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин												
	Денна форма						Заочна форма						
	Усього	У тому числі					Усього	у тому числі					
		лек.	практ.	лаб.	інд. роб.	сам. роб.		лек.	практ.	лаб.	інд. роб.	сам. роб.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Змістовий модуль 1. Основи вищої математики													
Тема 1. Матриці. Дії над матрицями.							42	1	1				40
Тема 2. Визначники. Обернені матриці.							42	1	1				40
Тема 3. Системи лінійних рівнянь.							44	1	1				42
Тема 4. Елементи векторної алгебри.							44	1	1				42
Тема 5. Елементи аналітичної геометрії на площині.							44	1	1				42
Тема 6. Елементи аналітичної геометрії у просторі.							41	1					40
Змістовий модуль 2. Основи лінійного програмування													
Тема 7. Задача лінійного програмування.							41	1					40
Тема 8. Методи розв'язування задачі лінійного програмування.							44	1	1				42
Тема 9. Транспортна задача лінійного програмування							44	1	1				42
Тема 10. Спеціальні задачі лінійного програмування.							44	1	1				42
Контрольна робота.							2		2				
Усього годин.							432	10	10				412

1.5. ТЕМИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Матриці. Дії над матрицями.	1
2.	Визначники. Обернені матриці.	1
3.	Системи лінійних рівнянь.	1
4.	Елементи векторної алгебри.	1
5.	Елементи аналітичної геометрії.	1
6.	Методи розв'язування задачі лінійного програмування.	1
7.	Транспортна задача лінійного програмування	1
8.	Спеціальні задачі лінійного програмування.	1
9.	Контрольна робота.	2
	Разом.	10

1.6. САМОСТІЙНА РОБОТА

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Матриці. Дії над матрицями.	40
2.	Визначники. Обернені матриці.	40
3.	Системи лінійних рівнянь.	42
4.	Елементи векторної алгебри.	42
5.	Елементи аналітичної геометрії на площині.	42
6.	Елементи аналітичної геометрії у просторі.	40
7.	Задача лінійного програмування.	40
8.	Методи розв'язування задачі лінійного програмування.	42
9.	Транспортна задача лінійного програмування	42
10.	Спеціальні задачі лінійного програмування.	42
	Разом.	412

1.7. РОЗПОДІЛ БАЛІВ, ЩО ПРИСВОЮЄТЬСЯ СТУДЕНТАМ

Поточне тестування та самостійна робота				Підсумковий тест	Сума
Змістовий модуль 1	Змістовий модуль 2	Практичні заняття	Самостійна робота	Екзамен	
30	30	10	10	20	

Оцінювання знань студента здійснюється за 100-бальною шкалою (для екзаменів і заліків). Максимальна кількість балів при оцінюванні знань студентів з дисципліни, яка завершується екзаменом, становить за поточну успішність 80 балів, на екзамені – 20 балів.

При оформленні документів за екзаменаційну сесію використовується таблиця відповідності оцінювання знань студентів за різними системами.

Шкала оцінювання: вузу, національна та ECTS

Оцінка ECTS	Оцінка в балах	За національною шкалою		Залік
		Екзаменаційна оцінка, оцінка з диференційованого заліку		
A	90-100	5	Відмінно	Зараховано
B	82-89	4	Добре	
C	74-81			
D	64-73			
E	60-63	3	Задовільно	Незараховано
FX	35-59	2	Незадовільно	
F	1-34			

1.8. КРИТЕРІЙ ОЦІНЮВАННЯ З ДИСЦИПЛІНИ

«Відмінно» (90 та вище балів) заслуговує студент, який виявив всебічне і глибоке знання програмового матеріалу, вміння вільно виконувати завдання, передбачені програмою, засвоїв основну і ознайомився з додатковою літературою, розуміє взаємозв'язок головних понять дисципліни та їх значення для майбутньої професії.

«Добре» (74-89 балів) заслуговує студент, який виявив повне знання програмного матеріалу, успішно виконує передбачені програмою завдання, засвоїв основну літературу рекомендовану програмою, виявив систематичний характер знань з дисциплін і здатний до самостійного доповнення, але під час відповіді допустив деякі неточності.

«Задовільно» (60-73 балів) заслуговує студент, що виявив знання основного програмного матеріалу в обсязі, необхідному для подальшого навчання та майбутньої роботи за професією, вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «задовільно» виставляється студентам, що допустили помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, але які володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

«Незадовільно» (35-59 балів) заслуговує студент, що виявив часткове знання основного програмового матеріалу, не завжди вміє виконувати завдання, передбачені програмою, знайомий лише частково з основною рекомендованою літературою. Як правило, оцінка «незадовільно» виставляється студентам, що допустили грубі помилки у відповіді на екзамені та при виконанні екзаменаційних завдань, які не володіють необхідними знаннями для їх усунення за допомогою викладача.

«Незадовільно» (1-34 балів) виставляється студенту, який виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, допустив принципові помилки у виконанні передбачених програмою завдань.

При виставленні оцінки можуть враховуватися результати навчальної роботи студента протягом семестру. Іспит виставляється без складання у випадку набору кількості балів, що відповідає мінімальній оцінці «задовільно».

II. ЗАВДАННЯ КОМПЛЕКСНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Варіант №1

1. (1) На скільки відсотків число 163,8 більше від числа 140.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} -7/9 & 1/8 \\ -1 & 2/7 \\ 5/9 & \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -2/3 & -4/7 \\ -1 & 1/4 \\ 7/8 & \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1,5 & 0,3 \\ -1,8 & -1,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{vmatrix} -1 & -3 & -3 & | & 7 \\ 5 & -1 & -4 & | & -7 \\ 2 & 5 & 4 & | & -9 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(2; 0)$, $B(0; -2)$, $C(0; 2)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(4; 3; 4)$ та $v(-5; -6; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(2; 6; 4)$, $v(7; 4; -5)$ та $r(-7; 3; 1)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $2x - 5y = -20$ та $3x - 2y = -19$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(6; 8)$ на пряму $2x + 5y = 23$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	30	5	5	170
II	10	20	20	240
III	28	1	23	232
Ціна одного виробу (грн)	4	5	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	3	3	2	1	50
A_2	2	3	2	7	6	50
A_3	5	7	5	9	2	70
Потреби	40	20	50	40	20	

Варіант №2

- (1) Збільшити число 130 на 15%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{pmatrix} 8/9 & 1 & 2/3 \\ 1 & & 1/9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2/3 & -1/6 \\ -5/7 & -3 & 1/2 \end{pmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,6 & 0,4 \\ -0,4 & 1,5 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -5 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{pmatrix} -2 & -5 & -2 & -4 \\ -5 & 2 & 3 & 0 \\ -3 & -5 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(-3; 1)$, $B(1; 0)$, $C(-2; 2)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .
- (2) Дано вектори $u(-6; 6; 9)$ та $v(-2; 1; 2)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .
- (2) Дано вектори $u(-6; -2; -6)$, $v(-1; 3; 5)$ та $r(0; -6; 6)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.
- (2) Знайти точку перетину прямих $-4x + 3y = 20$ та $2x - 5y = -24$. У відповідь записати абсцису точки.
- (3) Знайти проекцію точки $B(-6; 3)$ на пряму $-5x + 4y = 1$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	15	15	275
II	13	24	5	250
III	2	11	30	170
Ціна одного виробу (грн)	7	6	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	3	9	1	9	60
A_2	2	4	3	6	2	50
A_3	1	7	3	2	3	60
Потреби	10	50	70	20	20	

Варіант №3

1. (1) На скільки відсотків число 141,1 менше від числа 170.
 2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} -1/2 & -1 & 3/5 \\ -3 & 1 & 1/2 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -3/5 & -1/2 \\ -1 & 2/7 & 1 & 1/3 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -2 & -0,2 \\ 1,7 & 0,5 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -6 & -5 \\ 4 & 4 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} -3 & -4 & 1 & 9 \\ 4 & -3 & -2 & 8 \\ 4 & 5 & -2 & -8 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(2; 3)$, $B(-2; 2)$, $C(-4; 1)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(-2; 3; 4)$ та $v(2; -9; -6)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-1; 7; -6)$, $v(3; 6; 3)$ та $r(-3; 6; -5)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $5x - 2y = -23$ та $-4x + 5y = 32$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-2; -9)$ на пряму $3x - 4y = 5$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	8	14	2	88
II	4	16	4	80
III	4	10	10	80
Ціна одного виробу (грн)	5	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	6	2	1	20
A_2	6	2	4	3	9	60
A_3	2	6	2	5	4	50
Потреби	10	50	40	20	10	

Варіант №4

1. (1) Зменшити число 100 на 22%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{pmatrix} 4/7 & 1/2 \\ -1 & 1/4 \\ 2/7 & \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1/3 & 1 & 1/8 \\ 1/5 & & -9 & \end{pmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,6 & -1,8 \\ -1,8 & -1,6 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\left\| \begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & -9 \\ 3 & -1 & -4 & 9 \\ -3 & 3 & 1 & -7 \end{array} \right\|$$

6. (2) Дано точки $A(0; -3)$, $B(-3; 2)$, $C(1; -4)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-3; 9; -4)$ та $v(-3; 7; -4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-3; -3; 3)$, $v(-3; 2; 4)$ та $r(-2; 5; 2)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $2x + 5y = 3$ та $5x + 6y = -12$. У відповідь записати абсцису точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-5; 9)$ на пряму $-3x + 5y = 26$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	10	16	2	104
II	5	17	4	88
III	5	5	10	70
Ціна одного виробу (грн)	5	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	2	2	6	8	40
A_2	8	3	4	5	1	80
A_3	1	9	2	2	3	70
Потреби	20	60	70	20	20	

Варіант №5

1. (1) На скільки відсотків число 190,4 більше від числа 160.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 4 & 4/5 \\ -1/2 & -3/4 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 1 & 1/8 & -1 \\ -4/5 & -1 & 2/3 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,3 & -1,6 \\ -0,4 & 1,7 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ 6 & -7 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} -2 & -4 & -2 & -8 \\ -3 & -4 & -3 & -6 \\ -3 & 3 & 1 & -5 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(-2; 4)$, $B(2; 4)$, $C(3; -1)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(-4; -3; 1)$ та $v(4; 3; 3)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-5; -7; -6)$, $v(3; -7; 1)$ та $r(-6; 2; -1)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $5x - 2y = -30$ та $-3x + 4y = 32$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(1; 3)$ на пряму $3x + 4y = -10$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	30	12	30	420
II	10	20	26	300
III	28	8	44	456
Ціна одного виробу (грн)	7	5	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	3	7	6	1	60
A_2	1	3	4	4	7	40
A_3	7	6	5	2	3	70
Потреби	20	50	40	20	40	

Варіант №6

1. (1) Збільшити число 120 на 17%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3/5 & 4 \\ & 3 & -1 & 2/5 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 2/3 & 2 & 2/3 \\ 2 & 1/2 & 1 & 1/3 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,5 & -1,7 \\ -1,6 & 0,9 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 8 \\ -1 & -3 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -5 & 7 \\ -4 & -2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 2 & -4 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(0; -3)$, $B(-3; -2)$, $C(-3; 4)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(-8; 8; 4)$ та $v(-8; 6; 2)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(1; 7; -3)$, $v(5; 5; 3)$ та $r(5; -4; 6)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-5x - 2y = 5$ та $2x - 3y = -21$. У відповідь записати абсцису точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-3; 2)$ на пряму $-5x - 3y = -25$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	24	13	5	250
II	15	20	15	275
III	11	2	30	170
Ціна одного виробу (грн)	6	7	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	2	8	1	7	80
A_2	8	3	5	4	1	70
A_3	1	6	4	2	2	70
Потреби	40	70	80	10	20	

Варіант №7

1. (1) На скільки відсотків число 120 менше від числа 150.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{pmatrix} -8/9 & -1 & 2/7 \\ -1 & 1/2 & 1 & 3/5 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -7/9 & 1 & 1/2 \\ -7 & -2 & 1/4 \end{pmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,7 & -1,3 \\ -0,2 & 1,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 9 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & -5 & 5 \\ 3 & 3 & -2 & -4 \end{array} \right|$$

6. (2) Дано точки $A(-4; 0)$, $B(0; 0)$, $C(1; -4)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-2; 4; 5)$ та $v(3; -4; -1)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(2; 6; 7)$, $v(-5; -5; -5)$ та $r(5; 3; -4)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-5x - 2y = 25$ та $-3x - 4y = 29$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-5; -6)$ на пряму $-2x - 5y = 11$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	25	15	30	400
II	12	28	30	400
III	3	7	40	230
Ціна одного виробу (грн)	7	7	4	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	9	6	1	60
A_2	7	3	2	4	6	40
A_3	2	7	4	2	3	50
Потреби	20	50	30	10	40	

Варіант №8

1. (1) Зменшити число 130 на 16%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} -4/9 & -2 \\ 2 & 1/3 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 2/3 & 4 \\ 2/3 & -4 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -2 & 1,6 \\ 0,1 & 1,7 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 4 & -3 \\ -3 & 1 & -3 & 7 \\ -1 & 1 & -3 & -5 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(3; -3)$, $B(1; 0)$, $C(-1; -4)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(-6; 6; -9)$ та $v(-4; 4; -6)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(4; 1; 4)$, $v(-2; -1; 4)$ та $r(-6; -4; -3)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-3x + 5y = -16$ та

$$-5x + 4y = -18.$$

- У відповідь записати абсцису точки.
 10. (3) Знайти проекцію точки $B(-10; 9)$ на пряму

$$-5x + 4y = 45.$$

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	12	12	248
II	19	25	8	290
III	5	3	20	130
Ціна одного виробу (грн)	7	5	4	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	2	7	6	2	60
A_2	8	4	4	3	7	50
A_3	1	7	2	2	4	60
Потреби	20	70	30	30	20	

Варіант №9

1. (1) На скільки відсотків число 141,6 більше від числа 120.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 4 & -3/7 \\ -6/7 & -3/4 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 3/5 \\ -5/9 & 2 & 1/4 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,9 & -1,6 \\ 0,1 & 1,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -4 \\ 5 & -8 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} -5 & -4 & -3 & | & 9 \\ 2 & 3 & 2 & | & 1 \\ -1 & 3 & 4 & | & 7 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(-3; -2)$, $B(-1; 2)$, $C(3; 4)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(4; -3; 2)$ та $v(5; -9; 8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-4; -4; 3)$, $v(-4; -1; 4)$ та $r(-3; 5; -4)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $3x + 2y = -1$ та $2x - 3y = -18$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(0; 2)$ на пряму $5x + 3y = -28$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	29	4	5	136
II	15	10	1	110
III	26	2	14	160
Ціна одного виробу (грн)	3	6	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	7	2	1	60
A_2	6	3	2	4	6	60
A_3	9	6	4	2	2	50
Потреби	20	50	40	30	30	

Варіант №10

1. (1) Збільшити число 170 на 22%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 1 & 1/4 \\ -1 & 1/6 & 1 & 1/7 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 2 & 1/3 & 7 \\ 7 & - & 5/7 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1,5 & 1 \\ 1,3 & -1,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} -6 & -1 \\ -2 & -1 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 4 & 9 \\ -1 & 3 & -1 & 9 \\ -1 & -3 & 2 & -9 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(2; -4)$, $B(-1; -1)$, $C(4; -3)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-3; -6; -2)$ та $v(-3; 2; 2)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(5; -4; -5)$, $v(-3; 5; 6)$ та $r(1; 4; -6)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $2x + 5y = 14$ та $-3x + 2y = -2$. У відповідь записати абсцису точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(4; -8)$ на пряму $5x - 3y = 10$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	32	20	400
II	8	38	26	412
III	12	30	30	420
Ціна одного виробу (грн)	5	5	7	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	6	2	1	30
A_2	9	4	3	4	9	40
A_3	1	9	2	5	2	50
Потреби	20	40	20	10	30	

Варіант №11

1. (1) На скільки відсотків число 121,5 менше від числа 150.
 2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 1/5 & -9 \\ -1 & 6 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 2/5 & 1 & 2/7 \\ 8 & -2 & 2/3 & \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -0,5 & 1,8 \\ -1,1 & 1,1 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -4 & 6 \\ -2 & 4 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 & -5 \\ 2 & -5 & -4 & -1 \\ -1 & -5 & -5 & 2 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(1; -2)$, $B(0; 0)$, $C(0; -2)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(-8; -5; 1)$ та $v(4; 1; 1)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-1; 2; 2)$, $v(2; 2; 6)$ та $r(4; 2; -7)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-4x - 3y = -2$ та $-3x - 5y = 15$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(7; 3)$ на пряму $6x + 5y = -4$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	8	1	11	84
II	4	14	10	96
III	4	5	19	96
Ціна одного виробу (грн)	6	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	2	2	9	6	1	60
A_2	1	3	2	4	9	40
A_3	7	9	4	2	4	50
Потреби	30	40	30	10	40	

Варіант №12

- (1) Зменшити число 130 на 18%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} -2/7 & -5 \\ -1 & 1/3 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 3/5 & -2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,9 & -1,7 \\ -0,6 & -1 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 9 & 4 \\ -8 & -4 \end{vmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 3 & -5 \\ 1 & -2 & 3 & 9 \\ 5 & -3 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(0; -4)$, $B(-4; -1)$, $C(0; 1)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

- (2) Дано вектори $u(-2; -1; -6)$ та $v(-4; -4; -2)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

- (2) Дано вектори $u(6; -6; -7)$, $v(-6; -4; -1)$ та $r(-7; 3; -5)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

- (2) Знайти точку перетину прямих $-4x + 3y = -3$ та $-2x - 3y = -15$. У відповідь записати абсцису точки.

- (3) Знайти проекцію точки $B(1; -3)$ на пряму $5x - 6y = -38$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	14	2	5	78
II	5	20	5	105
III	1	13	10	102
Ціна одного виробу (грн)	3	3	6	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	3	1	1	3	90
A_2	8	3	2	4	6	80
A_3	1	7	3	2	2	70
Потреби	40	80	60	40	20	

Варіант №13

1. (1) На скільки відсотків число 127,6 більше від числа 110.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3/4 & -6 \\ -1 & -5/9 & \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -7/8 & -3 & 1/2 \\ -1 & 1/3 & 2 \end{pmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1,2 & 1,4 \\ 1,6 & -0,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -8 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\left\| \begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & -1 & 1 \\ -5 & -3 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & -3 & -5 \end{array} \right\|$$

6. (2) Дано точки $A(-1; 2)$, $B(-3; -3)$, $C(3; 3)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-4; -8; -6)$ та $v(-6; -7; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(3; -7; -5)$, $v(-1; 5; -4)$ та $r(5; -6; -7)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-3x - 4y = -22$ та $-5x - 3y = -22$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(1; 2)$ на пряму $5x + 6y = -44$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	8	2	14	88
II	4	10	10	80
III	4	4	16	80
Ціна одного виробу (грн)	5	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	2	2	6	6	1	60
A_2	6	4	2	4	6	80
A_3	1	7	3	2	3	60
Потреби	40	50	50	20	40	

Варіант №14

- (1) Збільшити число 120 на 17%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1/7 & -1 \\ 1 & 1/6 & -1 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 4/9 & -2/3 \\ -7/9 & 1 \end{vmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1,6 \\ 1,8 & 0,6 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} -6 & -8 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & -4 & | & 4 \\ -2 & -1 & 1 & | & 8 \\ -4 & -3 & 1 & | & 8 \end{vmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(0; 1)$, $B(0; 0)$, $C(-2; -1)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

- (2) Дано вектори $u(3; 3; -8)$ та $v(4; 6; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

- (2) Дано вектори $u(5; 7; 7)$, $v(-1; -5; -2)$ та $r(-1; -3; 7)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

- (2) Знайти точку перетину прямих $5x + 6y = 66$ та $-5x - 3y = -48$. У відповідь записати абсцису точки.

- (3) Знайти проекцію точки $B(-1; -1)$ на пряму $3x - 5y = -32$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	15	15	275
II	13	24	5	250
III	2	11	30	170
Ціна одного виробу (грн)	7	6	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	2	2	6	1	8	50
A_2	8	4	4	4	7	80
A_3	1	9	3	2	3	50
Потреби	20	70	50	10	30	

Варіант №15

1. (1) На скільки відсотків число 89,1 менше від числа 110.
 2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ -1 & 1/4 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 2/5 & 1 & 1/7 \\ -1 & 2/7 & -1 & 2/5 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -2 & 0,3 \\ -2 & -0,1 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & -8 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 3 & -2 \\ -1 & -3 & -3 & 7 \\ -3 & 4 & -1 & -1 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(2; -2)$, $B(1; -1)$, $C(-1; -2)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(3; 4; 5)$ та $v(3; 8; 7)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-7; 6; -1)$, $v(2; -7; 2)$ та $r(-2; 5; 2)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $5x + 2y = -18$ та $-2x + 3y = 30$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-7; 0)$ на пряму $-6x + 5y = -19$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	13	15	230
II	1	20	33	205
III	13	2	42	214
Ціна одного виробу (грн)	6	5	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	2	2	7	6	1	70
A_2	1	2	2	3	9	60
A_3	8	8	3	2	3	30
Потреби	30	50	30	30	20	

Варіант №16

- (1) Зменшити число 180 на 17%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2/3 \\ 2/5 & & 4/9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 4/5 & -1/4 \\ -3 & -1/3 \end{pmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1,1 & -0,4 \\ 1,4 & -0,5 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ -3 & 1 & -3 \\ -1 & 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(0; 2)$, $B(0; 2)$, $C(3; 0)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

- (2) Дано вектори $u(-3; 8; 4)$ та $v(-3; 7; 4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

- (2) Дано вектори $u(4; -2; -5)$, $v(4; -7; -2)$ та $r(-3; -2; 4)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

- (2) Знайти точку перетину прямих $3x + 4y = 2$ та $5x + 2y = -20$. У відповідь записати абсцису точки.

- (3) Знайти проекцію точки $B(2; 2)$ на пряму $6x + 5y = -39$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	25	15	30	400
II	12	28	30	400
III	3	7	40	230
Ціна одного виробу (грн)	7	7	4	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	4	8	6	1	80
A_2	9	3	4	4	7	40
A_3	1	6	4	2	2	80
Потреби	40	30	70	40	20	

Варіант №17

1. (1) На скільки відсотків число 196,8 більше від числа 160.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 7/9 & 4/7 \\ 4 & 1/2 \\ & 5/7 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 1/9 & -1 \\ -1/3 & 2/3 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1 & -0,6 \\ -1 & -1 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} -3 & -2 \\ -1 & -9 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & -5 & | & 2 \\ -1 & -2 & 2 & | & 2 \\ 1 & -2 & 3 & | & -4 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(0; 2)$, $B(-2; 3)$, $C(-3; 4)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(-6; -8; 2)$ та $v(-6; -8; 3)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(7; 7; 4)$, $v(-3; -1; -6)$ та $r(5; 5; 4)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-5x + 3y = -31$ та

$3x - 5y = 25$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(6; 10)$ на пряму

$4x + 5y = 33$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	10	2	16	104
II	5	10	5	70
III	5	4	17	88
Ціна одного виробу (грн)	5	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	2	8	6	1	30
A_2	2	3	3	4	7	60
A_3	9	9	4	1	3	70
Потреби	20	30	70	10	30	

Варіант №18

1. (1) Збільшити число 110 на 21%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -5 & -2 \\ -2/7 & 7 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 1/8 & -1 & 1/3 \\ 3 & & -1 & \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,7 & -0,7 \\ 0,5 & -0,5 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 1 \\ -8 & 6 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} 1 & -4 & -1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & -4 \\ -2 & 2 & -3 & -5 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(2; -1)$, $B(2; -2)$, $C(3; -4)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(-3; 3; 4)$ та $v(-1; -6; -6)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(2; 7; -4)$, $v(5; 7; -6)$ та $r(1; -2; -5)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $4x - 5y = 18$ та $-5x + 3y = -3$. У відповідь записати абсцису точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-2; -5)$ на пряму $-5x - 4y = -11$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	25	5	225
II	2	40	13	210
III	13	10	22	240
Ціна одного виробу (грн)	6	3	6	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	2	7	1	9	50
A_2	8	5	2	4	6	70
A_3	1	6	4	2	2	90
Потреби	20	60	80	30	20	

Варіант №19

1. (1) На скільки відсотків число 83,6 менше від числа 110.
 2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & 1 & 1/5 \\ & -4 & & 1/8 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 3/7 & -5/8 \\ -1/2 & 3/5 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,4 & -0,1 \\ 0,8 & 1,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -8 & -4 \\ -5 & -2 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{vmatrix} -4 & -1 & -4 & -2 \\ 3 & -4 & -3 & -7 \\ 5 & -3 & -1 & -7 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(4; 0)$, $B(0; -4)$, $C(4; 4)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-8; 6; -5)$ та $v(5; -2; 4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(5; -5; 7)$, $v(1; 5; -6)$ та $r(1; -3; 2)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $2x - 3y = -6$ та $5x - 2y = 18$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(1; -8)$ на пряму $2x - 5y = 13$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	1	33	205
II	13	20	15	230
III	2	13	42	214
Ціна одного виробу (грн)	5	6	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	9	2	1	80
A_2	7	3	3	4	6	60
A_3	1	8	2	5	3	60
Потреби	40	60	50	20	30	

Варіант №20

1. (1) Зменшити число 170 на 23%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{pmatrix} 3/4 & 2 & 1/2 \\ -1/3 & 1 & 1/2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -4/9 & -1 & 1/2 \\ 2 & 1 & \end{pmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1 & 0,4 \\ -0,2 & -1,1 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -7 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ -5 & -4 & 3 \\ 5 & 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -7 \\ 5 \end{pmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(-3; -1)$, $B(1; 0)$, $C(-1; -2)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(2; 9; 8)$ та $v(-2; -8; -7)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-5; -7; 5)$, $v(4; 4; -6)$ та $r(2; 1; 2)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-5x + 2y = 25$ та $-3x - 2y = -1$. У відповідь записати абсцису точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(2; 9)$ на пряму $3x + 4y = 17$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	10	20	2	120
II	4	24	4	112
III	2	20	10	120
Ціна одного виробу (грн)	5	3	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	2	9	6	2	50
A_2	6	2	2	1	7	80
A_3	1	8	4	2	2	50
Потреби	30	60	60	20	10	

Варіант №21

1. (1) На скільки відсотків число 142,8 більше від числа 120.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 5/6 & -6/7 \\ -1/3 & -1 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 1 & 1/2 & -6 \\ 1/2 & 1 & 1/2 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,2 & 0,5 \\ 1,3 & 1,8 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 6 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} -2 & 3 & -3 & 0 \\ -3 & 1 & -1 & -7 \\ -2 & -2 & 4 & -4 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(0; 0)$, $B(-3; 0)$, $C(3; 0)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(3; -2; -4)$ та $v(-3; 7; 4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-7; 3; 4)$, $v(1; -3; 3)$ та $r(-3; 1; -7)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $5x + 3y = 0$ та $3x - 2y = 19$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(6; -3)$ на пряму $4x - 5y = -2$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	30	5	5	170
II	10	20	20	240
III	28	1	23	232
Ціна одного виробу (грн)	4	5	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	3	3	2	1	50
A_2	2	3	2	7	6	50
A_3	5	7	5	9	2	70
Потреби	40	20	50	40	20	

Варіант №22

1. (1) Збільшити число 170 на 19%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -2/9 & -1 \\ -2/9 & 1 \end{vmatrix} \cdot 1/3; B = \begin{vmatrix} -3/8 & 1/4 \\ 1 & 1/3 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 1,3 & -1 \\ -1,1 & -1,3 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ 7 & -3 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{vmatrix} 4 & -3 & -5 & | & 1 \\ 1 & -4 & -3 & | & -2 \\ 1 & 1 & 1 & | & 8 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(-4; -4)$, $B(2; 1)$, $C(-2; 2)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-4; 9; -4)$ та $v(2; -5; 4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-4; -2; -2)$, $v(-4; 4; -4)$ та $r(5; -2; -5)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $2x + 3y = -5$ та $5x + 2y = 15$. У відповідь записати абсцису точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(6; 0)$ на пряму $3x - 2y = 5$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	15	15	275
II	13	24	5	250
III	2	11	30	170
Ціна одного виробу (грн)	7	6	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	3	9	1	9	60
A_2	2	4	3	6	2	50
A_3	1	7	3	2	3	60
Потреби	10	50	70	20	20	

Варіант №23

1. (1) На скільки відсотків число 100,1 менше від числа 130.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 1/2 \\ -2/3 & - & 1/9 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 5/8 \\ -2 & 1/3 & -1 & 3/5 \end{pmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1 & 1,9 \\ -0,7 & -0,1 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{pmatrix} -7 & 8 \\ -8 & 2 \end{pmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 & -4 \\ -3 & -5 & -4 & -5 \\ 2 & 5 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(1; 3)$, $B(-2; 4)$, $C(-2; 0)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(3; 8; -5)$ та $v(3; 2; -2)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(5; -1; -6)$, $v(-6; 4; 2)$ та $r(1; 5; 4)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $4x - 3y = 27$ та $-2x + 5y = -31$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(8; 0)$ на пряму $3x + 5y = -10$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	8	14	2	88
II	4	16	4	80
III	4	10	10	80
Ціна одного виробу (грн)	5	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	6	2	1	20
A_2	6	2	4	3	9	60
A_3	2	6	2	5	4	50
Потреби	10	50	40	20	10	

Варіант №24

- (1) Зменшити число 120 на 20%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 1/3 & 1 & 1/8 \\ -1 & 1/8 & 2/7 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 3/5 & -1 & 2/7 \\ -4 & & 4 & \end{vmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,6 & -0,2 \\ -1,6 & -1,1 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 5 & -5 \\ -4 & 6 \end{vmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 & 5 \\ -5 & 5 & -2 & 7 \\ -4 & 2 & -3 & 6 \end{vmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(-2; 4)$, $B(3; 3)$, $C(0; -3)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

- (2) Дано вектори $u(-4; 8; -4)$ та $v(1; -2; 1)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

- (2) Дано вектори $u(7; 1; 4)$, $v(-6; 1; -4)$ та $r(7; -5; 2)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

- (2) Знайти точку перетину прямих $3x - 4y = 6$ та $-2x - 3y = 13$. У відповідь записати абсцису точки.

- (3) Знайти проекцію точки $B(3; 2)$ на пряму $2x + 3y = -1$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	10	16	2	104
II	5	17	4	88
III	5	5	10	70
Ціна одного виробу (грн)	5	3	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	2	2	6	8	40
A_2	8	3	4	5	1	80
A_3	1	9	2	2	3	70
Потреби	20	60	70	20	20	

Варіант №25

1. (1) На скільки відсотків число 145,2 більше від числа 120.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} -5/8 & 1/4 \\ 2 & -1/4 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 4/5 & -1 \\ -2/5 & 1 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -0,2 & -0,8 \\ -1,3 & 0,5 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -7 \\ 1 & 6 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & -2 & 8 \\ 4 & -3 & 4 & -7 \\ 2 & -3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(2; 2)$, $B(4; -1)$, $C(4; 2)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

7. (2) Дано вектори $u(-1; 4; 1)$ та $v(5; -8; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(6; -2; 6)$, $v(-4; 2; 3)$ та $r(-1; -4; -7)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-3x - 4y = 3$ та $-5x - 3y = 16$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-8; -1)$ на пряму $-5x - 2y = 13$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	30	12	30	420
II	10	20	26	300
III	28	8	44	456
Ціна одного виробу (грн)	7	5	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	3	7	6	1	60
A_2	1	3	4	4	7	40
A_3	7	6	5	2	3	70
Потреби	20	50	40	20	40	

Варіант №26

- (1) Збільшити число 100 на 15%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -1/4 & 3 \\ 2 & 2/3 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1/3 & -1 & 1/3 \\ -4/9 & & 1/2 \end{vmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,6 & -1 \\ -0,2 & 0,9 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -7 & 4 \end{vmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 & -4 \\ 1 & -2 & 2 & 9 \\ -1 & 3 & 2 & -5 \end{vmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(2; 0)$, $B(1; 0)$, $C(0; -1)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

- (2) Дано вектори $u(1; 5; 8)$ та $v(1; -6; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

- (2) Дано вектори $u(1; 6; 1)$, $v(5; 7; -5)$ та $r(-2; 4; -4)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

- (2) Знайти точку перетину прямих $2x + 3y = 1$ та $-3x + 2y = 18$. У відповідь записати абсцису точки.

- (3) Знайти проекцію точки $B(-7; 6)$ на пряму $-5x + 2y = 18$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	24	13	5	250
II	15	20	15	275
III	11	2	30	170
Ціна одного виробу (грн)	6	7	3	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	4	2	8	1	7	80
A_2	8	3	5	4	1	70
A_3	1	6	4	2	2	70
Потреби	40	70	80	10	20	

Варіант №27

1. (1) На скільки відсотків число 85,8 менше від числа 110.
 2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} -7/8 & 3/4 \\ -4/7 & 5/6 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 1/3 & -2 & 1/3 \\ -1 & & 5/8 & \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,5 & 1 \\ -0,9 & 2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\begin{vmatrix} -3 & -1 & -3 & | & 5 \\ -5 & 2 & -3 & | & 0 \\ -2 & 4 & 2 & | & 0 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(3; 0)$, $B(-4; -3)$, $C(-2; 0)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(-9; 8; -7)$ та $v(-6; 4; -4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(2; -6; -4)$, $v(-6; 4; -2)$ та $r(2; 6; -3)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $-5x + 2y = 22$ та $3x - 5y = -36$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-3; -5)$ на пряму $-5x - 2y = -4$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	25	15	30	400
II	12	28	30	400
III	3	7	40	230
Ціна одного виробу (грн)	7	7	4	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	9	6	1	60
A_2	7	3	2	4	6	40
A_3	2	7	4	2	3	50
Потреби	20	50	30	10	40	

Варіант №28

- (1) Зменшити число 180 на 22%.
- (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2/5 & -2 \\ -6 & -1 & \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1/2 \\ -4 & 1/2 & -8/9 \end{vmatrix}$$

- (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -1,2 & -1,8 \\ -0,4 & 0,4 \end{vmatrix}$$

- (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{12} .

$$A = \begin{vmatrix} 7 & -6 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}$$

- (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_3 .

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 & 1 & 5 \\ -5 & 4 & 1 & -7 \\ -3 & -1 & 1 & -9 \end{vmatrix}$$

- (2) Дано точки $A(1; 3)$, $B(0; 1)$, $C(0; 3)$. Знайти скалярний добуток векторів CA та CB .

- (2) Дано вектори $u(3; -4; 1)$ та $v(2; 4; 4)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

- (2) Дано вектори $u(7; 3; 3)$, $v(6; -2; -6)$ та $r(7; 7; -2)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

- (2) Знайти точку перетину прямих $-5x - 2y = 15$ та

$-6x - 5y = 5$. У відповідь записати абсцису точки.

- (3) Знайти проекцію точки $B(-5; -2)$ на пряму

$-6x - 5y = -21$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	12	12	248
II	19	25	8	290
III	5	3	20	130
Ціна одного виробу (грн)	7	5	4	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	2	7	6	2	60
A_2	8	4	4	3	7	50
A_3	1	7	2	2	4	60
Потреби	20	70	30	30	20	

Варіант №29

1. (1) На скільки відсотків число 172,2 більше від числа 140.

2. (1) Знайти різницю двох матриць $C = A - B$.

У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 3/5 & 3 & 1/2 \\ -3 & & - & 2/5 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} 7/9 & 1 \\ 1/4 & 1 \end{vmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} -0,3 & -0,3 \\ -1,1 & -1,2 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{21} .

$$A = \begin{vmatrix} 8 & -1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_1 .

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & -3 & -6 \\ -4 & -1 & 5 & -4 \\ 1 & -3 & -2 & -5 \end{vmatrix}$$

6. (2) Дано точки $A(-2; -3)$, $B(-3; 1)$, $C(-3; 3)$. Знайти скалярний добуток векторів AB та AC .

7. (2) Дано вектори $u(1; -6; -8)$ та $v(1; 6; 6)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(5; 5; 5)$, $v(-7; 4; -1)$ та $r(2; -5; 6)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $4x + 3y = 10$ та

$2x - 3y = -22$. У відповідь записати ординату точки.

10. (3) Знайти проекцію точки $B(-3; -9)$ на пряму

$-2x - 5y = 22$. У відповідь записати абсцису точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	29	4	5	136
II	15	10	1	110
III	26	2	14	160
Ціна одного виробу (грн)	3	6	5	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	7	2	1	60
A_2	6	3	2	4	6	60
A_3	9	6	4	2	2	50
Потреби	20	50	40	30	30	

Варіант №30

1. (1) Збільшити число 130 на 22%.
 2. (1) Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1/5 & 1 & 1/5 \\ & 4/9 & & 2/3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -2/9 & & 1 & \\ & 5 & & 8 \end{pmatrix}$$

3. (2) Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 1,3 & -1,5 \end{vmatrix}$$

4. (2) Знайти $C = A^{-1}$ - обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$$

5. (3) Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\left\| \begin{array}{ccc|c} -3 & -4 & -4 & -8 \\ -2 & -5 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & -3 \end{array} \right\|$$

6. (2) Дано точки $A(-4; 2)$, $B(0; 4)$, $C(-2; 3)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

7. (2) Дано вектори $u(4; 3; 8)$ та $v(-2; -6; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

8. (2) Дано вектори $u(-2; 5; -7)$, $v(-3; 7; 6)$ та $r(1; 2; 5)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

9. (2) Знайти точку перетину прямих $2x + 5y = 33$ та

$$3x - 2y = 2.$$

- У відповідь записати абсцису точки.
 10. (3) Знайти проекцію точки $B(-8; 7)$ на пряму $-3x + 4y = 27$. У відповідь записати ординату точки.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	32	20	400
II	8	38	26	412
III	12	30	30	420
Ціна одного виробу (грн)	5	5	7	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	6	2	1	30
A_2	9	4	3	4	9	40
A_3	1	9	2	5	2	50
Потреби	20	40	20	10	30	

III. ПРИКЛАДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАВДАНЬ КОМПЛЕКСНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

1. Збільшити число 130 на 22%.

Розв'язання. Складаємо пропорцію:

$$\begin{array}{rcl} 130 & - & 100\%, \\ x & - & 122\%. \end{array}$$

Звідси $x = 130 \cdot 122 / 100 = 158,6$

Відповідь: 158,6.

2. Знайти суму двох матриць $C = A + B$.

У відповідь записати c_{11} .

$$A = \begin{vmatrix} -1 & 1/5 & 1 & 1/5 \\ & 4/9 & & 2/3 \end{vmatrix}; B = \begin{vmatrix} -2/9 & & 1 & \\ & 5 & & 8 \end{vmatrix}$$

Розв'язання. Знаходимо матрицю C :

$$C = \begin{vmatrix} -1 & 1/5 + (-2/9) & 1 & 1/5 + 1 \\ & 4/9 + 5 & & 2/3 + 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 19/45 & 2 & 1/5 \\ & 5 & 4/9 & 8 & 2/3 \end{vmatrix}$$

Відповідь: $-1 \quad 19/45$.

3. Обчислити визначник.

$$\begin{vmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 1,3 & -1,5 \end{vmatrix}$$

Розв'язання. Знаходимо визначник 2-го порядку:

$$\begin{vmatrix} 0,4 & 0,3 \\ 1,3 & -1,5 \end{vmatrix} = 0,4 \cdot (-1,5) - 1,3 \cdot 0,3 = -0,99.$$

Відповідь: $-0,99$.

4. Знайти $C = A^{-1}$ – обернену матрицю до матриці A . У відповідь записати c_{22} .

$$A = \begin{vmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

Розв'язання. Знаходимо визначник 2-го порядку:

$$\begin{vmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 7 \end{vmatrix} = -4 \cdot 7 - 3 \cdot (-6) = -10.$$

Знаходимо транспоновану матрицю:

$$A^T = \begin{vmatrix} -4 & 3 \\ -6 & 7 \end{vmatrix}$$

Знаходимо приєднану матрицю:

$$A^{\sim} = \begin{vmatrix} 7 & 6 \\ -3 & -4 \end{vmatrix}$$

Знаходимо обернену матрицю:

$$A^{-1} = \begin{vmatrix} -0,7 & -0,6 \\ 0,3 & 0,4 \end{vmatrix}$$

Відповідь: 0,4.

5. Розв'язати систему рівнянь $AX = B$, записану у матричному вигляді. У відповідь записати x_2 .

$$\left\| \begin{array}{ccc|c} -3 & -4 & -4 & -8 \\ -2 & -5 & -2 & 6 \\ 1 & 1 & -1 & -3 \end{array} \right\|$$

Розв'язання. Розв'яжемо методом Крамера.

Знаходимо визначник головної матриці:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & -4 & -4 \\ -2 & -5 & -2 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = (-3) \cdot (-5) \cdot (-1) + (-4) \cdot (-2) \cdot 1 + (-2) \cdot 1 \cdot (-4) - \\ - 1 \cdot (-5) \cdot (-4) - (-2) \cdot (-4) \cdot (-1) - 1 \cdot (-2) \cdot (-3) = \\ = -17.$$

Аналогічно знаходимо $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -8 & -4 & -4 \\ 6 & -5 & -2 \\ -3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = -68;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} -3 & -8 & -4 \\ -2 & 6 & -2 \\ 1 & -3 & -1 \end{vmatrix} = 68;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} -3 & -4 & -8 \\ -2 & -5 & 6 \\ 1 & 1 & -3 \end{vmatrix} = -51.$$

Отже, $x_1 = \Delta_1 / \Delta = -68 / (-17) = 4$; $x_2 = \Delta_2 / \Delta = 68 / (-17) = -4$; $x_3 = \Delta_3 / \Delta = -51 / (-17) = 3$.

Відповідь: -4.

6. Дано точки $A(-4; 2)$, $B(0; 4)$, $C(-2; 3)$. Знайти скалярний добуток векторів BA та BC .

Розв'язання. Знаходимо вектори BA та BC :

$$BA = (-4 - 0; 2 - 4) = (-4; -2);$$

$$BC = (-2 - 0; 3 - 4) = (-2; -1).$$

Отже, $BA \cdot BC = -4 \cdot (-2) + (-2) \cdot (-1) = 10$.

Відповідь: 10.

7. Дано вектори $u(4; 3; 8)$ та $v(-2; -6; -8)$. Знайти вектор r , що дорівнює векторному добутку u та v . У відповідь записати довжину r .

Розв'язання. Знаходимо $r = u \times v$:

$$r = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 4 & 3 & 8 \\ -2 & -6 & -8 \end{vmatrix} = (24; 16; -18).$$

Отже, $|r| = (24^2 + 16^2 + (-18)^2)^{1/2} = 34$.

Відповідь: 34.

8. Дано вектори $u(-2; 5; -7)$, $v(-3; 7; 6)$ та $r(1; 2; 5)$. Знайти мішаний добуток цих векторів.

Розв'язання. Мішаний добуток даних векторів рівний відповідному визначнику:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -2 & 5 & -7 \\ -3 & 7 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 150.$$

Відповідь: 150.

9. Знайти точку перетину прямих $2x + 5y = 33$ та $3x - 2y = 2$. У відповідь записати абсцису точки.

Розв'язання. Розв'яжемо відповідну систему рівнянь методом Крамера:

$$\left\| \begin{array}{cc|c} 2 & 5 & 33 \\ 3 & -2 & 2 \end{array} \right\|$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} = -19; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 33 & 5 \\ 2 & -2 \end{vmatrix} = -76; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 33 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -95.$$

Отже, $x_1 = \Delta_1 / \Delta = -76 / (-19) = 4$; $x_2 = \Delta_2 / \Delta = -95 / (-19) = 5$.

Відповідь: 4.

10. Знайти проекцію точки $B(-8; 7)$ на пряму $-3x + 4y = 27$. У відповідь записати ординату точки.

Розв'язання. Вектор $(-3; 4)$ є нормальним вектором даної прямої a . Тому для прямої b , перпендикулярної до a , цей вектор буде напрямним. Отже, рівняння прямої b , яка проектує точку B на пряму a : $(x + 8) / (-3) = (y - 7) / 4$, звідки $4x + 3y = -11$. Для знаходження проекції точки B на пряму a розв'яжемо систему рівнянь:

$$\left\| \begin{array}{cc|c} -3 & 4 & 27 \\ 4 & 3 & -11 \end{array} \right\|$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} -3 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = -25; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 27 & 4 \\ -11 & 3 \end{vmatrix} = 125; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} -3 & 27 \\ 4 & -11 \end{vmatrix} = -75.$$

Отже, $x_1 = \Delta_1 / \Delta = 125 / (-25) = -5$; $x_2 = \Delta_2 / \Delta = -75 / (-25) = 3$.

Відповідь: 3.

11. Для виготовлення різних виробів A , B , C підприємство використовує три різні види сировини. Норми витрат сировини на виробництво одного виробу кожного виду, ціна одного виробу, а також загальна кількість сировини кожного виду, яку може використати підприємство, приведені у таблиці:

Вид сировини	Норми затрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини (кг)
	A	B	C	
I	20	32	20	400
II	8	38	26	412
III	12	30	30	420
Ціна одного виробу (грн)	5	5	7	

Скласти план виробництва, при якому загальна вартість всієї виробленої продукції буде максимальною.

Розв'язання. Розв'яжемо відповідну задачу лінійного програмування симплексним методом:

i	Базис	C_b	p_0	5	5	7	0	0	0
				p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
1	p_4	0	400	20	32	20	1	0	0
2	p_5	0	412	8	38	26	0	1	0
3	p_6	0	420	12	30	30	0	0	1
4	$F =$		0	-5	-5	-7	0	0	0

Оскільки у 4-му рядку найменше значення рівне -7 , то план не оптимальний і будемо у базис вводити вектор p_3 . Так як $\min\{400/20; 412/26; 420/30\} = 420/30$, то виводити з базису будемо вектор p_6 .

i	Базис	C_b	p_0	5	5	7	0	0	0
				p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
1	p_4	0	120	12	12	0	1	0	$-2/3$
2	p_5	0	48	$-2,4$	12	0	0	1	$-13/15$
3	p_3	7	14	$0,4$	1	1	0	0	$1/30$
4	$F =$		98	$-2,2$	2	0	0	0	$7/30$

Оскільки у 4-му рядку є від'ємне число $-2,2$, то план не оптимальний і будемо у базис вводити вектор p_1 . Так як $\min\{120/12; 14/0,4\} = 120/12$, то виводити з базису будемо вектор p_4 .

i	Базис	C_b	p_0	5	5	7	0	0	0
				p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	p_6
1	p_1	5	10	1	1	0	$1/12$	0	$-1/18$
2	p_5	0	72	0	$14,4$	0	$0,2$	1	-1
3	p_3	7	10	0	$0,6$	1	$-1/30$	0	$1/18$
4	$F =$		120	0	$4,2$	0	$11/60$	0	$1/9$

Оскільки у 4-му рядку нема від'ємних чисел, то останній план оптимальний:

Виробів A – 10 шт., виробів B – 0 шт., виробів C – 10 шт. Загальна вартість продукції рівна 120 грн.

12. Скласти план перевезень однорідного вантажу із пунктів відправлення A_1, A_2, A_3 у пункти призначення B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 із мінімальними транспортними затратами, якщо потреби, запаси та тарифи на перевезення одиниці вантажу приведені у таблиці (c_{ij}):

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4	6	2	3	30
A_2	9	4	3	4	9	40
A_3	1	9	2	5	2	50
Потреби	20	40	20	10	30	

Розв'язання. Розв'яжемо транспортну задачу методом потенціалів. Будуємо опорний план:

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3 20	4 10	6	2	3	30
A_2	9	4 30	3 10	4	9	40
A_3	1	9	2 10	5 10	2 30	50
Потреби	20	40	20	10	30	

Для опорного плану знаходимо вартість перевезень:

$$F = 20 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 30 \cdot 4 + 10 \cdot 3 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 5 + 30 \cdot 2 = 380.$$

Для знаходження потенціалів пунктів відправлення та призначення розв'яжемо систему рівнянь, побудовану для заповнених клітинок:

$$a_1 + b_1 = 3; \quad a_2 + b_2 = 4; \quad a_3 + b_3 = 2; \quad a_3 + b_5 = 2.$$

$$a_1 + b_2 = 4; \quad a_2 + b_3 = 3; \quad a_3 + b_4 = 5;$$

Звідси:

$$a_1 = 0; a_2 = 0; a_3 = -1; b_1 = 3; b_2 = 4; b_3 = 3; b_4 = 6; b_5 = 3.$$

Для незаповнених клітинок знаходимо числа $\Delta_{ij} = a_i + b_j - c_{ij}$:

$$\Delta_{13} = -3; \Delta_{14} = 4; \Delta_{15} = 0; \Delta_{21} = -6; \Delta_{24} = 2; \Delta_{25} = -6; \Delta_{31} = 1; \Delta_{32} = -6.$$

Так як серед Δ_{ij} є додатні (найбільше $\Delta_{14} = 4$), то план не оптимальний і потрібно зробити перерахунок, заповнивши клітинку A_1B_4 :

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3 20	4 0	6	2 10	3	30
A_2	9	4 40	3 0	4	9	40
A_3	1	9	2 20	5 10	2 30	50
Потреби	20	40	20	10	30	

Знаходимо нову вартість перевезень:

$$F = 20 \cdot 3 + 0 \cdot 4 + 10 \cdot 2 + 40 \cdot 4 + 0 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = 340.$$

Аналогічно, розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} a_1 + b_1 &= 3; & a_2 + b_2 &= 4; & a_3 + b_3 &= 2; & a_3 + b_5 &= 2. \\ a_1 + b_2 &= 4; & a_2 + b_3 &= 3; & a_1 + b_4 &= 2; \end{aligned}$$

Звідси:

$$a_1 = 0; a_2 = 0; a_3 = -1; b_1 = 3; b_2 = 4; b_3 = 3; b_4 = 2; b_5 = 3.$$

Для незаповнених клітинок знаходимо числа Δ_{ij} :

$$\Delta_{13} = -3; \Delta_{15} = 0; \Delta_{21} = -6; \Delta_{24} = -2; \Delta_{25} = -6; \Delta_{31} = 1; \Delta_{32} = -6; \Delta_{34} = -4.$$

Так як $\Delta_{31} = 1$, то зробимо перерахунок, заповнивши клітинку A_3B_1 :

	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	Запаси
A_1	3	4 20	6	2 10	3	30
A_2	9	4 20	3 20	4	9	40
A_3	1 20	9	2 0	5	2 30	50
Потреби	20	40	20	10	30	

Знаходимо вартість перевезень:

$$F = 20 \cdot 4 + 10 \cdot 2 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 3 + 20 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 30 \cdot 2 = 320.$$

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{aligned} a_3 + b_1 &= 1; & a_2 + b_2 &= 4; & a_3 + b_3 &= 2; & a_3 + b_5 &= 2. \\ a_1 + b_2 &= 4; & a_2 + b_3 &= 3; & a_1 + b_4 &= 2; \end{aligned}$$

Звідси:

$$a_1 = 0; a_2 = 0; a_3 = -1; b_1 = 2; b_2 = 4; b_3 = 3; b_4 = 2; b_5 = 3.$$

Для незаповнених клітинок знаходимо числа Δ_{ij} :

$$\Delta_{11} = -1; \Delta_{13} = -3; \Delta_{15} = 0; \Delta_{21} = -7; \Delta_{24} = 0; \Delta_{25} = -6; \Delta_{32} = -6; \Delta_{34} = -4.$$

Так всі $\Delta_{ij} \leq 0$, то останній план оптимальний.

**IV. ВІДПОВІДІ ДО ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ
КОМПЛЕКСНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.										
2.										
3.										
4.										
5.										
6.										
7.										
8.										
9.										
10.										
11.										
12.										
13.										
14.										
15.										
16.										
17.										
18.										
19.										
20.										
21.										
22.										
23.										
24.										
25.										
26.										
27.										
28.										
29.										
30.										

**V. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ЗАВДАНЬ
КОМПЛЕКСНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ**

Кожне правильно розв'язане тестове завдання (від №1 до №10) оцінюється, в залежності від складності, такою кількістю балів:

Завдання	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Сума
Бал	1	1	2	2	3	2	2	2	2	3	20

Завдання підвищеного рівня складності (№11 та №12) оцінюються від 1-го до 5-и балами. Таким чином у сумі студент може набрати до 30-и балів. Переведення у *n*-бальну систему відбувається шляхом множення отриманої суми на $n/30$.

VI. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

Базова

1. Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М., 1986. – 320 с.
2. Вильямс Н. Н. Параметрическое программирование в экономике. – М.: Статистика, 1976.
3. Вища математика: Навч.-метод. посібник для самост. вивч. дисц. / К.Г. Валеев, І.А. Джалладова, О.І. Лютий та ін. – К.: КНЕУ, 1999. – 396 с.
4. Вища математика: основні означення, приклади і задачі. Навчальний посібник: У двох книгах. / Г.Л. Кулініч, Л.О. Максименко, В.В. Плахотник, Г.Й. Призва. – К.: Либідь, 1994. – 312 с.
5. Давыдов Э. Г. Исследование операций: Учеб. пособие для студ. вузов. – М., 1990.
6. Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Підручник для вузів. 5-е вид. – К.: Вища школа, 2001. – 688 с.
7. Конюховский П. В. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб.: Питер, 2000. – 208 с.
8. Линейное и нелинейное программирование / И. Н. Ляшенко, Е. А. Карагодова, Н. В. Черникова, Н. З. Шор; Под ред. И. Н. Ляшенко. – К.: Выща шк., 1975. – 372 с.
9. Математические методы исследования операций: Учеб. пособие для вузов / Ю. М. Ермольев, И. И. Ляшко, В. С. Михалевич, В. И. Тюття. – К., 1979.
10. Таха Х. Введение в исследование операций: Пер. с англ. – 6-е изд. – М.: Издат. дом “Вильямс”, 2001. – 912 с.

Допоміжна

11. Бугір М. К. Математика для економістів. Лінійна алгебра, лінійні моделі. – К., 1998. – 272 с.
12. Зайченко О.Ю., Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Збірник задач. – К.: Видавничий дім «Слово», 2007. – 472 с.
13. Маляр М.М., Повідайчик М.М., Повідайчик О.С. Вища математика. Основи теорії ймовірностей. Методичні рекомендації до вивчення курсу. – Ужгород: Інвазор, 2008. – 48 с.
14. Методы оптимизации: упражнения и задания: учеб. пособие / В.В. Альсевич, В.В. Крахотко. – Мн.: БГУ, 2005. – 405 с.
15. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. – М.: Наука, 1977. – 352 с.