Правило Крамера

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

12 жовтня 2022 року

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (1)$$

Розкладемо цей детермінант за елементами j-го стовпця

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (1)$$

Розкладемо цей детермінант за елементами j-го стовпця

$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}, \qquad (2)$$

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (1)$$

Розкладемо цей детермінант за елементами j-го стовпця

$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}, \qquad (2)$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij},

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \tag{1}$$

Розкладемо цей детермінант за елементами j-го стовпця

$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj}, \tag{2}$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij}, $i = 1, 2, \dots, n$.

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (1)$$

Розкладемо цей детермінант за елементами j-го стовпця

$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}, \qquad (2)$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij}, $i = 1, 2, \dots, n$.

Нехай b_1, b_2, ..., b_n — довільні числа із множини $\mathbb{R}$

Розглянемо довільний детермінант Δ порядку n з елементами із множини дійсних чисел $\mathbb{R}$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \tag{1}$$

Розкладемо цей детермінант за елементами j-го стовпця

$$\Delta = a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj}, \tag{2}$$

де A_{ij} — алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij}, $i = 1, 2, \dots, n$.

Нехай b_1, b_2, ..., b_n — довільні числа із множини $\mathbb{R}$ і

$$\Delta' = b_1A_{1j} + b_2A_{2j} + \cdots + b_nA_{nj}. \tag{3}$$

Із теореми Лапласа випливає,

Із теореми Лапласа випливає, що права частина рівності (3)

Із теореми Лапласа випливає, що права частина рівності (3) є розкладом за елементами j-го стовпця детермінанта, Із теореми Лапласа випливає, що права частина рівності (3) є розкладом за елементами j-го стовпця детермінанта, одержаного із детермінанта Δ шляхом заміни елементів j-го стовпця відповідно числами $b_1, b_2, \ldots, b_n$, Із теореми Лапласа випливає, що права частина рівності (3) є розкладом за елементами j-го стовпця детермінанта, одержаного із детермінанта Δ шляхом заміни елементів j-го стовпця відповідно числами $b_1, b_2, \ldots, b_n$, тобто детермінанта

$$\Delta' = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & b_1 & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & \ldots & b_2 & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & b_n & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Із теореми Лапласа випливає, що права частина рівності (3) є розкладом за елементами j-го стовпця детермінанта, одержаного із детермінанта Δ шляхом заміни елементів j-го стовпця відповідно числами b_1, b_2, $\ldots$, b_n, тобто детермінанта

$$\begin{array}{c} \Delta' = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & b_1 & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & \ldots & b_2 & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & b_n & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}. \\ \uparrow \\ j\text{-й стовпець} \end{array} \tag{4}$$

Лема 1

Сума добутків всіх елементів деякого стовпця детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого стовпця дорівнює нулю.

Лема 1

Сума добутків всіх елементів деякого стовпця детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого стовпця дорівнює нулю.

Лема 2

Сума добутків всіх елементів деякого рядка детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого рядка дорівнює нулю.

Лема 1

Сума добутків всіх елементів деякого стовпця детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого стовпця дорівнює нулю.

Лема 2

Сума добутків всіх елементів деякого рядка детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого рядка дорівнює нулю.

Тобто для довільних різних j і k із $\{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються рівності

Лема 1

Сума добутків всіх елементів деякого стовпця детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого стовпця дорівнює нулю.

Лема 2

Сума добутків всіх елементів деякого рядка детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого рядка дорівнює нулю.

Тобто для довільних різних j і k із $\{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються рівності

$$a_{1k}A_{1j} + a_{2k}A_{2j} + \cdots + a_{nk}A_{nj} = 0, \qquad (5)$$

Лема 1

Сума добутків всіх елементів деякого стовпця детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого стовпця дорівнює нулю.

Лема 2

Сума добутків всіх елементів деякого рядка детермінанта на алгебраїчні доповнення відповідних елементів іншого рядка дорівнює нулю.

Тобто для довільних різних j і k із $\{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються рівності

$$a_{1k}A_{1j} + a_{2k}A_{2j} + \cdots + a_{nk}A_{nj} = 0, \tag{5}$$

$$a_{k1}A_{j1} + a_{k2}A_{j2} + \cdots + a_{kn}A_{jn} = 0. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо тільки лему 1,

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно.

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1)

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \ldots, n\}$.

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \dots, n\}$.

Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \dots, b_n$

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \dots, n\}$.

Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \dots, b_n$ відповідно покласти $a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{nk}$,

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \ldots, n\}$.

Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \ldots, b_n$ відповідно покласти $a_{1k}, a_{2k}, \ldots, a_{nk}$, то матимемо вказану в умові леми суму добутків всіх елементів k-го стовпця

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \dots, n\}$.

Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \dots, b_n$ відповідно покласти $a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{nk}$, то матимемо вказану в умові леми суму добутків всіх елементів k-го стовпця на алгебраїчні доповнення відповідних елементів j-го стовпця.

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \ldots, n\}$.

Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \ldots, b_n$ відповідно покласти $a_{1k}, a_{2k}, \ldots, a_{nk}$, то матимемо вказану в умові леми суму добутків всіх елементів k-го стовпця на алгебраїчні доповнення відповідних елементів j-го стовпця. З іншого боку ця сума дорівнює детермінанту

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & \ldots & a_{2k} & \ldots & a_{2k} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nk} & \ldots & a_{nk} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \dots, n\}$.
Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \dots, b_n$ відповідно покласти $a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{nk}$, то матимемо вказану в умові леми суму добутків всіх елементів k-го стовпця на алгебраїчні доповнення відповідних елементів j-го стовпця. З іншого боку ця сума дорівнює детермінанту

$$\begin{array}{c} \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1k} & \dots & a_{1k} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2k} & \dots & a_{2k} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nk} & \dots & a_{nk} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}, \\ \begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ j\text{-й стовпець} & k\text{-й стовпець} \end{array} \end{array}$$

в якого стовпці з різними номерами j та k однакові.

Доведення.

Доведемо тільки лему 1, оскільки лема 2 доводиться аналогічно. Нехай задано детермінант Δ вигляду (1) і нехай j і k — довільні різні натуральні числа із $\{1, 2, \ldots, n\}$.
Якщо у праву частину рівності (3) замість $b_1, b_2, \ldots, b_n$ відповідно покласти $a_{1k}, a_{2k}, \ldots, a_{nk}$, то матимемо вказану в умові леми суму добутків всіх елементів k-го стовпця на алгебраїчні доповнення відповідних елементів j-го стовпця. З іншого боку ця сума дорівнює детермінанту

$$\begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1k} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & \ldots & a_{2k} & \ldots & a_{2k} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nk} & \ldots & a_{nk} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\begin{array}{cc} \uparrow & \uparrow \\ j\text{-й стовпець} & k\text{-й стовпець} \end{array}$$

в якого стовпці з різними номерами j та k однакові. А, отже, рівному нулеві, що доводить лему. □

Розглянемо довільну систему лінійних рівнянь з коефіцієнтами з множини $\mathbb{R}$, в якій число рівнянь n дорівнює числу невідомих, тобто систему вигляду

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{7}$$

Розглянемо довільну систему лінійних рівнянь з коефіцієнтами з множини $\mathbb{R}$, в якій число рівнянь n дорівнює числу невідомих, тобто систему вигляду

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{7}$$

Детермінант матриці цієї системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & a_{2j} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nj} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \tag{8}$$

Розглянемо довільну систему лінійних рівнянь з коефіцієнтами з множини $\mathbb{R}$, в якій число рівнянь n дорівнює числу невідомих, тобто систему вигляду

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{7}$$

Детермінант матриці цієї системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & a_{1j} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & \ldots & a_{2j} & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & a_{nj} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix} \tag{8}$$

будемо називати детермінантом системи лінійних рівнянь (7).

Далі, для кожного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$, розглянемо детермінант порядку n вигляду

$$\Delta_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \ldots & b_1 & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & \ldots & b_2 & \ldots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \ldots & b_n & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Далі, для кожного $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, розглянемо детермінант порядку n вигляду

$$\Delta_j = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}. \tag{9}$$

j-й стовпець

Далі, для кожного $j \in \{1, 2, \dots, n\}$, розглянемо детермінант порядку n вигляду

$$\Delta_j = \begin{array}{c} \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & b_1 & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \dots & b_2 & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \dots & b_n & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} \\ \uparrow \\ j\text{-й стовпець} \end{array}. \tag{9}$$

який отримується із детермінанта Δ шляхом заміни його j-го стовпця стовпцем вільних членів системи (7).

Теорема 1 (Крамер)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих*

Теорема 1 (Крамер)

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь від n невідомих відмінний від нуля,

Теорема 1 (Крамер)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною.*

Теорема 1 (**Крамер**)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною. Причому, якщо* Δ_j *— детермінант,*

Теорема 1 (**Крамер**)

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь від n невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною. Причому, якщо Δ_j — детермінант, одержаний із Δ

Теорема 1 (**Крамер**)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною. Причому, якщо* Δ_j *— детермінант, одержаний із* Δ *шляхом заміни* j*-го стовпця* $(j = 1, 2, \ldots, n)$

Теорема 1 (**Крамер**)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною. Причому, якщо* Δ_j *— детермінант, одержаний із* Δ *шляхом заміни* j*-го стовпця* $(j = 1, 2, \ldots, n)$ *стовпцем вільних членів системи рівнянь,*

Теорема 1 (**Крамер**)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною. Причому, якщо* Δ_j *— детермінант, одержаний із* Δ *шляхом заміни* j*-го стовпця* $(j = 1, 2, \ldots, n)$ *стовпцем вільних членів системи рівнянь, то система чисел*

$$\gamma_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \gamma_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \quad \gamma_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

Теорема 1 (**Крамер**)

Якщо детермінант Δ *системи* n *лінійних рівнянь від* n *невідомих відмінний від нуля, тоді ця система лінійних рівнянь є визначеною. Причому, якщо* Δ_j *— детермінант, одержаний із* Δ *шляхом заміни* j*-го стовпця* $(j = 1, 2, \ldots, n)$ *стовпцем вільних членів системи рівнянь, то система чисел*

$$\gamma_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \gamma_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \quad \gamma_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком цієї системи лінійних рівнянь.

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо,

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо, що ця система лінійних рівнянь,

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо, що ця система лінійних рівнянь, детермінант Δ якої не дорівнює нулю,

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо, що ця система лінійних рівнянь, детермінант Δ якої не дорівнює нулю, є сумісною

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо, що ця система лінійних рівнянь, детермінант Δ якої не дорівнює нулю, є сумісною і $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо, що ця система лінійних рівнянь, детермінант Δ якої не дорівнює нулю, є сумісною і $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ — деякий розв'язок цієї системи.

Доведення.

Розглянемо деяку систему n лінійних рівнянь з n невідомими

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \cdots + a_{nn}x_n = b_n. \end{cases} \tag{10}$$

Спочатку припустимо, що ця система лінійних рівнянь, детермінант Δ якої не дорівнює нулю, є сумісною і $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ — деякий розв'язок цієї системи. Тоді є правильними наступні рівності:

$$\begin{cases} a_{11}\gamma_1 + a_{12}\gamma_2 + \cdots + a_{1n}\gamma_n = b_1, \\ a_{21}\gamma_1 + a_{22}\gamma_2 + \cdots + a_{2n}\gamma_n = b_2, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{n1}\gamma_1 + a_{n2}\gamma_2 + \cdots + a_{nn}\gamma_n = b_n. \end{cases} \tag{11}$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij}

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij}

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10)

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$.

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$.

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j},

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j}

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д.,

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}.

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{l} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ \\ \\ \end{array}\right.$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \dots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{l} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \\ \end{array}\right.$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{l} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \end{array}\right.$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \cdots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{array}\right.$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \cdots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{array}\right.$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей.

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \cdots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{array}\right.$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей. Згрупувавши у лівій частині доданки з однаковими відповідно множниками $\gamma_1,\ \gamma_2,\ \ldots,\ \gamma_n,$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{\begin{array}{c} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot\ \cdot \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \cdots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{array}\right.$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей. Згрупувавши у лівій частині доданки з однаковими відповідно множниками $\gamma_1,\ \gamma_2,\ \ldots,\ \gamma_n$, одержимо наступну рівність

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \dots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\left\{ \begin{array}{c} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \dots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \dots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \dots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{array} \right.$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей. Згрупувавши у лівій частині доданки з однаковими відповідно множниками $\gamma_1,\ \gamma_2,\ \dots,\ \gamma_n$, одержимо наступну рівність

$$(a_{11}A_{1j} + a_{21}A_{2j} + \dots + a_{n1}A_{nj})\gamma_1$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \dots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\begin{cases} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \dots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \dots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \dots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{cases}$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей. Згрупувавши у лівій частині доданки з однаковими відповідно множниками $\gamma_1,\ \gamma_2,\ \dots,\ \gamma_n$, одержимо наступну рівність

$$\begin{gathered} (a_{11}A_{1j} + a_{21}A_{2j} + \dots + a_{n1}A_{nj})\gamma_1 + \ldots + \\ + \ldots + (a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj})\gamma_j \end{gathered}$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \ldots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\begin{cases} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \cdots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \cdots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \cdots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{cases}$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей. Згрупувавши у лівій частині доданки з однаковими відповідно множниками $\gamma_1,\ \gamma_2,\ \ldots,\ \gamma_n$, одержимо наступну рівність

$$\begin{gathered} (a_{11}A_{1j} + a_{21}A_{2j} + \cdots + a_{n1}A_{nj})\gamma_1 + \ldots + \\ + \ldots + (a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \cdots + a_{nj}A_{nj})\gamma_j + \ldots + \\ + \ldots + (a_{1n}A_{1j} + a_{2n}A_{2j} + \cdots + a_{nn}A_{nj})\gamma_n \end{gathered}$$

Доведення.

Позначимо через A_{ij} алгебраїчне доповнення до елемента a_{ij} у детермінанті Δ системи лінійних рівнянь (10) $(i,\ j = 1,\ 2,\ \dots,\ n)$. Нехай, надалі, j — це деяке із чисел $1,\ 2,\ \dots,\ n$. Помножимо першу із рівностей (11) на A_{1j}, другу — на A_{2j} і т. д., n-ву рівність — на A_{nj}. Одержимо систему рівностей

$$\begin{cases} a_{11}\gamma_1 A_{1j} + a_{12}\gamma_2 A_{1j} + \dots + a_{1n}\gamma_n A_{1j} = b_1 A_{1j}, \\ a_{21}\gamma_1 A_{2j} + a_{22}\gamma_2 A_{2j} + \dots + a_{2n}\gamma_n A_{2j} = b_2 A_{2j}, \\ \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ a_{n1}\gamma_1 A_{nj} + a_{n2}\gamma_2 A_{nj} + \dots + a_{nn}\gamma_n A_{nj} = b_n A_{nj}. \end{cases}$$

Додамо окремо ліві і праві частини, отриманих у результаті цих операцій рівностей. Згрупувавши у лівій частині доданки з однаковими відповідно множниками $\gamma_1,\ \gamma_2,\ \dots,\ \gamma_n$, одержимо наступну рівність

$$\begin{gathered} (a_{11}A_{1j} + a_{21}A_{2j} + \dots + a_{n1}A_{nj})\gamma_1 + \ldots + \\ + \ldots + (a_{1j}A_{1j} + a_{2j}A_{2j} + \dots + a_{nj}A_{nj})\gamma_j + \ldots + \\ + \ldots + (a_{1n}A_{1j} + a_{2n}A_{2j} + \dots + a_{nn}A_{nj})\gamma_n = \\ = b_1A_{1j} + b_2A_{2j} + \dots + b_nA_{nj}. \end{gathered} \tag{12}$$

Доведення.

Із теореми Лапласа

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12)

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ,

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю.

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j,

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7).

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7). Отже, рівність (12)

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7). Отже, рівність (12) можна переписати у вигляді

$$\Delta\gamma_j = \Delta_j .$$

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7). Отже, рівність (12) можна переписати у вигляді

$$\Delta\gamma_j = \Delta_j.$$

Оскільки $\Delta \neq 0$,

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7). Отже, рівність (12) можна переписати у вигляді

$$\Delta\gamma_j = \Delta_j.$$

Оскільки $\Delta \neq 0$, то

$$\gamma_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \tag{13}$$

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7). Отже, рівність (12) можна переписати у вигляді

$$\Delta\gamma_j = \Delta_j.$$

Оскільки $\Delta \neq 0$, то

$$\gamma_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \tag{13}$$

де, нагадаємо, j є будь-яким числом із множини $\{1, 2, \ldots, n\}$.

Доведення.

Із теореми Лапласа та леми 1 слідує, що коефіцієнт при γ_j у рівності (12) дорівнює Δ, а всі інші коефіцієнти при γ_i $(i \neq j)$ дорівнюють нулю. У правій ж частині цієї рівності стоїть значення детермінанта Δ_j, отриманого із детермінанта Δ шляхом заміни j-го стовпця стовпцем вільних членів системи лінійних рівнянь (7). Отже, рівність (12) можна переписати у вигляді

$$\Delta\gamma_j = \Delta_j .$$

Оскільки $\Delta \neq 0$, то

$$\gamma_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, \qquad (13)$$

де, нагадаємо, j є будь-яким числом із множини $\{1, 2, \ldots, n\}$. Таким чином нами доведено, що якщо система лінійних рівнянь (7) є сумісною, то вона є визначеною.

Доведення.

Для доведення теореми

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати,

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь,

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми,

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.

Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною. Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7).

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.

Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося,

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7)

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.

Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, $\dots$, x_n

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$,

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.

Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною. Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \cdots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} =$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих $x_1, x_2, \dots, x_n$ відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}, \frac{\Delta_2}{\Delta}, \dots \frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \dots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left(a_{i1}\Delta_1 + \dots + a_{in}\Delta_n\right)$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \dots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \dots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left(a_{i1}\Delta_1 + \dots + a_{in}\Delta_n\right) =$$

$$= \frac{1}{\Delta}(a_{i1}(b_1 A_{11} + \dots + b_n A_{n1}) + \dots + a_{in}(b_1 A_{1n} + \dots + b_n A_{nn}))$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною. Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \cdots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left(a_{i1}\Delta_1 + \cdots + a_{in}\Delta_n\right) =$$

$$=\frac{1}{\Delta}(a_{i1}(b_1 A_{11} + \cdots + b_n A_{n1}) + \cdots + a_{in}(b_1 A_{1n} + \cdots + b_n A_{nn}))=$$

$$=\frac{1}{\Delta}(b_1(a_{i1}A_{11} + \cdots + a_{in}A_{1n}) + \cdots + b_n(a_{i1}A_{n1} + \cdots + a_{in}A_{nn}))$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \cdots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left(a_{i1}\Delta_1 + \cdots + a_{in}\Delta_n\right) =$$

$$=\frac{1}{\Delta}(a_{i1}(b_1A_{11} + \cdots + b_nA_{n1}) + \cdots + a_{in}(b_1A_{1n} + \cdots + b_nA_{nn}))=$$

$$=\frac{1}{\Delta}(b_1(a_{i1}A_{11} + \cdots + a_{in}A_{1n}) + \cdots + b_n(a_{i1}A_{n1} + \cdots + a_{in}A_{nn}))=$$

$$= \frac{1}{\Delta}(b_1 \cdot 0 + \cdots + b_{i-1} \cdot 0 + b_i\Delta + b_{i+1} \cdot 0 + \cdots + b_n \cdot 0) =$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}, \frac{\Delta_2}{\Delta}, \ldots \frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \cdots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left(a_{i1}\Delta_1 + \cdots + a_{in}\Delta_n\right) =$$

$$=\frac{1}{\Delta}(a_{i1}(b_1A_{11} + \cdots + b_nA_{n1}) + \cdots + a_{in}(b_1A_{1n} + \cdots + b_nA_{nn}))=$$

$$=\frac{1}{\Delta}(b_1(a_{i1}A_{11} + \cdots + a_{in}A_{1n}) + \cdots + b_n(a_{i1}A_{n1} + \cdots + a_{in}A_{nn}))=$$

$$= \frac{1}{\Delta}(b_1 \cdot 0 + \cdots + b_{i-1} \cdot 0 + b_i\Delta + b_{i+1} \cdot 0 + \cdots + b_n \cdot 0) = b_i.$$

Доведення.

Для доведення теореми залишилось показати, що довільна система лінійних рівнянь, яка задовольняє умові теореми, є сумісною.
Покажемо, що система чисел

$$\frac{\Delta_1}{\Delta}, \quad \frac{\Delta_2}{\Delta}, \quad \ldots, \frac{\Delta_n}{\Delta}$$

є розв'язком даної системи лінійних рівнянь (7). Для цього переконаємося, що підставивши у будь-яке i-е рівняння системи рівнянь (7) замість невідомих x_1, x_2, ..., x_n відповідно значення $\frac{\Delta_1}{\Delta}$, $\frac{\Delta_2}{\Delta}$, ... $\frac{\Delta_n}{\Delta}$, ми одержимо тотожність:

$$a_{i1}\frac{\Delta_1}{\Delta} + \cdots + a_{in}\frac{\Delta_n}{\Delta} = \frac{1}{\Delta}\left(a_{i1}\Delta_1 + \cdots + a_{in}\Delta_n\right) =$$

$$=\frac{1}{\Delta}(a_{i1}(b_1A_{11} + \cdots + b_nA_{n1}) + \cdots + a_{in}(b_1A_{1n} + \cdots + b_nA_{nn}))=$$

$$=\frac{1}{\Delta}(b_1(a_{i1}A_{11} + \cdots + a_{in}A_{1n}) + \cdots + b_n(a_{i1}A_{n1} + \cdots + a_{in}A_{nn}))=$$

$$= \frac{1}{\Delta}(b_1 \cdot 0 + \cdots + b_{i-1} \cdot 0 + b_i\Delta + b_{i+1} \cdot 0 + \cdots + b_n \cdot 0) = b_i.$$

Теорема доведена.

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13)

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною,

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце,

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими дорівнює нулю

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими дорівнює нулю і хоча б один із детермінантів,

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими дорівнює нулю і хоча б один із детермінантів, одержаних із Δ шляхом заміни його j-го стовпця

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими дорівнює нулю і хоча б один із детермінантів, одержаних із Δ шляхом заміни його j-го стовпця стовпцем вільних членів системи, Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають **розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера**.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими дорівнює нулю і хоча б один із детермінантів, одержаних із Δ шляхом заміни його j-го стовпця стовпцем вільних членів системи, не дорівнює нулю,

Якщо детермінант системи n лінійних рівнянь з n невідомими відмінний від нуля, то відшукання розв'язку цієї системи рівнянь за допомогою формул (13) називають розв'язанням системи лінійних рівнянь за правилом Крамера.

Наслідок 1

Якщо система n лінійних рівнянь з n невідомими є несумісною або невизначеною, тоді детермінант цієї системи дорівнює нулю.

Твердження цього наслідку має місце, оскільки воно є оберненим і протилежним до твердження теореми Крамера.

Наслідок 2

Якщо детермінант Δ системи n лінійних рівнянь з n невідомими дорівнює нулю і хоча б один із детермінантів, одержаних із Δ шляхом заміни його j-го стовпця стовпцем вільних членів системи, не дорівнює нулю, тоді ця система лінійних рівнянь є несумісною.

Доведення.

Доведення цього наслідку випливає із доведення попередньої теореми.

Доведення.

Доведення цього наслідку випливає із доведення попередньої теореми. А саме, якщо припустити протилежне,

Доведення.

Доведення цього наслідку випливає із доведення попередньої теореми. А саме, якщо припустити протилежне, тобто, що система лінійних рівнянь вигляду (7) із нульовим детермінантом є сумісною

Доведення.

Доведення цього наслідку випливає із доведення попередньої теореми. А саме, якщо припустити протилежне, тобто, що система лінійних рівнянь вигляду (7) із нульовим детермінантом є сумісною і γ_1, γ_2, ..., γ_n є її деяким розв'язком,

Доведення.

Доведення цього наслідку випливає із доведення попередньої теореми. А саме, якщо припустити протилежне, тобто, що система лінійних рівнянь вигляду (7) із нульовим детермінантом є сумісною і γ_1, γ_2, $\ldots$, γ_n є її деяким розв'язком, то за доведеним раніше $0 \cdot \gamma_j = \Delta_j$.

Доведення.

Доведення цього наслідку випливає із доведення попередньої теореми. А саме, якщо припустити протилежне, тобто, що система лінійних рівнянь вигляду (7) із нульовим детермінантом є сумісною і γ_1, γ_2, $\ldots$, γ_n є її деяким розв'язком, то за доведеним раніше $0 \cdot \gamma_j = \Delta_j$.Це суперечить тому, що за умовою $\Delta_j \neq 0$.

Приклад 1.

Розв'язати наступну систему лінійних рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Приклад 1.

Розв'язати наступну систему лінійних рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Розв'язання. Обчислимо детермінант даної системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Приклад 1.

Розв'язати наступну систему лінійних рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Розв'язання. Обчислимо детермінант даної системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47.$$

Приклад 1.

Розв'язати наступну систему лінійних рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Розв'язання. Обчислимо детермінант даної системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47.$$

Оскільки він відмінний від нуля,

Приклад 1.

Розв'язати наступну систему лінійних рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Розв'язання. Обчислимо детермінант даної системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47.$$

Оскільки він відмінний від нуля, то за теоремою Крамера дана в умові система рівнянь є визначеною і

Приклад 1.

Розв'язати наступну систему лінійних рівнянь за правилом Крамера:

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 + x_4 = -2, \\ x_1 + 2x_2 + 5x_3 - x_4 = 7, \\ 6x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 11, \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

Розв'язання. Обчислимо детермінант даної системи

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 5 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47.$$

Оскільки він відмінний від нуля, то за теоремою Крамера дана в умові система рівнянь є визначеною і ми можемо обчислити її розв'язок за правилом Крамера.

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94,$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47}$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2,$$

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47}$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47} = 1,$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47} = 1, \quad x_3 = \frac{0}{-47}$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47} = 1, \quad x_3 = \frac{0}{-47} = 0,$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47} = 1, \quad x_3 = \frac{0}{-47} = 0, \quad x_4 = \frac{141}{-47}$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47} = 1, \quad x_3 = \frac{0}{-47} = 0, \quad x_4 = \frac{141}{-47} = -3,$$

Приклад 1.

Для цього обчислимо наступні детермінанти:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & 2 & 5 & -1 \\ 11 & 2 & -1 & 1 \\ -2 & -1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -94, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & -2 & 4 & 1 \\ 1 & 7 & 5 & -1 \\ 6 & 11 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = -47,$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & 7 & -1 \\ 6 & 2 & 11 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix} = 0, \quad \Delta_4 = \begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & 5 & 7 \\ 6 & 2 & -1 & 11 \\ 1 & -1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = 141.$$

Таким чином,

$$x_1 = \frac{-94}{-47} = 2, \quad x_2 = \frac{-47}{-47} = 1, \quad x_3 = \frac{0}{-47} = 0, \quad x_4 = \frac{141}{-47} = -3,$$

тобто система чисел $2,\ 1,\ 0,\ -3$ є розв'язком даної системи лінійних рівнянь.