

## PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

### Дослідження впливу похибок параметрів шарів просвітлюючих оптичних фільтрів на стійкість їх спектральних характеристик

О. Міца<sup>1</sup>, Й. Головач<sup>2</sup>, С. Бергсасі<sup>2</sup>, Н. Боркач<sup>1</sup>, Г. Копча-Горячкіна<sup>1</sup>, М. Сичов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Ужгородський національний університет, Ужгород, Україна

<sup>2</sup> Закарпатський угорський інститут ім. Ференца Ракоці II

Paper received 20.09.21; Accepted for publication 08.10.21.

<https://doi.org/10.31174/SEND-NT2021-262IX33-03>

**Анотація.** У статті описано застосування методу Монте-Карло для дослідження стійкості спектральних характеристик різних типів антивідбиваючих фільтрів на основі плівок з низьким (Н) та високим (В) показниками заломлення. Для опису помилок під час осадження плівок був прийнятий нормальний закон розподілу. Для ширококугових фільтрів типу S-2H2B..2BH2B було показано, що спектральні характеристики найбільш чутливі до похибок показника заломлення компонентів з низьким показником заломлення.

**Ключові слова:** багатошарові оптичні покриття, метод Монте-Карло, коефіцієнт пропускання, ширококугові фільтри, стійкість спектральних характеристик.

Мета виконання аналізу стійкості – отримання інформації про розсіювання спектральних характеристик, що виникають при варіаціях параметрів шарів. Як правило, при виготовленні оптичного покриття вдається лише з певною точністю отримати обчислені значення показників заломлення і товщини шарів. Тому дуже важливо оцінити, при якому відхиленні цих значень характеристики покриття виявляються нечутливими або малочутливими до відхилень параметрів шарів від номінальних значень. У такому разі при промисловому виробництві більш надійно можна отримувати вироби з характеристиками, які були закладені в них при проектуванні. Якщо ж якась характеристика покриття виявляється дуже чутливою до зміни деяких параметрів, то слід ретельніше дослідити її стійкість. Крім розв'язання основної задачі аналізу стійкості, пов'язаної з оцінкою чутливості спектральних характеристик покриття до збурень параметрів шарів, аналіз стійкості дозволяє оцінити чутливість характеристик при зміні параметрів навколишніх середовищ [1], а також полегшує внесення необхідних коректив у структуру покриття, що проектується.

Усю сукупність факторів, що впливають на характеристики покриття, можна розділити на дві групи [2]. До першої групи належать фактори, пов'язані з нестабільністю процесу виготовлення шарів покриття. Нестабільність процесу виготовлення покриття є наслідком поганого контролю таких технологічних параметрів, як температура нагріву підкладок, тиск залишкових газів у напилуючій камері, швидкість випаровування і конденсації плівкового матеріалу та ін. У свою чергу, це може призвести до зміни дисперсійної залежності показника заломлення одержуваних шарів при появі неоднорідності. Вплив цієї групи факторів, у принципі, може бути враховано в рамках описаної математичної моделі покриття. При цьому аналіз стійкості характеристик покриття виконується шляхом багаторазового розв'язання прямої задачі з використанням моделей різної точності. До другої групи належать фактори, пов'язані з контролем параметрів шарів, насамперед їх товщини, у процесі виготовлення покриття. Ця

частина проблеми розв'язується за допомогою комп'ютерного моделювання процесу контролю товщини шарів [3]. У ході моделювання вдається врахувати помилки у визначенні товщини шарів, обумовлені обмеженою чутливістю використовуваної контрольно-виміральної апаратури, оцінити допуски і вибрати раціональний спосіб контролю. Це дозволяє звести до мінімуму можливі експериментальні помилки і тим самим скоротити шлях від розрахунку конструкції покриття до її практичної реалізації.

Найпростішим варіантом зробити оцінку стійкості спектральних характеристик до можливих похибок параметрів шарів можна, знаючи значення функції якості покриття  $F(x)$ , за формулою [4]:

$$\Delta F = \sum_{j=1}^{2N} \Delta x_j \frac{\partial F(x_j^0)}{\partial x_j},$$

де  $N$  – кількість шарів,  $x_j^0$  та  $\Delta x_j$  – номінальне значення та похибка  $j$ -го параметру.

Тоді оцінити степінь розсіювання спектральних характеристик можна за величиною  $\Delta F$ . Характер розподілу помилок, що виникають при визначенні товщини шарів багатошарових покриттів, у вирішальній мірі залежить від методу контролю, використовуваного при виготовленні покриття. Якщо ж помилки у визначенні товщини шару великі й аналіз за допомогою часткових похідних не дає адекватних результатів, то оцінка розсіювання спектральних характеристик багатошарового оптичного покриття проводиться за допомогою методу Монте-Карло.

Розглянемо загальну схему роботи методу Монте-Карло [1], [5]-[12] і застосуємо його для визначення стійкості спектральних характеристик ширококугових просвітлюючих покриттів. Відзначимо, що при дослідженні бралось за основу припущення, що похибка параметрів шарів має нормальний розподіл.

Розглянемо покрокову роботу наведеного методу (рис. 1). На першому кроці вводиться необхідна інформація про багатошарову оптичну систему. Це  $N$  – кількість шарів,  $n_j$  та  $d_j$  – значення показника залом-

лення та геометричної товщини  $j$ -го шару, а також  $k$  – кількість проведених обчислювальних експериментів.

Спектральні характеристики будемо знаходити за допомогою методу Абеле [1]. Функцією якості покриття було вибрано середньозважене відхилення за сумою модулів

$$F(\vec{n}, \vec{d}) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L |1 - T(\vec{n}, \vec{d}, \lambda_i)|, \quad (1)$$

де  $\vec{n} = (n_1, n_2, \dots, n_N)$  та  $\vec{d} = (d_1, d_2, \dots, d_N)$  – вектори параметрів шарів,  $[\lambda_1, \lambda_2]$  – розглядуваний спектральний діапазон,  $L$  – число точок сітки спектрального інтервалу від  $\lambda_1$  до  $\lambda_2$ .



**Рисунок 1.** Блок-схема роботи методу Монте-Карло при дослідженні чутливості параметрів шарів оптичних структур до похибок

На другому кроці встановлюється, що розглядається перший шар і номер дослідів рівний 1.

На третьому кроці відбувається генерація випадкового числа. Випадкові числа, які розподілені за нормальним законом можна отримати на основі центральної граничної теореми. Сума  $n$  незалежних однако-

во розподілених випадкових величин з математичним сподіванням  $M$  і дисперсією  $\sigma$  розподілена асимптотично нормально при  $n \rightarrow \infty$  з математичним сподіванням  $nM$  та дисперсією  $n\sigma$ . На практиці  $n$  береться рівним 12.

На четвертому кроці значення параметру шару виражається через отримане за нормальним розподілом випадкове число. Воно змасштабоване таким чином, що для показника заломлення буде знаходитись у межах  $[n_j - 0.05, n_j + 0.05]$ , а для геометричної товщини – у межах  $[d_j - 2, d_j + 2]$ .

На п'ятому кроці розраховуються коефіцієнти пропускання при новому значенні зміненого параметру в кожній точці сітки спектрального інтервалу й обчислюється відповідне значення функції якості покриття  $F_i(x)$ , де  $i$  – номер дослідів.

На шостому кроці додаємо до сум обчислені значення  $F_i(x)$

$$\sum_i F_i, \sum_i F_i^2. \quad (2)$$

які в кінці використаємо для знаходження математичного сподівання та дисперсії.

На сьомому кроці перевіряється умова виконання запланованого числа дослідів. Якщо ця умова виконується, то обчислюються числові характеристики розподілу функції якості:

$$M = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k F_i(x); \quad (3)$$

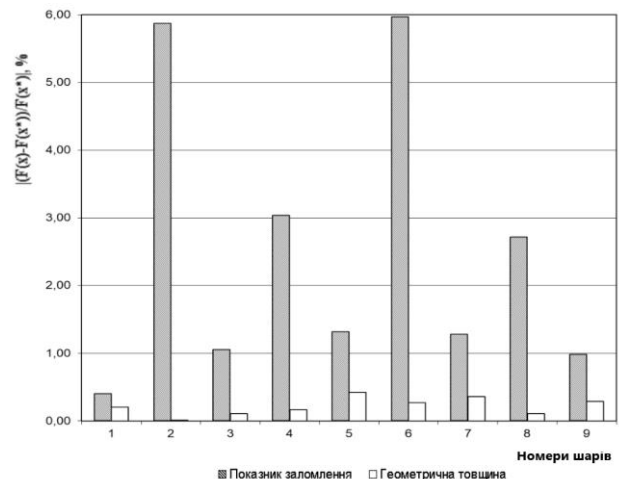
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{k-1} \left( \sum_{i=1}^k F_i^2(x) - kM^2 \right)}, \quad (4)$$

де  $M$  і  $\sigma$  – математичне очікування і дисперсія випадкової величини  $F_i(x)$ .

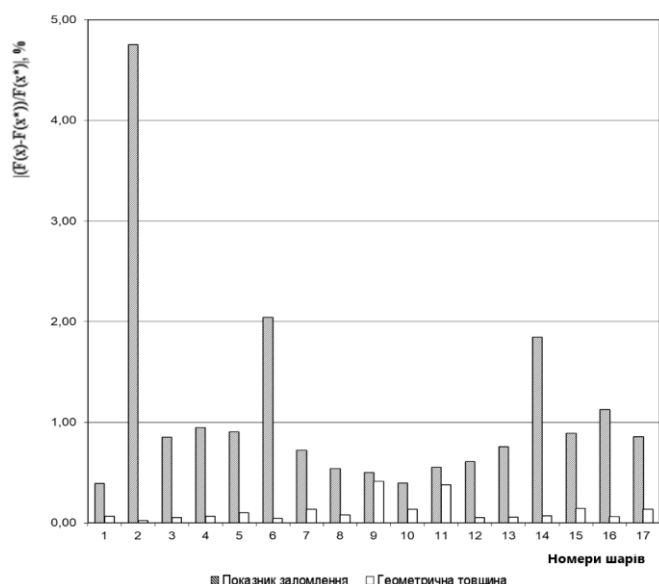
На восьмому кроці здійснюється перехід до наступного параметру.

На дев'ятому кроці перевіряється умова закінчення обчислювального процесу.

Визначимо найбільш чутливі параметри для широкопasmових просвітлюючих покриттів типу S-2ВН2В...2ВН2В при робочій довжині хвилі  $\lambda_0=580$  нм. Розглядався спектральний діапазон від 480 до 720 нм, на якому саме при цій довжині хвилі значення коефіцієнтів пропускання є максимально високим [13].



**Рисунок 2.** Діаграма розсіювання функції якості покриття для 9-шарового широкопasmового фільтра

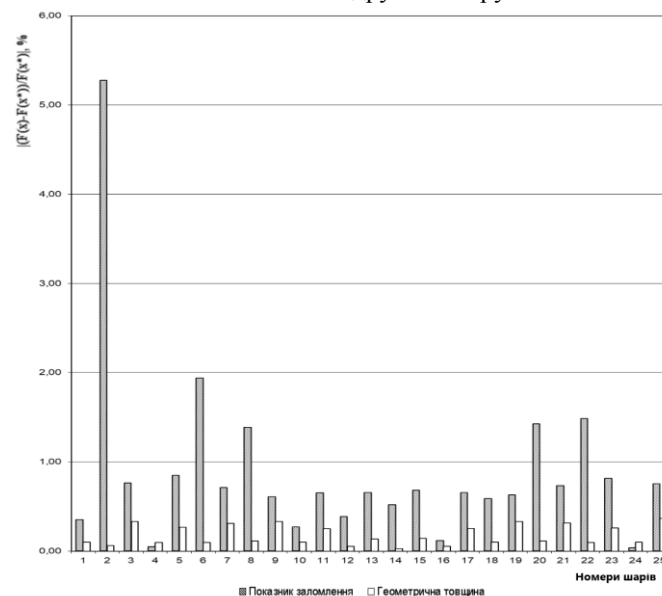


**Рисунок 3.** Діаграма розсіювання функції якості покриття для 17-шарового ширококутового фільтра

На рисунку 2 показана діаграма розсіювання функції якості покриття для 9-шарового ширококутового просвітлюючого покриття типу S-2ВН2В...2ВН2В. Як бачимо, найбільш чутливими виявились показники заломлення парних шарів, які рівні 1.35. Особливо виділяються другий та шостий, діапазон розсіювання функції якості покриття для яких сягає практично 6%. Натомість вплив технологічних похибок товщин шарів на спектральні характеристики є досить несуттєвим щодо впливу можливих похибок показників заломлення.

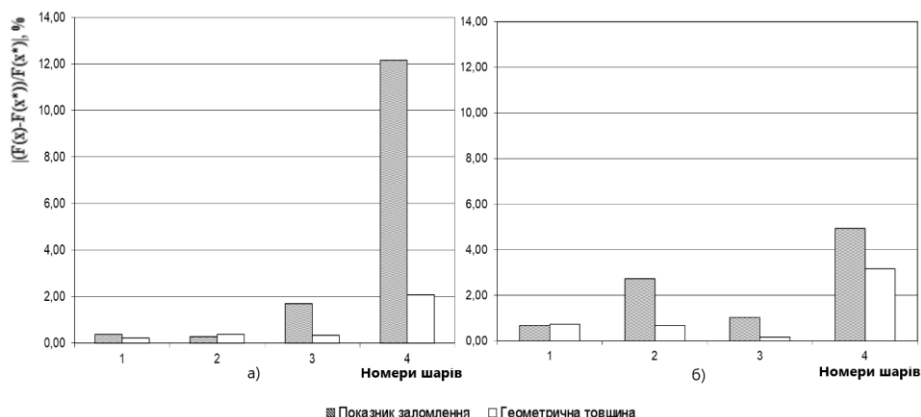
На рисунку 3 розглянуто вже 17-шарову структуру [14]. І знову бачимо, що чутливість спектральних характеристик до похибок показників заломлення є вищою, ніж до геометричних товщин шарів. Але варто відзначити дев'ятий та одинадцятий шари, діапазон

розсіювання функції якості покриття для яких при варіації товщин плівки має суттєво вищі значення, ніж для інших шарів. Знову ж дуже чутливим до похибок є показник заломлення другого шару.



**Рисунок 4.** Діаграма розсіювання функції якості покриття для 25-шарового ширококутового фільтра

Збільшуючи кількість шарів для ширококутового фільтра типу S-2ВН2В...2ВН2В до двадцяти п'яти, можна прослідкувати подальшу тенденцію [15]. Знову ж діапазон розсіювання функції якості покриття суттєво є більшим для того ж параметру, що й для 9- і 17-шарових ширококутових фільтрів, – показника заломлення другого шару (рис. 4). Це значення більше за 5%, що у два і більше разів перевищує відповідні показники інших параметрів.



**Рисунок 5.** Діаграми розсіювання функції якості покриття для ширококутового фільтра при просвітленні підкладки з показником заломлення  $n_s=1.51$ : 1 – з параметрами  $6.58 \cdot n_1 d_1 = 4.06 \cdot n_2 d_2 = 0.441 \cdot n_3 d_3 = 0.944 \cdot n_4 d_4 = 0.25 \cdot \lambda_0$ ,  $n_1=2.1$ ,  $n_2=1.35$ ,  $n_3=1.9$ ,  $n_4=1.35$ ; 2 – з параметрами  $3.76 \cdot n_1 d_1 = 3.76 \cdot n_2 d_2 = 0.455 \cdot n_3 d_3 = n_4 d_4 = 0.25 \cdot \lambda_0$ ,  $n_1=2.0$ ,  $n_2=1.37$ ,  $n_3=2.0$ ,  $n_4=1.37$ .

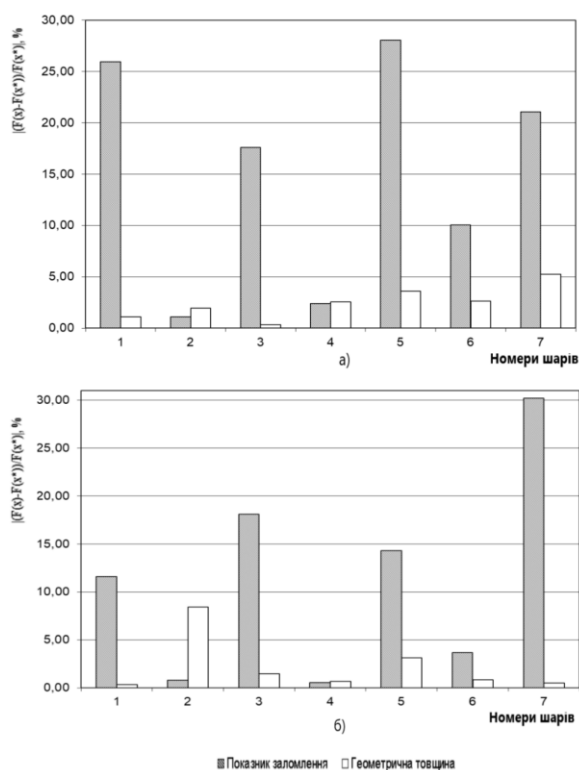
Проведемо дослідження впливу технологічних похибок на спектральні характеристики спроектованих оптичних структур за допомогою методу Монте-Карло. Порівняємо ці значення з відомими аналогами.

На рисунку 5 наведено діаграми розсіювання функції якості покриття для двох оптичних структур – спроектованої в роботі (рис. 5а) та взятої з [16] (рис.

5б). Як бачимо, у спроектованій оптичній структурі дуже чутливим до похибок є верхній – 4-й шар, показник заломлення якого рівний 1.35. Діапазон розсіювання функції якості покриття для показника заломлення перевищує 12%. Відповідно, якщо не можна забезпечити високу якість осадження останнього ша-

ру, то для промислового виробництва він може бути непридатним.

Зауважимо, що значення діапазон розсіювання функції якості покриття для розглянутих чотиришарових структур є суттєво більшими, ніж у попередньо досліджених ширококутових фільтрів типу S-2ВН2В...2ВН2В. Це пояснюється тим, що попри те, що спектральний діапазон останніх є вузьким, значення функції якості покриття (1) на ній є суттєво більшим. Відповідно, однакова зміна значення функції якості покриття по-різному впливає на діапазон розсіювання. Значення функції якості покриття (1) для 9-шарового ширококутового фільтра рівне  $F = 0.040708$ , для 17-шарового –  $F = 0.046302$ , а для 25-шарового –  $F = 0.049401$ . Значення функції якості покриття (1) для спроектованого в роботі оптичного покриття рівне  $F = 0.002389$ , а для взятого з [32] –  $F = 0.004002$ .

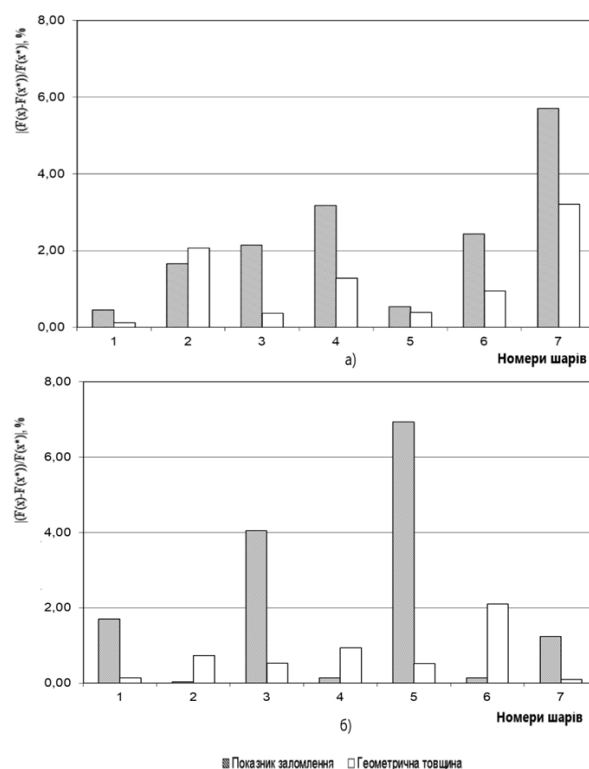


**Рисунок 6.** Діаграми розсіювання функції якості покриття для 7-шаровою структурою з шарами, що чергуються, (1.35 та 2.1) при просвітленні підкладки з показником заломлення  $n_s=1.52$ : 1 – оптичні товщини шарів відносно  $\lambda_0$  становлять 0.087 : 0.03 : 0.315 : 0.043 : 0.113 : 0.48 : 0.22; 2 – оптичні товщини шарів відносно  $\lambda_0$  становлять 0.064 : 0.038 : 0.401 : 0.032 : 0.084 : 0.459 : 0.229.

Діаграми розсіювання функції якості покриття для двох оптичних структур – спроектованої в роботі (рис. 6а) та взятої з [17] (рис. 6б). Значення функції якості покриття (1) для спроектованого в роботі оптичного покриття рівне  $F = 0.001077$ , а для взятого з [17] –  $F = 0.002209$ . Коефіцієнт пропускання обох оптичних структур на всьому спектральному діапазоні є близьким до 1. Відповідно, функція якості покриття дуже чутлива до незначних змін у значеннях параметрів. Тому діапазон розсіювання цільової функції показників заломлення першого та п'ятого шарів

першого оптичного покриття перевищує 25%, а показника заломлення сьомого шару другого оптичного покриття – перевищує 30%. Зауважимо, що спектральні характеристики є найбільш чутливими до похибок показників заломлення низькозаломлюючих шарів, якими є шари з непарними номерами (рис. 6).

Розглянемо діаграми розсіювання функції якості покриття ще двох оптичних структур – спроектованої в роботі (рис. 7а) та взятої з [18] (рис. 7б). Значення функції якості покриття (1) для спроектованого в роботі оптичного покриття рівне  $F = 0.001589$ , а для взятого з [18] –  $F = 0.003168$ . Вони також просвітлюють видимий спектральний діапазон від 450 до 750 нм. Функція якості покриття для них приймає більше значення, ніж для попередніх розглянутих оптичних покриттів. Тому значення діапазону розсіювання для них є меншим. Спектральні характеристики найбільш чутливими виявилися до похибок показника заломлення сьомого шару першого покриття (діапазон розсіювання цільової функції практично рівний 6 %) та до похибок показника заломлення п'ятого шару другого покриття (діапазон розсіювання цільової функції практично рівний 7 %). Зауважимо, що значення показників заломлення обох шарів є рівним 1.35.



**Рисунок 7.** Діаграми розсіювання функції якості покриття для 7-шаровою структурою з шарами, що чергуються, (1.35 та 2.1) при просвітленні підкладки з показником заломлення  $n_s=1.52$ : 1 – оптичні товщини шарів відносно  $\lambda_0$  становлять 0.05 : 0.071 : 0.062 : 0.257 : 0.018 : 0.12 : 0.2; 2 – оптичні товщини шарів відносно  $\lambda_0$  становлять 0.06 : 0.02 : 0.35 : 0.02 : 0.07 : 0.42 : 0.21.

Підсумовуючи, можна сказати, що чутливість спектральних характеристик до похибок геометричної товщини є, як правило, меншою, ніж до похибок показників заломлення. Для всіх розглянутих оптичних

фільтрів найбільший діапазон розсіювання цільової функції був для низькозаломлюючих показників заломлення. Для 9-, 17- та 25-шарових ширококутових фільтрів особливо чутливим до похибок виявився низькозаломлюючий показник заломлення другого шару.

Виділимо дві проблеми, які пов'язані з методом Монте-Карло. Перша – те, що статистична похибка оцінок  $M$  і  $\sigma$  зменшується дуже повільно, обернено пропорційно до квадратного кореня із кількості дослідів. Тому потрібно проводити велику кількість дос-

лідів. Друга проблема пов'язана із законом розподілу похибок. У роботі був вибраний нормальний закон. Але він може бути неоднаковим для різних виробництв. Передусім це стосується показників заломлення шарів, значення яких залежать від багатьох технологічних параметрів, таких як температура нагріву-підігріву підкладинок, швидкість випаровування й конденсації, залишковий тиск газу в напилувальній камері, наявність або відсутність окислювального середовища, чистота використовуваної сировини та інших, між якими є кореляційний зв'язок.

## REFERENCE

1. Яковлев П.П., Мешков Б.Б. Проектирование интерференционных покрытий. М.: Машиностроение, 1987. 192 с.
2. Батищев Д. И. Методы проектирования. М.: Сов. Радио, 1975. 216 с.
3. Kochikov I. V., Lagutin Yu. S., Lagutina A.A., Lukanenko D.V., Tikhonravov A.V., Yagola A.G. "Raising the accuracy of monitoring the optical coating deposition by application of a nonlocal algorithm of data analysis", J. Appl. Industr. Math., 14:2 (2020), p. 329–33.
4. Тихонравов А.В., Кочиков И.В., Матвиенко И.А., Исаев Т.Ф., Лукьяненко Д.В., Шарипова С.А., Ягола А.Г. "Корреляция ошибок при напылении оптических покрытий с широкополосным оптическим контролем", Выч. мет. программирование, 19:4 (2018), С. 439–448.
5. Binder K. Monte Carlo methods in statistical physics. Berlin, 1986. 411 P.
6. Ермаков С.М. Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М.: Наука, 1971. 372 С.
7. Замалин В.М., Норман Г.Э., Филинов В.С. Метод Монте-Карло в статистической термодинамике. М.: Наука, 1977. 228 С.
8. Соболев И.М. Метод Монте-Карло. М.: Наука, 1972. 64 С.
9. Соболев И.М. Численные методы Монте-Карло. М.: Наука, 1973. 311 С.
10. Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження чутливості спектральних характеристик до технологічних похибок за допомогою методу Монте-Карло на прикладі відрізаючих інтерференційних фільтрів типу S-ВНВ...ВНВ // Міжнародна школа-семинар "Теорія прийняття рішень". Ужгород, 2008. С. 89.
11. Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження чутливості спектральних характеристик одно-, дво-, три- та чотиришарових однорідних оптичних структур до технологічних похибок за допомогою методу Монте-Карло // Міжнародна школа-семинар "Теорія прийняття рішень". Ужгород, 2012. С. 142-143.
12. Міца О. В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження чутливості спектральних характеристик неоднорідної плівки з різними розподілами показника заломлення до технологічних похибок за допомогою методу Монте-Карло // Матеріали VII міжнародної школи-семинару «Теорія прийняття рішень». Ужгород, УжНУ 2014. С. 195.
13. Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження стійкості спектральних характеристик за допомогою методу Монте-Карло на прикладі різних інтерференційних фільтрів // Міжнародна школа-семинар "Теорія прийняття рішень". Ужгород, 2006. С. 74.
14. Міца О.В., Матяшовська Б.О., Шумило Н.Я. Дослідження чутливості спектральних характеристик ширококутових інтерференційних фільтрів типу S-2ВН2В...2ВН2В до технологічних похибок за допомогою методу Монте-Карло // Міжнародна школа-семинар "Теорія прийняття рішень". Ужгород, 2010. С. 154-155.
15. Mitsa O., Holovacs J., Holomb R., Levchuk O. Investigation of the influence of errors the parameters of the layers of optical filters on the stability of their spectral characteristics // The 11th International Conference on Applied Informatics, Eger, Hungary, January 28-29, 2020. P.242-249.
16. Просветляющее интерференционное покрытие: А.с. 1083144 СССР, МКИ G 02 В 5/28; G 02 В 1/10. // Б.И. Агафонов, М.Ф. Васильева, А.С. Герчиков, Е.А. Федин, П.П. Яковлев (СССР). – № 3420182/18–10; Заявлено 12.04.82; Опубл. 30.03.84, Бюл. №12. – 3 с.
17. Широкополосное просветляющее покрытие: А.с. 934429 СССР, МКИ G 02 В 5/28. // В.Д. Веденский и Е.Г. Столов (СССР). – № 2809841/18–10; Заявлено 09.07.79; Опубл. 07.06.82, Бюл. №21. – 3 с.
18. Интерференционное ахроматическое просветляющее покрытие: А.с. 838629 СССР, МКИ G 02 В 5/28. // В.Д. Веденский, Е.Г. Столов, А.А. Метельников, Ш.А. Фурман и Е.Г. Семин (СССР). – № 2822915/18–10; Заявлено 15.10.79; Опубл. 15.06.81, Бюл. №22. – 3 с.

### Investigation of the influence of the error of the parameters of the layers of illuminating optical filters on the stability of their spectral characteristics

O. Mitsa, J. Holovacs, S. Beregszaszi, N. Barkáts, G. Kopcha-Goryachkina, M. Sychov

**Abstract.** In the article it describes the application of the Monte Carlo method to study the stability of the spectral characteristics of different types of anti-reflective filters based on films with low (L) and high (H) refractive indexes. For description of an error during deposition of films was accepted a normal distribution law. For broadband filters S-2L2H..2HL2H type it was shown that the spectral characteristics are the most sensitive to errors in the refractive index of components with low refractive index.

**Keywords:** multilayer optical coatings, Monte Carlo method, transmittance, broadband filters, stability of spectral characteristics.