

## ЕЛЕКТРИЧНА ПОЛЯРИЗОВНІСТЬ ГАДРОНІВ

Ю.Фекете, І.Гайсак, В.Морохович

Ужгородський національний університет,  
кафедра теоретичної фізики,  
вул. Волошина, 32, Ужгород, 88000  
e-mail: feketeyu@univ.uzhgorod.ua

Отримано формулу для електричної поляризованості двохчастинкової системи. В рамках нерелятивістських потенціальних моделей розраховано електричну поляризованість піона. При цьому використано різні моделі потенціалів, які описують сильні взаємодії, вперше використано екранований потенціал. Використано стандартні значення параметрів потенціалів.

### Вступ

У фізиці до сьогодні немає точно встановленого потенціалу сильної взаємодії. Є декілька вдалих моделей, з допомогою яких доволі успішно описується спектр мас, тонкі та надтонкі ефекти, ширини розпадів у гадронах. Правда, слід зазначити, що дуже часто доводиться варіювати параметри потенціалів для того, щоб описати ці ефекти в сукупності з одним потенціалом. У роботі [1] нами було застосовано потенціальні моделі для розрахунку характеристик глюболів. Спектр мас глюболів було описано з тими ж самими параметрами потенціалу, що і спектр мас мезонів. Тому цікаво розглянути ще одну характеристику мезонів використавши при цьому різні моделі потенціалів взаємодії, а саме статичну дипольну електричну поляризованість, щоб виявити, який саме потенціал найбільш точно опише дану характеристику.

Всі елементарні частинки можна розглядати як точкові, якщо експериментально не проявляється їх внутрішня структура. Тобто вони не мають просторових розмірностей, і немає ще менших складових, з яких їх можна побудувати (наприклад, лептонів).

Будь-яка частинка, яка має електричну поляризованість є складною частинкою – вона мусить складатися з ще простіших частинок, які мають ненульовий елек-

тричний заряд. Електрична поляризованість частинки характеризується дипольним моментом, який виникає у частинки в зовнішньому електромагнітному полі. Вона є фундаментальною величиною, яку можна точно виміряти експериментально. Фізично вона означає здатність складної системи деформуватися під дією зовнішнього електромагнітного поля. На сьогодні зафіксовано ненульове значення електричної поляризованості для  $\pi$ -мезона, що є свідченням того, що ця частинка не є фундаментальною у вищезгаданому розумінні. Більш детальний аналіз поляризованості дасть можливість глибше зрозуміти внутрішню структуру мезонів. Це дозволить оцінити силу фундаментальної взаємодії, яка призводить до утворення зв'язаних станів.

На сьогоднішній день експериментальні дані, отримані для електричної та магнітної поляризованості зарядженого піона, є неоднозначними. В експериментальній фізиці елементарних частинок основними методами дослідження електромагнітної поляризованості є аналіз результатів комптонівського розсіювання  $\gamma + P \rightarrow \gamma + P$ , або такі процеси  $\gamma + \gamma \rightarrow P + \bar{P}$  ( $P + \bar{P} \rightarrow \gamma + \gamma$ ), де  $P = \pi^+$ . Але прямо реалізувати такі процеси неможливо, тому про поляризованість судять з таких експериментів: а) радіаційне роз-

сіювання піонів на ядрах з порядковим номером  $Z$  (група з Серпухова) [2]; б) радіаційне піонне фотонародження в фотон-нуклонному розсіюванні (група інституту ім. Лебедєва) [3]; в) утворення двохпіонної пари з двох фотонів у процесах електрон-позитронних зіткнень (група MARK 2) [4].

Теоретичні дослідження електромагнітної поляризованості було зроблено в різних наближеннях: у моделі Намбу-Йона-Лазінію [5], в кіральной пертурбативній моделі [6] та в релятивістській кварковій моделі [7]. Але результати, отримані в кожному наближенні, досить сильно відрізняються один від одного, та від експериментальних даних.

### Електрична поляризованість двохчастинкової системи

Ми для отримання формули для електричної статичної поляризованості скористаємося підходом, розвиненим у [8]. Якщо гадрон складається з кварків, то під впливом зовнішнього електричного поля у нього виникає дипольний момент  $d_e$ . Цей дипольний момент взаємодіє з зовнішнім полем  $\vec{E}$  і пропорційний йому

$$\vec{d}_e = 4\pi k \vec{E} \quad (1)$$

а відповідна енергія взаємодії диполя з полем рівна  $E_{pol} = -\frac{1}{2} \vec{d}_e \vec{E} = -\frac{1}{2} 4\pi k \vec{E}^2$ , де  $k$  – електрична статична дипольна поляризованість. Для визначення  $k$  використаємо варіаційний метод. Гамільтоніан системи  $H$  двох частинок у полі розбиваємо на незбурену частину  $H_0$  та збурення  $W$

$$H = H_0 + W \quad (2)$$

Власні стани  $|\phi\rangle$  гамільтоніана  $H$  будемо апроксимувати пробними функціями  $|\phi_\lambda\rangle$  вигляду

$$|\phi_\lambda\rangle = (1 + \lambda W) |\phi_0\rangle, \quad (3)$$

де  $|\phi_0\rangle$  – власні функції незбуреного гамільтоніана  $H_0$ . Варіаційний параметр  $\lambda$  знаходимо, мінімізуючи середнє значення енергії системи (умова стаціонарності)

$$E(\lambda) = \frac{\langle \phi_\lambda | H | \phi_\lambda \rangle}{\langle \phi_\lambda | \phi_\lambda \rangle} = \frac{\langle \phi_\lambda | H_0 + W | \phi_\lambda \rangle}{\langle \phi_\lambda | \phi_\lambda \rangle} \quad (4)$$

відносно  $\lambda$

$$\left. \frac{\partial E(\lambda)}{\partial \lambda} \right|_{\lambda_{\min}} = 0. \quad (5)$$

Розглянемо мезон, який складається з двох кварків з масами  $m_1, m_2$  та зарядами  $Q_1, Q_2$ . Вони перебувають на відстанях  $\vec{R} + \vec{r}_1$  та  $\vec{R} + \vec{r}_2$  від зовнішнього заряду  $Z$ .  $\vec{R}$  – координата центра мас обох кварків. За допомогою рівності

$$\frac{1}{|\vec{R} + \vec{r}|} \cong \frac{1}{R} \left( 1 - \frac{\vec{R} \cdot \vec{r}}{R^2} \right) \quad (6)$$

шукаємо кулонівську потенціальну енергію кварків у полі заряду  $Z$

$$V = Z\alpha_{em} \left( \frac{Q_1}{|\vec{R} + \vec{r}_1|} + \frac{Q_2}{|\vec{R} + \vec{r}_2|} \right) \cong Z(Q_1 + Q_2) \frac{\alpha_{em}}{R} - Z \frac{\alpha_{em}}{R^2} \vec{R} (Q_1 \vec{r}_1 + Q_2 \vec{r}_2), \quad (7)$$

де  $\alpha_{em}$  - стала тонкої структури

Зовнішній заряд  $Z$  породжує напруженість електричного поля

$$\vec{E} = Z \frac{e}{4\pi R^2} \frac{\vec{R}}{R}, \quad (8)$$

тому для потенціальної енергії отримуємо вираз

$$V = Z(Q_1 + Q_2) \frac{\alpha_{em}}{R} - (Q_1 \vec{r}_1 + Q_2 \vec{r}_2) e \vec{E}. \quad (9)$$

У термінах відносної відстані  $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$  кварків у гадроні, їх координати  $\vec{r}_1$  і  $\vec{r}_2$  рівні

$$\vec{r}_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r}, \quad \vec{r}_2 = -\frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{r}, \quad (10)$$

а отже, відповідно, потенціальна енергія буде

$$V = Z(Q_1 + Q_2) \frac{\alpha_{em}}{R} - \frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} e \vec{r} \cdot \vec{E}. \quad (11)$$

Другий член є не що інше, як збурення, викликане взаємодією дипольного моменту з зовнішнім полем

$$W = -\frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} e \vec{r} \cdot \vec{E}. \quad (12)$$

Для енергії (4) системи отримаємо вираз

$$\begin{aligned} E(\lambda) &= \frac{1}{1 + 2\lambda \langle W \rangle + \lambda^2 \langle W^2 \rangle} \left[ E_0 + W + 2\lambda (E_0 \langle W \rangle + \langle W^2 \rangle) + \lambda^2 (\langle W H_0 W \rangle + \langle W^3 \rangle) \right] = \\ &= \frac{E_0 + 2\lambda \langle W^2 \rangle + \lambda^2 \langle W H_0 W \rangle}{1 + \lambda^2 \langle W^2 \rangle} = (E_0 + 2\lambda \langle W^2 \rangle + \lambda^2 \langle W H_0 W \rangle) (1 - \lambda^2 \langle W^2 \rangle + O(W^4)) = \\ &= E_0 + 2\lambda \langle W^2 \rangle + \lambda^2 (\langle W H_0 W \rangle - E_0 \langle W^2 \rangle) = E_0 + 2\lambda \langle W^2 \rangle + \lambda^2 [W, H_0] W \end{aligned} \quad (13)$$

де середні значення  $\langle O \rangle$  необхідно брати відносно незбурених власних станів  $|\phi_0\rangle$ . Також у (13) враховано, що для станів з  $l=0$  середнє значення непарних степенів для  $W$ ,  $\langle W^{2n+1} \rangle$  дорівнює нулеві

$$\langle W^{2n+1} \rangle \propto \langle \phi_0 | (\vec{r} \cdot \vec{E})^{2n+1} | \phi_0 \rangle \propto \int_0^\infty dr r^2 (rE)^{2n+1} \phi_0^2(r) \int_{-1}^1 d \cos \theta (\cos \theta)^{2n+1} = 0 \quad (14)$$

Надалі ми розглядаємо  $\langle W \rangle$ , як мале збурення, і оскільки електрична поляризованість  $k$  обчислюється з допомогою члена другого порядку відносно напруженості електричного поля  $\vec{E}$ , зберігаємо в (13) лише члени порядку  $O(W^2)$ . Умова стаціонарності  $E(\lambda)$  приводить до виразу

$$\frac{\partial E(\lambda)}{\partial \lambda} \Big|_{\lambda_{\min}} = 2 \langle W^2 \rangle + 2\lambda_{\min} [W, H_0] W = 0, \quad (15)$$

звідки, відповідно, варіаційний параметр буде:

$$\lambda_{\min} = -\frac{\langle W^2 \rangle}{\langle [W, H_0] W \rangle}. \quad (16)$$

У результаті вираз для  $E(\lambda)$  набуває вигляду

$$E(\lambda) = E_0 - 2 \frac{\langle W^2 \rangle^2}{\langle [W, H_0] W \rangle} + \frac{\langle W^2 \rangle^2}{\langle [W, H_0] W \rangle} = E_0 - \frac{\langle W^2 \rangle^2}{\langle [W, H_0] W \rangle} = E_0 - \frac{1}{2} (4\pi) k \bar{E}^2, \quad (17)$$

де  $E_0$  - енергія незбуреного стану, а

$$(4\pi) k \bar{E}^2 = 2 \frac{\langle W^2 \rangle^2}{\langle [W, H_0] W \rangle}. \quad (18)$$

Спростуючи вираз (18), маємо

$$\begin{aligned} (4\pi) k &= \frac{2}{\bar{E}^2} \frac{W^2}{[W, H_0] W} = \frac{2}{\bar{E}^2} \left( \frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} \right)^2 e^2 \frac{(\vec{r} \cdot \vec{E})^2}{[(\vec{r} \cdot \vec{E}), H_0] (\vec{r} \cdot \vec{E})} = \\ &= 2 \left( \frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} \right)^2 e^2 \frac{\frac{1}{9} r^2}{\frac{1}{\mu} (1 + z \nabla_z)} = \frac{4}{9} \mu \left( \frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} \right)^2 e^2 r^2 \end{aligned} \quad (19)$$

де  $\mu$  – зведена маса двохчастинкової системи. Це і є формула для поляризованості мезонів, її можна представити у вигляді

$$k_\pi = \frac{4}{9} \alpha_{em} \mu \left( \frac{m_2 Q_1 - m_1 Q_2}{m_1 + m_2} \right)^2 r^2. \quad (20)$$

Ця формула подібна до квантово-механічної формули, отриманої Кірквудом для вільних атомів та іонів (див. [11]). Як видно з формули (20), для того, щоб розрахувати поляризованість, нам потрібно знати значення квадратичного радіуса для двохчастинкової системи.

### Результати розрахунків

Нами розраховано поляризованість для піона з різними потенціалами взаємодії, а саме

$$V = Ar^2, \quad (21)$$

$$V = -\frac{\alpha_S}{r} + kr, \quad (22)$$

$$V = -\frac{\alpha_S}{r} + \frac{g^2}{6\pi\mu} (1 - e^{-\mu r}) \quad (23)$$

Квадратичний радіус з цими потенціалами ми розраховували для нерелятивістського та релятивістського випадків. Для визначення квадратичного радіуса в релятивістському випадку ми користувалися хвильовою функцією  $\phi_0$ , отриманою на основі підходу, розвиненого в [9]. Слід відзначити, що ми розраховували енергію  $S$  рівня, і всі потенціали дають близькі одне до одного чисельні значення. Це є свідченням того, що в даній області будь-який з цих потенціалів вдало апроксимує реальний потенціал взаємодії кварків у мезоні. Також важливим є той факт, що при розрахунках ми користувалися стандартними значеннями параметрів для потенціалів взаємодії, які дають добрий опис інших характеристик мезонів та глюоболів.

Результати розрахунків представлено в таблиці 1.

Таблиця 1. Статична дипольна поляризованість піона [ $10^{-5}$  фм<sup>3</sup>]

	(21)	(22)	(23)	Інші моделі	Експ.
Релятив.	2.76	1.57	1.51	0.54 [8] 105–125 [5]	22±16 [4] 200± 120 [3]
Нерелят.	10.1	4.1	4.24	24±5 [6] 36.3 [7]	68± 26 [2]

Як бачимо з таблиці, найкращий опис дає модель для нерелятивістського гармонічного осцилятора (21), хоча відомо, що він є дуже модельним і насправді не є потенціалом сильної взаємодії. У даній роботі вперше розраховано  $k_\pi$  з екранованим потенціалом (23). Також слід зазначити, що в роботі [8] було отримано  $k_\pi$  для корнельського потенціалу (22), але при цьому автори взяли відмінні від загальнориннятих значення параметрів потенціалу. Також у роботі [10] авторами було отримано значення  $0.42 \times 10^{-5}$  фм<sup>3</sup> для  $k_\pi$ . У цій роботі автори врахували вплив релятивістської кінематики, але теж змінили параметри потенціалу. Отримані нами результати суттєво відрізняються від експериментальних даних, як і в ін-

ших роботах. Це може бути обумовлено невдалим вибором або хвильової функції, або потенціалу взаємодії. Що стосується хвильової функції, то надалі ми врахуємо спін-залежні члени в гамільтоніані, тоді хвильова функція буде більш точною. А відносно потенціалу, то потрібно вести надалі теоретичні пошуки, бо всі наведені вище потенціали хоч і дають добрий опис спектру мас та тонких і надтонких ефектів, поки що не можуть описати всі характеристики мезонів.

**Подяка.** Ми висловлюємо подяку за цінні зауваження та обговорення даної роботи - канд. фіз.-мат. наук, доц. кафедри теоретичної фізики Шпенику О.О. та молодшому науковому співробітнику цієї кафедри Рубішу В. В.

### Література

1. A.Shpenik, Yu.Fekete, J. Kis, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) 99A, 274 (2001).
2. Yu.M.Antipov, V.A.Batarin, V.A.Bes-subov et al., Phys. Lett. B 121, 445 (1983).
3. T.A.Aibergenov, P.S.Baranov, O.D.Bez-nisko et al., Czech. J. Phys. B 36, 948 (1986).
4. J. Boyer, F. Butler, G. Gidal et al., Phys. Rev D 42 1350 (1990).
5. V. Bernard, D. Vautherin, Phys. Rev D40, 1615 (1989).
6. J. F.Donoghue, B.R.Holstein, Phys. Rev D 40, 2378 (1989).
7. M.A.Ivanov, T.Mizutani, Phys. Rev. D 45, 1580 (1992).
8. F.Shoeberl, H.Leeb, Phys. Lett. B 166, 355 (1986).
9. V.Lengyel, V.Rubish, Yu.Fekete, S.Chalupka, M.Salak, J. Phys. Studies, 2, 38 (1998).
10. W.Lucha, F.Shoeberl, Phys. Lett. B.544, 380 (2002).
11. П.Гомбош, Статистическая теория атома и ее применения (Москва, 1951).

## **ELECTRIC POLARIZABILITY OF HADRONS**

**Yu.Fekete, I.Haysak, V.Morokhovych**

Uzhhorod National University, Department of Theoretical Physics,  
32 Voloshyna str., Uzhhorod 88000, Ukraine  
e-mail: feketeyu@univ.uzhgorod.ua

The equation for the electric polarizability of a two-particle system is obtained. Electric polarizability of a pion is calculated the framework of non-relativistic potential models, different models of potentials, describing strong interactions, being used. A screen potential is used for the first time. Standard values for the potential parameters are used.