

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»
ФІЗИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ
Кафедра теоретичної фізики

Плекан Р.М., Рубіш В.В.

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Методичні рекомендації
(для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка»)

Ужгород
Видавництво УжНУ «Говерла»
2019

Плекан Р.М., Рубіш В.В. Дискретна математика: методичні рекомендації (для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка»). – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2019. – 30 с.

У методичних рекомендаціях згідно кредитно-модульної організації навчального процесу викладено розгорнуту деталізовану програму з дисципліни «Дискретна математика». Висвітлюється тематичний план лекційного курсу, зміст програми за модулями. Наведені перелік питань для самостійного опрацювання, перелік питань, що виносяться на підсумковий контроль засвоєння матеріалу, а також критерії оцінювання знань студентів. У методичних рекомендаціях наведено також перелік практичних занять та типові практичні завдання з дисципліни.

Розробники:

Плекан Руслан Мар'янович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ»;

Рубіш Василь Васильович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри теоретичної фізики фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ».

Рецензент:

доктор фізико-математичних наук, професор, провідний науковий співробітник відділу електронних процесів і елементарних взаємодій ІЕФ НАН України
Гайсак М.І.

Відповідальний за випуск:

доктор фізико-математичних наук, професор,
декан фізичного факультету
Лазур В.Ю.

*Рекомендовано до друку методичною комісією фізичного факультету
(протокол № 7 від 19 березня 2019 року)*

© Плекан Р.М., Рубіш В.В., 2019 р.

© ДВНЗ «Ужгородський національний університет», 2019 р.

ЗМІСТ

Передмова.....	4
1. Опис навчальної дисципліни.....	5
2. Мета і завдання дисципліни.....	6
3. Зміст навчальної дисципліни.....	7
4. Структура навчальної дисципліни.....	11
4.1. Теми практичних занять.....	13
4.2. Самостійна робота.....	14
4.3. Індивідуальні завдання.....	16
5. Засоби діагностики та критерії оцінювання навчання.....	16
6. Типові завдання, що виносяться на модульний контроль.....	22
7. Перелік питань, що виносяться на підсумковий контроль.....	24
Рекомендовані джерела інформації.....	28

Передмова

Методичні рекомендації призначені для студентів фізичного факультету ДВНЗ «УжНУ», які проходять навчання за спеціальністю 172 «Телекомунікації та радіотехніка» та мають сприяти покращенню організації навчального процесу, забезпеченню умов оптимального оволодіння навчальною дисципліною «Дискретна математика», фаховій підготовці студентів, організації самостійної роботи та якісному засвоєнню матеріалу.

У методичних рекомендаціях викладено розгорнуту деталізовану програму з дисципліни «Дискретна математика» згідно кредитно-модульної організації навчального процесу. Висвітлюється тематичний план лекційного курсу, зміст програми за модулями. Наведені перелік питань для самостійного опрацювання, перелік питань, що виносяться на підсумковий контроль засвоєння матеріалу, а також критерії оцінювання знань студентів. У методичних рекомендаціях наведено також перелік практичних занять та типові практичні завдання з дисципліни.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, предметна спеціальність (спеціалізація), освітня програма, освітній рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
Кількість кредитів – 5	Освітній рівень: перший (бакалаврський)	Денна форма навчання	Заочна форма навчання
Кількість модулів – 4		Статус дисципліни	
Змістових модулів – 8	Галузь знань: 17 Електроніка та телекомунікації	обов'язкова	
Загальна кількість годин – 150		Рік підготовки:	
Тижневих годин: для денної форми навчання: аудиторних – 2 самостійної роботи – 2	Спеціальність: 172 Телекомунікації та радіотехніка	1, 2	
		Семестр:	
		2, 3	
		Лекції:	
		36 год.	
	Освітня програма: Телекомунікації та радіотехніка	Практичні:	
			34 год.
		Лабораторні:	
		-	
		Самостійна робота:	
		80 год.	
		Вид контролю:	
		залік, екзамен	
		Форма контролю:	
		усна (співбесіда)	

2. Мета і завдання дисципліни

Мета вивчення навчальної дисципліни «Дискретна математика» – опанувати теоретичні знання та набути практичні навички з основних розділів дискретної математики, які широко використовуються в проектуванні та розробці математичного та програмного забезпечення сучасних ЕОМ. **Завдання** дисципліни: ознайомлення з основними поняттями, результатами і методами досліджень у таких розділах дискретної математики як теорія множин і відношень, алгебра множин, булеві функції, математична логіка, теорія графів і дерев; формування навичок застосування зазначеного математичного апарату для розв'язання практичних завдань. **Предметом** вивчення є множини, відношення, булеві змінні і функції, висловлювання, предикати, графи, дерева.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: операції над множинами, бінарними та функціональними відношеннями, їх основні властивості, основні способи розташування об'єктів (перестановки, розміщення, сполуки) та методи підрахунку числа таких способів; поняття висловлювань, предикатів та операцій над ними, елементарні булеві функції, класи булевих функцій, методи побудови нормальних форм булевих функцій та перевірки їх повноти і замкненості; типи, властивості та способи задання графів; алгоритми та способи оптимального пошуку розв'язків типових задач дискретної математики;

вміти: застосовувати апарат дискретної математики для формалізації та математичного опису задач, що виникають у сфері науки та виробництва; виконувати аналіз та синтез дискретних об'єктів та процесів, використовуючи поняття і закони теорії множин та відношень; використовувати формальні методи символічної логіки висловлювань та логіки предикатів для вирішення прикладних задач; моделювати задачі дискретної математики та інформатики з використанням дерев та графів.

Відповідно до освітньої програми, вивчення даної дисципліни сприяє формуванню у здобувачів вищої освіти таких **компетентностей:**

- здатності до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (ЗК-1);

- здатності здійснювати приймання та освоєння нового обладнання відповідно до чинних нормативів (ФК-9);
- здатності здійснювати монтаж, налагодження, налаштування, регулювання, дослідну перевірку працездатності, випробування та здачу в експлуатацію споруд, засобів і устаткування телекомунікацій та радіотехніки (ФК-10).

Передумовами вивчення навчальної дисципліни «Дискретна математика» є опанування таких освітніх компонент (навчальних дисциплін) освітньої програми:

ОК 1.1.5 Інформатика, ОК 1.1.6 Загальна фізика, ОК 1.1.7 Вища математика.

Вивчення навчальної дисципліни передбачає формування та розвиток у здобувачів вищої освіти **програмних результатів навчання** відповідно до стандарту вищої освіти зі спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка» та освітньої програми «Телекомунікації та радіотехніка»:

- застосування фундаментальних і прикладних наук для аналізу та розробки процесів, що відбуваються в телекомунікаційних та радіотехнічних системах (ПРН-13).

3. Зміст навчальної дисципліни

Організація навчального процесу здійснюється за кредитно-модульно-рейтинговою системою відповідно до вимог Болонської декларації. Програму дисципліни «Дискретна математика» поділено на 4 модулі, що містять 8 змістових модулів:

Семестр 2

Модуль 1. Множини і відношення

Змістовий модуль 1. Множини та їх властивості

Тема 1. Вступ. Основні поняття теорії множин. Предмет та сутність дискретної математики. Множини. Способи задання множин. Скінченні та нескінченні множини. Упорядковані множини. Рівність множин. Включення множин. Універсальна і порожня множини. Степінь множини. Геометрична інтерпретація множин. Діаграми Венна, круги Ейлера.

Тема 2. Операції над множинами. Алгебра множин. Основні операції над множинами. Властивості операцій над множинами. Алгебра множин. Пріоритет операцій. Нескінченні множини. Зчисленні та континуальні множини, потужність. Взаємно однозначна відповідність між множинами. Бієкція.

Змістовий модуль 2. Відношення та їх властивості

Тема 3. Способи задання відношень. Декартів добуток множин. n -арне відношення. Бінарне відношення. Способи задання бінарних відношень. Операції над відношеннями. Обернене відношення, композиція відношень, степінь відношення. Переріз відношення, фактор-множина.

Тема 4. Властивості бінарних відношень. Рефлексивність, антирефлексивність. Симетричність, асиметричність, антисиметричність, транзитивність та антитранзитивність бінарних відношень. Відношення еквівалентності, класи еквівалентності, шлях у графі. Частковий (нестрогий) порядок, строгий порядок, лінійний порядок відношень. Порівнянні і непорівнянні елементи бінарних відношень. Відношення толерантності.

Модуль 2. Відображення, функції та алгебраїчні структури

Змістовий модуль 3. Відображення та функції

Тема 5. Функціональне відношення. Функціональне відношення, області визначення і значень. Відображення. Види відображень: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція.

Тема 6. Реляційна модель даних. Кортеж, домен, атрибут. Теоретико-множинні операції реляційної алгебри. Спеціальні операції реляційної алгебри.

Змістовий модуль 4. Алгебраїчні структури

Тема 7. Алгебраїчні операції. Різні форми запису алгебраїчних операцій: infix, prefix, postfix. Властивості алгебраїчних операцій: комутативність, асоціативність, дистрибутивність, одиниця, обернений елемент, операції додавання та множення за модулем.

Тема 8. Властивості алгебраїчних структур. Алгебраїчна структура, підструктура, гомоморфізм, ізоморфізм. Півгрупа, моноїд, група, абелева група.

Тема 9. Найпростіші алгебраїчні структури. Кільця і поля. Верхня та нижня грані у частково упорядкованій множині. Гратка, повна гратка, одиниця і нуль гратки. Булева гратка.

Семестр 3

Модуль 3. Булева алгебра

Змістовий модуль 5. Булеві функції

Тема 10. Булеві змінні і функції. Булеві змінні. Двійкові інтерпретації. Таблиці істинності булевих функцій. Номери булевих функцій та інтерпретацій. Булеві алгебри: загальна, двохелементна і логічна. Булеві формули і пріоритет операцій. Перехід від формули до таблиці істинності булевої функції. Двоїсті та самодвоїсті булеві функції, принцип двоїстості.

Тема 11. Нормальні форми булевих функцій. Закони булевої алгебри. Диз'юнктивний розклад булевої функції за однією та всіма змінними. Елементарна кон'юнкція. Диз'юнктивна нормальна форма. Досконала диз'юнктивна нормальна форма (ДДНФ). Кон'юнктивний розклад булевої функції за однією та всіма змінними. Елементарна диз'юнкція. Кон'юнктивна нормальна форма. Досконала кон'юнктивна нормальна форма (ДКНФ).

Тема 12. Переходи до нормальних форм булевих функцій. Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДДНФ і навпаки. Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДКНФ і навпаки. Алгоритм переходу від довільної формули алгебри логіки до ДДНФ. Алгоритм переходу від довільної формули алгебри логіки до ДКНФ.

Змістовий модуль 6. Перетворення булевих функцій

Тема 13. Повнота і замкненість булевих функцій. Замкнені класи булевих функцій. Функціонально повна система булевих функцій. Теорема про одночасну повноту. Функції, що зберігають нуль та одиницю. Монотонні функції. Класи Проста. Теорема Проста про повноту.

Тема 14. Алгебра Жегалкіна. Методи мінімізації функцій. Структура і тотожності алгебри Жегалкіна. Поліном Жегалкіна та правила його побудови. Лінійні булеві функції. Метод карт Карно (діаграм Вейча). Мінімізація частково визначених функцій. Метод Квайна – Мак-Клаксі. Метод Порецького – Блейка.

Модуль 4. Математична логіка. Теорія графів і дерев

Змістовий модуль 7. Математична логіка

Тема 15. Поняття логіки висловлювань. Висловлювання. Істинне значення. Атом. Логічні зв'язки. Побудова складних формул. Область дії логічних зв'язок. Загальнозначущі і суперечливі формули. Істинне значення висловлення. Інтерпретація формул у логіці висловлювань. Логічні наслідки. Правила дедуктивних висновків логіки висловлень. Обчислення висловлень.

Тема 16. Логіка предикатів. Порядок предиката. Область визначення. Предметні змінні та константи. Квантори. Елементарна формула. Правильно побудовані формули. Область дії квантора. Інтерпретація формул логіки предикатів. Загальнозначущі та суперечливі формули. Закони і тотожності у логіці предикатів. Випереджені нормальні форми і логічний висновок у логіці предикатів. Обчислення предикатів.

Змістовий модуль 8. Теорія графів і дерев

Тема 17. Основні поняття теорії графів. Основні поняття теорії графів, орієнтовані та неорієнтовані графи. Способи задання графів, матриці інцидентності та суміжності. Локальні степені вершин графа, лема про рукостискання. Доповнення графа. Маршрути, шляхи, ланцюги та цикли у графах. Зв'язність, компоненти зв'язності графів. Ейлерові та гамільтонові графи. Ізоморфні графи. Дводольні графи. Метричні характеристики, відстань вершин у графі, радіус та діаметр графа.

Тема 18. Древа та їх властивості. Древа та їх властивості. Цикломатичне число графа. Кістякове дерево зв'язного графа. Плоскі та планарні графи. Критерії планарності графів, теорема Куратовського – Понтрягина. Формула Ейлера для плоских графів. Розфарбування графів. Хроматичне число графа. Проблема чотирьох фарб.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Форма навчання (денна, заочна)					
	Усього	у тому числі				
лекції		практичні	лабораторні	індивідуальна робота	самостійна робота	
2-й семестр						
Модуль 1. Множини і відношення						
Змістовий модуль 1. Множини та їх властивості						
Тема 1. Вступ. Основні поняття теорії множин.	9	2	2			5
Тема 2. Операції над множинами. Алгебра множин.	9	2	2			5
Разом за змістовий модуль 1	18	4	4			10
Змістовий модуль 2. Відношення та їх властивості						
Тема 3. Способи задання відношень.	9	2	2			5
Тема 4. Властивості бінарних відношень.	9	2	2			5
Разом за змістовий модуль 2	18	4	4			10
Разом за 1-й модуль	36	8	8			20
Модуль 2. Відображення, функції та алгебраїчні структури						
Змістовий модуль 3. Відображення та функції						
Тема 5. Функціональне відношення.	9	2	2			5
Тема 6. Реляційна модель даних.	8	2	2			4
Разом за змістовий модуль 3	17	4	4			9
Змістовий модуль 4. Алгебраїчні структури						
Тема 7. Алгебраїчні операції.	8	2	2			4
Тема 8. Властивості алгебраїчних структур.	6	2				4
Тема 9. Найпростіші алгебраїчні структури.	8	2	2			4
Разом за змістовий модуль 4	22	6	4			12
Разом за 2-й модуль	39	10	8			21
Разом за 2-й семестр	75	18	16			41

3-й семестр						
Модуль 3. Булева алгебра						
Змістовий модуль 5. Булеві функції						
Тема 10. Булеві змінні і функції.	8	2	2			4
Тема 11. Нормальні форми булевих функцій.	8	2	2			4
Тема 12. Переходи до нормальних форм булевих функцій.	8	2	2			4
Разом за змістовий модуль 5	24	6	6			12
Змістовий модуль 6. Перетворення булевих функцій						
Тема 13. Повнота і замкненість булевих функцій.	8	2	2			4
Тема 14. Алгебра Жегалкіна. Методи мінімізації функцій.	8	2	2			4
Разом за змістовий модуль 6	16	4	4			8
Разом за 3-й модуль	40	10	10			20
Модуль 4. Математична логіка. Теорія графів і дерев						
Змістовий модуль 7. Математична логіка						
Тема 15. Поняття логіки висловлювань.	9	2	2			5
Тема 16. Логіка предикатів.	9	2	2			5
Разом за змістовий модуль 7	18	4	4			10
Змістовий модуль 8. Теорія графів і дерев						
Тема 17. Основні поняття теорії графів.	8	2	2			4
Тема 18. Деревя та їх властивості.	9	2	2			5
Разом за змістовий модуль 8	17	4	4			9
Разом за 4-й модуль	35	8	8			19
Разом за 3-й семестр	75	18	18			39
РАЗОМ	150	36	34			80

4.1. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
2-й семестр			
1	Основні поняття теорії множин. Способи задання множин.	2	
2	Основні операції над множинами. Властивості операцій над множинами.	2	
3	Способи задання бінарних відношень. Операції над відношеннями..	2	
4	Властивості бінарних відношень.	2	
5	Відображення. Види відображень: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція.	2	
6	Теоретико-множинні операції реляційної алгебри.	2	
7	Алгебраїчні операції та їх властивості.	2	
8	Найпростіші алгебраїчні структури та їх властивості.	2	
Разом за 2-й семестр		16	
3-й семестр			
9	Булеві змінні і функції. Перехід від формули до таблиці істинності булевої функції і навпаки.	2	
10	Алгоритм переходу від довільної формули алгебри логіки до ДДНФ/ДКНФ.	2	
11	Двоїсті та самодвоїсті булеві функції. Повнота і замкненість булевих функцій.	2	
12	Поліном Жегалкіна та правила його побудови.	2	
13	Метод карт Карно (діаграм Вейча) мінімізації булевих функцій.	2	
14	Інтерпретація формул у логіці висловлювань. Правила	2	

	дедуктивних висновків логіки висловлень.		
15	Логіка предикатів. Закони і тотожності у логіці предикатів.	2	
16	Основні поняття теорії графів. Способи задання графів.	2	
17	Дерева та їх властивості. Формула Ейлера для плоских графів.	2	
Разом за 3-й семестр		18	
Разом		34	

4.2. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		денна	заочна
2-й семестр			
1	Основні поняття теорії множин. Геометрична інтерпретація множин. Діаграми Венна, круги Ейлера.	5	
2	Взаємно однозначна відповідність між множинами. Бієкція.	5	
3	Операції над відношеннями. Переріз відношення, фактор-множина.	5	
4	Частковий (нестрогий) порядок, строгий порядок, лінійний порядок відношень. Порівнянні і непорівнянні елементи бінарних відношень. Відношення толерантності.	5	
5	Відображення. Види відображень: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція.	5	
6	Спеціальні операції реляційної алгебри.	4	

7	Різні форми запису алгебраїчних операцій: <i>infix</i> , <i>prefix</i> , <i>postfix</i> .	4	
8	Алгебраїчні структури, їх властивості.	4	
9	Верхня та нижня грані у частково упорядкованій множині. Гратка, повна гратка, одиниця і нуль гратки.	4	
Разом за 2-й семестр		41	
3-й семестр			
10	Таблиці істинності булевих функцій. Номери булевих функцій та інтерпретацій. Двоїсті та самодвоїсті булеві функції.	4	
11	Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДДНФ/ДКНФ і навпаки.	4	
12	Поліном Жегалкіна та правила його побудови.	4	
13	Функції, що зберігають нуль та одиницю. Монотонні функції. Класи Проста. Теорема Проста про повноту.	4	
14	Метод Квайна–Мак-Клаксі та метод Порецького–Блейка мінімізації частково визначених булевих функцій.	4	
15	Правила дедуктивних висновків логіки висловлень. Обчислення висловлень.	5	
16	Випереджені нормальні форми і логічний висновок у логіці предикатів. Обчислення предикатів.	5	
17	Ейлерові та гамільтонові графи. Ізоморфні графи. Дводольні графи. Метричні характеристики графів.	4	
18	Розфарбування графів. Хроматичне число графа. Проблема чотирьох фарб.	5	
Разом за 3-й семестр		39	
Разом		80	

4.3. Індивідуальні завдання

1. Алгебра множин.
2. Функціональні відношення.
3. Алгебраїчні структури та їх властивості.
4. Булева алгебра.
5. Алгебра Жегалкіна.
6. Методи мінімізації булевих функцій.
7. Логіка висловлень.
8. Логіка предикатів.
9. Багатозначна логіка.
10. Задача комівояжера.

5. Засоби діагностики та критерії оцінювання навчання

Видами навчальних занять згідно з навчальним планом є: а) лекції, б) практичні заняття, в) самостійна робота студентів, г) індивідуальна робота. Засобами оцінювання та методами демонстрування результатів навчання з навчальної дисципліни є:

- поточний контроль успішності,
 - модульний контроль,
 - підсумковий контроль.
1. Поточний контроль успішності – вибіркове усне опитування перед початком занять, фронтальне усне та/або письмове опитування за основними питаннями теми заняття, експрес-опитування, тестування, перевірка якості виконання завдань для самостійної роботи, зокрема за конспектами матеріалів, перевірка домашніх завдань, перевірка індивідуальних завдань у вигляді рефератів.
 2. Модульний контроль – оцінювання виконання практичних завдань на практичних заняттях, письмове тестування при тематичному оцінюванні, оцінювання якості та повноти виконання завдань модульної контрольної роботи.
 3. Підсумковий контроль – залік та екзамен: екзаменаційні білети, виконання тестових і практичних завдань. До заліку та екзамену допускаються студенти, які відпрацювали пропущені заняття і виконали модульні контрольні роботи.

Розподіл балів, які отримують здобувачі за поточний та модульний контроль:**модуль 1**

Поточне оцінювання та самостійна робота				Модульна контрольна робота	Сума
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2		40	100
T1	T2	T3	T4		
15	15	15	15		

модуль 2

Поточне оцінювання та самостійна робота					Модульна контрольна робота	Сума
Змістовий модуль 3		Змістовий модуль 4			40	100
T5	T6	T7	T8	T9		
15	15	10	10	10		

модуль 3

Поточне оцінювання та самостійна робота					Модульна контрольна робота	Сума
Змістовий модуль 5			Змістовий модуль 6		40	100
T10	T11	T12	T13	T14		
10	10	10	15	15		

модуль 4

Поточне оцінювання та самостійна робота				Модульна контрольна робота	Сума
Змістовий модуль 7		Змістовий модуль 8		40	100
T15	T16	T17	T18		
15	15	15	15		

Примітка: T1, T2, ... – теми.

Оцінювання окремих видів навчальної роботи

Вид діяльності здобувача вищої освіти	Модуль 1		Модуль 2		Модуль 3		Модуль 4	
	Кіль- кість	Кількість балів (сумарна)	Кіль- кість	Кількість балів (сумарна)	Кіль- кість	Кількість балів (сумарна)	Кіль- кість	Кількість балів (сумарна)
Практичні заняття	4	40	4	40	5	40	4	40
Письмове тестування при тематичному оцінюванні	2	20	2	20	2	20	2	20
Модульна контрольна робота	1	40	1	40	1	40	1	40
Разом	7	100	7	100	8	100	7	100

Критерії оцінювання модульної контрольної роботи

При оцінюванні знань враховується в першу чергу повнота, правильність і вичерпність відповідей на поставлені в модульних контрольних роботах запитання. Сумарна оцінка за модуль виставляється за 100-бальною шкалою та національною 5-бальною шкалою. Відомість результатів оформлюється за системою ECTS. Окрема модульна контрольна робота оцінюється максимум у 40 балів.

Оцінка «відмінно» виставляється, якщо під час проведення контролю було виявлено:

1. Наявність у здобувача всебічних, повних, глибоких інтегрованих знань матеріалу, вміння вільно виконувати завдання запропонованого варіанту.
2. Вміння здобувача в письмовій та усній формі чітко, вичерпано і правильно викласти відповіді на питання запропонованого варіанту.
3. Глибоке розуміння здобувачем взаємозв'язку головних понять і положень предмета, розуміння значення цих положень і понять для майбутньої професії.
4. Високий рівень підготовленості здобувача з запропонованих питань та бажання до подальшої роботи над вдосконаленням рівня своєї професійної кваліфікації.

У відповідях здобувачів не має бути значних помилок. Відмінно виконана робота демонструє наявність у студента творчих здібностей.

Оцінка «добре» виставляється, коли здобувач письмово відповів на всі запитання, засвоїв всю навчальну програму. У відповідях, які оцінені на «добре», можлива не більш як одна незначна помилка або виявлено декілька неточностей. Здобувач спроможний з допомогою літератури ліквідувати всі недоліки у відповідях.

Оцінка «задовільно» виставляється, коли здобувач дав відповіді на питання всіх завдань, але при цьому можуть проявитися певні прогалини у засвоєнні навчальної програми. У відповідях, які оцінені на «задовільно», можуть зустрітися не більше як одна груба помилка або декілька значних та істотних неточностей.

Оцінка «незадовільно» виставляється за роботу, яка засвідчує про наявність у здобувача великих та суттєвих прогалин у знаннях основного матеріалу, а у наявних його письмових відповідях є як принципові, так і грубі помилки. Здобувачі, які не представили письмові відповіді на модульних контрольних роботах, вважаються такими, що одержали оцінку «незадовільно».

Критерії оцінювання підсумкового контролю

Підсумковий семестровий контроль з дисципліни «Дискретна математика» здійснюється у формі заліку та екзамену.

Залік проводиться в усній формі шляхом співбесіди. Результати заліку оцінюються за двобальною шкалою: „зараховано, „незараховано”.

Підсумкова оцінка "зараховано"/"не зараховано" визначається наступними критеріями:

- "зараховано" - якщо здобувач достатньо чітко і грамотно відповідає на питання в межах матеріалу, викладеного у рамках лекційних занять, може показати та обґрунтувати взаємозв'язок різних частин матеріалу, пройденого у межах матеріалу навчальної дисципліни; демонструє здатність до мислення, при відповіді на питання розмірковує, спираючись на отримані у рамках курсу знання, не допускає істотних неточностей у відповіді, правильно вибудовує логіку вирішення типових завдань;

- "незараховано" - якщо здобувач викладає основні питання недостатньо чітко або допускає істотні помилки при їх викладі, не може пояснити зв'язків у рамках викладеного матеріалу, здобувач не знає значної частини програмного матеріалу, не може дати точних визначень понять, пройдених у рамках курсу, дає розпливчаті формулювання і не володіє в належній мірі термінологією, плутається при відповіді на додаткові питання, не володіє прийомами вирішення типових завдань.

За бажанням здобувача результуюча підсумкова залікова оцінка може бути визначена як інтегрована оцінка засвоєння всіх тем дисципліни і кількісно дорівнює середньому арифметичному балів, отриманих за кожний модуль.

Екзамен проводиться в усній формі шляхом співбесіди. Результати екзамену оцінюються за чотирибальною шкалою: „відмінно”, „добре”, „задовільно”, „незадовільно”.

Оцінка „відмінно” виставляється в тому разі, коли здобувач бездоганно оволодів всіма розділами програми, дав глибокі, чіткі і вичерпні відповіді на всі основні і додаткові запитання, виявив розуміння фізичної суті програмового матеріалу, вільне володіння фактичним матеріалом та відповідним математичним апаратом, вміння грамотно обробляти результати експериментальних вимірювань з метою отримання заданої точності отриманих даних, кваліфіковано використовувати набуті знання для розв'язання конкретних практичних задач.

Оцінка „добре” виставляється тоді, коли здобувач виявив повне знання і розуміння програмового матеріалу, добре оволодів математичним апаратом курсу, може використовувати набуті знання в практичній діяльності, дав вичерпні відповіді на всі запитання, але під час відповіді допускав окремі нечіткі формулювання і незначні неточності.

Оцінка „задовільно” виставляється в тому разі, коли здобувач в основному знає і розуміє фактичний матеріал курсу, дав в основному правильні відповіді на запитання, виявив уміння розібратися в усьому матеріалі курсу, вміння використовувати відповідний математичний апарат, але не може ґрунтовно пояснити окремі положення пройденого курсу, допускає неточності при

використанні математичного апарату, недостатньо вміє застосовувати набуті знання для розв'язання конкретних практичних задач.

Оцінка „незадовільно” виставляється тоді, коли здобувач не оволодів матеріалом даного курсу, виявив суттєві прогалини в знаннях основного програмового матеріалу, коли він під час відповіді на запитання виявив нерозуміння фізичної сутності основних понять та термінів навчальної дисципліни, допускає плутанину, слабо володіє математичним апаратом, не може застосовувати набуті знання для розв'язування конкретних практичних задач, тобто виявив відсутність мінімально необхідної кількості знань з даного курсу.

За бажанням здобувача результуюча підсумкова екзаменаційна оцінка може бути визначена як інтегрована оцінка засвоєння всіх тем дисципліни і кількісно дорівнює середньому арифметичному балів, отриманих за кожний модуль.

Переведення результатів, отриманих за 100-бальною шкалою оцінювання в національну 4-бальну та шкалу за системою ECTS здійснюється за наступною схемою:

Таблиця відповідності оцінок за різними шкалами

Оцінка за 100-бальною шкалою	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою	
		диференційована	недиференційована
90-100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	добре	
74-81	C		
64-73	D	задовільно	
60-63	E		
35-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	незараховано з можливістю повторного складання
0-34	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

Студент, який отримав за результатами підсумкового контролю оцінку «незараховано» або «незадовільно» (1-34 балів, F), зобов'язаний пройти повторний курс вивчення дисципліни (під час додаткового семестру) і скласти залік або екзамен. Результати підсумкового контролю знань заносяться до залікової та екзаменаційної відомостей.

6. Типові завдання, що виносяться на модульний контроль

- Нехай $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$.
Знайти множини: $A \cup B$, $B \setminus C$, $(A \cup B) \cup C$, $A \cup (B \setminus C)$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, $(A \cup B) \setminus (A \cap C)$, $(A \cap B) \cap C$, $A \oplus B$, $A \oplus C$.
- Нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $C = \{2, 3, 5, 7, 11\}$.
Знайти множини: $A \cup B$, $B \setminus C$, $(A \cup B) \cup C$, $A \cup (B \setminus C)$, $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$, $(A \cup B) \setminus (A \cap C)$, $(A \cap B) \cap C$, $A \oplus B$, $A \oplus C$.
- Нехай $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4\}$. Знайти: $A \times (B \cup C)$, $(A \times B) \cap (A \times C)$.
- Нехай $A = \{a, b\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{3, 4\}$. Знайти: $A \times (B \cap C)$, $(A \times B) \cup (A \times C)$.
- Визначте, які властивості має кожне з наведених відношень. Відношення задані на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:
 - $\{(2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 2), (3, 3), (3, 4)\}$;
 - $\{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$;
 - $\{(2, 4), (4, 2)\}$.
- Визначте, які властивості має кожне з наведених відношень. Відношення задані на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$:
 - $\{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 1), (3, 4)\}$;
 - $\{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$;
 - $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4)\}$.
- Нехай R_1 і R_2 – бінарні відношення на множині $A = \{1, 2, 3, 4\}$, де $R_1 = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 4), (3, 4)\}$, $R_2 = \{(1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 1)\}$:
 - побудувати відношення $R_1 \circ R_2$, $R_2 \circ R_1$, $R_1^2 \circ R_2^3$;
 - побудувати перерізи відношень R_1 і R_2 за елементами 1, 2 і відносно підмножини $\{2, 3\}$;
 - побудувати фактор множини за відношенням R_2 ;
 - побудувати обернене відношення R_1^{-1} .
- Нехай R_1 і R_2 – бінарні відношення на множині $A = \{5, 6, 7, 8\}$, де $R_1 = \{(5, 7), (6, 8), (7, 5), (7, 7), (8, 5), (8, 7)\}$, $R_2 = \{(6, 5), (6, 6), (7, 6), (8, 5), (8, 6)\}$:
 - побудувати відношення $R_1 \circ R_2$, $R_2 \circ R_1$, $R_1^2 \circ R_2^3$;
 - побудувати перерізи відношень R_1 і R_2 за елементами 6, 7 і відносно

- підмножини $\{7, 8\}$;
- в) побудувати фактор множини за відношенням R_1 ;
- г) побудувати обернене відношення R_2^{-1} .
9. Опустіть максимально можливе число дужок у формулах з урахуванням пріоритету виконання операцій:
- а) $((x \sim y) \sim (((x \wedge z) \wedge t) \vee (\bar{x})) \rightarrow y) \vee y$;
- б) $((x \rightarrow z) \rightarrow ((y \sim (\bar{z})) \wedge t) \vee ((\bar{t} \wedge x) \sim y))$;
- в) $(y \wedge (\bar{z}) \vee ((\bar{x}) \rightarrow z) \vee ((\bar{t} \wedge y)) \vee ((\bar{y}) \sim (t \vee x)))$.
10. Перевірте за допомогою таблиць істинності, чи справедливі такі співвідношення:
- а) $x \vee (y \sim z) = (x \vee y) \sim (x \vee z)$;
- б) $x \rightarrow (y \sim z) = (x \rightarrow y) \sim (x \rightarrow z)$;
- в) $x \wedge (y \sim z) = (x \wedge y) \sim (x \wedge z)$;
11. Знайти двоїсті функції до таких формул:
- а) $(x \wedge (y \vee z)) \vee \bar{x} \wedge \bar{y}$;
- б) $xy \vee yz \vee xz$;
- в) $x\bar{y} \vee x \vee y \vee zt$.
12. Спростіть за допомогою законів булевої алгебри наступні вирази:
- а) $(x \vee (\bar{t} \wedge y)) \wedge ((\bar{x} \wedge (\bar{y} \vee t)) \vee z) \vee \bar{z} \vee (x \vee (y \wedge \bar{t}))$;
- б) $((x \vee z) \wedge (x \vee t)) \wedge (((z \vee (z \wedge y)) \wedge \bar{z}) \vee \bar{x})$;
- в) $(\bar{y} \vee t) \wedge ((\bar{x} \wedge z) \vee (x \wedge z) \vee (\bar{t} \wedge \bar{z}) \vee (x \wedge \bar{z})) \wedge (y \vee t)$.
13. Знайти дез'юктивний розклад функцій за змінними x, z :
- а) $(yx \vee x\bar{z})(x \vee \bar{y}z(z \vee \bar{x}y))$;
- б) $((x \vee (z \vee yz))(z \vee \bar{x} \bar{z} \vee y)$.
14. Знайти кон'юктивний розклад функцій за змінними x, z :
- а) $(xz \vee y)(x\bar{y} \vee \bar{x} \bar{y} \vee \bar{z})(x \vee \bar{y})$;
- б) $((y \vee z)(t \vee yz)) \vee \bar{t} \bar{x} \vee ((z \vee y)(\bar{t} \vee \bar{z}))$.
15. Знайти ДНФ функції, що задана формулою:
 $(x(\bar{x} \rightarrow y)) \rightarrow y$.
16. Знайти КНФ функції, що задана формулою:
 $(\overline{x \vee y})(x \rightarrow y)$.
17. Представити у вигляді поліному Жегалкіна такі логічні функції:
- а) $(xz \vee y)(x\bar{y} \vee \bar{x} \bar{y} \vee \bar{z})(x \vee \bar{y})$;
- б) $((y \vee z)(t \vee yz)) \vee t \bar{x} \vee ((z \vee y)(\bar{t} \vee \bar{z}))$.
18. За допомогою методу невизначених коефіцієнтів побудувати поліном Жегалкіна для функцій:
- а) $(yx \vee x\bar{z})(x \vee \bar{y}z(z \vee \bar{x}y))$;
- б) $((x \vee (z \vee yz))(z \vee \bar{x} \bar{z} \vee y)$.

7. Перелік питань, що виносяться на підсумковий контроль

1. Множини. Способи задання множин. Скінченні та нескінченні множини. Упорядковані множини.
2. Основні поняття теорії множин. Рівність множин. Включення множин. Універсальна і порожня множини. Степінь множини.
3. Геометрична інтерпретація множин. Діаграми Венна, круги Ейлера.
4. Операції над множинами. Властивості операцій над множинами.
5. Алгебра множин. Пріоритет операцій.
6. Нескінченні множини. Зчисленні та континуальні множини, потужність.
7. Взаємно однозначна відповідність між множинами. Бієкція.
8. Декартів добуток множин. n -арне відношення. Бінарне відношення.
9. Способи задання бінарних відношень.
10. Операції над відношеннями. Обернене відношення, композиція відношень, степінь відношення.
11. Переріз відношення, фактор-множина.
12. Властивості бінарних відношень. Рефлексивність, антирефлексивність.
13. Симетричність, асиметричність, антисиметричність, транзитивність та антитранзитивність бінарних відношень.
14. Відношення еквівалентності, класи еквівалентності, шлях у графі.
15. Частковий (нестрогий) порядок, строгий порядок, лінійний порядок відношень.
16. Порівнянні і непорівнянні елементи бінарних відношень. Відношення толерантності.
17. Функціональне відношення, області визначення і значень.
18. Відображення. Види відображень: сюр'єкція, ін'єкція, бієкція.
19. Реляційна модель даних: кортеж, домен, атрибут. Теоретико-множинні операції реляційної алгебри.
20. Спеціальні операції реляційної алгебри.
21. Алгебраїчні операції, записи *infix*, *prefix*, *postfix*.

22. Властивості алгебраїчних операцій: комутативність, асоціативність, дистрибутивність, одиниця, обернений елемент, операції додавання та множення за модулем.
23. Алгебраїчна структура, підструктура, гомоморфізм, ізоморфізм.
24. Найпростіші алгебраїчні структури: півгрупа, моноїд, група, абелева група.
25. Кільця і поля.
26. Верхня та нижня грані у частково упорядкованій множині. Ґратка, повна ґратка, одиниця і нуль ґратки. Булева ґратка.
27. Булеві змінні і функції. Двійкові інтерпретації.
28. Таблиці істинності булевих функцій.
29. Номери булевих функцій та інтерпретацій.
30. Булеві алгебри: загальна, двохелементна і логічна.
31. Булеві формули і пріоритет операцій.
32. Перехід від формули до таблиці істинності булевої функції.
33. Двоїсті та самодвоїсті булеві функції, принцип двоїстості.
34. Закони булевої алгебри.
35. Диз'юнктивний розклад булевої функції за однією та всіма змінними.
36. Елементарна кон'юнкція. Диз'юнктивна нормальна форма. Досконала диз'юнктивна нормальна форма (ДДНФ).
37. Кон'юнктивний розклад булевої функції за однією та всіма змінними.
38. Елементарна диз'юнкція. Кон'юнктивна нормальна форма. Досконала кон'юнктивна нормальна форма (ДКНФ).
39. Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДДНФ і навпаки.
40. Алгоритм переходу від таблиці істинності булевої функції до ДКНФ і навпаки.
41. Алгоритм переходу від довільної формули алгебри логіки до ДДНФ.
42. Алгоритм переходу від довільної формули алгебри логіки до ДКНФ.
43. Алгебра Жегалкіна. Структура і тотожності алгебри Жегалкіна.
44. Поліном Жегалкіна та правила його побудови. Лінійні булеві функції.

- 45.Замкнені класи булевих функцій. Функціонально повна система булевих функцій. Теорема про одночасну повноту.
- 46.Повнота та замкненість булевих функцій.
- 47.Функції, що зберігають нуль та одиницю.
- 48.Монотонні функції.
- 49.Класи Поста. Теорема Поста про повноту.
- 50.Функціональна повнота системи булевих функцій. Критерій повноти Поста.
- 51.Нескоротність та функціональна повнота в слабкому розумінні системи булевих функцій.
- 52.Мінімізація булевих функцій. Основні поняття. Метод карт Карно (діаграм Вейча).
- 53.Мінімізація частково визначених функцій. Метод Квайна–Мак-Клаксі. Метод Порецького–Блейка.
- 54.Висловлювання. Істинне значення. Атом. Логічні зв'язки. Побудова складних формул.
- 55.Загальнозначущі і суперечливі формули. Істинне значення висловлення. Інтерпретація формул у логіці висловлювань.
- 56.Логічні наслідки. Правила дедуктивних висновків логіки висловлень. Обчислення висловлень.
- 57.Порядок предиката. Область визначення. Предметні змінні та константи.
- 58.Квантори. Елементарна формула. Правильно побудовані формули. Область дії квантора. Інтерпретація формул логіки предикатів.
- 59.Загальнозначущі та суперечливі формули.
- 60.Закони і тотожності у логіці предикатів. Випереджені нормальні форми і логічний висновок у логіці предикатів. Обчислення предикатів.
- 61.Основні поняття теорії графів, орієнтовані та неорієнтовані графи. Способи задання графів, матриці інцидентності та суміжності.
- 62.Доповнення графа. Маршрути, шляхи, ланцюги та цикли у графах.
- 63.Зв'язність, компоненти зв'язності графів.
- 64.Ейлерові та Гамільтонові графи. Ізоморфні графи. Дводольні графи.

65. Метричні характеристики графів, відстань вершин у графі, радіус та діаметр графа.
66. Дерева та їх властивості. Цикломатичне число графа. Кістякове дерево зв'язного графа.
67. Плоскі та планарні графи. Критерії планарності графів, теорема Куратовського–Понтрягина.
68. Формула Ейлера для плоских графів.
69. Розфарбування графів. Хроматичне число графа. Проблема чотирьох фарб.

Рекомендовані джерела інформації

Основна література

1. Бондаренко М.В. та ін. Комп'ютерна дискретна математика: Підручник / М.В. Бондаренко, Н.В. Білоус, А.Г. Руткас. – Харків: «Компанія СМІТ», 2004. – 480 с.
2. Бардачов Ю.М. та ін. Дискретна математика: Підручник / Ю.М. Бардачов, Н.А. Соколова, В.Є. Ходаков; за ред. В.Є. Ходакова. – К.: Вища школа, 2002.
3. Белоусов А.И., Ткачев С.Б. Дискретная математика. – М.: МГТУ им Н.Э. Баумана, 2001. – 743 с.
4. Айгнер М. Комбинаторная теория. – М.: Мир, 1982. – 556 с.
5. Андерсон Д.А. Дискретная математика и комбинаторика: Пер. с англ.. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. – 960 с.
6. Берж К. Теория графов и ее применение. – М.: Мир, 1972. – 324 с.
7. Білоус Н.В. та ін. Основи комбінаторного аналізу / Н.В. Білоус, З.В. Дудар, Н.С. Лєсна, І.Ю. Шубін. – Харків: ХТУРЕ, 1999. – 96 с.
8. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. – М.: Мир, 1976. – 400 с.
9. Бондаренко М.Ф. та ін. Збірник тестових завдань з дискретної математики / М.Ф. Бондаренко, Н.В. Білоус, І.Ю. Шубін. – Харків: ХТУРЕ, 2000. – 156 с.
10. Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Сборник задач по дискретной математике. – М.: Наука, 1977.
11. Калужнин Л. А. Введение в общую алгебру. – М.: Наука, 1973.
12. Капітонова Ю.В. та ін.. Основи дискретної математики / Ю.В. Капітонова, С.Л. Кривий, О.А. Летичевський та ін. – К.: Наукова думка, 2002. – 578 с.

Допоміжна література

1. Кострикин А. И. Введение в алгебру. – М.: Наука, 1977.
2. Меньшиков М.В. и др. Комбинаторный анализ. Задачи и упражнения. – М.: Наука, 1982.

3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. – СПб: Питер, 2000.
4. Оре О. Приглашение в теорию чисел. – М.: Наука, 1980.
5. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
6. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970.
7. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1981.

Інформаційні ресурси в мережі Інтернет

1. Матеріали онлайн РФФ КНУ ім. Т.Шевченка. – Режим доступу:
<http://www.rpd.univ.kiev.ua/online/index.php>.
2. Електронна бібліотека: книги в свободному доступі. – Режим доступу:
<http://by-chgu.ru/category/physics>.
3. Фізика: учебники, книги, методички. – Режим доступу:
<http://djvu-student.narod.ru/26-fizika/uchebniki-djvu-metodichki.html>.

Інструменти, обладнання та програмне забезпечення

Технічні засоби: мультимедійний проектор.

Обладнання: персональний комп'ютер, ноутбук, планшет.

Програмне забезпечення: Windows 10, Microsoft Power Point, інформаційні ресурси в мережі Інтернет, платформи для дистанційного навчання Moodle, E-learn, Google Meet та ін.

Плекан Р.М., Рубіш В.В.

ДИСКРЕТНА МАТЕМАТИКА

Методичні рекомендації

(для студентів спеціальності 172 «Телекомунікації та радіотехніка»)

*Рекомендовано до друку методичною комісією фізичного факультету
(протокол № 7 від 19 березня 2019 року)*

Формат 60×84/16. Умовн. друк. арк. 1,74. Зам. № 83. Наклад 100 прим.
Видавництво УжНУ "Говерла". м. Ужгород, вул. Капітульна, 18. Тел.: 3-32-48.

*Свідоцтво про внесення до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції –
Серія 3т № 32 від 31 травня 2006 року*