ІНТЕГРУВАННЯ БАГАТОТОЧКОВИХ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МЕТОДОМ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ НАБЛИЖЕНЬ

І.І.Король, І.Ю.Король (Ужгород)

Розглядається система нелінійних диференціальних рівнянь

$$\frac{dx}{dt} = f(t,x), \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad t \in [0,T], \quad f : [0,T] \times \mathbf{R}^n \to \mathbf{R}^n$$

з багатоточковими крайовими умовами

$$A_0 x(0) + \sum_{k=1}^{q} A_k x(t_k) + A_{q+1} x(T) = d, \; 0 = t_0 < t_1 < \ldots < t_{q+1} = T,$$

$$\det \sum_{k=1}^{q+1} A_k \frac{t_k}{T} \neq 0.$$

Пропонується для інтегрування такої задачі застосувати метод послідовних поліноміальних наближень, коли наближений розв'язок шукається у вигляді алгебраїчного полінома по t. Це дає змогу побудувати швидко збіжні алгоритми практичного відшукання наближень до точного розв'язку, які можна легко реалізувати на комп'ютері, зокрема, за допомогою сучасних систем символьної математики. Крім того, з аналізу такого наближеного розв'язку можна робити висновки щодо існування точного розв'язку задачі.

Розглядається послідовність векторних алгебраїчних поліномів степеня $p+1$:

$$x_m^{p+1}(t,x_0) = x_0 + \int_0^t \left[f^p(\tau, x_{m-1}^{p+1}(\tau,x_0)) - \frac{1}{T}\int_0^T f^p(s, x_{m-1}^{p+1}(s,x_0))\,ds \right] d\tau +$$

$$+ \frac{t}{T}\left[\sum_{k=1}^{q+1} A_k \frac{t_k}{T}\right]^{-1} \left\{ d - \sum_{k=0}^{q+1} A_k x_0 - \sum_{k=1}^{q} A_k \int_0^{t_k} \left[f^p(\tau, x_{m-1}^{p+1}(\tau,x_0)) - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{T}\int_0^T f^p(s, x_{m-1}^{p+1}(s,x_0))\,ds \right] d\tau \right\}, \quad x_0^{p+1}(t,x_0) = x_0, \quad m = 1,2,\ldots$$

Через $f^p(t, x_{m-1}(t,x_0)) = (f_1^p(t, x_{m-1}(t,x_0)), \ldots, (f_n^p(t, x_{m-1}(t,x_0)))$ позначено векторний інтерполяційний поліном Лагранжа степеня p, де $f_j^p(t, x_{m-1}(t,x_0)) = = a_{0j}^{m-1} + a_{1j}^{m-1} t + \cdots + a_{pj}^{m-1} t^p$, $j = 1,\ldots,n$ —

інтерполяційний поліном степеня p такий, що $\left(f_j^p(\tau_j, x_{m-1}(\tau_j, x_0)\right) = f_j(\tau_j, x_{m-1}(\tau_j, x_0))$, тобто в точках інтерполяції значення $\left(f_j^p(\tau_j, x_{m-1}(\tau_j, x_0)\right)$ співпадають із значенням функції $\left(f_j(\tau_j, x_{m-1}(\tau_j, x_0)\right)$.

Доведено, що при певних обмеженнях на праву частину системи та крайові умови побудовані таким чином послідовні наближення збігаються до точного розв'язку, встановлено оцінки відхилень. Також встановлено необхідні та достатні умови існування розв'язку крайової задачі.

1. Самойленко А.М., Ронто Н.И. Численно-аналитические методы исследования решений краевых задач.-Киев: Наук. думка, 1985.- 224 с.

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕШЕНИЙ ПОЛУЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ N-ГО ПОРЯДКА

М.В. Крамаренко
Кафедра дифференциальных уравнений, Институт математики, экономики и механики, Одесский госуниверситет, Дворянская,2, Одесса, 65026, Украина,
e-mail: stmirage@crosswinds.net

Рассматривается дифференциальное уравнение

$$y^{(n)} = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i \, p_i(t) \, |\, y \,|^{\sigma_{0i}} \, |\, y' \,|^{\sigma_{1i}} \ldots \left| y^{(n-1)} \right|^{\sigma_{n-1i}} \operatorname{sign} y^{(i)} \qquad (1)$$

где $n \geq 2$, $\alpha_i \in \{-1, 1\}$, $\sigma_{0i}, \sigma_{1i}, \ldots, \sigma_{n-1i} \in R$ $(i = 0, 1, \cdots, n-1)$, $\sigma_{0i} + \sigma_{1i} + \cdots + \sigma_{n-1i} = 1$ при любых i, $p_i : [a, \omega[\longrightarrow]0, +\infty[$ $(i = 0, 1, \cdots, n-1)$ - непрерывные функции, $-\infty < a < \omega \leq +\infty$.

О п р е д е л е н и е . Решение y уравнения (1), заданное на некотором промежутке $[t_0, \omega[\subset [a, \omega[$, называется P_ω-решением, если оно удовлетворяет следующим трем условиям:

1) $y^{(n)}(t) \neq 0$ при $t \in [t_0, \omega[$;

2) для каждого $k \in \{0, \ldots, n-1\}$ либо $\lim\limits_{t \uparrow \omega} y^{(k)}(t) = 0$, либо $\lim\limits_{t \uparrow \omega} y^{(k)}(t) = \pm\infty$;