Розглядається загальна задач прийняття рішень при багатьох критеріях. Запропонована «паралельно-послідовна» схема декомпозиції простору альтернатив для задачі вибору. Приведено алгоритми відсіву альтернатив у випадку їх чіткого та нечіткого оцінювання

Ключові слова: багатокритеріальний вибір; паралельно-послідовна декомпозиція; нечіткі оцінки, точка задоволення; відсів альтернатив

Рассматривается задача принятия решений при многих критериев. Предложена ”параллельно-последовательная” схема декомпозиции пространства альтернатив для задачи выбора. Приведены алгоритмы отсева альтернатив в случае их четкого и нечеткого оценивания

Ключевые слова: многокритериальный выбор: параллельно-последовательная декомпозиция; нечеткие оценки; точка удовлетворения; отсев альтернатив

The general problem of acceptance of decisions in case of many criteria is considered. Parallel-successive scheme of decomposing of score alternatives for the choice problem is suggested. The algorithms siftings of the alternatives in case of their distinct and indistinct evaluation is brought

Key words: polycriteria choice; parallel-successive decomposing; indistinct evaluation; the point of contentment; siftings of alternatives

УДК 519.8

СХЕМА ПАРАЛЕЛЬНО-ПОСЛІДОВНОГО ВІДСІВУ ВАРІАНТІВ ДЛЯ ЗАДАЧІ ВИБОРУ

М.М. Маляр
Кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри*
E-mail: malyarmm@gmail.com

О.Ю. Швалагін
Аспірант*
*Кафедра кібернетики і прикладної математики
Ужгородський національний університет
вул. Північна, 14, к.325, м. Ужгород, Україна, 88000
Контактний тел.: (0312) 64-27-25

1. Вступ

Самою поширеною задачею, що зустрічається при розв‘язанні різних проблем у всіх сферах людської діяльності є прийняття рішень або вибір. Важливою особливістю реальних задач вибору є велика розмірність як простору альтернатив, так і простору критеріїв за якими проводиться їх оцінка. Ці особливості сучасних задач вибору збільшують трудомісткість їх вирішення. Для розв‘язання подібних проблем використовуються різні декомпозиційні підходи [1, 2, 3], що дозволяє здійснити заміну початкової задачі вибору на ряд більш простих підзадач з меншою потужністю множини альтернатив, які утворюють ієрархічну структуру.

2. Постановка задачі

Розглянемо задачу вибору у загальній постановці. Нехай задані множина альтернатив $X=\{x^1,x^2,...,x^n\}$ і універсальна множина критеріїв $K=\{K^1,K^2,...,K^m\}$, з вагами $H=\{\eta_1,\eta_2,\ldots,\eta_m\}$ за допомогою яких ця множина альтернатив може бути оцінена. Необхідно визначити множину найкращих альтернатив (множина може складатись із одної альтернативи) на основі інформації, отриманої від експертів.

Процес прийняття рішень починається з формування множини експертів, які є компетентними у відповідних галузях. Позначимо множину експертів $E=\{E^1,E^2,\cdots,E^l\}$. Кожному експерту поставимо у відповідність його коефіцієнт компетентності – вагу $\Lambda=\{\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_l\}$, яка може задаватися безпосередньо особою, що приймає рішення (ОПР), або обчислюватися на основі проведених попередніх експертиз. Експерт, відповідно до власних знань, можуть сформувати власну групу критеріїв $G_i \subseteq K$, $i\in\{1,2,\ldots,l\}$ із універсальної множини.

3. Моделювання ієрархічної структури

Однією з особливостей реальних задач вибору є велика кількість альтернатив, що значно ускладнює вибір. Для спрощення задачі використовують різні декомпозиційні процедури, які дозволяють замінити початкову задачу вибору на підзадачі з меншою кількістю альтернатив. При чому, розв'язок окремих підзадач наближає розв'язок початкової задачі.

Розглянемо наступні дві схеми декомпозиції [1, 2, 3]. Суть «паралельної» схеми полягає в тому, що початкова множина альтернатив розбивається на однорідні підмножини [4], тобто початкова задача розбивається на «незалежні» підзадачі. При цьому кожній альтернативі $x \in X$ можна поставити у відповідність альтернативу $x_j \in X^{(j)}$ з множини альтернатив $j-$ої підзадачі. Процедура вибору надалі полягає в розв'язку кожної окремої однорідної підзадачі, тобто у відсіві альтернатив для кожної підзадачі. Внаслідок такого підходу, кількість альтернатив для кожної такої підзадачі є суттєво меншою, ніж кількість альтернатив початкової задачі.

При «послідовній» схемі декомпозиції задачі вибору вводять декілька ієрархічних рівнів описання альтернатив. В цьому випадку на кожному наступному рівні будь-якій альтернативі буде поставлена у відповідність більш узагальнена альтернатива. При цьому більш узагальнена альтернатива має бути прообразом декількох альтернатив вищого рівня ієрархії. Таким чином зменшується кількість альтернатив, що полегшує задачу вибору. Узагальнення альтернатив може проводитися за однією чи декількома ознаками одночасно. Такі узагальнені альтернативи назвемо класами альтернатив. На одному і тому ж рівні ієрархії, в загальному випадку, розбиття на класи може проводитися за різними ознаками (критеріями).

Отже, розіб'ємо множину альтернатив X на однорідні підмножини, альтернативи кожної з яких оцінюються однією і тією ж самою множиною критеріїв. Припустимо, що проаналізувавши проблемну ситуацію множина альтернатив може бути представлена у вигляді наступної сукупності підмножин $X^{(1)}, X^{(2)}, ..., X^{(w)}$, що не перетинаються, тобто $X = \{X^{(1)}, X^{(2)}, ..., X^{(w)}\}$. Відповідно кожній з цих підмножин альтернатив відповідає своя група критеріїв із універсальної множини K, які позначимо $K^{(1)}, K^{(2)}, ..., K^{(w)}$. Перетин між цими групами може бути непуста множина. В результаті такого розбиття, отримаємо скінчену кількість однорідних задач вибору відносно підмножин альтернатив.

На наступному етапі ті альтернативи, які володіють певними однаковими властивостями або оцінки за деякими критеріями у яких співпадають, можна об'єднати в класи альтернатив. Класи, в свою чергу, можуть оцінюватися за меншою підмножиною критеріїв [5], що дозволяє на цьому етапі зменшити розмірність простору критеріїв.

В межах даного етапу, розбиття на класи може проводитися по-різному (за різною підмножиною критеріїв), при чому в таких розбиттях можуть брати участь не всі альтернативи однорідної задачі вибору. Відсів на даному етапі проводиться для кожного окремого розбиття.

Так як групи критеріїв для однорідних підзадач вибору в загальному випадку при перетині дають непорожню множину, то в різних розбиттях одночасно можуть брати участь альтернативи з різних підзадач.

Таким чином, застосувавши паралельно-послідовну декомпозицію, ми отримуємо трирівневу ієрархічну модель прийняття рішень відносно простору альтернатив:

- на першому (верхньому) рівні знаходяться всі альтернативи початкової задачі вибору;
- на другому рівні знаходяться альтернативи, які відповідають однорідним підзадачам вибору;
- на третьому (нижньому) рівні знаходяться узагальнені класи альтернатив, які оцінюються за підмножинами критеріїв меншої потужності.

На кожному рівні, починаючи з найнижчого, проводиться відсів альтернатив (класів альтернатив) за одним з підходів, запропонованих нижче.

Не зменшуючи загальності будемо вважати що на кожному окремому рівні є n альтернатив, m критеріїв та l експертів.

4. Методика побудови експертних оцінок

Нехай кожен експерт, враховуючи власні знання і пріоритети, оцінює всі альтернативи з множини X за відповідною групою критеріїв G_i, $i \in \{1, 2, \ldots, l\}$. Позначимо O_{iq}^j оцінку j-ої альтернативи i-им експертом за критерієм під номером q.

Нехай ОПР або експерт для кожного якісного критерію задає оптимістичну та песимістичну межі оцінки альтернативи [6]. Тобто, наприклад, для критерію K^i - задаються оптимістична межа $\overline{K}^i$ та песимістична - $\underline{K}^i$, і всі оцінки альтернатив за даним критерієм вважаються занадто оптимістичними і перебільшеними, якщо вони перевищують $\overline{K}^i$ або занадто песимістичними і заниженими, якщо вони менші за $\underline{K}^i$.

Аналізуючи оцінки експертів, ті з них, які є перебільшеними будемо замінювати на відповідну їм оптимістичну межу, а занижені – на песимістичну. Тобто, отримаємо наступне перетворення:

$$O_{iq}^j := \begin{cases} \underline{K}^q, \text{ якщо } O_{iq}^j < \underline{K}^q, \\ \overline{K}^q, \text{ якщо } O_{iq}^j > \overline{K}^q, \\ O_{iq}^j, \text{ в інших випадках.} \end{cases}$$

Для кожного критерію з множини критеріїв $K = \{K^1, K^2, ..., K^m\}$ застосуємо одну із згорток:

$$O_{(q)}^{j(2)} = \frac{l}{\left(\sum_i \left(\lambda_j O_{iq}^j\right)^{-r}\right)^{\frac{1}{r}}}$$

$$O_{(q)}^{j(3)} = \sqrt[l]{\prod_i \left(O_{iq}^j\right)^{1/\lambda_i}}$$

$$O_{(q)}^{j(4)} = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l} O_{iq}^j \lambda_i$$

$$O_{(q)}^{j(5)} = \left(\frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(O_{iq}^j \lambda_i\right)^r\right)^{1/r}$$

В результаті проведених дій отримаємо матрицю рішень:

	X^1	X^2	$\cdots$	X^n
K^1	$O^1_{(1)}$	$O^2_{(1)}$	$\cdots$	$O^n_{(1)}$
K^2	$O^1_{(2)}$	$O^2_{(2)}$	$\cdots$	$O^n_{(2)}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
K^m	$O^1_{(m)}$	$O^2_{(m)}$	$\cdots$	$O^n_{(m)}$

5. Правила відсіву варіантів

У залежності від початкових умов відсів альтернатив можна проводити по-різному:

• Якщо ОПР задає допустимі межі для значень критеріїв K^q_{min} та K^q_{max} (або лише одну з меж), $q \in \{1,2,...,m\}$, то альтернативи X^j ($j \in \{1,2,...,n\}$) для яких $O^j_{(q)} > K^q_{max}$ або $O^j_{(q)} < K^q_{min}$ виключаються з розгляду.

• Якщо ОПР задає допустимі межі для результуючої оцінки альтернативи O_{min} та O_{max}, то для кожної альтернативи на основі матриці рішень обчислюємо відповідну їй оцінку:

$$O^j = \frac{\sum_{q=1}^{m} O^j_{(q)} \eta_q}{\sum_{q=1}^{m} \eta_q}.$$

Далі проводимо відсів тих альтернатив, для яких $O^j > O_{max}$ або $O^j < O_{min}$.

Розглянемо випадок, коли деякі з вхідних даних мають нечіткий, розмитий характер [7-12].

Нехай ОПР задає свою власну «точку задоволення» $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$, де t_q - значення за q – им критерієм, якого достатньо ОПР, тобто яким він буде задоволений.

У такому випадку повинна бути задана нечітка множина, яка характеризує співставлення кожної альтернативи до «точки задоволення». Відповідно, це означає, що повинна бути визначена функція належності даної нечіткої множини. Існують різні методи побудови функції належності.

Тоді припустимо, що i – ий експерт може задати нечіткий вектор $Z^j_i = \{\mu_{i1}(x^j), \mu_{i2}(x^j), \ldots, \mu_{im}(x^j)\}$, де $\mu_{iq}(x^j)$ - степінь належності j – тої альтернативи точці задоволення за q – им критерієм на думку i – ого експерта.

На основі цих даних утворюємо результуючий вектор $Z^{*j} = \{\mu_1(x^j), \mu_2(x^j), \ldots, \mu_m(x^j)\}$, де $\mu_q(x^j)$ обчислюється за одним з наступних правил:

$$\mu_q(x^j) = \frac{1}{\left(\sum_i \left(\lambda_i \mu_{iq}(x^j)\right)^{-r}\right)^{\frac{1}{r}}}$$

$$\mu_q(x^j) = \sqrt[l]{\prod_i \left(\mu_{iq}(x^j)\right)^{1/\lambda_i}}$$

$$\mu_q(x^j) = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l} \mu_{iq}(x^j)\lambda_i$$

$$\mu_q(x^j) = \left(\frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(\mu_{iq}(x^j)\lambda_i\right)^r\right)^{1/r}$$

$$\mu_q(x^j) = \frac{\sum_{i=1}^{l} \mu_{iq}(x^j)\lambda_i}{\sum_{i=1}^{l}\lambda_i}$$

$$\mu_q(x^j) = \sup_i \lambda_i \mu_{iq}(x^j)$$

$$\mu_q(x^j) = \mu_{i_0 q}(x_j), \; \lambda_{i_0} = \arg\max_i \lambda_i$$

де $\mu_q(x^j)$ - степінь належності j – тої альтернативи точці задоволення за q – им критерієм.

Далі відсів альтернатив можна здійснювати за одним із наступних правил:

• з розгляду виключаються ті альтернативи, для яких $\sum_q \left(1 - \mu_q(x^j)\right) > \alpha_1$, де α_1 - рівень, який задається ОПР;

• з розгляду виключаються ті альтернативи, для яких $\min_q \mu_q(x^j) < \alpha_2$, де α_2 - рівень, який задається ОПР;

• нехай для кожного критерію K^q задається «горизонтальний допуск» $\tilde{\alpha}_q$. Тоді виключаємо з розгляду ті альтернативи x^j, для яких $\exists q_0$, $\mu_{q_0}(x^j) < \tilde{\alpha}_{q_0}$.

Розглянемо випадок, коли ОПР (експерт) задає «точку задоволення» $T = \{t_1, t_2, \ldots, t_m\}$, а експерти формують нечіткі множини $A_{Ti} = \{(x^j, \mu_{Ai}(x^j)), x^j \in X, j = \overline{1,n}\}$, $i \in \{1,2,\ldots,l\}$, що складаються з множини альтернатив X та функції належності $\mu_i(x^j)$, яка характеризує степінь належності, тобто залежність альтернативи x^j відносно «точки задоволення» T на думку i – го експерта.

В результаті отримаємо матрицю вибору наступного виду:

$$M = \begin{pmatrix} \mu_1(x^1) & \mu_1(x^2) & \cdots & \mu_1(x^n) \\ \mu_2(x^1) & \mu_2(x^2) & \cdots & \mu_2(x^n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mu_l(x^1) & \mu_l(x^2) & \cdots & \mu_l(x^n) \end{pmatrix}.$$

Далі відсів альтернатив можна здійснювати за одним з наступних алгоритмів:

• якщо компетентності експертів задані нечіткою множиною $A_\Lambda = \{(e_i, \mu_\lambda(e_i)), e \in E, \; i = \overline{1,l}\}$, де $\mu_\lambda(e_i)$ - нечітка оцінка компетентності i – го експерта, то виконаємо композицію нечітких відношень за наступним правилом:

$$\tilde{\mu}(x^j) = \bigvee_{i=1}^{l}\left(\mu_\lambda(e_i) \wedge \mu_i(x^j)\right).$$

В результаті отримаємо нечітку множину оцінок, де $\tilde{\mu}(x^j)$ - результуюча оцінка j – ої альтернативи.

З розгляду виключаємо ті альтернативи x^j, для яких $\tilde{\mu}(x^j) < \alpha$, де α - «горизонтальний допуск», який задає ОПР.

• якщо компетентності експертів, задані чітко, то для кожної альтернативи обчислюємо одну з наступних результуючих оцінок:

$$\mu\left(x^j\right)=\frac{\sum_{i=1}^{l}\mu_i\left(x^j\right)\lambda_i}{\sum_{i=1}^{l}\lambda_i},$$

$$\mu\left(x^j\right)=\sup_i \lambda_i \mu_i\left(x^j\right),$$

$$\mu\left(x^j\right)=\mu_{i_0}\left(x_j\right),\ \lambda_{i_0}=\arg\max_i \lambda_i .$$

Далі з розгляду виключаємо ті альтернативи x^j, для яких $\mu\left(x^j\right)<\alpha$, де α - «горизонтальний допуск», який задає ОПР.

• проглядається матриця M і відсіваються ті альтернативи x^j, для яких $\exists i\in\{1,\ldots,l\}$, $\mu_i\left(x^j\right)<\alpha$, де α - «горизонтальний допуск», який задає ОПР.

6. Висновки

Можна відмітити, що застосування «паралельно-послідовної» схеми декомпозиції дозволяє суттєво зменшити трудомісткість задач вибору як при чітких оцінках експертів, так і при задані їх у розмитому вигляді. На основі описаних правил можна побудувати алгоритми, які дозволяють розв'язувати широкий клас задач вибору варіантів.

Література

1. Вязгин В.А. О некоторых схемах последовательного анализа вариантов в проектировании технических систем // Изв. АН СССР. Техн. кибернет. 1984. № 6, с.63-68.
2. Вязгин В.А., Федоров В.В. Математические методы автоматизированного проектирования. - М.: Высш.шк., 1989. - 184 с.
3. Горелик А.Л., Абаев Л.Ч. О методе последовательного анализа вариантов в задачах выбора в нечеткой среде // Кибернетика и системный анализ. 1992. № 4. с.95-105.
4. Маляр М.М. Декомпозиція задачі багатокритеріального вибору //Східно-Європейський журнал передових технологій. Сер. Математика і кібернетика – фундаментальні і прикладні аспекти. – Харків, 2010. – №6/4(48). – С.43-46.
5. Маляр М.М., Швалагін О.Ю. Обробка експертної інформації у дворівневій задачі вибору. //Наук. Вісник Ужгород. Ун-ту. Сер. Матем. і інформ. – Ужгород, 2008. – Вип. 17. – С. 110-115.
6. Маляр М.М., Швалагін О.Ю. Підходи щодо обробки інформації у багатокритеріальних задачах вибору. // Праці V школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, 2010. – С. 148.
7. Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств. - М.: Радио и связь, 1982. - 432с.
8. Маляр М.М., Швалагін О.Ю. Моделювання задач вибору за допомогою розмитих множин. //Thesis of conference reports "Dynamical system modeling and stability investigation". - Kyiv, 2005. - P. 82.
9. Маляр М.М., Швалагін О.Ю. Побудова функції належності для задачі вибору. //Наук. Вісник Ужгород. Ун-ту. Сер. Матем. і інформ. – Ужгород, 2005. – Вип. 10-11. – С. 65-69.
10. Маляр М.М., Швалагін О.Ю. Представлення задачі вибору через розмиті множини. //Праці III школи-семінару «Теорія прийняття рішень». – Ужгород, 2006. – С. 71.
11. Нечеткие множества в моделях управления и искусственного интеллекта / Под ред. Д.А.Поспелова. - М.: Наука, 1986. - 396 с.
12. Орловский С.А. Проблемы принятия решений при нечеткой исходной информации. - М.: Наука, 1981. - 208 с.