НЕЧЕТКИЕ ПРОЦЕДУРЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО АНАЛИЗА ВАРИАНТОВ В КОМБИНАТОРНЫХ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧАХ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ

Николай Маляр, Оксана Швалагин

Аннотация: *Предлагаются нечеткие процедуры последовательного анализа вариантов в комбинаторных оптимизационных задачах с целью их использования для построения алгоритмов последовательного анализа, отсеивания и конструирования вариантов в условиях нечеткости. Описывается схема нечеткого алгоритма W последовательного анализа для дискретных задач математического программирования и ее приложения к нечеткой задаче классификации.*

Ключевые слова: *последовательный анализ вариантов, нечеткость, задача классификации.*

ACM Classification Keywords: *H.4.2 Information Systems Applications: Types of Systems: Decision Support.*

Введение

Последовательный анализ вариантов (ПАВ), разработанный в начале 60-ых годов в Институте кибернетики Национальной академии наук Украины, является одним из наиболее эффективных методов решений оптимизационных задач различных классов. [Михалевич, Шор, 1961]. Одним из первых алгоритмов ПАВ, разработанный для решения комбинаторных задач с монотонно-рекурсивными функционалами, явился широко известный алгоритм «Киевский веник» (алгоритм последовательного конструирования, анализа и отсеивания вариантов) [Михалевич, Шор, 1977]. В [Волкович, Волошин, 1978] предложен алгоритм W, предназначенный для решения комбинаторных оптимизационных задач с аддитивными и монотонными функционалами. В алгоритме W процедуры последовательного анализа и отсеивания вариантов распараллеливаются на отдельные компоненты вариантов (подварианты единичной длины), конструирование вариантов осуществляется путем последовательного введения ограничений на значение целевого функционала. В работе [Волошин, 1987] алгоритм W обобщается на случай анализа и отсеивания подвариантов произвольной длины, конструирование полных вариантов осуществляется на верхнем уровне при анализе агрегирующей задачи. В [Волошин, Маляр, Швалагин, 2009] алгоритм W модифицируется на случай задания нечеткого отношения предпочтений при описании допустимых подвариантов задачи и ограничений на значения целевого функционала. В данной работе алгоритм W обобщается на случай оптимизационных комбинаторных задач для различных способов задания нечеткой исходной информации, в частности, при нечетком задании функционалов. В качестве примера применения нечеткого алгоритма W рассматривается нечеткая задача классификации.

Постановка задачи

Пусть задано некоторое конечное множество $X = \{\mathbf{x} = (x_1,...,x_j,...,x_n)\}$ возможных вариантов задачи. Множество возможных вариантов построения j - ой компоненты x_j вектора $\mathbf{x}$ обозначим X_j, $j = \overline{1,n}$. Множества X_j могут задаваться множеством значений функции дискретного аргумента; задаваться таблично; быть множеством перестановок некоторого базисного множества параметров. Вектор $p=(x_{j1},x_{j2},...,x_{jk})$, где $x_{j1}\in X_{j1}$, $x_{j2}\in X_{j2}$,..., $x_{jk}\in X_{jk}$ $(1\le j_1<\dots<j_k\le n)$, называется подвариантом длины k. Множество всех подвариантов обозначим через $P(X)$, в котором выделим множество допустимых подвариантов $D(X)\subseteq P(X)$. В множестве $D(X)$ выделяется подмножество полных допустимых вариантов (вариантов длинны n), $D\subseteq D(X)$, для которого справедливо соотношение $D\subseteq X$. Родовым множеством подварианта $p\in D(X)$ называется множество $R(p)$, состоящее из тех вариантов $\mathbf{x}$, которые содержат подвариант p. В свою очередь, допустимым родовым множеством $\overline{R}(p)$ подварианта p называется такое подмножество родового множества $R(p)$, которое состоит из допустимых вариантов $\mathbf{x}\in D$. Родовым множеством $R(p)$ некоторого множества подвариантов $P\subseteq P(X)$ называется множество, которое является объединением родовых множеств подварианта $p\in P$, то есть $R(p)=\bigcup_{p\in P}R(p)$.

Величина $\Delta^i_p=\left\{\left(\Delta g^i_p,\mu\left(\Delta g^i_p\right)\right),\Delta g^i_p\in\left[\Delta\underline{g}^i_p,\Delta\overline{g}^i_p\right]\right\}$ называется допуском для подварианта p относительно множества D по i-ому ограничению, если из того, что $G_i(p)\ge\Delta^i_p$, следует, что допустимое родовое подмножество $\overline{R}(p)$ подварианта p пусто.

В соответствии с методологией ПАВ необходимо построить процедуру анализа родовых множеств подвариантов и исключения тех из них, допустимые родовые множества которых пусты или не содержат оптимальных вариантов. Эта задача сводится к задаче вычисления допусков и проверки множества подвариантов на удовлетворение этим допускам.

Обозначим через $Q(P)=\left\{\Delta^i_p\right\}$, $i=\overline{1,m}$, множество допусков относительно множества D для множества подвариантов P по всем ограничениям.

На множестве P зададим оператор $E=E(P,Q)$, отсеивающий те подварианты, которые не удовлетворяют множеству допусков Q. Применив оператор E на множестве P, получим множество подвариантов $P'\subseteq P$ такое, что

$$\overline{R}(P)=\overline{R}(P'). \tag{1}$$

Тем самым, из рассмотрения исключаются подварианты $p\in\widetilde{P}=P\setminus P'$, для которых $\overline{R}(\widetilde{P})=\varnothing$.

Обозначим $\wp=\cup P$ конечное семейство множеств подвариантов $P\subseteq P(X)$, для которого справедливо $R(\wp)=X$, $\overline{R}(\wp)=D$. Пусть $Q(\wp)=\cup Q(P)$ - система допусков семейства $\wp$. Определим на множестве $\wp$ оператор Ω аппроксимации множества $D\subseteq X$, который вычисляет систему допусков $Q(\wp)$ и сужает множество X путем применения оператора E на множествах $R\subseteq\wp$.

Обозначим через $F(x)=\sum_{j=1}^{n}F_j(\mathbf{x}_j)$ - нечеткий функционал, $F_j(\mathbf{x}_j)$ - нечеткие числа с функциями принадлежности $\mu_j(\mathbf{x}_j)$.

В [Волошин, Маляр, Швалагин, 2010] процедуры отсеивания алгоритма W обобщаются на различные формы нечеткого задания целевого функционала. В данной работе рассматриваются постановки нечетких оптимизационных задач, для которых можно предложить эффективные процедуры вычисления допусков, на основании которых можно построить процедуры анализа и отсеивания вариантов.

1. Найти вариант $\mathbf{x}^* \in D$, который максимизирует нечеткий функционал $F(x)$: $\mathbf{x} \in \operatorname{Arg}\max_{x \in D} \operatorname{supp} F(x)$, где $\operatorname{supp} F(x)$ - носитель нечеткого множества [Орловский, 1981].

2. Среди допустимых вариантов, функция принадлежности функционала у которых больше заданного порога α_1, найти вариант $\mathbf{x}^* \in D$, который максимизирует функционал $F(x)$: $\mathbf{x} \in \operatorname{Arg}\max_{x \in D} F_{\alpha_1}(x)$.

3. Среди допустимых вариантов, функция принадлежности функционала на которых приобретает максимального значения, найти вариант $\mathbf{x}^* \in D$, который максимизирует $F(x)$: $\mathbf{x} \in \operatorname{Arg}\max_{x \in D} F_{\alpha_2}(x)$, где $\alpha_2 = \max_{x \in D} \mu_F(x)$.

4. Среди допустимых вариантов, функции принадлежности компонент функционала на которых принимают значения, больше заданного порога, найти вариант $\mathbf{x}^* \in D$, который максимизирует функционал $F(x)$:

$$\begin{cases} \mathbf{x} \in \operatorname{Arg}\max_{x \in D} \operatorname{supp} F(x) \\ \mu_{f_j}(f_j(\mathbf{x})) \ge \alpha_3 \end{cases}.$$

5. Найти вариант среди тех, которые принадлежат следующему множеству допустимых вариантов: $D(X) = \left\{ p \mid G_i(p) \overset{\alpha}{\prec} G_i,\ p \in P(X),\ \alpha > 0 \right\}$.

6. Для вариантов, функции принадлежности критериальных функций которых, больше заданного порога, вычислить значение целевого функционала: $F(x)$, $x \in X$ при $G_i(x) = \sum_{j=1}^{n} G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)$, $\mu_{G_{ij}}\left(G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)\right) \ge \Delta$.

7. Найти вариант, который удовлетворяет ограничениям:

$G_{*i} \le \inf \operatorname{supp} G_i(x)$, $\sup \operatorname{supp} G_i(x) \le G_i^*$ $(i = \overline{1, m})$,

где G_{*i} та G_i^* - границы изменений ограничений, $G_i(x) = \sum_{j=1}^{n} g_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)$ - нечеткие ограничения.

8. Найти вариант, функции принадлежности компонент ограничений которых принимают значения, больше заданного порога: $G_i(x) = \sum_{j=1}^{n} G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)$, $\mu_{G_{ij}}\left(G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)\right) \ge \alpha'$,

где $G_i(p) = \sum_{j=1}^{n} G_{ij}\left(x_{j(l_j)}\right)$ - нечеткий функционал подварианта p, $G_{ij}\left(x_{j(l_j)}\right) = \left\{\left(g_{ij}\left(x_{j(l_j)}\right), \mu_{g_{ij}}\left(g_{ij}\left(x_{j(l_j)}\right)\right)\right)\right\}$ - нечеткие функционалы соответствующих значений переменных.

Схема нечеткого алгоритма $\widetilde{W}$

Рассматриваются универсальные процедуры последовательного анализа и отсеивания вариантов, которые обобщают четкий алгоритм ***W*** [Волкович, Волошин, 1984]**,** и могут быть применены для рассмотренных выше оптимизационных постановок.

Обозначим множество допустимых вариантов $D(X)=\{p \mid G_{*i} \le \inf \operatorname{supp} G_i(p), \sup \operatorname{supp} G_i(p) \le G_i^*\}$,

$G_i(p)=\{(g_i(p), \mu_{g_i}(g_i(p)))\}$, $i=\overline{1,m}$.

Для учета дополнительных ограничений на целевые функционалы и функционалы ограничений, осуществляются следующие преобразования:

$$\operatorname{supp} G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right) := \left\{g_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right) \in \operatorname{supp} G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right), \mu_{g_{ij}}\left(g_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)\right) \ge \alpha_1\right\},$$

$$\operatorname{supp} F_j\left(u_{j(l_j)}\right) := \left\{f_j\left(u_{j(l_j)}\right) \in \operatorname{supp} F_j\left(u_{j(l_j)}\right), \mu_{f_j}\left(f_j\left(u_{j(l_j)}\right)\right) \ge \alpha_2\right\}.$$

Элементы таблицы возможных вариантов задачи V, для которых $\operatorname{supp} G_{ij}\left(u_{j(l_j)}\right)=\varnothing$ или $\operatorname{supp} F_j\left(u_{j(l_j)}\right)=\varnothing$ исключаются из рассмотрения.

Первая итерация процедуры $\widetilde{W}_1$:

Шаг 1. Строим таблицу $V_1^{(0)}$, упорядочивая строки таблицы возможных вариантов V по возрастанию значений функции G_1: $\inf \operatorname{supp} G_1$; и таблицу $V_2^{(0)}$, элементы которой упорядочиваются по убыванию значений функции G_1: $\sup \operatorname{supp} G_1$.

Шаг 2. Для первых столбцов таблиц проверяем справедливость условий $\inf \operatorname{supp} G_1\left(v_0^{(1)}\right) \le G_1^*$, $\sup \operatorname{supp} G_1\left(v_0^{(2)}\right) \ge G_{*1}$.

Если хотя бы одно из условий не выполняется, то задача не имеет решения. Иначе, переходим к следующему шагу.

Шаг 3. Вычисляем значения функции G_1 для всех элементов первых столбцов $V_1^{(0)}$ и $V_2^{(0)}$, без элементов первой строки: $\underline{G}_1 = \inf \operatorname{supp} G_1\left(v_0^1 \setminus u_{1(1)}^{(1)}\right)$, $\overline{G}_1 = \sup \operatorname{supp} G_1\left(v_0^2 \setminus u_{1(1)}^{(2)}\right)$.

Находим „вертикальные" допуски $\Delta G_1^{*(1)} = G_1^* - \underline{G}_1$, $\Delta G_{*1}^{(1)} = G_{*1} - \overline{G}_1$.

Проводим следующие преобразования $\operatorname{supp} G_1\left(u_{1(l_1)}\right) := \left\{x \in \operatorname{supp} G_1\left(u_{1(l_1)}\right), x \le \Delta G_1^{*(1)}\right\}$.

$\operatorname{supp} G_1\left(u_{1(l_1)}\right) := \left\{x \in \operatorname{supp} G_1\left(u_{1(l_1)}\right), x \ge \Delta G_{*1}^{(1)}\right\}$.

Элементы, для которых $\operatorname{supp} G_1\left(u_{1(l_1)}\right)=\varnothing$ отсеиваются.

Шаг 3 проводим для всех строк таблиц $V_1^{(0)}$ и $V_2^{(0)}$, получаем таблицы $V_1^{(1)}$ и $V_2^{(1)}$.

Шаг i. Проводим отсев элементов в таблицах $V_1^{(i-1)}$ и $V_2^{(i-1)}$ по *i*-ому ограничению вида $G_{*i} \le G_i(v) \le G_i^*$ аналогично к шагу 1.

Вторая итерация процедуры $\widetilde{W}_1$:

В результате проведения первой итерации происходит отсев элементов по всем ограничениям и строятся таблицы $V_1^{(n)}$ и $V_2^{(n)}$. На второй итерации происходит отсев по всех ограничениях в таблицах $V_1^{(n)}$ и $V_2^{(n)}$.

l-а (заключительная) итерация процедуры $\widetilde{W}_1$: в соответствии к общей схеме ПАВ, в случае, когда $V_1^{(l-1)}$ и $V_2^{(l-1)}$ совпадают с таблицами $V_1^{(l)}$ и $V_2^{(l)}$ выполнение процедуры $\widetilde{W}_1$ прекращается. В результате получаем суженое множество $X^{(s_0)}$.

Обозначим $V^{(l)} = V_1^{(l)} \cap V_2^{(l)}$ - таблицу элементов, которые остались после работы процедуры $\widetilde{W}_1$. Если $V^{(l)} = \varnothing$, то начальная задача недопустима. В случае, когда $V^{(l)}$ достаточно мала, оптимальное решение находиться прямым перебором. Если оно пусто – то начальная задача недопустимая, если множество достаточно мало – оптимальное решение ищем прямым перебором. Если прямой перебор невозможен за приемлемое время, то вводим дополнительные ограничения на значение функционала и применяем оператор Ω.

На функционал вводим дополнительное ограничение:

$$F(\mathbf{x}) \overset{\beta}{\succ} F^{*(\gamma)},\ 0 \le \beta \le 1 \qquad , \qquad (2)$$

где $F^{*(\gamma)} \in \left[\min\limits_{x \in X^{(s_0)}} F(\mathbf{x}),\ \max\limits_{x \in X^{(s_0)}} F(\mathbf{x}) \right]$ - нечеткий параметр с функцией принадлежности $\nu\left(F^{*(\gamma)}\right)$.

Обозначим множество вариантов, которые удовлетворяют (2) при выбранном значении $F^{*(\gamma)}$ через $D_F^{\gamma} = \left\{ \mathbf{x} \mid F(\mathbf{x}) \ge F^{*(\gamma)} \right\}$ и множество допустимых вариантов множества D_F^{γ} через $D_{\gamma} = D \cap D_F^{\gamma}$.

Величина ΔF_p^{γ} называется допуском для множества подвариантов $P^{\gamma} \subseteq \wp_{\gamma}$ относительно множества D_F^{γ} по функционалу, если из условия $F(p) < \Delta F_p^{\gamma}$ следует, что допустимое родовое множество $\overline{R}^{\gamma}(p) = R(p) \cap D_{\gamma}$ подварианта p пусто.

Система допусков $Q(\wp_{\gamma}) = \cup \left\{ \Delta F_p^{\gamma} \right\}$ вычисляется с помощью «нечеткого» оператора аппроксимации Ω, схема работы которого будет следующей:

Шаг 0. Для заданного значения $F^{*(\gamma)}$ вычисляем для семейств $\wp^{(0)} = \wp$ и $\wp_{\gamma}^{(0)} = \wp_{\gamma}$ полную систему допусков $Q\left(\wp^{(0)}, \wp_{\gamma}^{(0)}\right)$, где $\wp = \cup P$, $\wp_{\gamma} = \cup P^{\gamma}$.

Шаг s. На множествах $P^{(s-1)}$ и $P^{\gamma(s-1)}$, выбранных из семейств $\wp^{(s-1)}$ и $\wp^{(s)}$ при заданной полной системе допусков $Q\left(\wp^{(s-1)}, \wp_{\gamma}^{(s-1)}\right)$, применяется оператор отсева E. В результате получаем новые семейства $\wp^{(s)} = \cup P^{(s)}$, $\wp^{(s)} \subseteq \wp^{(s-1)}$, и $\wp_{\gamma}^{(s)} = \cup P^{\gamma(s)}$, $\wp_{\gamma}^{(s)} \subseteq \wp_{\gamma}^{(s-1)}$, и множество $X_{\gamma}^{(s)}$ такое, что $X_{\gamma}^{(s)} \subseteq X_{\gamma}^{(s-1)} \subseteq X$. Для семейств $\wp^{(s)}$ и $\wp_{\gamma}^{(s)}$ вычисляется полная система допусков $Q\left(\wp^{(s)}, \wp_{\gamma}^{(s)}\right)$. При вычислении допусков предлагается использовать нечеткие множества α – уровней [Орловский, 1981] и смещение вправо нижней границы интервалу допуску. Если $Q\left(\wp^{(s-1)}, \wp_{\gamma}^{(s-1)}\right) = Q\left(\wp^{(s)}, \wp_{\gamma}^{(s)}\right)$, то вычисление заканчивается, при этом $X_{\gamma}^{(s_0)} = X_{\gamma}^{(s)}$, иначе переходим к шагу (s+1) [Волошин, 1987]. .

Нечеткая задача классификации

Как пример использования предложенной выше схемы нечеткого алгоритма W рассмотрим её применение к нечеткой задачи классификации в такой постановке:

Пусть дано множество объектов ***O*** $=\{O_1, O_2, \ldots, O_n\}$ и в нем выделено некоторое подмножество G, которое описывается значениями заданных признаков (критериев). Необходимо оценить количество объектов из заданного множество ***O***, которые принадлежат подмножеству G. Оценка проводится на основании заданных значений критериев для каждого объекта из начального множества.

Зададим на множестве объектов нечеткое множество принадлежности подмножеству G. Обозначим через $\mu_\Omega(O_j)$ - меру принадлежности объекта O_j группе G, то есть $\Omega = \{(O_j, \mu_\Omega(O_j))\}$.

Будем считать, что объект O_j принадлежит подмножеству G с некоторой степенью принадлежности, если его мера принадлежности $\mu_\Omega(O_j)$ больше некоторого допуска, то есть $O_j \overset{\mu_j}{\in} G$, если $\mu_\Omega(O_j) > \Delta$.

И наоборот, объект не принадлежит подмножеству G, если его мера принадлежности меньше этого допуска: $O_j \notin G$, если $\mu_\Omega(O_j) \le \Delta$.

Рассмотрим алгоритм согласования решений, который есть модификацией нечеткого алгоритма W.

На первом этапе критерии, в зависимости от их влияния на результат, разбиваются на группы. На первом уровне находятся критерии, у которых влияние самое значительное, на втором – меньшее и так далее

Первая итерация процедуры $\widetilde{W}_2$:

Шаг 1. На основании экспертной информации строим базу знаний для группы критериев первого уровня.

Шаг 2. Для каждого объекта, который рассматривается, находим степени истинности соответственных функций и применяем логический вывод и композицию нечетких множеств. Получаем интервалы оценок $\left[a_1^{(j)}, b_1^{(j)}\right]$.

Шаг 3. Исключаем из рассмотрения те объекты, для которых $b_1^{(j)} \le \Delta$.

В случае если все объекты исключены, то или применяем диалоговую процедуру для уточнения экспертом допуска Δ и возвращаемся к третьему шагу, или делаем вывод, что ни один из объектов не принадлежит подмножеству G, и останавливаем работу процедуры $\widetilde{W}_2$.

На второй итерации строим базу знаний для критериев второго уровня, для объектов, которые остались в рассмотрении, вычисляем интервалы оценок $\left[a_2^{(j)}, b_2^{(j)}\right]$. Определяем правило u_1, по которому проводим согласование оценок, полученных на двух первых уровнях. Обозначим согласованный интервал $\left[a^{(j)}, b^{(j)}\right]$. Исключаем из рассмотрения те объекты, для которых $b^{(j)} \le \Delta$.

В случае если все объекты исключены, то или применяем диалоговую процедуру для уточнения экспертом допуска Δ и возвращаемся к третьему шагу, или делаем вывод, что ни один из объектов не принадлежит подмножеству G, и останавливаем работу процедуры $\widetilde{W}_2$.

L – а заключительная итерация процедуры $\widetilde{W}_2$.

Получив согласованные интервалы оценок $\left[a^{(j)}, b^{(j)}\right]$, по заданному правилу u_{L-1} проводим их согласование с интервалами $\left[a_L^{(j)}, b_L^{(j)}\right]$. В результате получим интервалы оценок $\left[\overline{a}^{(j)}, \overline{b}^{(j)}\right]$.

Исключаем из рассмотрения те объекты, для которых $\overline{b}^{(j)} \le \Delta$.

Если исключены все объекты, то делаем вывод, что ни один из объектов множества O не принадлежит подмножеству G, и останавливаем работу процедуры $\widetilde{W}_2$. В противном случае – проводим дефазификацию интервалов оценок. Полученные оценки и будут показывать меру принадлежности объектов подмножеству G.

Благодарности

Авторы благодарны проф. Волошину А.Ф. за консультации при написании статьи.

Заключение

Последовательный анализ вариантов, разработанный в начале 60-ых годов в Институте кибернетики Национальной академии наук Украины, является одним из наиболее эффективных методов решений оптимизационных задач различных классов. Модификация процедур последовательного анализа вариантов, их обобщение на новые классы задач, в частности с учетом нечетких условий в постановках, является актуальной и перспективной задачей. В работе предложены универсальные процедуры последовательного анализа, отсеивания и конструирования вариантов, которые могут быть основой для алгоритмов решения разных классов оптимизационных задач.

Библиография

[Михалевич, Шор, 1961] Михалевич В.С., Шор Н.З. Метод последовательного анализа вариантов при решении вариационных задач управления, планирования и проектирования//Труды IV Всесоюз.мат.съезда,М.,1961.-С.91.

[Михалевич, Шор, 1977] Михалевич В.С., Шор Н.З. и др. Вычислительные методы выбора оптимальных решений.- Киев: Наукова думка,1977.-178с.

[Волкович, Волошин, 1978] Волкович В.Л., Волошин А.Ф. Об одной схеме метода последовательного анализа и отсеивания вариантов//Кибернетика,1978, №4.-С.99-105.

[Волошин, 1987] Волошин А.Ф. Метод локализации области оптимума в задачах математического программирования//Доклады АН СССР,1987,том 293,№3.-С.549-553.

[Волошин, Маляр, Швалагин, 2009] А. Волошин, Н. Маляр, О. Швалагин. Нечеткий алгоритм последовательного анализа вариантов.// Information science & computing, International Book Series, Number 15, Volume, ITHEA, SOFIA, 2009.- P. 189-194.

[Волошин, Маляр, Швалагин, 2010] О.Волошин, М.Маляр, О.Швалагін Процедура послідовного аналізу і відсіювання варіантів в комбінаторних оптимізаційних задачах з нечіткими функціоналами //Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Кібернетика. – К., 2010. – Вип.10. – С. 4-7.

[Волкович, Волошин, 1984] Волкович В.Л., Волошин А.Ф., Горлова Т.М. и др. Методы и алгоритмы автоматизированного проектирования сложных систем управления. – К.: Наук.думка, 1984. – 216 с.

[Орловский, 1981] Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1981. – 208 с.

Сведения об авторе

Маляр Николай Николаевич – *декан математического факультета, заведующий кафедрой кибернетики и прикладной математики Ужгородского национального университета, кандидат технических наук, доцент, Украина, Ужгород, ул. Подгорная,46*

Швалагин Оксана Юрьевна – *аспирант, Ужгородский национальный университет, математический факультет. Ужгород, Украина.*