

# РИЗИК ЗІТКНЕННЯ КОСМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ НА ГЕОСИНХРОННИХ ОРБИТАХ

І.І. Мотрунич, В.У. Клімик, К.А. Кудак, Г.М. Мацо

Ужгородський національний університет, Лабораторія космічних досліджень,  
вул.Далека, 2а, 88000, Ужгород, e-mail: [space@univ.uzhgorod.ua](mailto:space@univ.uzhgorod.ua)

Обчислені ймовірності зіткнень каталожних супутників на геосинхронних орбітах. Використано прямий метод: визначаються небезпечні зближення супутників, обчислюються ймовірності зіткнень при небезпечних зближеннях. Отримано розподіли координат некерованих геосинхронних об'єктів, їх елементів орбіт. Обчислені також густини розподілів напрямків і величин відносних швидкостей при небезпечних зближеннях геосинхронних об'єктів.

## 1. Розподіл некерованих об'єктів на геосинхронних орбітах

Положення некерованих геосинхронних об'єктів (НГО) визначаємо географічними довготою  $\lambda$  й широтою  $\phi$  підсупутникової точки (або схиленням  $\delta$ ) та геоцентричною відстаню  $r$ . Для отримання розподілу каталожних НГО прослідкуємо їх положення впродовж 15 років (1990 – 2004 рр.) з кроком 0,01 доби. Послідовно обчислюємо просторові координати  $\lambda$ ,  $\phi$ ,  $r$  всіх НГО на моменти часу  $t$ , що дають їх миттєві розподіли. За сукупністю положень НГО для всіх  $t$  на інтервалі 15 років, отримуємо розподіл об'єктів за окремими координатами і в просторі.

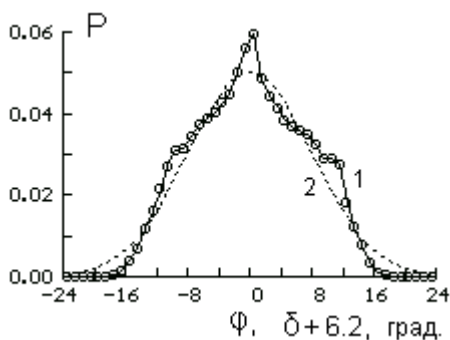


Рис.1. Густина розподілу  $\delta$  НГО (1), густина нормального розподілу (2) і значення густини розподілу  $\phi$  (окремі точки).

Точки  $(\lambda, \phi, r)$ , що визначають положення ГО в земній системі координат, знайдені за елементами орбіт. Розрахунки орбіт проводились на основі аналітичної теорії руху НГО [1], що

враховує несферичність Землі і збурюючі сили місячно-сонячного притягання. Точність обчислення положення НГО складає  $1^\circ$ .

Густина розподілу топоцентричного схилення  $\delta$  для пункту Ужгород (рис.1, крива 1) будувалась за точками  $(\delta_i, \frac{m_i}{n \cdot \Delta\delta})$ , де  $\Delta\delta$  – довжина інтервалів розбиття ( $\Delta\delta = 1^\circ$ ),  $\delta_i$  – середина  $i$ -го інтервалу,  $m_i$  – кількість значень  $\delta$ , що попадають в  $i$ -ий інтервал,  $n$  – кількість всіх значень  $\delta$  [2]. Крива густини розподілу  $\delta$  (рис.1, крива 1) симетрична відносно середнього значення ( $\delta_{\text{сеп}} = -6,2^\circ$ ), але розподіл не є кривою Гауса (рис.1, крива 2). Функція густини розподілу  $\phi$  НГО мало відрізняється від кривої розподілу значень  $\phi$  (точки на рис.1).

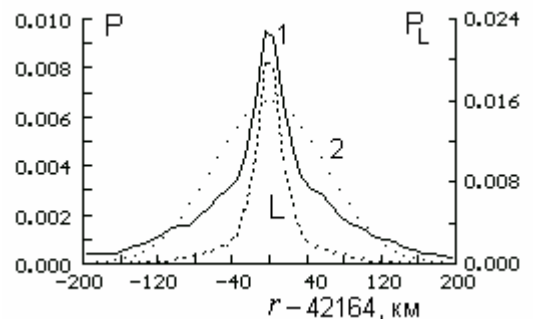


Рис.2. Густина розподілу  $r$  НГО (1), лібраційних ГО (L) і крива Гауса (2).

Густина розподілу геоцентричної відстані  $r$  до НГО (рис.2, крива 1) симетрична відносно середнього

значення  $r_{\text{сеп}} = 42164$  км. Переважна більшість НГО розміщені в межах інтервалу  $r_{\text{сеп}} \pm 200$  км. Певний вплив на форму кривої зумовлюють лібраційні супутники, розподіл яких (рис.2, крива L) має свої особливості: майже всі ці супутники знаходяться в інтервалі  $r_{\text{сеп}} \pm 30$  км. На відміну від нормального розподілу (рис.2, крива 2) знайдені розподіли мають сильно виражений максимум.

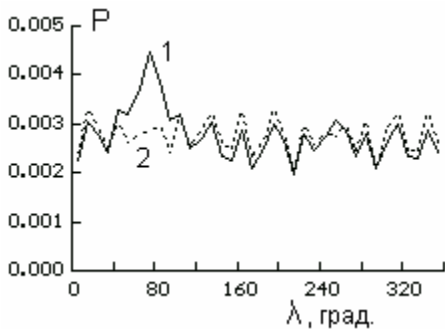


Рис.3. Густина розподілу довготи  $\lambda$  НГО (1) та дрейфуючих ГО (2)

Розподіл довготи підсупутникової точки  $\lambda$  НГО (рис.3, крива 1) має складну багатопікову структуру. Він знайдений за даними 55000 точок. Інтервал розбиття

$10^\circ$ . Найбільший максимум знаходиться біля точки лібрації  $\lambda = 75^\circ$ , тут багато лібраційних НГО типу  $l_1$ . Розподіл довготи  $\lambda$  НГО без врахування лібраційних супутників (рис.3, крива 2) не має такого максимуму.

Просторовий розподіл НГО по  $r$  і  $\varphi$  (рис.4) також будувався за даними, одержаними на інтервалі 15 років [3]. Значення функції густини розподілу  $P(\varphi, r)$  – ймовірності перебування супутника в кільці, що задається довільними  $\lambda$  і околom точки  $(\varphi, r)$  площею  $1 \text{ км}^2$ , – можна визначити за формулою:

$$P(\varphi, r) = \frac{m_{\varphi r}}{\Delta\varphi \cdot \Delta r \cdot n},$$

де  $m_{\varphi r}$  – кількість положень супутників вздовж всієї зони ГО в області розбиття  $\Delta\varphi \cdot \Delta r = 5000 \text{ км}^2$ ,  $n$  – вся кількість положень ГО, за якими проводились розрахунки ( $n = 92207$ ). Области  $\Delta\varphi \cdot \Delta r$  на рис.4 приведені пунктирною сіткою. Числа біля кривих – значення  $m_{\varphi r}$ . Функцію  $P(\varphi, r)$  досить точно можна представити як неявну функцію рівнянням еліпса:

$$\frac{(736 \cdot \varphi)^2}{[-29.83 \cdot P(\varphi, r) \cdot k + 10953]^2} + \frac{(r - 42164)^2}{[0.001659 \cdot P^2(\varphi, r) \cdot k^2 - 0.8621 \cdot P(\varphi, r) \cdot k + 121.1]^2} = 1, \quad (1)$$

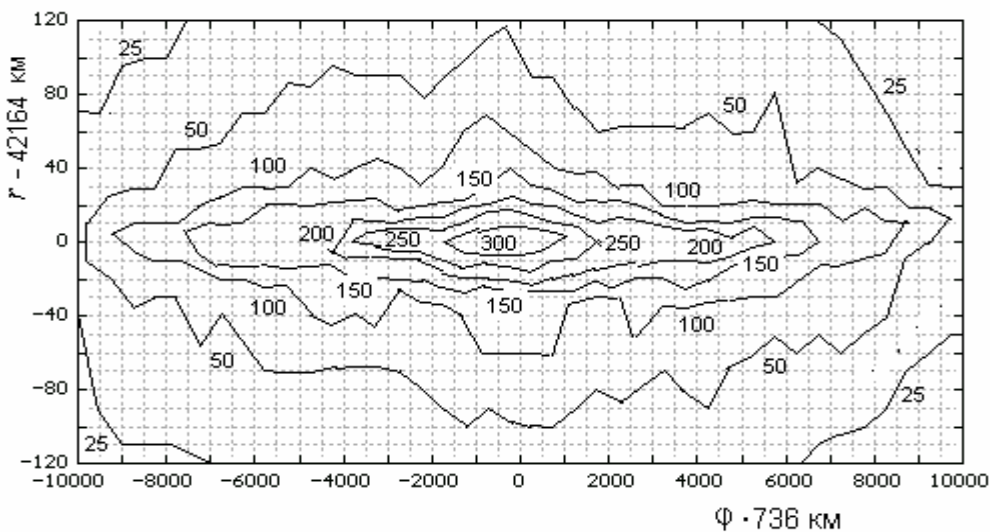


Рис.4. Просторовий розподіл каталожних НГО за даними відстані  $r$  і широти  $\varphi$  впродовж 15 років.

де  $k = \Delta\varphi \cdot \Delta r \cdot n \approx 46 \cdot 10^7$ . Залежність між великою піввісю  $a$  еліпса і величиною  $P(\varphi, r)$  лінійна з високим коефіцієнтом кореляції:  $\rho = -0,995$ . Залежність між малою піввісю  $b$  еліпса і  $P(\varphi, r)$  складніша. Її ми оцінили параболою в області зміни  $b$  від 10 до 120 км.

## 2. Розподіл параметрів відносного руху НГО при небезпечних зближеннях

В найближчий час орбіти ГО перших запусків почнуть повертатися в площину екватора, що може становити загрозу для активних ГО. Отже, постає проблема дослідження не тільки ризику зіткнення на геостационарній орбіті, але й зміни цього ризику з часом. Використовуємо прямий метод [4]. Обчислюємо положення всіх НГО в певні моменти часу з достатньо малим кроком ( $\Delta t = 0,01$  доби) на деякому часовому інтервалі (2 роки). В кожному миттєвому розподілі НГО шукаємо небезпечні зближення супутників. Під небезпечним зближенням розуміємо наближення двох НГО один до одного на відстань, що не перевищує 100 км [2]. Параметри зближень відповідною програмою переносяться в спеціальний файл (архів). Цими параметрами є момент мінімального зближення НГО один до одного, відстань між НГО на цей момент часу, міжнародні номери і типи двох супутників, що зближуються, координати супутників ( $\lambda, \varphi, r$ ) і швидкості їх зміни, нахил орбіти і ексцентриситет двох НГО. Відстані між об'єктами в момент зближення можуть використовуватися лише в ймовірносно-статистичних оцінках, так як похибки визначення орбіт можуть перевищувати відстані між НГО при небезпечних зближеннях.

Для визначення параметрів відносного руху НГО при небезпечних зближеннях використовуємо рухому прямокутну праву систему координат, яку назвемо місцевою. Початок цієї системи координат  $O$  співпадає з положенням одного з двох

супутників, що зближуються, наприклад, з першим. Вісь  $z$  направлена вздовж геоцентричного вектора  $\vec{r}$  першого ГО, від центра Землі, вісь  $x$  – перпендикулярна осі  $z$ , направлена на схід, вісь  $y$  – перпендикулярна координатній площині  $xOz$ , направлена в сторону північного полюса Землі. Така система координат зв'язана з координатами  $\lambda, \varphi$  і  $r$  наближеними формулами:  $x = (\lambda - \lambda_1) \cdot r$ ,  $y = (\varphi - \varphi_1) \cdot r$ ,  $z = r - r_1$ , де  $\varphi_1, \lambda_1, r_1$  – географічні координати і геоцентрична відстань першого НГО.

Основним параметром руху при небезпечному зближенні є вектор відносної швидкості  $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$ . Будемо розглядати два скалярних параметри: величину відносної швидкості  $\Delta v$  і кут нахилу між двома прямими, які співпадають з векторами швидкостей двох НГО. Позначимо цей кут через  $\psi$ . Він визначається за формулою:  $\psi = \arctan |\tan \alpha|$ , де  $\alpha$  – кут між векторами швидкостей НГО. Очевидно,  $0^\circ \leq \psi \leq 90^\circ$ .

Розподіли величини відносної швидкості  $\Delta v$  і кута  $\psi$  (рис.5, 6, криві 1) будувались за даними архіву небезпечних зближень за 1990 і 1997 роки. По вертикальній осі ( $N_1$ ) на рис.5 – кількість зближень в інтервалі значень  $\Delta v$  20 м/с, на рис.6 – кількість зближень в інтервалі кутів  $\psi$  довжиною  $5^\circ$ . З цих рис. видно, що величини відносних швидкостей при небезпечних зближеннях знаходяться в основному в межах від нуля до 300 м/с. Максимум знаходиться в області 20–100 м/с.

Напрямки швидкостей НГО, що зближуються, близькі до паралельних: кути  $\psi$  між прямими векторів швидкостей двох ГО в половині випадків за величиною не перевищують  $25^\circ$  (рис.6). Кути  $\psi$  зумовлені, в значній мірі, різними нахилами орбіти двох супутників.

### 3. Ймовірність зіткнення НГО

На рис.7 (кружечки) приведені значення густини розподілу  $P(r)$  мінімальних відстаней при небезпечних зближеннях НГО, знайдені за даними архіву небезпечних зближень згідно

формули  $P(r) = \frac{m}{n \cdot \Delta r}$ , де  $\Delta r$  – інтервал

групування,  $m$  – кількість небезпечних зближень двох НГО, значення відстані між якими знаходяться в даному інтервалі  $\Delta r$ ,  $n$  – кількість всіх зближень, тобто таких положень двох НГО, мінімальна відстань між якими не перевищує 100 км. Архів містив параметри 5753 зближень (за 2 роки).

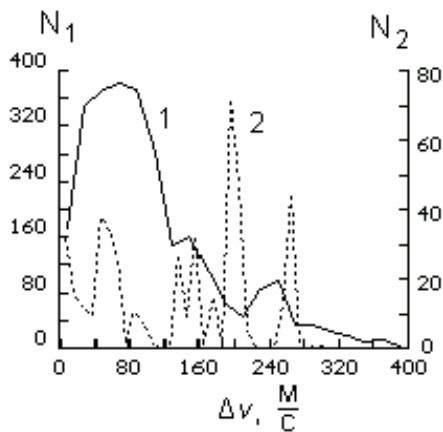


Рис.5. Розподіли величин відносних швидкостей при небезпечних зближеннях двох НГО (1) та при небезпечних зближеннях НГО з активним ГО (2).

За методом найменших квадратів знайшли поліном – наближену функцію густини розподілу відстаней між НГО при небезпечних зближеннях (рис.7, крива 1):  $P(r) = 2,30923 \cdot 10^{-4} r - 4,099228 \cdot 10^{-7} r^2$ . Середнє значення розмірів ГО за даними каталога 1996р. [5]  $r_c = 8,15$  м. Середнє квадратичне відхилення  $\sigma = 8,30$  м. В розрахунках будемо приймати, що середній розмір НГО – 8 м. Отже, під зіткненням розуміємо зближення двох об'єктів, так що відстань між їх центрами не перевищує 8 м, і ймовірність зіткнення

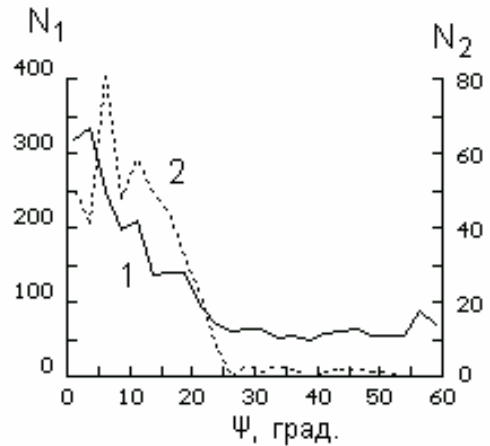


Рис.6. Розподіли кутів  $\psi$  між векторами швидкостей при небезпечних зближеннях двох НГО (1) та при небезпечних зближеннях НГО з активним ГО (2).

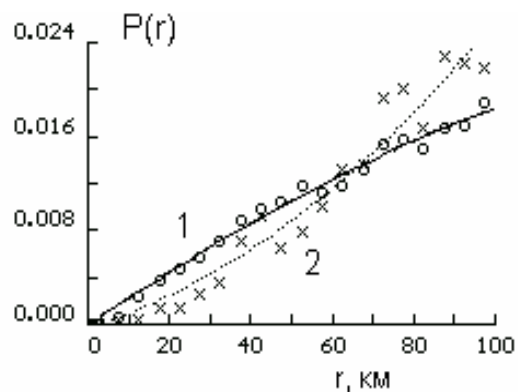


Рис.7. Густина розподілів відстаней між двома супутниками при небезпечних зближеннях двох НГО (1) та небезпечних зближеннях НГО з активним ГО (2).

каталогізованих НГО при небезпечному зближенні – це інтеграл в межах від 0 до 0,008 км від знайденої функції густини розподілу:

$$P_3 = \int_0^{0,008} P(r) dr = 7.5 \cdot 10^{-9}$$

На рис.8 приведені криві зміни ймовірності зіткнення протягом 1 доби НГО на часовому проміжку 1 рік, дві криві показують зміну ймовірності в 1990 і 1997 роках. Ймовірність обчислювалась за середнім значенням кількості небезпечних зближень за 10 діб.

Стрибкоподібний характер кривих пояснюється нерівномірністю розподілу кількості небезпечних зближень НГО протягом року. Ймовірність зіткнення за рік зросла з  $2,0 \cdot 10^{-5}$  в 1990 році до  $2,5 \cdot 10^{-5}$  в 1997 році. Таке зростання зумовлене збільшенням кількості НГО.

Участь НГО в зближенні мало залежить від типу супутника. За даними архіву небезпечних зближень найчастіше (з частотою 0,87) зближуються супутники різних типів і лише 0,13 від всіх випадків – це супутники однакового типу.

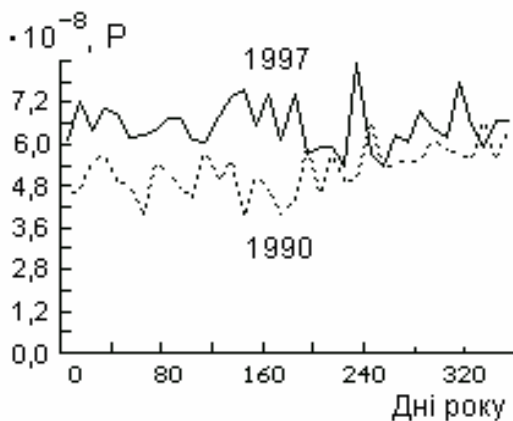


Рис.8. Зміна ймовірності зіткнення НГО протягом доби в інтервалі одного року.

#### 4. Ризик зіткнення НГО з активними ГО

Після закінчення ресурсу активного ГО, його виводять за межі зони активних ГО на геосинхронну орбіту, і він рухається як НГО. Тому ризик зіткнення НГО з активними ГО значно менший, ніж ризик зіткнення двох НГО. Впродовж року відбувається біля 90 небезпечних зближень активних ГО з НГО, що складає лише біля 3% всіх небезпечних зближень НГО.

На рис.7 (крива2) приведено густину розподілу відстані між двома ГО при небезпечних зближеннях НГО з активним ГО, знайдену методом

найменших квадратів за точками  $P(r) = \frac{m}{n \cdot \Delta r}$ , де інтервал групування  $\Delta r = 5$  км,  $m$

– кількість небезпечних зближень НГО з активними ГО, відстань між якими знаходиться в даному інтервалі  $\Delta r$ ,  $n$  – кількість всіх таких зближень, тобто таких положень двох ГО (НГО і активного), мінімальна відстань між якими не перевищує 100 км. Густина виражається поліномом:

$$P'(r) = 1,01003 \cdot 10^{-4} r + 15,858612 \cdot 10^{-7} r^2.$$

Криві 1 і 2 на рис.7 та відповідні їм функції відрізняються так, що при небезпечному зближенні ймовірність зіткнення двох НГО більша, ніж при зближенні активного ГО з НГО. Ймовірність зіткнення при небезпечному зближенні активного ГО з НГО

$$P'_3 = \int_0^{0.008} P'(r) dr = 3.2 \cdot 10^{-9},$$

що в 2,34 рази менше від ймовірності  $P_3$ . Враховуючи також частоти небезпечних зближень для двох випадків, одержуємо, що ймовірність зіткнення НГО з активним ГО на геостационарній орбіті в 75 разів менша від ймовірності зіткнення двох НГО.

На рис.9 приведено криву зміни ймовірності зіткнення протягом доби НГО з активним ГО на часовому проміжку біля 5,5 років. Ймовірність обчислювалась як середнє значення на інтервалі 50 діб. Зміна ймовірності відбувається дуже нерівномірно. Найбільший максимум спостерігався на 275-й день. Далі, спадаючи, максимум повторювався ще 3 рази з періодом 330 діб.

Протягом 1990 – 1995 років всього 35 НГО наближались до активних на небезпечну відстань. Майже всі ці НГО є дрейфуючими. Найбільш небезпечним із НГО є супутник 78113D (d1), який наближався до активних ГО 121 раз.

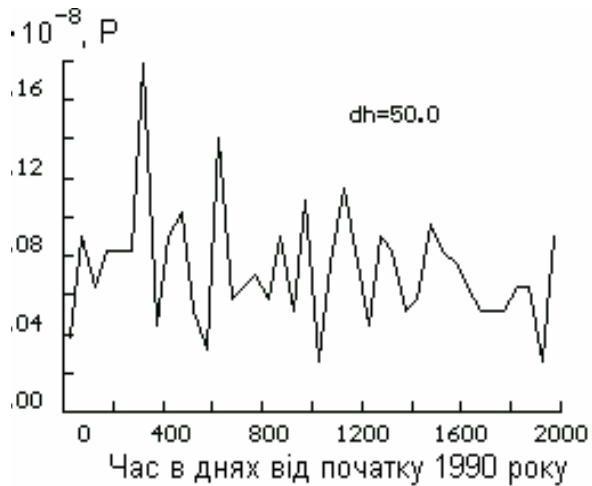


Рис.9. Зміна ймовірності зіткнення активних ГО з НГО протягом доби в інтервалі 5,5 років

Далі ідуть: 67066G (d3) – 45 разів, 86007A (d1) та 87109A (d1) – по 27 разів, 75011F (d1) – 25 разів, 77034C (d1) – 23 рази, 70055A (d3) та 79098C (d1) – по 19 разів.

### Література

1. Багров А.В., Ерпылев Н.П. и др. // Научные информации. – Вып.69, – Москва, ИА АН СССР, 1991. – С.35–51.
2. Klimik V., Kizyun L. // Кинематика и физика небесных тел. Додаток. – Верес.-2005. – № 5. ("http://www.mao.kiev.ua/mao -2004/", раздел "Публикации".)
3. Єпішев В.П., Мотрунич І.І., Клімич В.У. // Космічна наука і технологія. – Т.10, №5/6, – К.: НКАУ, НАНУ, – 2004. – С.159-163.
4. Хуторовский З.Н., Каменский С.Ю. и др. // Столкновения в космическом пространстве (космический мусор). – М., Космосинформ, 1995. – С.19-90.
5. Сочилина А.С., Киладзе Р.И. и др. Каталог орбит геостационарных спутников. – С.-Петербург: ИТА РАН, 1996. –104с.

## HAZARD of COLLISION of SPACE OBJECTS ON GEOSYNCHRONOUS ORBITS

I.I. Motrunich, V.U. Klimyk, K.A. Kudak, G.M. Matso

Uzhgorod National University, Laboratory of space researches,  
Daleka str. 2a, 88000, Uzhgorod, Ukraine, e-mail: [space@univ.uzhgorod.ua](mailto:space@univ.uzhgorod.ua)

A probability of collision of the catalogue satellites on the geostationary orbit is calculated. The direct method is applied: the dangerous rendezvouses of the satellites

are determined and a probability of collisions under the dangerous rendezvouses is calculated. A density of distribution of the uncontrolled satellites coordinates and their orbital elements is obtained. A density of distribution of the directions and values of the relative velocities under dangerous rendezvouses of the geosynchronous satellites is calculated also.