

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

## **ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ**

Матеріали міжнародної наукової конференції  
присвяченої 65-річчю

кафедри інтегральних та диференціальних рівнянь

Київського національного університету імені Тараса Шевченка

8-10 червня 2011 року

## **DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS**

Materials of International scientific conference  
dedicated to the 65 years of  
differential and integral equations department of  
Taras Shevchenko National University of Kyiv

June 8-10, 2011

Київ – 2011

### **Програмний комітет:**

А.М. Самойленко, І.О. Луковський, В.Л. Макаров, В.К. Задірака, І.Т. Кігурадзе (Грузія), М.І. Шкіль, І.О. Парасюк, М.Ф. Городній, О.А. Бойчук, М.С. Гончар, О.М. Станжицький, В.Г. Самойленко, В.І. Ткаченко, С.І. Трофімчук, Н.О. Вірченко, Ю.В. Теплінський, О.В. Анашкін, М.І. Матійчук, Д.Я. Хусаїнов, Р.І. Петришин, В.М. Євтухов, **В.В. Маринець**, В.Ю. Слюсарчук, О.О. Ігнат'єв, І.М. Черевко, М.Х. Розов (Росія), Є.О. Гребеніков (Росія), Ю.О. Рябов (Росія), А.І. Перов (Росія), М. Ілолов (Таджикистан), М.Й. Ронто (Угорщина), Л. Каранджулов (Болгарія), М.Я. Свищук (Канада), В.М. Футорний (Бразилія), Д. Оффін (Канада), А.Ф. Іванов (США), О.А. Аширов (Туркменістан)

### **Організаційний комітет:**

В.І. Григорук – голова, М.О. Перестюк – заступник голови, Ю.В. Ловейкін – секретар, О.В. Капустян, А.В. Сукретна, О.С. Чернікова, Н.В. Задоянчук, Ф.А. Асроров, Т.В. Шовкопляс

### **Programm committee:**

A.M. Samoilenko, I.O. Lukovs'kij, V.L. Makarov, V.K. Zadiraka, I.T. Kiguradze (Georgia), M.I. Shkil', I.O. Parasiuk, M.F. Horodnij, O.A. Boichuk, M.S. Gonchar, O.M. Stanzhitskij, V.G. Samoilenko, V.I. Tkachenko, S.I. Trofimchuk, N.O. Virchenko, Iu.V. Teplinskij, O.V. Anashkin, M.I. Matijchuk, D.Ia. Husainov, R.I. Petrishin, V.M. Evtuhov, V.V. Marinets, V.Iu. Sliusarchuk, O.O. Ignat'ev, I.M. Cherevko, M.H. Rozov (Russia), E.O. Grebennikov (Russia), Iu.O. Riabov (Russia), A.I. Perov (Russia), M. Ilolov (Tajikistan), M. Ronto (Hungary), L. Karandzhulov (Bulgaria), M. Svishchuk (Canada), V.M. Futornij (Brasil), D. Offin (Canada), A.F. Ivanov (USA), O.A. Ashirov (Turkmenistan)

### **Organizing committee:**

V.I. Grigoruk – chairman, M.O. Perestiuk – vice-chairman, Iu.V. Loveikin – secretary, O.V. Kapustian, A.V. Sukretna, O.S. Chernikova, N.V. Zadoianchuk, F.A. Asrorov, T.V. Shovkoplias

**Дослідження однієї крайової задачі для диференціально-функціональних рівнянь гіперболічного типу**

Маринець В.В., Питьовка О.Ю.

vasyl-marynets@rambler.ru, oхана\_pityovka@bigmir.net

Ужгородський національний університет,

Чернівецький Мукачівський державний університет

Нехай  $y = g_i(x)$  ( $x = k_i(y)$ ),  $i = 1, 2$  – задані "вільні" криві, причому  $g'_1(x) < 0, x \in (x_1, x_0)$ ,  $g_1(x_k) = y_k, k = 0, 1$ ,  $g'_2(x) > 0, x \in (x_0, x_2)$ ,  $g_2(x_0) = y_0, g_2(x_2) = y_1, x_1 < x_0 < x_2, y_0 < y_1 < y_2$ . Розглянемо область  $D = D_1 \cup D_2 \cup D_3$ , де  $D_1 = \{(x, y) \mid x \in (x_1, x_0], y \in (g_1(x), y_1]\}$ ,  $D_2 = \{(x, y) \mid x \in [x_0, x_2], y \in (g_2(x), y_1]\}$ ,  $D_3 = \{(x, y) \mid x \in (x_1, x_0], y \in [y_1, y_2]\}$ .

Позначимо:  $L_2u(x, y) := u_{xy}(x, y) + a_1(x, y)u_x(x, y) + a_2(x, y)u_y(x, y)$ ,  $f[u(x, y)] := f(x, y, u(x, y), u(x, \theta(x, y)))$ ,  $\theta(x, y) := y - \tau(x, y)$ , де  $\tau(x, y) \geq 0$  – задана неперервна функція, яка визначає початкову множину  $\bar{E} = \bar{E}_1 \cup \bar{E}_2$ ,  $\bar{E}_1 = \{(x, \bar{y}) \mid x \in [x_1, x_0], y - \tau(x, y) \leq \bar{y} \leq g_1(x), (x, y) \in \bar{D}_1 \cup \bar{D}_3\}$ ,  $\bar{E}_2 = \{(x, \bar{y}) \mid x \in [x_0, x_2], y - \tau(x, y) \leq \bar{y} \leq g_2(x), (x, y) \in \bar{D}_2\}$ .

**Постановка задачі:** в просторі функцій  $C^*(\bar{D}) := C^{(1,1)}(D) \cap C^{(0,1)}(\bar{D})$  знайти розв'язок рівняння

$$L_2u(x, y) = f[u(x, y)], \quad (1)$$

який задовольняє умови

$$u(x, g_1(x)) = \varphi_1(x), \quad u_y(x, g_1(x)) = \psi(x), \quad x \in [x_1, x_0], \quad (2)$$

$$\psi(x) \in C[x_1, x_0], \quad \varphi_1(x) \in C'[x_1, x_0],$$

$$u(x, g_2(x)) = \varphi_2(x), \quad x \in [x_0, x_2], \quad \varphi_2(x) \in C'[x_0, x_2], \quad (3)$$

$$u(x_1, y) = \varphi(y), \quad y \in [y_1, y_2], \quad \varphi(y) \in C'[y_1, y_2], \quad (4)$$

причому виконуються умови узгодженості

$$\varphi_1(x_0) = \varphi_2(x_0), \quad \varphi_1(x_1) = \varphi(y_1), \quad \varphi'(y_1) = \psi(x_1). \quad (5)$$

$$u(x, y) |_{\bar{E}} = \Phi(x, y), \quad (x, y) \in \bar{E}, \quad (6)$$

де  $\Phi(x, y) \in C'(\bar{E})$  – задана функція. Очевидно

$$\Phi(x, g_1(x)) = \varphi_1(x), \quad \Phi_y(x, g_1(x)) = \psi(x), \quad x \in [x_1, x_0], \quad (7)$$

$$\Phi(x, g_2(x)) = \varphi_2(x), \quad x \in [x_0, x_2].$$

Розв'язок задачі (1)–(7)  $u(x, y) = u_s(x, y)$ ,  $(x, y) \in \bar{D}_s$ ,  $s = 1, 2, 3$ , де  $u_1(x, y)$  – розв'язок задачі Коші (1), (2), (6) при  $(x, y) \in \bar{D}_1$ ,  $u_2(x, y)$  – розв'язок задачі Дарбу (1), (3), (5), (6) при  $(x, y) \in \bar{D}_2$  і  $u_2(x_0, y) = u_1(x_0, y)$ ,  $y \in [y_0, y_1]$ , а  $u_3(x, y)$  – розв'язок задачі Гурса (1), (4), (5) при  $(x, y) \in \bar{D}_3$  і  $u_3(x, y_1) = u_1(x, y_1)$ ,  $x \in [x_1, x_0]$ .

Вважаємо, що  $a_1(x, y) \in C^{(1,0)}(D)$ ,  $a_2(x, y) \in C^{(0,1)}(D)$ , а  $f[u(x, y)] \in C(\bar{B})$ ,  $f : \bar{B} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $\bar{B} \subset \mathbb{R}^4$  і

$$a_{1x}(x, y) = a_{2y}(x, y), \quad (x, y) \in \bar{D}. \quad (8)$$

При виконанні умови (8) встановлено достатні умови існування і єдиності розв'язку задачі (1)–(7), його регулярність (іррегулярність), доведено теореми про диференціальні нерівності та порівняння. Побудована одна модифікація двостороннього методу наближеного інтегрування задачі (1)–(7) прискореної збіжності.