

ЗАДАЧА ПРОСВІТЛЕННЯ ПІДКЛАДИНКИ ЗА ДОПОМОГОЮ ТРИШАРОВИХ ОПТИЧНИХ СТРУКТУР ПРИ ПАДІННІ СВІТЛА ПІД КУТОМ

© Міца О., Пецко В., Гече Ф., Коцовський В., 2015

The results of calculations of optimal three-layer structure for optical bleaching of the substrate at an angle of incidence of the light. Algorithm calculations based on the method of nonsmooth optimization (r-algorithm).

Key words: optical multilayer coating, r-algorithm, Abeles matrix method, law of Brewster.

У статті наводяться результати розрахунків оптимальної тришарової оптичної структури для просвітлення підкладки при падінні світла під кутом. Алгоритм розрахунків заснований на використанні методу негладкою оптимізації (r-алгоритму).

Ключові слова - оптичне багатшарове покриття, r-алгоритм, матричний метод Абеле, закон Брюстера.

Вступ

Інтерференційні просвітлюючі багатшарові покриття широко використовуються при створенні об'єктивів, окулярів, антиблікових покриттів та інших оптичних приладів.

Метою даної роботи було дослідити оптимальні параметри тришарових однорідних структур для просвітлення низькозаломлюючої підкладки, динаміку їх зміни із збільшенням спектрального інтервалу при падінні світла під кутом. Оптимізація параметрів здійснюється за допомогою r-алгоритму. В якості підкладки вибрано найбільш поширену низькозаломлюючу підкладку з показником заломлення $n_s = 1.51$ (скло).

Математична модель

Для багатшарових покриттів кожна плівка характеризується показником заломлення n та геометричною товщиною d . Характеристична матриця одного шару задається у вигляді [1-2]:

$$M_j(N_j, d_j, \lambda) = \begin{vmatrix} \cos(\delta_j) & -\frac{i}{p_j} \sin(\delta_j) \\ -ip_j \sin(\delta_j) & \cos(\delta_j) \end{vmatrix}, \quad (1)$$

де $\delta_j = \delta_j(N_j, d_j, \lambda) = 2\pi N_j d_j \cos \theta_j / \lambda$, $N_j = n_j(1 + ic_j)$, $i = \sqrt{-1}$, $n_j, c_j, d_j, \theta_j, \lambda$ – показник заломлення, показник поглинання, геометрична товщина, кут між променем, що падає на $(j+1)$ -ий шар, і нормаллю до площини розділу j -го та $(j+1)$ -го шарів, довжина хвилі відповідно. Для зменшення світлових втрат в оптичних елементах при просвітленні їх поверхонь використовуються матеріали незначним поглинанням, тому будемо вважати, що $c_j = 0$ і, відповідно, $N_j = n_j$. При цьому значення $p_j = N_j \cos \theta_j$ для ТЕ-хвилі (s-поляризація) і $p_j = N_j / \cos \theta_j$ для ТМ-хвилі (p-поляризація).

Характеристична матриця однорідної k -шарової структури буде рівною:

$$M(\bar{n}, \bar{d}, \lambda) = M_k(n_k, d_k, \lambda) \cdot M_{k-1}(n_{k-1}, d_{k-1}, \lambda) \cdots M_2(n_2, d_2, \lambda) \cdot M_1(n_1, d_1, \lambda), \quad (2)$$

де M_j – характеристична матриця j -ого шару; $\bar{n} = (n_1, n_2, \dots, n_{k-1}, n_k)$ – вектор значень показників заломлення; $\bar{d} = (d_1, d_2, \dots, d_{k-1}, d_k)$ – вектор значень геометричної товщини; λ – довжина хвилі.

Звідси, легко знайти коефіцієнт пропускання даної k -шарової структури при заданих значеннях \bar{n}, \bar{d} та λ :

$$T = 4 / (2 + \frac{P_0}{P_s} m_{11}^2 + \frac{P_s}{P_0} m_{22}^2 + P_0 P_s m_{12}^2 + \frac{1}{P_0 P_s} m_{21}^2), \quad (3)$$

де $p_0 = N_0 \cos \theta_0$ і $p_s = N_s \cos \theta_s$ для ТЕ-хвилі (s -поляризація);

$p_0 = N_0 / \cos \theta_0$ і $p_s = N_s / \cos \theta_s$ для ТМ-хвилі (p -поляризація);

θ_0 – кут під яким промінь попадає на шарувату структуру; θ_s – кут під яким промінь виходить із шаруватої структури (кут заломлення); N_0, N_s – показники заломлення зовнішнього середовища і підкладки відповідно, $m_{11}, m_{12}, m_{21}, m_{22}$ – елементи характеристичної матриці M .

Цільовою функцією візьмемо середньоквадратичне значенням показника пропускання на досліджуваному спектральному діапазоні [3-4]:

$$\Omega(\lambda_2, \lambda_1) = \max_{\bar{n}, \bar{d}} F(\bar{n}, \bar{d}) = \max_{\bar{n}, \bar{d}} \left(\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L T^2(\bar{n}, \bar{d}, \lambda_{(i)}) \right)^{1/2}, \quad (4)$$

де L – число точок сітки спектрального інтервалу від λ_1 до λ_2 . При рівномірному його поділі з кроком $\Delta\lambda$: $\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1) / L$.

При дослідженні вибирались значення $1.35 \leq n_j \leq 2.6$, $50 \text{ нм} \leq d_j \leq 750 \text{ нм}$ ($j = \overline{1, 3}$), $\lambda_1 = 200 \text{ нм}$, $\lambda_2 = 1200 \text{ нм}$.

Обчислювальний експеримент

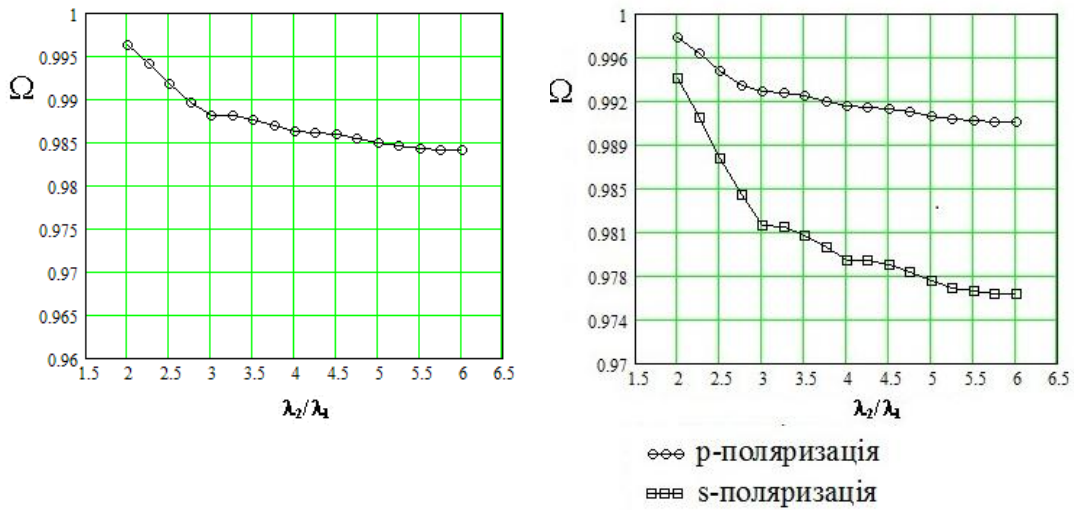
Досліджувана цільова функція має багато локальних максимумів. Тому при дослідженні тришарових структур вибиралось 324 початкових (нульових) наближень роботи алгоритму. Вони вибирались за такою схемою: вся область можливих значень параметрів розбивається на 324 підобласті, із яких і вибирається стартова точка алгоритму. Для пошуку оптимальних параметрів було використано г-алгоритм [5-6]. Програмне забезпечення написано на мові програмування Delphi.

Тришарові однорідні плівки

Шукаємо оптимальні значення функціоналу (4) для тришарової ($k=3$) структури при падінні світла під різними кутами.

Спочатку розглянемо, коли промінь падає перпендикулярно до шаруватої структури, тобто $\theta_0 = 0^\circ$ (рис. 1а). Відомо, що для тришарових покриттів, так як і для двошарових, оптимальне значення показника заломлення верхнього шару для всіх спектральних діапазонів є сталим і рівним нижній межі для показника заломлення 1.35 [1]. Значення функціоналу $\Omega(\lambda_2, \lambda_1)$ при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм спадає від 0.996328 до 0.988119, а при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціоналу спадає повільніше від 0.988119 до 0.984155.

При куті відмінному від $\theta_0 = 0^\circ$ промінь розкладається на ТЕ-хвилю (s -поляризація) і ТМ-хвилю (p -поляризація). Досліджувались два випадки: s -поляризація, p -поляризація, відповідно пропускався s -поляризований промінь, p -поляризований промінь. Шукаємо оптимальні значення функціоналу (4) для тришарової ($k=3$) структури при падінні світла під іншими кутами. З рисунку 1б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 30^\circ$ і збільшенні правої границі від 400 до 1200 нм функціонал $\Omega(\lambda_2, \lambda_1)$ при s -поляризації спадає від 0.994465 до 0.975986, а при p -поляризації спадає від 0.997878 до 0.990719.



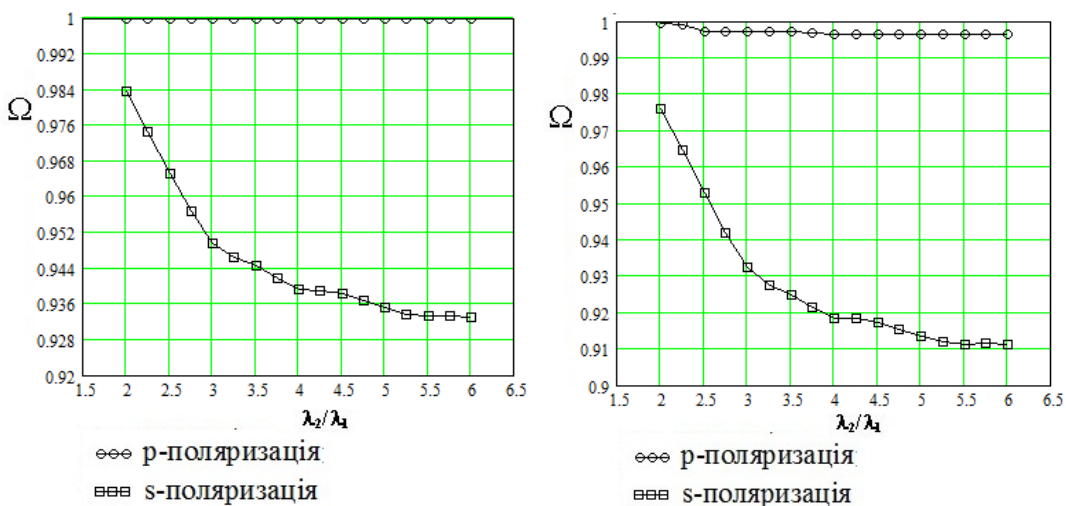
а) $\theta_0 = 0^\circ$

б) $\theta_0 = 30^\circ$

Рис.1. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2, \lambda_1)$ для тришарової структури при $\theta_0 = 0^\circ$ та при $\theta_0 = 30^\circ$

Розглянемо оптимальні значення функціоналу для тришарової структури при падінні світла під кутом $\theta_0 = 55^\circ$ (рис. 2а). Для s -поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм стрімко спадає від 0.983685 до 0.949459, а при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціоналу спадає повільніше від 0.949459 до 0.933074. Для p -поляризації графік функціоналу спадає повільніше, ніж для кута $\theta_0 = 50^\circ$, хоча можна простежити спадання при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм з 0.999895 до 0.999771, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм функціонал дуже повільно спадає до значення 0.999746.

З рисунку 2б видно, що при падінні світла під кутом $\theta_0 = 60^\circ$ для s -поляризації функціонал при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм спадає від 0.976119 до 0.932437, а при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціоналу спадає повільніше до 0.911165. Для p -поляризації простежується спадання функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 500 нм від 0.999456 до 0.997293, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення спадає до 0.996369.



а) $\theta_0 = 55^\circ$

б) $\theta_0 = 60^\circ$

Рис.2. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової структури при $\theta_0 = 55^\circ$, $\theta_0 = 60^\circ$

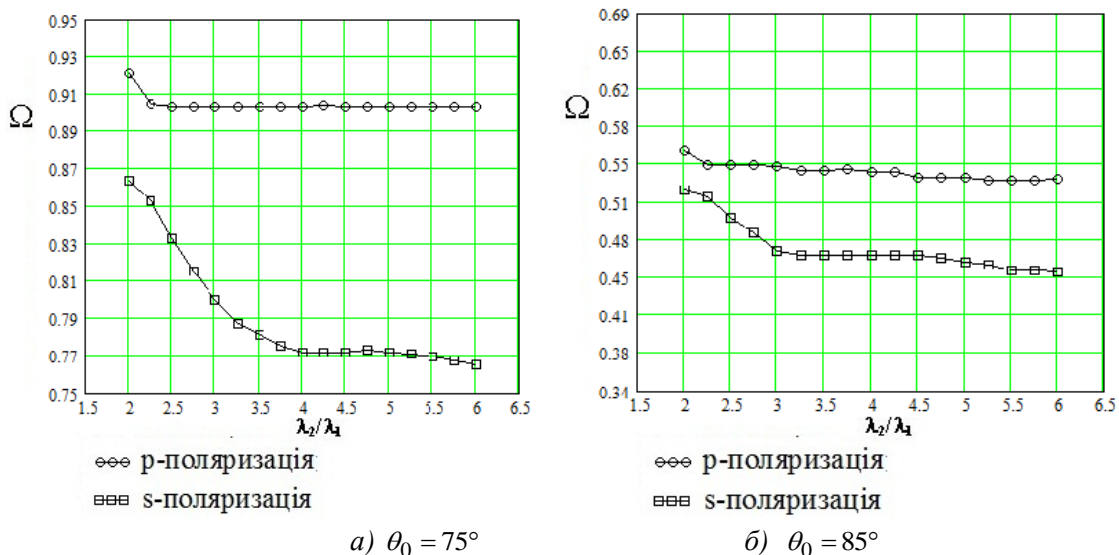


Рис.3. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2 / \lambda_1)$ для тришарової структури при $\theta_0 = 75^\circ$ та $\theta_0 = 85^\circ$

При падінні світла під кутом $\theta_0 = 75^\circ$ (рис. 3а) функціонал для s -поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 800 нм спадає від 0.863755 до 0.771337, при збільшенні правої границі λ_2 від 800 до 1200 нм значення функціоналу повільно спадає до 0.765089. Для p -поляризації значення функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 450 нм спадає від 0.920708 до 0.904735, а при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення дуже повільно спадає до 0.903456.

З рисунку 3б можна простежити, що для кута $\theta_0 = 85^\circ$ функціонал для s -поляризації при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 600 нм спадає від 0.526071 до 0.469449, при збільшенні правої границі λ_2 від 600 до 1200 нм значення функціоналу зменшується до 0.449437. Для p -поляризації можна простежити стрімке спадання функціоналу при збільшенні правої границі λ_2 від 400 до 450 нм від 0.562499 до 0.549696, при подальшому збільшенні правої границі λ_2 до 1200 нм його значення спадає до 0.535630.

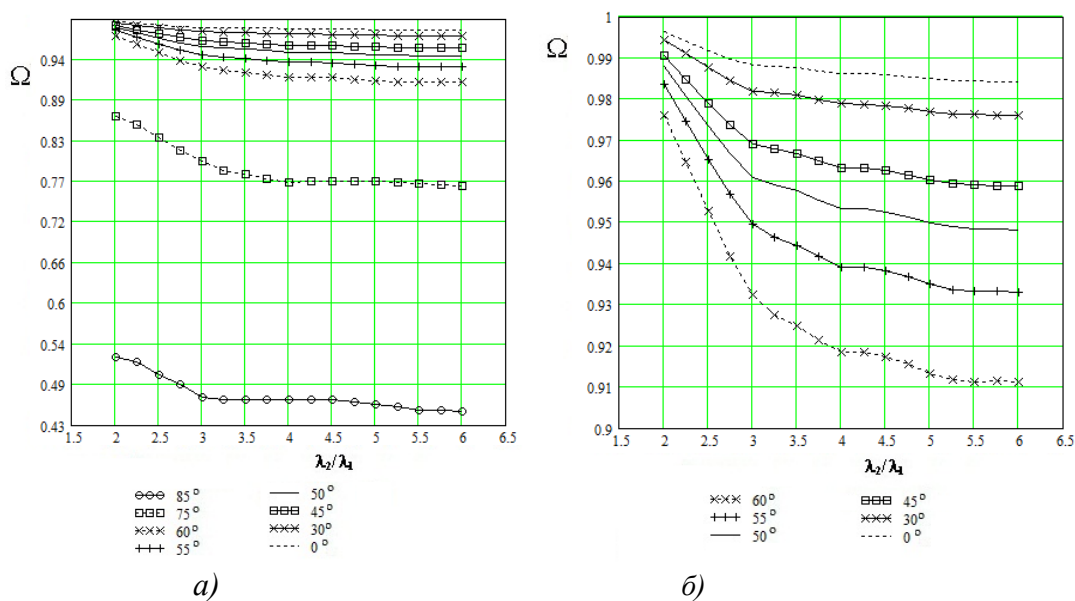


Рис.4. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2, \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури для s -поляризації

Динаміку зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2, \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури при s -поляризації в залежності від кута падіння можна простежити з рисунків 4а та 4б. Для всіх кутів при збільшенні правої границі від 400 до 1200 нм функціонал спадає, причому при збільшенні правої границі від 400 до 600 нм це спадання стрімкіше, ніж на іншій частині проміжку. На рисунку видно, що із збільшенням кута значення функціоналу зменшується.

При зростанні кута до $\theta_0 = 55^\circ$ значення функціоналу зростає, а потім зменшується. Дана закономірність пояснюється законом Брюстера [7-9]. Для p -поляризації, так як і для s -поляризації, при збільшенні правої границі від 400 нм до 1200 нм функціонал спадає для всіх кутів, хоча тут менш помітні коливання цільової функції, ніж для s -поляризації, а значення функціоналу на цьому проміжку практично не змінюється. Значення функціоналу при куті $\theta_0 = 55^\circ$ має менші коливання, ніж при інших кутах, при подальшому збільшенні кута значення функціоналу зменшується.

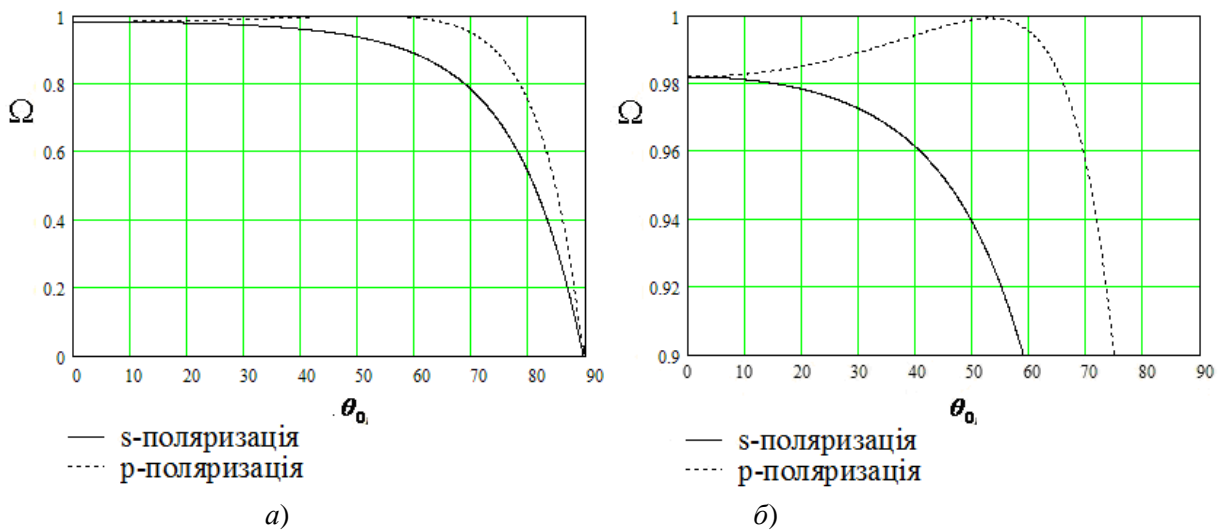


Рис. 5. Динаміка зміни функціоналу $\Omega(\lambda_2, \lambda_1)$ для тришарової однорідної структури в залежності від θ_0

Можна простежити наступну залежність цільової функції від кута падіння θ_0 : із збільшенням кута для s -поляризації значення цільової функції зменшується, а для p -поляризації значення цільової функції спочатку зростає, а потім зменшується (рис. 5а-5б), що також пояснюється законом Брюстера [7-9].

Висновки

Проведені розрахунки показали досить високу ефективність розробленого на основі використання r -алгоритму програмного забезпечення рішення завдань оптимізації багатошарових оптичних структур. Час рішення задачі на персональному комп'ютері середнього класу з процесором Intel(R) Core(TM) i3-3230 @ 3.30 ГГц та ОЗУ 2 ГГц займає декілька хвилин для кожного спектрального діапазону.

Отримано результати рішення реальних задач. Динаміка зміни функціоналу для тришарової однорідної структури в залежності від кута падіння узгоджується із законом Брюстера.

1. Furman Sh.. Basics of optics of multiplayer systems / Sh.Furman., A.V. Tikhonravov Editions Frontiers, Gif-sur Yvette, 1992. – 242 p. 2.Abeles F. Matrix method / Ann.de Physique. – 1950. – V.5. – P. 596-640. 3. Стецюк П. И. О задачах оптимизации параметров для многослойных оптических покрытий / П. И.Стецюк, А. В. Мица // Кибернетика и системный анализ. – Киев, 2005. – С.107–115. 4. Мица О. В. Задача нахождения оптимальных параметров однородного оптического покрытия / О. В. Мица, П. И.Стецюк // Теорія оптимальних рішень. – № 2. – Київ, 2003. – С.127–134. 5. Шор

Н. З. Метод минимизации, использующий операцию растяжения пространства в направлении разности двух последовательных градиентов / Н. З. Шор, Н. Г. Журбенко // Кибернетика. – 1971. – №3. – С. 51–59. 6. Шор Н.З. Методы минимизации недифференцируемых функций и их приложения. – Киев: Наукова думка, 1979. – 199с. 7. Крылова Т. Н. Интерференционные покрытия. – Л.: Машиностроение, 1973. – 224 с. 8. Путилин Э .С. Оптические покрытия. Учебное пособие. – СПб: СПбГУ ИТМО, 2010. – 227с. 9. Риттер Э. Плёночные диэлектрические материалы для оптических применений // Физика тонких плёнок. – М.: Мир, 1978. – т.8. – С.7-27.