

## **Метод выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми цифровыми изображениями**

*Запорожский институт экономики и информационных технологий  
Харьковский национальный университет радиозлектроники*

Разработан метод выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми цифровыми изображениями. При этом начальные приближения центров изображения любого из объектов компактной группы находятся на заданном расстоянии от пиков изображения со стороны, противоположной средневзвешенному центру. Основным преимуществом разработанного метода является значительное повышение частоты сходимости к глобальному экстремуму целевой функции. Это практически вдвое увеличивает количество измерений для близких объектов на исследуемых кадрах, что особенно важно при астрометрических наблюдениях астероидов в районах плотного заселения объектами участков звездного неба, например в окрестностях Млечного Пути.

**Ключевые слова:** CCD-измерения, оценка показателей точности, начальные приближения, объекты со статистически зависимыми изображениями.

### **Введение**

Изучение астероидов чаще всего проводится с использованием оптических телескопов. Их проникающая способность в последнее время существенно возросла, что увеличило плотность наблюдаемых объектов. Все чаще встречаются полные или частичные покрытия астероидами звезд на ПЗС-кадрах [1]. В связи с появлением компактных групп небесных объектов со статистически зависимыми изображениями обеспечение требуемой точности оценки положений близких объектов становится все более сложной задачей.

В настоящее время для оценки положения объектов, образующих компактные группы, чаще всего используются [4-14] методы нелинейной оптимизации, например алгоритма Левенберга-Марквардта [13].

Важным фактором эффективного использования данных методов является выбор начальных приближений. В случае неправильного выбора начальных приближений возможно их попадание в окрестность локального экстремума, что приведет к оценкам положения объектов с большими отклонениями от истинных значений.

Это указывает на актуальность задачи обоснованного выбора начальных приближений для методов оценки координат объектов со статистически зависимыми изображениями.

### **1. Анализ литературных данных**

Разработано достаточно большое количество методов измерения положений астероидов при наблюдениях с ПЗС-камерой (прибор с зарядовой связью). В одних используется аналитический анализ изображений объектов на ПЗС-кадре, например, FWHM-подход (Full Width Half Magnitude) [2]. В других в качестве координат объекта принимается максимум блеска в его изображении [3].

Общим для большинства методов определения положения объекта на ПЗС-кадре является применение при аппроксимации его изображения функции рассеяния точки (PSF-fitting) [4-9]. При этом используется информация о закономерностях распределения зарегистрированных фотонов по изображению объекта. Чаще всего в качестве модели распределения фотонов применяются различные варианты двумерных гауссиан [9,10,6]: модели Моффата [11,12] или Лоренца [9, 12].

Для исследования близких объектов предложены методы, в которых использованы надпиксельная [13] и субпиксельная [14] гауссовы модели, использующие критерий максимального правдоподобия [15] и критерий минимума квадрата невязок [13,14]. Эти методы основаны на оценке положения объектов со статистически зависимыми изображениями по критерию минимума квадратов невязок между экспериментальным и модельным изображениями. Минимизация суммы квадратов невязок осуществляется с помощью алгоритма Левенберга-Марквардта. Однако в этих работах не указан метод выбора начальных приближений.

Вследствие малых угловых расстояний между объектами компактных групп и возможного пересечения их изображений существуют риски попадания выбранных начальных приближений в окрестности локальных экстремумов. Это приводит к большим отклонениям при оценке параметров объектов, входящих в такие группы.

Как показано в работе [15], в общетеоретическом смысле задача оценки параметров близких объектов на их ПЗС-изображении сводится к задаче расщепления смеси статистических распределений по группированной выборке [16, 17,18,19]. Общим недостатком методов решения указанной математической задачи является то, что они приводят не к глобальному максимуму функции правдоподобия или минимуму квадрата невязок теоретического и экспериментального изображения, а к ближайшему к начальному приближению локальному экстремуму используемой целевой функции.

Очевидный способ увеличения вероятности нахождения глобального экстремума целевой функции заключается во введении целого семейства начальных приближений и соответствующего им семейства траекторий итерационного поиска экстремума целевой функции. При этом в качестве координат положения объектов на изображении компактной группы объектов должен выбираться тот из результатов, для которого целевая функция является минимальной (максимальной) среди всех реализованных траекторий итерационного поиска экстремума целевой функции. При случайном задании указанного семейства начальных приближений имеет место классическая задача стохастической оптимизации [20].

Минусом такого подхода являются и без того высокие вычислительные затраты на реализацию методов поиска положений близких объектов на их статистически зависимых ПЗС-изображениях.

Однако при таком подходе остается неясным ответ на вопрос о способе перехода от одного начального приближения к другому. В частности, когда начальное приближение задается случайно, не всегда ясно, как определить распределение, в соответствии с которым генерируется очередное начальное приближение [17, 18, 21].

## 2. Постановка задачи

Предполагается, что на ПЗС-кадре обнаружено  $Q$  объектов. Объекты находятся на столь малых угловых расстояниях друг от друга, что их изображения на ПЗС-кадре могут пересекаться. В этом смысле объекты считаются статистически зависимыми и называются в работе близкими.

Считается, что истинные положения объектов локализируются в окрестностях пикселей-пиков (локальных максимумов изображения по яркости  $P_{max,j}$ ). В данной работе под пиком изображения  $P_{max,j}$  понимается пиксель ПЗС-матрицы, яркость которого больше яркости любого из прилегающих к нему. Необходимо разработать метод определения совокупности координат начальных приближений  $Q$  исследуемых объектов, которые находятся в окрестности глобального минимума суммы квадратов невязок между яркостями пикселей экспериментального и модельного изображений компактной группы статистически зависимых близких объектов.

**3. Примеры геометрического расположения локальных экстремумов целевой функции задачи наилучшей оценки положения объектов на изображении их компактной группы.** В однокоординатном случае изображения компактной группы из двух объектов искомыми параметрами являются координаты  $x_a$  и  $x_b$  центров  $M_a$  и  $M_b$  изображений объектов  $a$  и  $b$  (рис. 1). Обе рассмотренные выше целевые функции будут иметь два локальных экстремума. Один из них представляет собой глобальный экстремум с координатами  $(x_a; x_b)$ . Второй экстремум будет находиться в точке  $M_{ab}$  с координатами  $(x_{mab}, x_{mab})$ , являющейся средневзвешенным центром изображения компактной группы объектов  $a$  и  $b$ . При симметричности изображений каждого объекта относительно его центра и равенстве энергий изображений обоих объектов соответствующий средневзвешенный центр изображения будет расположен ровно посередине между центрами изображений объектов и иметь координаты  $(x_a + x_b, x_a + x_b)$ .

Необходимо, чтобы итерационный процесс завершился в точке глобального экстремума. Практический опыт показывает, что если в качестве начального приближения  $(L_a, L_b)$  центров изображений объектов  $a$  и  $b$  будут выбраны точки, находящиеся между пиками изображений этих объектов, то существует возможность сходимости итерационного процесса к локальному минимуму (точке с координатами  $(x_{mab}, x_{mab})$  на плоскости искоемых координат центров изображений объектов  $a$  и  $b$ ). Считая, что центры изображений объектов находятся в ближней окрестности их пиков [22], в данном случае можно сформулировать приближенное утверждение:  $L_a \in ]x_a, x_b[$ ,  $L_b \in ]x_a, x_b[$ .

При выборе начальных приближений за пределами открытого интервала с концами в пиках изображений объектов  $(]x_a, x_b[)$  для каждого из центров изображения объектов  $M_a$  и  $M_b$  со стороны, противоположной точке  $M_{ab}$ , итерационный процесс всегда сходится к глобальному экстремуму с координатами  $(x_a, x_b)$ .

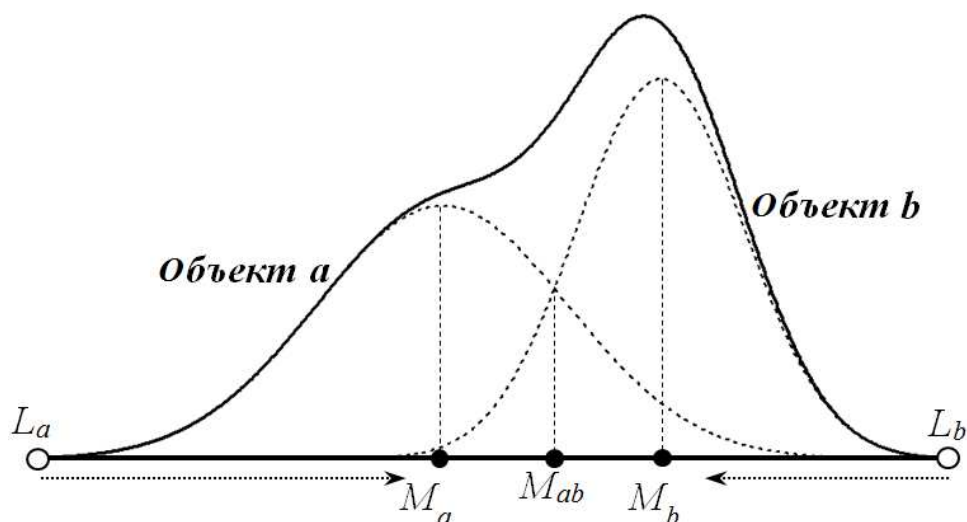


Рис.1. Одномерный случай выбора начальных приближений для двух близких объектов.

В двухкоординатном случае изображения группы из трех объектов искомыми параметрами являются координаты центров  $M_a, M_b, M_c$  изображений объектов  $a, b$  и  $c$  (рис. 2). При этом в шестимерном пространстве искоемых координат центров изображений трех объектов имеет место пять экстремумов исследуемых целевых функций. Один из них – глобальный экстремум с координатами  $(x_a; y_a; x_b; y_b; x_c; y_c)$ . Три локальных экстремума будут содержать координаты центра ровно одного изображения (по очереди центра изображения объектов  $a, b$  и  $c$ ), а также координаты средневзвешенных центров изображений двух других объектов:

$$\begin{aligned} &(x_a; y_a; x_{mbc}; y_{mbc}; x_{mbc}; y_{mbc}); \\ &(x_{mac}; y_{mac}; x_b; y_b; x_{mac}; y_{mac}); \\ &(x_{mab}; y_{mab}; x_{mab}; y_{mab}; x_c; y_c). \end{aligned}$$

где  $x_{mfd}, y_{mfd}$  – координаты точки  $M_{fd}$ , являющейся средневзвешенным центром изображения объектов  $f$  и  $d$ .

Четвертый локальный экстремум будет находиться в точке  $M_{abc}$  с координатами  $(x_{mabc}; y_{mabc}; x_{mabc}; y_{mabc}; x_{mabc}; y_{mabc})$ , которая представляет собой средневзвешенный центр изображения объектов  $a, b$  и  $c$ .

Необходимо исключить случаи попадания траектории итерационного процесса в описанные выше локальные экстремумы целевых функций, используемых при нахождении наилучших оценок. Для этого целесообразно выбирать начальные приближения  $L_a, L_b, L_c$  центров изображений объектов за пределами треугольника с пикселями пиков изображений объектов  $a, b$  и  $c$  в качестве вершин. Причем желательно расположение начальных приближений центров изображений объектов со стороны, противоположной средневзвешенному центру  $M_{abc}$  изображения компактной группы объектов.

При увеличении количества объектов компактной группы ситуация с правильным выбором начальных приближений усугубляется и становится критической. Однако на практике обычно имеют дело с компактными группами из двух-трех объектов.

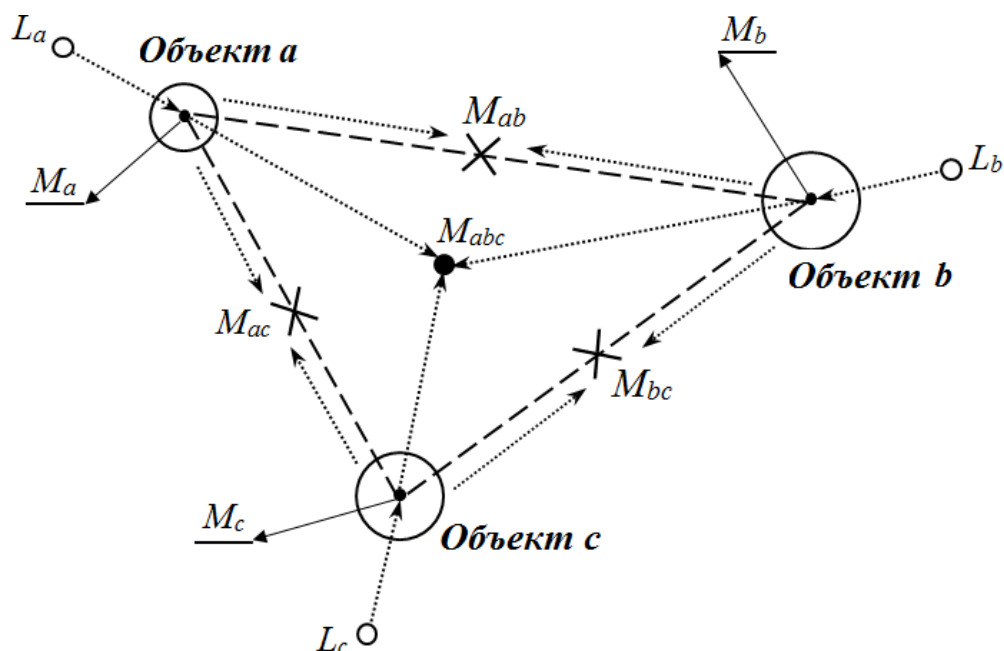


Рис. 2. Двухмерный случай выбора начальных приближений для трех близких объектов

#### 4. Метод выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми изображениями

Согласно описанным ранее результатам предварительного анализа начальное приближение  $L_j$  центра изображения любого объекта компактной группы (рис. 3) должно находиться на прямой, проходящей через средневзвешенный центр  $M_0$  и пик  $M_j$  изображения такого объекта. При этом данное начальное приближение на введенной прямой должно лежать на заданном расстоянии  $r$  от пика изображения со стороны, противоположной средневзвешенному центру  $M_0$ .

Координаты  $(x_0, y_0)$  средневзвешенного центра  $M_0$  изображения объектов определяются выражениями [21]:

$$x_0 = \frac{1}{\sum_{i,k} A_{ik}^*} \sum_{i,k}^{N_{IPS}} A_{ik}^* x_j; \quad y_0 = \frac{1}{\sum_{i,k} A_{ik}^*} \sum_{i,k}^{N_{IPS}} A_{ik}^* y_j, \quad (1)$$

где  $A_{ik}^*$  – яркость  $ik$ -го пикселя ПЗС-матрицы, принадлежащего исследуемой области внутрикадровой обработки;

$N_{IPS}$  – количество пикселей исследуемой области внутрикадровой обработки.

Уравнение прямой (рис. 3), проходящей через средневзвешенный центр  $M_0$  с координатами  $(x_0, y_0)$  и пик  $M_j$  изображения  $j$ -го объекта с координатами  $(x_j, y_j)$ , может быть записано в виде

$$\frac{y - y_0}{y_j - y_0} = \frac{x - x_0}{x_j - x_0}, \quad (2)$$

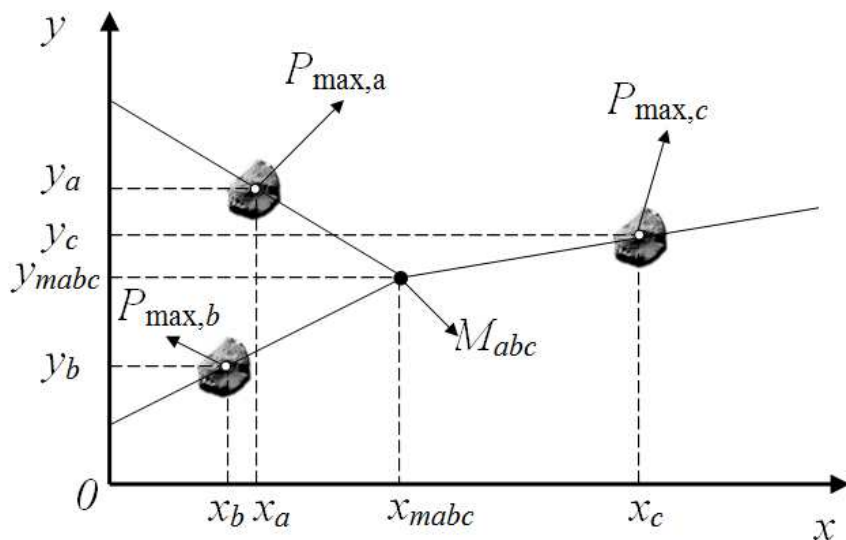


Рис. 3. Изображение группы объектов на ПЗС-кадре

$$A_j x + B_j y + C_j = 0, \tag{3}$$

где  $A_j = y_j - y_0$ ;  $B_j = x_0 - x_j$ ;  $C_j = x_0 y_j - x_j y_0$ .

Для нахождения координат начального приближения  $L_j$  центра изображения  $j$ -го объекта необходимо найти пересечения введенной прямой (3) и окружности с центром в пике (соответствующем пикселу)  $M_j$  изображения этого объекта с координатами  $x_j, y_j$  и радиусом  $r$  (рис. 4).

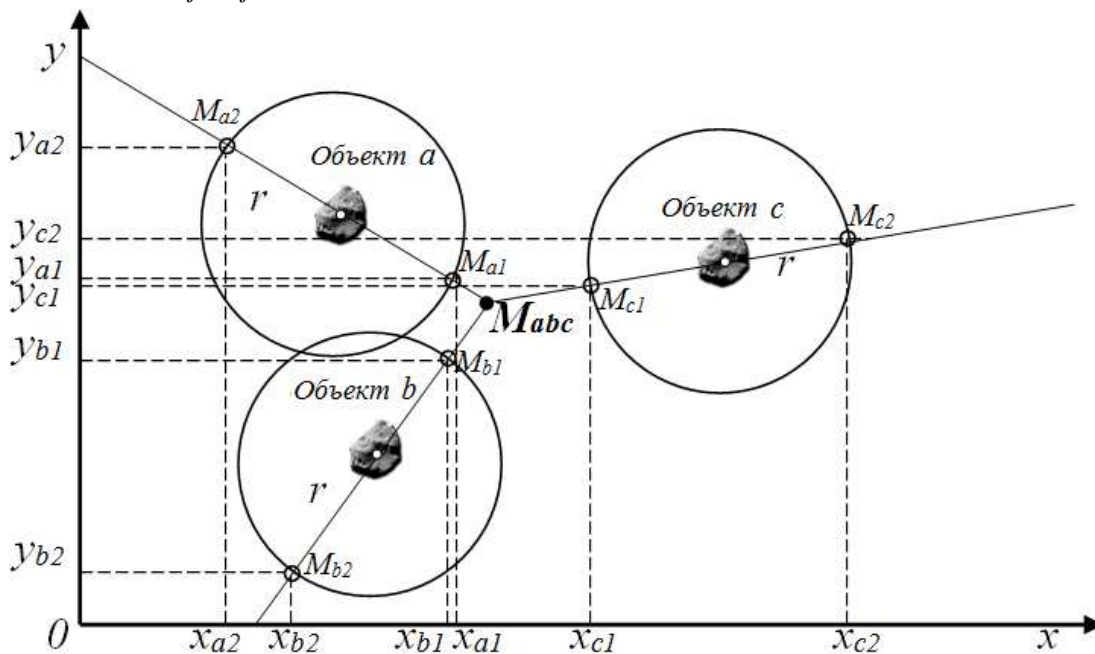


Рис. 4. Изображение группы объектов и окружностей на ПЗС-кадре

Уравнение данной окружности имеет вид

$$(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 = r^2, \tag{4}$$

Используя уравнения прямой (3) и окружности радиуса  $r$  с центром в пике

$M_j$  изображения  $j$ -го объекта (4), можно составить систему уравнений

$$\begin{cases} A_j x + B_j y + C_j = 0; \\ (x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 = r^2. \end{cases} \quad (5)$$

Выразив  $y$  через  $x$  в уравнении прямой и подставив его значение в уравнение окружности, получаем квадратное уравнение

$$a_j x^2 + b_j x + c_j = 0, \quad (6)$$

где  $a_j = \frac{A_j^2}{B_j^2} + 1$ ;  $b_j = \frac{2(A_j C_j + A_j B_j y_j - B_j^2 x_j)}{B^2}$ ;  $c_j = \left( \frac{C_j}{B_j} + y_j \right)^2 + x_j^2 - r^2$ .

Возможные значения искомой координаты  $x_{j0}$  начального приближения центра изображения  $j$ -го объекта компактной группы определяются выражением

$$x_{j01, j02} = \frac{-b_j \pm \sqrt{D_j}}{2a_j}, \quad D_j \geq 0, \quad (7)$$

где  $D_j = b_j^2 - 4a_j c_j$ .

Совершив обратную подстановку значений  $x_{j01, j02}$  в первое уравнение прямой из системы (5), можно определить возможные значения искомой координаты  $y_{j0}$  начального приближения центра изображения  $j$ -го объекта компактной группы:

$$y_{j01, j02} = -\frac{A_j}{B_j} \left( \frac{-b_j \pm \sqrt{D_j}}{2a_j} \right) - \frac{C_j}{B_j}. \quad (8)$$

Согласно (7) и (8) существует два возможных начальных приближений центра изображения  $j$ -го объекта компактной группы, соответствующие точкам  $L_{j1}$  и  $L_{j2}$  с координатами  $(x_{j01}, y_{j01})$  и  $(x_{j02}, y_{j02})$ .

Для каждой из полученных точек необходимо найти расстояние до средневзвешенного центра  $M_0$ :

$$d_1 = \sqrt{(x_{j01} - x_0)^2 + (y_{j01} - y_0)^2}; \quad d_2 = \sqrt{(x_{j02} - x_0)^2 + (y_{j02} - y_0)^2} \quad (9)$$

После нахождения расстояний  $d_1$  и  $d_2$  в качестве начального приближения  $L_j$  центра изображения  $j$ -го объекта выбирается точка с большим расстоянием до средневзвешенного центра:

$$\begin{cases} x_{j0} = x_{j01}, y_{j0} = y_{j01}, \text{ при } d_1 > d_2; \\ x_{j0} = x_{j02}, y_{j0} = y_{j02}, \text{ при } d_2 > d_1. \end{cases} \quad (10)$$

Данная последовательность операций выполняется для каждого из  $Q$  объектов компактной группы.

Следовательно, суть метода выбора начальных приближений для нахождения пиков изображений  $P_{\max, j}$  небесных объектов заключается в выполнении та-

кой последовательности действий:

1. Нахождение средневзвешенного центра (1) изображения статистически зависимых объектов.

2. Для каждого объекта компактной группы:

2.1. Составление уравнения прямой (2), проходящей через средневзвешенный центр изображения  $j$ -го объекта и пик его изображения  $M_j$ .

2.2 Составление уравнения окружности (4) наперед заданного радиуса  $r$  с центром в пике (соответствующем пикселю)  $M_j$  изображения  $j$ -го объекта.

2.3. Нахождение координат начального приближения (10) центра изображения  $j$ -го объекта компактной группы, которые лежат на прямой, проходящей через средневзвешенный центр  $M_0$  и пик  $M_j$  изображения  $j$ -го объекта на заданном расстоянии  $r$  от пика его изображения  $M_j$  со стороны, противоположной средневзвешенному центру  $M_0$ .

Возможны случаи равенства значений одной из координат средневзвешенного центра координате пика одного из объектов группы. При этом один из знаменателей равенства (2) будет равен нулю. Для исключения подобного случая значение совпадающей координаты средневзвешенного центра может быть увеличено на наперед заданную константу, значение которой не превышает одного пикселя, например, 0,3 пикселя.

## **5. Метод выбора начальных приближений для оценки координат объектов с изображениями, смазанными собственным движением**

Особенно значимым классом объектов являются объекты с изображением, смазанным собственным движением. К данным объектам относятся как астероиды, сближающиеся с Землей, так и все звезды при их наблюдении без суточного ведения.

Первым типом изображений близких объектов (статистически зависимых цифровых изображений) с участием объектов с изображением, смазанным собственным движением, является пересечение данным изображением изображений звезд. Вторым подобный тип изображений соответствует наблюдениям небесной сферы телескопами без суточного ведения.

Смазанные собственным движением изображения объектов кроме положения характеризуются дополнительно скоростью движения во время экспозиции цифрового изображения и углом наклона изображения объекта.

В первом случае начальное приближение положения звезды должно располагаться на прямой, соответствующей перпендикуляру, опущенному из пика изображения звезды на прямую, вдоль которой расположено изображение объекта, смазанное собственным движением. Причем это начальное приближение на данном перпендикуляре должно располагаться от пика изображения звезды со стороны, противоположной смазанному изображению объекта. В свою очередь, в качестве начальных приближений других параметров изображений объектов, смазанных собственным движением, могут быть использованы их оценки, полученные на этапе обнаружения данных объектов.

При наблюдении телескопами без суточного ведения смазанные изображения звезд образуются вследствие вращения Земли. Поэтому все изображения звезд смазаны одинаково, а параметры скорости и наклона объектов могут оце-



ниваться для всех объектов кадра одновременно.

В качестве начального приближения положения изображений в таком случае достаточно выбирать точки, расположенные (от соответствующего изображения звезды) со стороны, противоположной расположению изображений других объектов компактной группы.

## 6. Исследование метода выбора начальных приближений для методов оценки координат объектов со статистически зависимыми изображениями

Описанный выше метод выбора начальных приближений был использован в надпиксельном вычислительном методе оценки положения объектов на дискретном изображении [13], реализованном в программе CoLiTec [26]. В методе оценки местоположения близко расположенных объектов на ПЗС-кадре использован алгоритм Левенберга-Марквардта для нахождения приближения пиксельной гауссовой модели изображений объектов [13]. В исследуемой области внутрикадровой обработки пиксельная гауссова модель изображения объектов со статистически зависимыми изображениями представлена выражением [13]

$$A_{ik}(\Theta_{SH}) = A_{noise} x_i + B_{noise} y_k + C_{noise} + \sum_{j=1}^Q \frac{A_{Gj}}{2\pi\sigma_{Gj}^2} \times \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_{Gj}^2} \left[ (x_i - x_j(\Theta_{SH}))^2 + (y_k - y_j(\Theta_{SH}))^2 \right]\right\}, \quad (11)$$

где  $A_{noise}, B_{noise}, C_{noise}$  – модельные интегральные параметры шумовой подложки;  $A_{Gj}$  – теоретическая амплитуда пика изображения  $j$ -го гипотетического объекта на  $t$ -м ПЗС-кадре;  $x_j(\Theta_{SH}), y_j(\Theta_{SH})$  – координаты  $j$ -го гипотетического объекта;  $\sigma_{Gj}$  – параметр формы модели изображения  $j$ -го гипотетического объекта;  $Q$  – количество гипотетических объектов в исследуемом строке внутрикадровой обработки;  $x_i, y_k$  – координаты привязки центра  $ik$ -го пикселя;  $\Theta_{SH}$  – вектор оцениваемых параметров изображений объектов.

На рис. 5 показан итерационный процесс определения положения объектов со статистически зависимыми изображениями на цифровом кадре с использованием разработанного метода выбора начальных приближений. В табл. 1 отображены оценки положения статистически зависимых объектов на итерациях.

Для исследований применяли кадры, полученные из обсерватории ISON-NM (код MPC H15). Обсерватория, находящаяся на горе Джой, поселение Мейхилл, Нью-Мексико, США, использует 40-сантиметровый телескоп САНТЕЛ-400АН и CCD-матрицу FLI ML09000-65 (3056×3056 пикселей, размер пикселя – 12 мкм). Время экспозиции составляло 150 секунд.

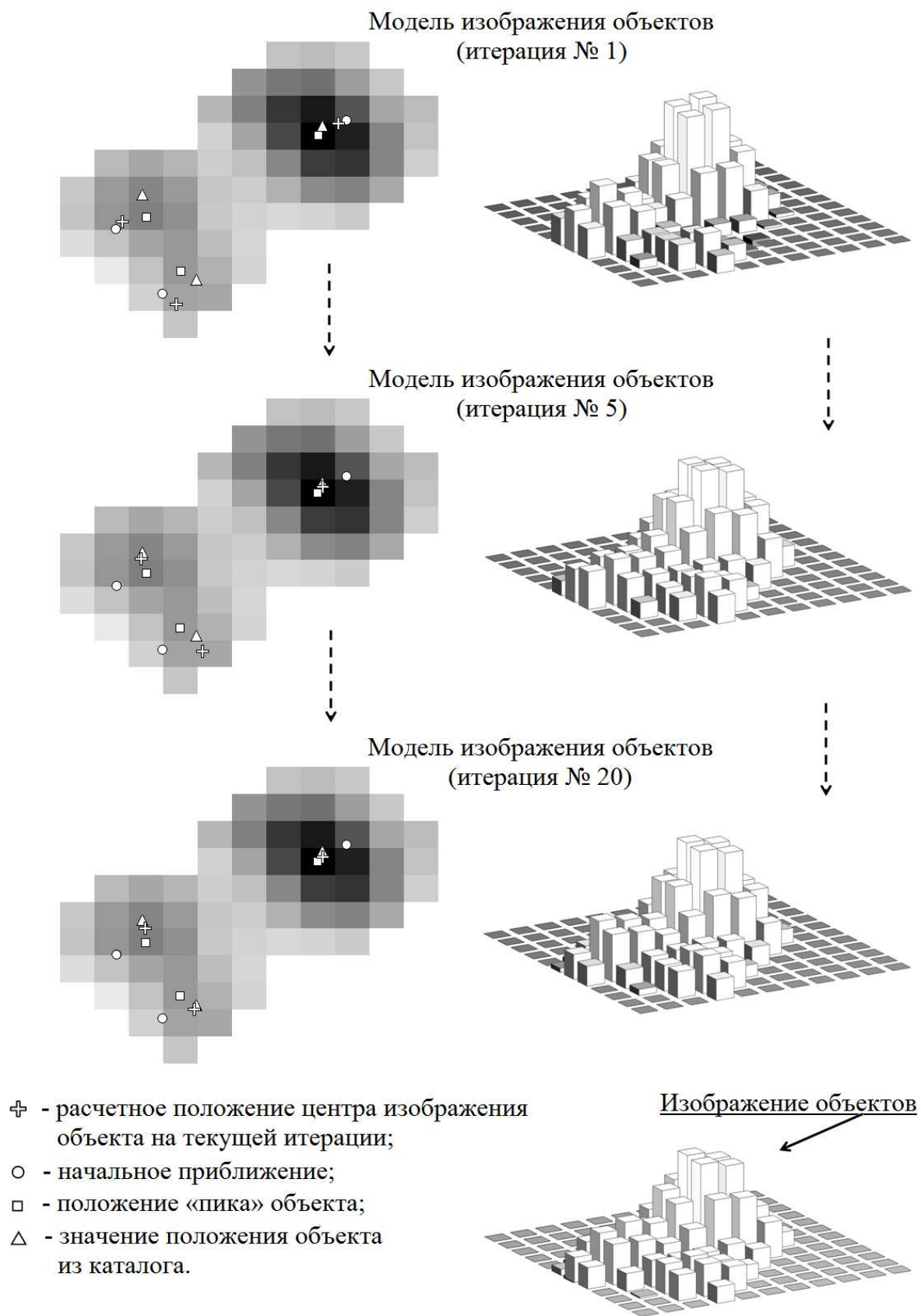


Рис. 5. Оценка местоположения объектов со статистически зависимыми изображениями

Таблица 1 – Изменение оценок положения объектов со статистически зависимыми изображениями на итерациях

Параметры	Номер итерации	Координаты положения объектов					
		X1	Y1	X2	Y2	X3	Y3
Оценка положения объекта, пикс.	1	3,31	8,21	4,89	11,24	9,61	4,55
	2	3,84	7,45	5,63	10,84	9,14	4,81
	3	3,84	7,43	5,6	10,8	9,14	4,81
	4	3,84	7,43	5,6	10,8	9,14	4,81
	5	3,84	7,43	5,6	10,81	9,14	4,81
	10	3,83	7,43	5,52	10,69	9,13	4,82
	20	3,97	7,39	5,39	10,46	9,12	4,82
Положение объекта по каталогу, пикс.		3,9	7,2	5,45	10,3	9,12	4,65
Отклонение, пикс.	1	0,59	0,56	0,56	0,94	0,49	0,15
	2	0,06	-0,25	-0,18	-0,54	-0,02	-0,16
	3	0,06	-0,23	-0,15	-0,5	-0,02	-0,16
	4	0,06	-0,23	-0,15	-0,5	-0,02	-0,16
	5	0,06	-0,23	-0,15	-0,51	-0,02	-0,16
	10	0,07	-0,23	-0,07	-0,39	-0,01	-0,17
	20	-0,07	-0,19	0,06	-0,16	0	-0,17

Ниже указаны графики (рис. 6), которые отображают изменение суммы квадратов отклонений положения объектов на изображении  $S_{res}$  и остаточной дисперсии  $D_{Aikt}$  между модельной и экспериментальной яркостями пикселя относительно номера итерации.

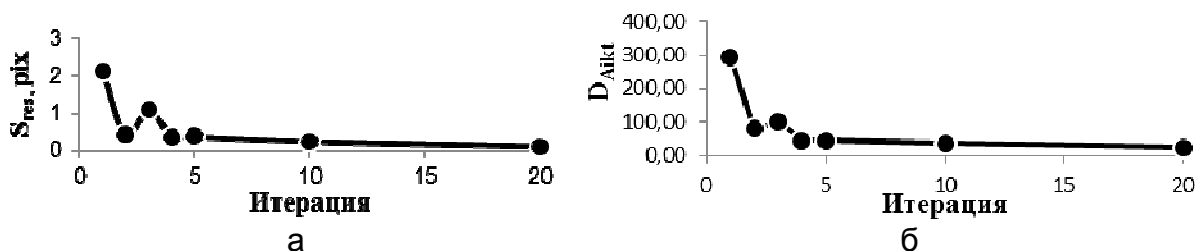


Рис. 6. Графики зависимости параметров от номера итерации: а – сумма квадратов отклонений оценок положения объектов на изображении; б – остаточная дисперсия между модельной и экспериментальной яркостями пикселей изображения

В процессе исследования были проведены исследования статистических характеристик измерений нумерованных астероидов на заданном наборе кадров, отправленных в MPC [24] и принятых там. Оценки координат астероидов на изо-

бражении были получены с использованием двух вариантов выбора начальных приближений. В первом варианте начальными приближениями оценок координат объектов выбирали пики их изображений (тривиальный метод выбора начальных приближений – ТМ). Во втором варианте для расчета начальных приближений использовали разработанный метод выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми цифровыми изображениями (МВНП). Из всех измерений астероидов на заданном наборе кадров были отобраны измерения астероидов, сделанные при частичном покрытии астероидами звезд, при котором изображение астероидов перекрывалось с изображением звезды на ПЗС-кадре.

Сравнение статистических характеристик отклонений оценок координат объектов от каталожного значения проведено для выборки измерений, сделанных по одним и тем же изображениям одних и тех же астероидов для обоих вариантов выбора начальных приближений (табл. 2), а также для всех измерений астероидов при частичном покрытии ими других объектов (табл. 3). В качестве источника эталонных значений использовали сервис NASA HORIZONS [25].

Применение предложенного метода выбора начальных приближений практически не влияет на показатели точности оценок координат астероидов (табл. 2). Для совпадающего в обоих случаях набора измерений астероидов разница между среднеквадратическими отклонениями (СКО) по прямому восхождению RA меньше 0.02 угл. с. Разница СКО по склонению DE составляет всего 0.01 угл. с.

Таблица 2 – Статистические характеристики оценок координат близких астероидов для совпадающего набора измерений астероидов при использовании МВНП и ТМ

Все измерения	МВНП			ТМ		
	285	271	257	285	271	257
Обработано измерений	285	271	257	285	271	257
Процент отбраковки худших измерений по модулю вектора отклонений	0%	5%	10%	0%	5%	10%
Среднее отклонений RA, угл. с.	0,09	0,04	0,06	0,08	0,03	0,04
Среднее отклонений DE, угл. с.	-0,03	-0,02	-0,03	0,00	-0,01	-0,02
Максимальный модуль отклонения RA, угл. с.	3,84	1,53	0,99	3,40	1,67	0,98
Максимальный модуль отклонения DE, угл. с.	2,10	0,86	0,65	2,10	0,96	0,68
СКО отклонений по RA, угл. с.	0,67	0,51	0,41	0,69	0,50	0,41
СКО отклонений по DE, угл. с.	0,40	0,33	0,30	0,41	0,35	0,31

Анализ всех измерений астероидов в случаях частичного покрытия ими звезд (табл. 3) показывает значительное увеличение частоты сходимости итерационного процесса к глобальному экстремуму целевой функции. Это выражено в увеличении количества измерений, не отбракованных на последующих этапах обработки и принятых в MPC.

За счет предложенного в статье метода выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми цифровыми изображениями на исследуемой совокупности кадров было увеличено количество измерений астероидов в случаях частичного покрытия ими звезд на 78% с 331 измерения (ТМ) до 589 измерений (МВНП). Можно считать, что на столько же была

увеличена частота сходимости итерационного процесса к глобальному экстремуму целевой функции.

Следует отметить, что измерения отбраковываются на серии кадров одного участка неба, если оценки параметров объекта значительно отклоняются от оценок параметров этого объекта, полученных на других кадрах серии. Кроме того, измерения отбраковываются, если разброс оценок параметров объекта на разных кадрах серии слишком велик. MPC может не принять измерения по параметрам внутренней сходимости измерений одного объекта на одной серии кадров, а MPC может не принять неточные измерения нумерованных астероидов (астероидов с достаточно точно известными орбитами).

Таблица 3 – Статистические характеристики оценок координат близких астероидов для всех измерений с частичным покрытием астероидами звезд при использовании МВНП и ТМ

Все измерения	МВНП			ТМ		
	589	560	531	331	315	298
Обработано измерений	589	560	531	331	315	298
Процент отбраковки худших измерений по модулю вектора отклонений	0%	5%	10%	0%	5%	10%
Среднее отклонений RA, угл. с.	0,17	0,15	0,13	0,14	0,15	0,13
Среднее отклонений DE, угл. с.	-0,03	0,00	-0,01	-0,04	-0,05	-0,04
Максимальный модуль отклонения RA, угл. с.	5,70	1,54	1,13	4,37	1,46	1,17
Максимальный модуль отклонения DE, угл. с.	7,71	0,92	0,67	2,58	0,99	0,75
СКО отклонений по RA, угл. с.	0,71	0,52	0,43	0,73	0,53	0,43
СКО отклонений по DE, угл. с.	0,62	0,37	0,34	0,50	0,37	0,36

### Выводы

Разработан метод выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми цифровыми изображениями.

Согласно разработанному методу начальные приближения центров изображения любого из объектов компактной группы находятся на прямой, проходящей через средневзвешенный центр и пик изображения каждого из объектов. При этом данные начальные приближения на введенных прямых должны лежать на заданном расстоянии от пиков изображения со стороны, противоположной средневзвешенному центру.

Разработанный метод был применен в надпиксельном вычислительном методе оценки положения объектов на дискретном изображении [13], реализованном в программе CoLiTec [26]. Исследования проводили на заданной совокупности кадров.

Исследованы оценки координат астероидов на статистически зависимых изображениях, определенные с помощью предложенного метода выбора начальных приближений и метода, использующего в качестве начальных приближений положений объектов на цифровом изображении координаты пиков изображений объектов.

Анализ статистических характеристик отклонений ошибок измерений экваториальных координат объектов показал, что рассматриваемые методы практически не влияют на показатели точности оценок координат близких астероидов. Значения среднеквадратических отклонений (СКО) ошибок измерений объектов при

использовании исследуемых методов выбора начальных приближений составляет не более 0.02 угловых секунды (1% размера пикселя).

Основным преимуществом разработанного метода является значительное повышение частоты сходимости к глобальному экстремуму целевой функции. Это уменьшает количество отбраковок измерений на последующих этапах обработки измерений в программе автоматического поиска астероидов на серии ПЗС-кадров CoLiTec [26, 27] и при их входном контроле в MPC [28]. Таким образом, на исследуемых кадрах количество измерений для близких объектов удалось повысить с 331 (ТМ) до 589 (МВНП), что составляет 78%.

Научная новизна исследования заключается в разработке метода выбора начальных приближений для оценки координат объектов со статистически зависимыми цифровыми изображениями. Практическая ценность данного метода заключается в увеличении частоты сходимости итерационного процесса к глобальному экстремуму целевой функции. Это приводит практически к двукратному увеличению количества измерений с частичным покрытием астероидами звезд, что особенно важно при астрометрических наблюдениях астероидов в районах плотного заселения объектами участков звездного неба, например в окрестностях Млечного Пути.

В дальнейшем планируется исследование влияния аномальных пикселей на точность оценки положения объектов на цифровом изображении и разработка метода их детектирования и исключения из исследуемых изображений компактных групп объектов.

### Список литературы

1. George, E. Smith (2010). The invention and early history of the CCD // *Rev. Mod. Phys.* 3(82), 2307—2312.
2. Gary, B. L., Healy, D. (2006). Image subtraction procedure for observing faint asteroids // *Bulletin of the Minor Planets Section of the Association of Lunar and Planetary Observers*, 33(1), 16 – 18.
3. Miura, N., Itagaki, K., Baba, N. (2005). Likelihood-based Method for Detecting Faint Moving Objects // *The Astronomical Journal*, 130(3), 1278-1285.
4. Yanagisawa, T. et al. (2005). Automatic Detection Algorithm for Small Moving Objects // *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 57(2), 399-408.
5. Gural, P. S., Larsen, J. A., Gleason, A. E. (2005). Matched Filter Processing for Asteroid Detection // *The Astronomical Journal*, 30(4), 1951-1960.
6. Vereš, P., Jedicke, R. (2012). Improved Asteroid Astrometry and Photometry with Trail Fitting // *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 124(921), 1197-1207.
7. Dell'Oro, A., Cellino, A. (2012). Observations of asteroids on the Gaia astrometric focal plane // *Planetary and Space Science*, 73(1), 10-14.
8. Lafrenière, D., Marois, C. (2007). A New Algorithm for Point-Spread Function Subtraction in High-Contrast Imaging: A Demonstration with Angular Differential Imaging // *The Astrophysical Journal*, 660(1), 770-780.
9. Zacharias, N. (2010). UCAC3 pixel processing // *The Astronomical Journal*, 139, 2208–2217.
10. Jogesh Babu, G.; Mahabal, A.; Djorgovski, S. G.; Williams, R. (2008). Object detection in multi-epoch data // *Statistical Methodology*, 5(4), 299-306.
11. Bauer T. (June 20-22 2009). Improving the Accuracy of Position Detection of Point Light Sources on Digital Images // *Proceedings of the IADIS Multiconference*,

*Computer Graphics, Visualization, Computer Vision and Image Processing, Algarve, Portugal*, 3-15.

12. Izmailov, I. S., Khovricheva, M. L., Khovrichev, M. Yu., et al. (2010). Astrometric CCD observations of visual double stars at the Pulkovo Observatory // *Astronomy Letters*, 36(5), 349 – 354.

13. Соковикова, Н.С. Оценка координат близких астероидов на ПЗС-изображении / Н.С. Соковикова, В.Е. Саваневич, М.М. Безкровный, С.В. Хламов // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2013. – Т. 4/4(64). – С. 41 – 45.

14. Соковикова, Н.С. Подпиксельный метод оценки местоположения близких астероидов на дискретном изображении / Н.С. Соковикова, В.Е. Саваневич, М.М. Безкровный, С.В. Хламов // *Радіоелектронні і комп'ютерні системи*. № 3(62). – 2013. — С. 32 – 38.

15. Саваневич, В.Е. Определение координат статистически зависимых объектов на дискретном изображении // *Радиоэлектроника и информатика*. – 1999. – № 1. – С. 4 – 8.

16. Einicke, G.A.; Falco, G.; Dunn, M.T.; Reid, D.C. (May 2012). Iterative Smoother-Based Variance Estimation // *IEEE Signal Processing Letters* 19 (5): 275 – 278.

17. Горшенин, А. К. Асимптотические свойства статистических процедур анализа смесей вероятностных распределений: дис...канд. физ.-мат. наук. – М., 2011.

18. Королев, В. Ю. Вероятностно-статистический анализ хаотических процессов с помощью смешанных гауссовских моделей. Декомпозиция волатильности финансовых индексов и турбулентной плазмы. – М.: ИПИ РАН, 2007. – 363 с.

19. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд. / С. А. Айвазян, В. М. Бухштабер, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин; Под ред. С. А. Айвазяна.— М.: Финансы и статистика, 1989.— 607 с.

20. Граничин, О. Н. Введение в методы стохастической оптимизации и оценивания // О. Н. Граничин. СПб: Изд. С.–Петербургского ун-та. – 2003.

21. Spall, James C. Introduction to stochastic search and optimization: estimation, simulation, and control. Vol. 65. John Wiley & Sons, 2005.

22. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности / С.А.Айвазян, В.М.Бухштабер, И.С.Енюков, Л.Д.Мешалкин; под. ред. С.А. Айвазяна. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 607 с.

23. Безкровный, М.М. Подпиксельный метод оценки местоположения объектов с изображением, смазанным собственным движением / М.М. Безкровный, С.В. Хламов, В.Е. Саваневич, Н.С. Соковикова // *Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України*. – 2013. – №. 3(12). – С. 128 – 131.

24. MPCAT-OBS: Observation Archive: Minor Planet Checker // [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.minorplanetcenter.net/iau/ECS/MPCAT-OBS/MPCAT-OBS.html>

25. Безкровный, М. М. Методы исследования статистических характеристик CCD-измерений положений и блеска объектов солнечной системы / М. М. Безкровный, А. Н. Дашкова, Н. С. Соковикова, В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий // *Восточно-Европейский журнал передовых технологий*. – 2015. – Т. 2/2(22). – С. 26 – 37.

26. Вавилова, И. Б. Астроинформационный ресурс Украинской виртуальной обсерватории (УкрВО): объединенный архив данных наблюдений, научные задачи

и программное обеспечение / И. Б. Вавилова, Л. К. Пакуляк, А. А. Шляпников и др. // Кинематика и физика небесных тел. – 2012. – Т.28. – №2. – С. 59–80.

27. Саваневич, В.Е. Программа CoLiTec автоматизированного обнаружения небесных тел со слабым блеском / В. Е. Саваневич, А. Б. Брюховецкий, А. М. Кожухов и др. В. П. Власенко // Космічна наука і технологія. – 2012. – Т.18. – №1. – С. 39 – 46.

28. MPChecker: Minor Planet Checker // [Электронный ресурс]. – Режим доступа к ресурсу: <http://www.minorplanetcenter.net/cgi-bin/checkmp.cgi>

Проступила в редакцию 18.03.2015

## **Метод вибору початкового наближення для оцінки координат об'єктів з статистично залежними цифровими зображеннями**

Розроблено метод вибору початкових наближень для оцінки координат об'єктів зі статистично залежними цифровими зображеннями. У розробленому методі, початкові наближення центрів зображення будь-якого з об'єктів компактної групи перебувають на заданій відстані від піків зображення з боку, протилежного середньозваженому центру.

Основною перевагою розробленого методу є значне підвищення частоти збіжності до глобального екстремуму цільової функції. Це практично вдвічі збільшує кількість вимірювань для близьких об'єктів на досліджуваних кадрах, що особливо важливо при астрометричних спостереженнях астероїдів в районах щільного заселення об'єктами ділянок зоряного неба, наприклад, в околицях Чумацького Шляху.

**Ключові слова:** ПЗС-вимірювання, оцінка показників точності, початкові наближення, об'єкти зі статистично залежними зображеннями

## **Method of Choosing the Initial Approximation for Evaluation Coordinates of Objects with Statistical Dependence of Digital Images**

The method of initial approximations choice for estimation of objects' coordinates with statistically dependent digital images has been developed. In the methods developed, initial approximations of the centers of any objects of compacted group are located in the specified distance from images peaks on the side opposite to the weighted average center.

The main advantage of the method elaborated is considerable increase of the frequency of convergence to the global extremum of the criterion function. It doubles the number of measurements for close objects on the frames under study. It is particularly important during the astronomic observation of asteroids in the regions of objects dense occupation in the starry sky, for example in the surroundings of the Milky Way.

**Keywords:** CCD-measurements, the estimation of accuracy indexes, initial approximations, objects with statistically dependent images.