Найбільший спільний дільник многочленів. Умови взаємної простоти многочленів

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

8 листопада 2022 року

Означення 1

Спільним дільником

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$,

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$ є спільним дільником многочленів

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x-1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2-3x+2,$$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x-1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

над полем $\mathbb{Q}$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

над полем $\mathbb{Q}$, бо

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2),$$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

над полем $\mathbb{Q}$, бо

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2), \qquad x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1).$$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x-1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

над полем $\mathbb{Q}$, бо

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2), \qquad x^3 - 1 = (x-1)(x^2+x+1).$$

Спільним дільником цих же многочленів

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x-1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2-3x+2, \qquad x^3-1$$

над полем $\mathbb{Q}$, бо

$$x^2-3x+2=(x-1)(x-2), \qquad x^3-1=(x-1)(x^2+x+1).$$

Спільним дільником цих же многочленів є також многочлен нульового степеня 5

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

над полем $\mathbb{Q}$, бо

$$x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2), \qquad x^3 - 1 = (x-1)(x^2 + x + 1).$$

Спільним дільником цих же многочленів є також многочлен нульового степеня 5, бо

$$x^2 - 3x + 2 = 5\left(\tfrac{1}{5}x^2 - \tfrac{3}{5}x + \tfrac{2}{5}\right),$$

Означення 1

Спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P називається многочлен $h(x) \in P[x]$, який є дільником для кожного із многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклади спільних дільників.

Многочлен $x - 1$ є спільним дільником многочленів

$$x^2 - 3x + 2, \qquad x^3 - 1$$

над полем $\mathbb{Q}$, бо

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2), \qquad x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1).$$

Спільним дільником цих же многочленів є також многочлен нульового степеня 5, бо

$$x^2 - 3x + 2 = 5\left(\tfrac{1}{5}x^2 - \tfrac{3}{5}x + \tfrac{2}{5}\right), \qquad x^3 - 1 = 5\left(\tfrac{1}{5}x^3 - \tfrac{1}{5}\right).$$

Самостійна робота.

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати,

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня,

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$,

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує,

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P є спільним дільником довільної пари, заданих многочленів $f(x)$ і $g(x)$

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P є спільним дільником довільної пари, заданих многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P.

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P є спільним дільником довільної пари, заданих многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P.

Означення 2

Якщо спільними дільниками

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P є спільним дільником довільної пари, заданих многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P.

Означення 2

Якщо спільними дільниками многочленів $f(x)$ і $g(x)$

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P є спільним дільником довільної пари, заданих многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P.

Означення 2

Якщо спільними дільниками многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є тільки многочлени нульового степеня,

Самостійна робота.

Використовуючи властивості подільності многочленів показати, що будь-який спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ та $x^3 - 1$ над полем $\mathbb{Q}$

- є або многочленом нульового степеня, тобто число a із $\mathbb{Q} \setminus \{0\}$;
- або є многочленом першого степеня вигляду $bx - b$, де $b \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$.

Зауваження 1

Взагалі кажучи, із властивостей подільності многочленів слідує, що будь-який многочлен нульового степеня над полем P є спільним дільником довільної пари, заданих многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P.

Означення 2

Якщо спільними дільниками многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є тільки многочлени нульового степеня, тоді многочлени $f(x)$ і $g(x)$ називаються **взаємно простими**.

Означення 3

Найбільшим спільним дільником

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x)$

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x), g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x), g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x), g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6, так і -6.

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6, так і -6. Це так, бо

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6, так і -6. Це так, бо 6 і -6 є спільними дільниками цілих чисел 12 і 30,

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6, так і -6. Це так, бо 6 і -6 є спільними дільниками цілих чисел 12 і 30, а всі їх спільні дільники

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6, так і -6. Це так, бо 6 і -6 є спільними дільниками цілих чисел 12 і 30, а всі їх спільні дільники -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6

Означення 3

Найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ називається многочлен $d(x) \in P[x]$, який є їх спільним дільником і, разом з тим, сам ділиться на будь-який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Приклад найбільшого спільного дільника многочленів.

Як наслідок із вище сказаного слідує, що як многочлен $x - 1$, так і многочлен $3x - 3$ і, взагалі кажучи для будь-якого $a \in \mathbb{Q} \setminus \{0\}$, многочлен $ax - a$ є найбільшим спільним многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$.

Зауваження 2

Якщо аналогічно дати означення найбільшого спільного дільника цілих чисел, то найбільшим спільним дільником цілих чисел 12 і 30 є як 6, так і -6. Це так, бо 6 і -6 є спільними дільниками цілих чисел 12 і 30, а всі їх спільні дільники -6, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 6 ділять кожне із чисел 6 і -6.

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує,

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $(f(x), g(x))$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає,

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P,

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує,

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем.

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $(f(x), g(x))$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем. Для будь-яких ненульових многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем. Для будь-яких ненульових многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P існує найбільший спільний дільник цих многочленів.

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем. Для будь-яких ненульових многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P існує найбільший спільний дільник цих многочленів. Нехай $d(x)$

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $(f(x), g(x))$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем. Для будь-яких ненульових многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P існує найбільший спільний дільник цих многочленів. Нехай $d(x)$ — деякий найбільший спільний дільник $f(x)$ і $g(x)$.

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $(f(x), g(x))$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем. Для будь-яких ненульових многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P існує найбільший спільний дільник цих многочленів. Нехай $d(x)$ — деякий найбільший спільний дільник $f(x)$ і $g(x)$. Тоді многочленами множини

$$\left\{cd(x) \mid c \in P \setminus \{0\}\right\}$$

Позначатимемо найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ за умови, що він існує, символом $\big(f(x), g(x)\big)$.

Зауваження 3

Із властивостей подільності випливає, що найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P, якщо він існує, визначається цими многочленами неоднозначно за умови, що поле P має більш ніж 2 елементи.

Теорема 1

Нехай P є деяким полем. Для будь-яких ненульових многочленів $f(x)$ і $g(x)$ над полем P існує найбільший спільний дільник цих многочленів. Нехай $d(x)$ — деякий найбільший спільний дільник $f(x)$ і $g(x)$. Тоді многочленами множини

$$\Big\{cd(x) \mid c \in P \setminus \{0\}\Big\}$$

вичерпуються всі найбільші спільні дільники многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які,

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$.

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$:

$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x),$$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$:

$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x),$$

дістанемо частку $q_3(x)$ і остачу $r_3(x)$

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$:

$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x),$$

дістанемо частку $q_3(x)$ і остачу $r_3(x)$ і так далі.

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$:

$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x),$$

дістанемо частку $q_3(x)$ і остачу $r_3(x)$ і так далі. ☹ На скільки далі?

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$:

$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x),$$

дістанемо частку $q_3(x)$ і остачу $r_3(x)$ і так далі. ☹ На скільки далі?

За теоремою про ділення з остачею

Доведення.

Нехай $f(x)$ і $g(x)$ — деякі задані, але можливо будь-які, ненульові многочлени із кільця $P[x]$. За теоремою про ділення з остачею поділимо $f(x)$ на $g(x)$:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

дістанемо частку $q_1(x)$ і остачу $r_1(x)$. Якщо $r_1(x) \neq 0$, то поділимо далі многочлен $g(x)$ на $r_1(x)$:

$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

при цьому одержимо частку $q_2(x)$ і остачу $r_2(x)$. Знову, якщо $r_2(x) \neq 0$, то поділимо $r_1(x)$ на $r_2(x)$:

$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x),$$

дістанемо частку $q_3(x)$ і остачу $r_3(x)$ і так далі. ☹ На скільки далі?
За теоремою про ділення з остачею степені остач

$$r_1(x), \quad r_2(x), \quad r_3(x), \quad \ldots$$

спадають.

Тобто

степінь $g(x) >$ степінь $r_1(x)$

Тобто

степінь $g(x) >$ степінь $r_1(x) >$ степінь $r_2(x)$

Тобто

степінь $g(x) >$ степінь $r_1(x) >$ степінь $r_2(x) >$ степінь $r_3(x)$

Тобто

степінь $g(x) >$ степінь $r_1(x) >$ степінь $r_2(x) >$ степінь $r_3(x) > \ldots$

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \dots$$

Але степенем многочлена є

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \dots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \dots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль, тому

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \dots \geq 0.$$

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \dots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль, тому

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \dots \geq 0.$$

Це означає, що через скінченне число n ділень

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \dots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль, тому

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \dots \geq 0.$$

Це означає, що через скінченне число n ділень одержимо остачу $r_n(x)$

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \ldots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль, тому

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \ldots \geq 0.$$

Це означає, що через скінченне число n ділень одержимо остачу $r_n(x)$, на яку попередня остача $r_{n-1}(x)$

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \dots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль, тому

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \dots \geq 0.$$

Це означає, що через скінченне число n ділень одержимо остачу $r_n(x)$, на яку попередня остача $r_{n-1}(x)$ поділиться без остачі

Тобто

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \text{степінь } r_3(x) > \ldots$$

Але степенем многочлена є натуральне число або нуль, тому

$$\text{степінь } g(x) > \text{степінь } r_1(x) > \text{степінь } r_2(x) > \ldots \geq 0.$$

Це означає, що через скінченне число n ділень одержимо остачу $r_n(x)$, на яку попередня остача $r_{n-1}(x)$ поділиться без остачі, і на цьому процес послідовного ділення закінчиться.

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$
$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$
$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$
$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),$$
$$g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),$$
$$r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)$$
$$\dots\dots\dots\dots\quad\dots$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$
\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ \ldots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),
\end{aligned}
$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),\\
&r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x),
\end{aligned}$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$
\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \;\ldots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),\\
&r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x),\\
&r_{n-1}(x) = r_n(x)q_{n+1}(x).
\end{aligned}
$$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\dots\dots\dots\dots \quad \dots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),\\
&r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x),\\
&r_{n-1}(x) = r_n(x)q_{n+1}(x).
\end{aligned} \tag{1}$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \ldots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),\\
&r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x),\\
&r_{n-1}(x) = r_n(x)q_{n+1}(x).
\end{aligned} \tag{1}$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$ та $q_j(x)$

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\quad\ldots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),\\
&r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x),\\
&r_{n-1}(x) = r_n(x)q_{n+1}(x).
\end{aligned} \tag{1}$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$ та $q_j(x)$ для будь-яких $i \in \{1, \ldots n\}$ та $j \in \{1, \ldots, n+1\}$ є многочленами над полем P.

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$
\begin{aligned}
&f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x),\\
&g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x),\\
&r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x)\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ \ldots\\
&r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x),\\
&r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x),\\
&{\color{red} r_{n-1}(x) = r_n(x)q_{n+1}(x)}.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$ та $q_j(x)$ для будь-яких $i \in \{1, \ldots n\}$ та $j \in \{1, \ldots, n+1\}$ є многочленами над полем P.

Із останньої рівності із рівностей (1) слідує

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$
\begin{aligned}
& f(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x), \\
& g(x) = r_1(x)q_2(x) + r_2(x), \\
& r_1(x) = r_2(x)q_3(x) + r_3(x) \\
& \dots\dots\dots\dots \\
& r_{n-3}(x) = r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x), \\
& r_{n-2}(x) = r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x), \\
& r_{n-1}(x) = r_n(x)q_{n+1}(x).
\end{aligned} \tag{1}
$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$ та $q_j(x)$ для будь-яких $i \in \{1, \dots n\}$ та $j \in \{1, \dots, n+1\}$ є многочленами над полем P.
Із останньої рівності із рівностей (1) слідує, що $r_n(x)$ є дільником многочлена $r_{n-1}(x)$.

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x)q_1(x) + r_1(x), \\ g(x) &= r_1(x)q_2(x) + r_2(x), \\ r_1(x) &= r_2(x)q_3(x) + r_3(x) \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_{n-3}(x) &= r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x), \\ r_{n-2}(x) &= r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x), \\ r_{n-1}(x) &= r_n(x)q_{n+1}(x). \end{aligned} \tag{1}$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$ та $q_j(x)$ для будь-яких $i \in \{1, \ldots n\}$ та $j \in \{1, \ldots, n+1\}$ є многочленами над полем P.

Із останньої рівності із рівностей (1) слідує, що $r_n(x)$ є дільником многочлена $r_{n-1}(x)$. Тоді за властивостями подільності многочлен $r_n(x)$ є також дільником правої частини передостанньої із рівностей (1),

Отже, в результаті послідовного ділення нами одержано наступні рівності:

$$\begin{aligned} f(x) &= g(x)q_1(x) + r_1(x), \\ g(x) &= r_1(x)q_2(x) + r_2(x), \\ r_1(x) &= r_2(x)q_3(x) + r_3(x) \\ &\dots\dots\dots\dots \\ r_{n-3}(x) &= r_{n-2}(x)q_{n-1}(x) + r_{n-1}(x), \\ r_{n-2}(x) &= r_{n-1}(x)q_n(x) + r_n(x), \\ r_{n-1}(x) &= r_n(x)q_{n+1}(x). \end{aligned} \tag{1}$$

Підкреслимо, що за теоремою про ділення з остачею многочлени $r_i(x)$ та $q_j(x)$ для будь-яких $i \in \{1, \dots n\}$ та $j \in \{1, \dots, n+1\}$ є многочленами над полем P.

Із останньої рівності із рівностей (1) слідує, що $r_n(x)$ є дільником многочлена $r_{n-1}(x)$. Тоді за властивостями подільності многочлен $r_n(x)$ є також дільником правої частини передостанньої із рівностей (1), а отже, і многочлена $r_{n-2}(x)$.

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)»,

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x),$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x),$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x),$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x),$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів.

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),$$
$$r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \end{aligned}$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x),\\
r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
\ldots&\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x),\\
r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
\ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\\
r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),
\end{aligned}$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),\\
&r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
&r_3(x) = r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ \ \ldots\\
&r_{n-1}(x) = r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),\\
&r_n(x) = r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x).
\end{aligned}$$

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x),\\
r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
&\dots\dots\dots\dots\\
r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),\\
r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x).
\end{aligned} \tag{2}$$

За властивостями подільності многочленів

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \\ \ldots&\ldots\ldots \\ r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x), \\ r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x). \end{aligned} \tag{2}$$

За властивостями подільності многочленів із першої із цих рівностей слідує

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \ldots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x), \\ r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x). \end{aligned} \tag{2}$$

За властивостями подільності многочленів із першої із цих рівностей слідує, що многочлен $r_1(x)$,

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x),\\
r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
&\dots\dots\dots\dots\\
r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),\\
r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x).
\end{aligned} \tag{2}$$

За властивостями подільності многочленів із першої із цих рівностей слідує, що многочлен $r_1(x)$, як різниця многочленів $f(x)$ і $g(x)q_1(x)$,

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),\\
&r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
&r_3(x) = r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
&\dots\dots\dots\dots\\
&r_{n-1}(x) = r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),\\
&r_n(x) = r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x).
\end{aligned} \tag{2}$$

За властивостями подільності многочленів із першої із цих рівностей слідує, що многочлен $r_1(x)$, як різниця многочленів $f(x)$ і $g(x)q_1(x)$, ділиться на $u(x)$.

Далі, міркуючи аналогічним чином, «піднімаючись вгору рівностями (1)», ми одержимо, що $r_n(x)$ є дільником многочленів

$$r_{n-3}(x), \quad \dots, \quad r_2(x), \quad r_1(x), \quad g(x), \quad f(x).$$

Таким чином, $r_n(x)$ є спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Покажемо тепер, що $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником цих многочленів. Нехай $u(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із рівностей (1) слідують наступні рівності:

$$\begin{aligned}
&r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),\\
&r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
&r_3(x) = r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
&\dots\dots\dots\dots\dots\\
&r_{n-1}(x) = r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),\\
&r_n(x) = r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x).
\end{aligned} \tag{2}$$

За властивостями подільності многочленів із першої із цих рівностей слідує, що многочлен $r_1(x)$, як різниця многочленів $f(x)$ і $g(x)q_1(x)$, ділиться на $u(x)$. Використовуючи наступну рівність одержимо, що многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, ..., многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x), \ldots, r_{n-1}(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\dots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, ..., $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, ..., $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, ..., $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\dots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, ..., $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$,

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$ і водночас $d(x)$ є дільником $d_1(x)$.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$ і водночас $d(x)$ є дільником $d_1(x)$. За властивістю подільності многочленів над полем можна стверджувати,

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$ і водночас $d(x)$ є дільником $d_1(x)$. За властивістю подільності многочленів над полем можна стверджувати, що $d_1(x) = cd(x)$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$ і водночас $d(x)$ є дільником $d_1(x)$. За властивістю подільності многочленів над полем можна стверджувати, що $d_1(x) = cd(x)$ для деякого ненульового елемента c поля P.

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$ і водночас $d(x)$ є дільником $d_1(x)$. За властивістю подільності многочленів над полем можна стверджувати, що $d_1(x) = cd(x)$ для деякого ненульового елемента c поля P. Теорему доведено. $\square$

многочлен $r_2(x)$, як різниця многочленів $g(x)$ і $r_1(x)q_2(x)$, також ділиться на $u(x)$. Далі, міркуючи аналогічним чином, «спускаючись вниз рівностями (2)», ми одержимо, що многочлени $r_3(x)$, $\ldots$, $r_{n-1}(x)$ і нарешті $r_n(x)$ діляться на $u(x)$. Таким чином, будь-який який спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є дільником $r_n(x)$. Останнє означає, що многочлен $r_n(x)$ є найбільшим спільним дільником даних многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Цим саме доведено існування найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Нарешті, нехай $d(x)$ — деякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Із властивостей подільності многочленів над полем слідує, що для довільного ненульового елемента c поля P добуток $cd(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$. З іншого боку, якщо $d_1(x)$ — деякий довільний інший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$, то $d(x)$ ділиться на $d_1(x)$ і водночас $d(x)$ є дільником $d_1(x)$. За властивістю подільності многочленів над полем можна стверджувати, що $d_1(x) = cd(x)$ для деякого ненульового елемента c поля P. Теорему доведено. $\square$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда.

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{l|l} x^3-1 & x^2-3x+2 \\ \hline \end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{l|l} x^3-1 & x^2-3x+2 \\ \cline{2-2} & x \\ \hline \end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{rl|l} & x^3-1 & x^2-3x+2 \\ \cline{3-3} - & x^3-3x^2+2x & x \\ \cline{2-2} \end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{rl|l} - & x^3 - 1 & x^2-3x+2 \\ \cline{3-3} & x^3 - 3x^2 + 2x & x \\ \cline{2-2} & \qquad 3x^2 - 2x - 1 & \end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3-1 & x^2-3x+2 \\ \cline{2-2}
-\quad x^3-3x^2+2x & x+3 \\ \cline{1-1}
3x^2-2x-1 &
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{rl|l} - & x^3-1 & x^2-3x+2 \\ & x^3-3x^2+2x & \overline{x+3} \\ \hline - & 3x^2-2x-1 & \\ & 3x^2-9x+6 & \end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{rl|l}
- & x^3-1 & x^2-3x+2 \\
 & x^3-3x^2+2x & \overline{x+3} \\
\hline
- & 3x^2-2x-1 & \\
 & 3x^2-9x+6 & \\
\hline
 & 7x-7 &
\end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3-1 & x^2-3x+2 \\
\underline{-\;x^3-3x^2+2x} & \hline x+3 \\
3x^2-2x-1 & \\
\underline{-\;3x^2-9x+6} & \\
7x-7 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
x^2-3x+2 & 7x-7 \\
\hline
\underline{} &
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{r|l}
-\begin{array}{l} x^3-1 \\ x^3-3x^2+2x \end{array} & x^2-3x+2 \\ \cline{2-2}
\hline
-\begin{array}{r} 3x^2-2x-1 \\ 3x^2-9x+6 \end{array} & x+3 \\
\hline
7x-7 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
x^2-3x+2 & 7x-7 \\ \cline{2-2}
 & \frac{1}{7}x \\
\hline
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів $x^2 - 3x + 2$ і $x^3 - 1$ із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен $x^3 - 1$ на $x^2 - 3x + 2$:

$$
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{r} x^3 - 1 \\ -\; x^3 - 3x^2 + 2x \\ \hline 3x^2 - 2x - 1 \\ -\; 3x^2 - 9x + 6 \\ \hline 7x - 7 \end{array} & \begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 \\ \hline x + 3 \end{array}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
\begin{array}{r} x^2 - 3x + 2 \\ -\; x^2 - x \\ \hline \end{array} & \begin{array}{l} 7x - 7 \\ \hline \frac{1}{7}x \end{array}
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{r|l} x^3-1 & x^2-3x+2 \\ \cline{2-2} -\;x^3-3x^2+2x & x+3 \\ \hline 3x^2-2x-1 & \\ -\;3x^2-9x+6 & \\ \hline 7x-7 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} x^2-3x+2 & 7x-7 \\ \cline{2-2} -\;x^2-\;\;x & \frac{1}{7}x \\ \hline -2x+2 & \end{array}$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 1 & x^2 - 3x + 2 \\ \cline{2-2}
-\; x^3 - 3x^2 + 2x & x + 3 \\ \cline{1-1}
3x^2 - 2x - 1 & \\
-\; 3x^2 - 9x + 6 & \\ \cline{1-1}
7x - 7 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
x^2 - 3x + 2 & 7x - 7 \\ \cline{2-2}
-\; x^2 - x & \frac{1}{7}x - \frac{2}{7} \\ \cline{1-1}
-2x + 2 &
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{rl}
-\begin{array}{l} x^3-1 \\ x^3-3x^2+2x \end{array} & \begin{array}{|l} x^2-3x+2 \\ \hline x+3 \end{array} \\
\hline
-\begin{array}{r} 3x^2-2x-1 \\ 3x^2-9x+6 \end{array} & \\
\hline
7x-7 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
-\begin{array}{l} x^2-3x+2 \\ x^2-\ \ x \end{array} & \begin{array}{|l} 7x-7 \\ \hline \frac{1}{7}x-\frac{2}{7} \end{array} \\
\hline
-\begin{array}{r} -2x+2 \\ -2x+2 \end{array} &
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{rl}
-\begin{array}{r} x^3-1 \\ x^3-3x^2+2x \end{array} & \begin{array}{|l} x^2-3x+2 \\ \hline x+3 \end{array} \\
\hline
-\begin{array}{r} 3x^2-2x-1 \\ 3x^2-9x+6 \end{array} & \\
\hline
7x-7 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
-\begin{array}{r} x^2-3x+2 \\ x^2-x \end{array} & \begin{array}{|l} 7x-7 \\ \hline \frac{1}{7}x-\frac{2}{7} \end{array} \\
\hline
-\begin{array}{r} -2x+2 \\ -2x+2 \end{array} & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$
\begin{array}{r|l}
x^3-1 & x^2-3x+2 \\ \cline{2-2}
-\;x^3-3x^2+2x & x+3 \\ \cline{1-1}
3x^2-2x-1 & \\
-\;3x^2-9x+6 & \\ \cline{1-1}
7x-7 &
\end{array}
\qquad
\begin{array}{r|l}
x^2-3x+2 & 7x-7 \\ \cline{2-2}
-\;x^2-x & \frac{1}{7}x-\frac{2}{7} \\ \cline{1-1}
-2x+2 & \\
-\;-2x+2 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

Отже,

$$(x^3-1, x^2-3x+2) = 7x-7$$

Викладений у доведенні теореми про найбільший спільний дільник многочленів метод знаходження найбільшого спільного дільника многочленів $f(x)$ і $g(x)$ називають алгоритмом Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайдемо найбільший спільний дільник многочленів x^2-3x+2 і x^3-1 із $\mathbb{Q}[x]$ за допомогою алгоритму Евкліда. Поділимо многочлен x^3-1 на x^2-3x+2:

$$\begin{array}{rl} -\begin{array}{r} x^3-1 \\ x^3-3x^2+2x \end{array} & \begin{array}{|l} x^2-3x+2 \\ \hline x+3 \end{array} \\ \hline -\begin{array}{r} 3x^2-2x-1 \\ 3x^2-9x+6 \end{array} & \\ \hline 7x-7 & \end{array} \qquad \begin{array}{rl} -\begin{array}{r} x^2-3x+2 \\ x^2-x \end{array} & \begin{array}{|l} 7x-7 \\ \hline \frac{1}{7}x-\frac{2}{7} \end{array} \\ \hline -\begin{array}{r} -2x+2 \\ -2x+2 \end{array} & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Отже,

$$(x^3-1, x^2-3x+2) = 7x-7$$

або ж

$$(x^3-1, x^2-3x+2) = x-1.$$

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом,

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом, то для зручності будемо запобігти виникнення дробових коефіцієнтів,

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом, то для зручності будемо запобігти виникнення дробових коефіцієнтів, а для цього будемо множити ділене та дільник на певне відмінне від нуля число.

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом, то для зручності будемо запобігти виникнення дробових коефіцієнтів, а для цього будемо множити ділене та дільник на певне відмінне від нуля число. Причому це дозволяється робити не тільки на початку якого-небудь з послідовних ділень,

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом, то для зручності будемо запобігти виникнення дробових коефіцієнтів, а для цього будемо множити ділене та дільник на певне відмінне від нуля число. Причому це дозволяється робити не тільки на початку якого-небудь з послідовних ділень, але і в процесі самого цього ділення.

1-й крок. Ділимо многочлен $3f(x)$ на $g(x)$

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом, то для зручності будемо запобігти виникнення дробових коефіцієнтів, а для цього будемо множити ділене та дільник на певне відмінне від нуля число. Причому це дозволяється робити не тільки на початку якого-небудь з послідовних ділень, але і в процесі самого цього ділення.

1-й крок. Ділимо многочлен $3f(x)$ на $g(x)$

$$3x^5 - 6x^4 + 3x^3 + 21x^2 - 36x + 30 =$$
$$= (3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2) \cdot x + (-2x^3 + 19x^2 - 34x + 30).$$

Приклад використання алгоритму Евкліда.

Знайти найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ та $g(x)$ над полем дійсних чисел, якщо

$$f(x) = x^5 - 2x^4 + x^3 + 7x^2 - 12x + 10,$$
$$g(x) = 3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2.$$

Розв'язання. Найбільший спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ будемо шукати за допомогою алгоритму Евкліда. Оскільки найбільший спільний дільник многочленів визначається з точністю до множника, що є ненульовим числом, то для зручності будемо запобігти виникнення дробових коефіцієнтів, а для цього будемо множити ділене та дільник на певне відмінне від нуля число. Причому це дозволяється робити не тільки на початку якого-небудь з послідовних ділень, але і в процесі самого цього ділення.

1-й крок. Ділимо многочлен $3f(x)$ на $g(x)$

$$3x^5 - 6x^4 + 3x^3 + 21x^2 - 36x + 30 =$$
$$= (3x^4 - 6x^3 + 5x^2 + 2x - 2) \cdot x + (-2x^3 + 19x^2 - 34x + 30).$$

Одержимо остачу $r_1(x) = -2x^3 + 19x^2 - 34x + 30$.

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$.

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 12x^3 + 10x^2 + 4x - 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\ \hline \end{array}$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$\begin{array}{r|l} 6x^4 - 12x^3 + 10x^2 + 4x - 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\ \cline{2-2} & 3x \\ \hline \end{array}$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$\begin{array}{l|l} 6x^4-12x^3+\ 10x^2+\quad 4x-\quad 4 & 2x^3-19x^2+34x-30 \\ \cline{2-2} 6x^4-57x^3+102x^2-\quad 90x & 3x \\ \hline \end{array}$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 - & 12x^3 + & 10x^2 + & 4x - & 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\ \cline{6-6}
6x^4 - & 57x^3 + & 102x^2 - & 90x & & 3x \\ \cline{1-5}
 & 45x^3 - & 92x^2 + & 94x - & 4 &
\end{array}
$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{r|l}
6x^4 - 12x^3 + 10x^2 + 4x - 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\ \cline{2-2}
6x^4 - 57x^3 + 102x^2 - 90x & 3x \\ \cline{1-1}
45x^3 - 92x^2 + 94x - 4 & \\ \cline{1-1}
\end{array}
$$

$2\times$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 - & 12x^3 + & 10x^2 + & 4x - & 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\ \cline{6-6}
6x^4 - & 57x^3 + & 102x^2 - & 90x & & 3x \\ \cline{1-5}
 & 45x^3 - & 92x^2 + & 94x - & 4 & \\ \cline{2-5}
\color{red}{2\times} \quad & 90x^3 - & 184x^2 + & 188x - & 8 &
\end{array}
$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 - & 12x^3 + & 10x^2 + & 4x - & 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\
\cline{6-6}
6x^4 - & 57x^3 + & 102x^2 - & 90x & & 3x + 45 \\
\cline{1-5}
& 45x^3 - & 92x^2 + & 94x - & 4 & \\
\cline{2-5}
2\times \quad & 90x^3 - & 184x^2 + & 188x - & 8 &
\end{array}
$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rrrrr|l}
6x^4 - & 12x^3 + & 10x^2 + & 4x - & 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\ \cline{6-6}
6x^4 - & 57x^3 + & 102x^2 - & 90x & & 3x + 45 \\ \cline{1-5}
& 45x^3 - & 92x^2 + & 94x - & 4 & \\ \cline{2-5}
2\times \quad & 90x^3 - & 184x^2 + & 188x - & 8 & \\
& 90x^3 - & 855x^2 + & 1530x - & 1350 &
\end{array}
$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rrl}
 & \begin{array}{r} 6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 \\ 6x^4-57x^3+102x^2-90x \\ \hline 45x^3-92x^2+94x-4 \\ \hline 90x^3-184x^2+188x-8 \\ 90x^3-855x^2+1530x-1350 \\ \hline 671x^2-1342x+1342 \end{array} & \begin{array}{|l} 2x^3-19x^2+34x-30 \\ \hline 3x+45 \end{array} \\
\color{red}{2\times} & &
\end{array}
$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{l|l}
6x^4 - 12x^3 + 10x^2 + 4x - 4 & 2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\
6x^4 - 57x^3 + 102x^2 - 90x & \hline 3x + 45 \\
\hline
\quad 45x^3 - 92x^2 + 94x - 4 & \\
\hline
2\times \quad 90x^3 - 184x^2 + 188x - 8 & \\
\quad 90x^3 - 855x^2 + 1530x - 1350 & \\
\hline
\frac{1}{671}\times \quad 671x^2 - 1342x + 1342 &
\end{array}
$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$\begin{array}{rl}
\begin{array}{r}
6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 \\
6x^4-57x^3+102x^2-90x \\ \hline
45x^3-92x^2+94x-4 \\ \hline
2\times \quad 90x^3-184x^2+188x-8 \\
90x^3-855x^2+1530x-1350 \\ \hline
671x^2-1342x+1342 \\ \hline
\frac{1}{671}\times \quad x^2-2x+2
\end{array}
&
\begin{array}{|l}
2x^3-19x^2+34x-30 \\ \hline
3x+45
\end{array}
\end{array}$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rr|l}
 & 6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 & 2x^3-19x^2+34x-30 \\ \cline{3-3}
 & 6x^4-57x^3+102x^2-90x & 3x+45 \\ \cline{2-2}
 & 45x^3-92x^2+94x-4 & \\ \cline{2-2}
2\times & 90x^3-184x^2+188x-8 & \\
 & 90x^3-855x^2+1530x-1350 & \\ \cline{2-2}
 & 671x^2-1342x+1342 & \\ \cline{2-2}
\frac{1}{671}\times & x^2-2x+2 &
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен x^2-2x+2

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{l|l}
\begin{array}{rrrrr}
6x^4 - & 12x^3 + & 10x^2 + & 4x - & 4 \\
6x^4 - & 57x^3 + & 102x^2 - & 90x & \\
\hline
 & 45x^3 - & 92x^2 + & 94x - & 4 \\
\hline
 & 90x^3 - & 184x^2 + & 188x - & 8 \\
 & 90x^3 - & 855x^2 + & 1530x - & 1350 \\
\hline
 & & 671x^2 - & 1342x + & 1342 \\
\hline
 & & x^2 - & 2x + & 2
\end{array}
&
\begin{array}{l}
2x^3 - 19x^2 + 34x - 30 \\
\hline
3x + 45
\end{array}
\end{array}
$$

$2\times$ (перед $45x^3 - 92x^2 + 94x - 4$)

$\frac{1}{671}\times$ (перед $671x^2 - 1342x + 1342$)

Підкреслимо, що многочлен $x^2 - 2x + 2 = r_2(x)$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{l r|l}
 & \begin{array}{r} 6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 \\ 6x^4-57x^3+102x^2-90x \\ \hline 45x^3-92x^2+94x-4 \end{array} & \begin{array}{l} 2x^3-19x^2+34x-30 \\ \hline 3x+45 \end{array} \\
{\color{red}2\times} & \begin{array}{r} \hline 90x^3-184x^2+188x-8 \\ 90x^3-855x^2+1530x-1350 \\ \hline 671x^2-1342x+1342 \end{array} & \\
{\color{red}\frac{1}{671}\times} & \begin{array}{r} \hline x^2-2x+2 \end{array} &
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$,

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rl}
\begin{array}{r}
6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 \\
6x^4-57x^3+102x^2-90x \\
\hline
45x^3-92x^2+94x-4 \\
\hline
{\color{red}2\times}\quad 90x^3-184x^2+188x-8 \\
90x^3-855x^2+1530x-1350 \\
\hline
671x^2-1342x+1342 \\
\hline
{\color{red}\tfrac{1}{671}\times}\quad x^2-2x+2
\end{array}
&
\begin{array}{|l}
2x^3-19x^2+34x-30 \\
\hline
3x+45
\end{array}
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$, але $\big(f(x),g(x)\big)=\big(-r_1(x),r_2(x)\big)$.

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rrl}
 & 6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 & \Big|\ 2x^3-19x^2+34x-30 \\
 & 6x^4-57x^3+102x^2-90x & \Big|\ \overline{3x+45} \\
\hline
 & 45x^3-92x^2+94x-4 & \\
\hline
2\times & 90x^3-184x^2+188x-8 & \\
 & 90x^3-855x^2+1530x-1350 & \\
\hline
 & 671x^2-1342x+1342 & \\
\hline
\frac{1}{671}\times & x^2-2x+2 &
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$, але $\big(f(x),g(x)\big)=\big(-r_1(x),r_2(x)\big)$.

3-й крок. Ділимо многочлен $-r_1(x)$ на $r_2(x)$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{lr|l}
 & 6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 & 2x^3-19x^2+34x-30 \\ \cline{3-3}
 & 6x^4-57x^3+102x^2-90x & 3x+45 \\ \cline{2-2}
 & 45x^3-92x^2+94x-4 & \\ \cline{2-2}
2\times & 90x^3-184x^2+188x-8 & \\
 & 90x^3-855x^2+1530x-1350 & \\ \cline{2-2}
 & 671x^2-1342x+1342 & \\ \cline{2-2}
\frac{1}{671}\times & x^2-2x+2 &
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$, але $\big(f(x),g(x)\big)=\big(-r_1(x),r_2(x)\big)$.

3-й крок. Ділимо многочлен $-r_1(x)$ на $r_2(x)$

$$2x^3-19x^2+34x-30=(x^2-2x+2)(2x-15).$$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rl}
 & \begin{array}{r|l} 6x^4-12x^3+10x^2+4x-4 & 2x^3-19x^2+34x-30 \\ \cline{2-2} 6x^4-57x^3+102x^2-90x & 3x+45 \\ \cline{1-1} 45x^3-92x^2+94x-4 & \\ \cline{1-1} \end{array} \\
2\times & \begin{array}{r} 90x^3-184x^2+188x-8 \\ 90x^3-855x^2+1530x-1350 \\ \hline 671x^2-1342x+1342 \\ \hline \end{array} \\
\frac{1}{671}\times & \begin{array}{r} x^2-2x+2 \end{array}
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$, але $\big(f(x),g(x)\big)=\big(-r_1(x),r_2(x)\big)$.

3-й крок. Ділимо многочлен $-r_1(x)$ на $r_2(x)$

$$2x^3-19x^2+34x-30=(x^2-2x+2)(2x-15).$$

Оскільки остача при останньому діленні дорівнює нулю,

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{rl}
\begin{array}{r}
6x^4-12x^3+\ 10x^2+\quad 4x-\quad 4\\
6x^4-57x^3+102x^2-\quad 90x\qquad\\
\hline
45x^3-\ 92x^2+\quad 94x-\quad 4\\
\hline
90x^3-184x^2+\ 188x-\quad 8\\
90x^3-855x^2+1530x-1350\\
\hline
671x^2-1342x+1342\\
\hline
x^2-2x+2
\end{array}
&
\begin{array}{|l}
2x^3-19x^2+34x-30\\
\hline
3x+45
\end{array}
\end{array}
$$

$2\times$

$\frac{1}{671}\times$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$, але $\big(f(x),g(x)\big)=\big(-r_1(x),r_2(x)\big)$.

3-й крок. Ділимо многочлен $-r_1(x)$ на $r_2(x)$

$$2x^3-19x^2+34x-30=(x^2-2x+2)(2x-15).$$

Оскільки остача при останньому діленні дорівнює нулю, то найбільшим спільним дільником заданих в умові многочленів $f(x)$ і $g(x)$

2-й крок. Ділимо многочлен $2g(x)$ на $-r_1(x)$. Зробимо це, користуючись діаграмою

$$
\begin{array}{l r|l}
 & 6x^4-12x^3+\ \ 10x^2+\qquad 4x-\qquad 4 & 2x^3-19x^2+34x-30 \\
 & 6x^4-57x^3+102x^2-\quad 90x\qquad\quad & \hline 3x+45 \\
\cline{2-2}
 & 45x^3-\ \ 92x^2+\quad 94x-\qquad 4 & \\
\cline{2-2}
2\times & 90x^3-184x^2+\ \ 188x-\qquad 8 & \\
 & 90x^3-855x^2+1530x-1350 & \\
\cline{2-2}
 & 671x^2-1342x+1342 & \\
\cline{2-2}
\frac{1}{671}\times & x^2-2x+2 &
\end{array}
$$

Підкреслимо, що многочлен $x^2-2x+2=r_2(x)$ не є остачею при діленні $2g(x)$ на $-r_1(x)$, але $\big(f(x),g(x)\big)=\big(-r_1(x),r_2(x)\big)$.

3-й крок. Ділимо многочлен $-r_1(x)$ на $r_2(x)$

$$2x^3-19x^2+34x-30=(x^2-2x+2)(2x-15).$$

Оскільки остача при останньому діленні дорівнює нулю, то найбільшим спільним дільником заданих в умові многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є многочлен $r_2(x)=x^2-2x+2$.

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці.

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ *є найбільшим спільним дільником многочленів* $f(x)$ *і* $g(x)$

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ із $P[x]$,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ *є найбільшим спільним дільником многочленів* $f(x)$ *і* $g(x)$ *із* $P[x]$, *то існують такі многочлени* $u(x)$, $v(x) \in P[x]$,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ із $P[x]$, то існують такі многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x). \tag{3}$$

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ із $P[x]$, то існують такі многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x). \tag{3}$$

Можна вважати при цьому,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ із $P[x]$, то існують такі многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x). \tag{3}$$

Можна вважати при цьому, що у випадку, коли $f(x)$ і $g(x)$ є многочленами натурального степеня,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ із $P[x]$, то існують такі многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x). \tag{3}$$

Можна вважати при цьому, що у випадку, коли $f(x)$ і $g(x)$ є многочленами натурального степеня, то степінь $u(x)$ менша за степінь $g(x)$,

Зауваження 4

Зважаючи на теорему про існування найбільшого спільного дільника, можна завжди вважати, що старший коефіцієнт найбільшого спільного дільника многочленів дорівнює одиниці. А тому, наприклад, можна стверджувати, що два многочлени взаємно прості тоді і тільки тоді, коли їх найбільший спільний дільник дорівнює одиниці.

Теорема 2

Якщо многочлен $d(x)$ є найбільшим спільним дільником многочленів $f(x)$ і $g(x)$ із $P[x]$, то існують такі многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x). \tag{3}$$

Можна вважати при цьому, що у випадку, коли $f(x)$ і $g(x)$ є многочленами натурального степеня, то степінь $u(x)$ менша за степінь $g(x)$, а степінь $v(x)$ менша за степінь $f(x)$.

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда,

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1).

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),$$
$$r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),$$
$$r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),$$
$$r_3(x) = r_1(x) - r_2(x)q_3(x),$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$
\begin{aligned}
r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x),\\
r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
\ldots&\ldots\ldots
\end{aligned}
$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$
\begin{aligned}
r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x),\\
r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
\ldots&\ldots\ldots\\
r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),
\end{aligned}
$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$
\begin{aligned}
&r_1(x) = f(x) - g(x)q_1(x),\\
&r_2(x) = g(x) - r_1(x)q_2(x),\\
&r_3(x) = r_1(x) - r_2(x)q_3(x),\\
&\dots\dots\dots\dots\\
&r_{n-1}(x) = r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x),\\
&r_n(x) = r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x).
\end{aligned}
$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \\ &\dots\dots\dots\dots \\ r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x), \\ r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x). \end{aligned} \tag{4}$$

Узявши до уваги, що $r_n(x) = cd(x)$,

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \\ &\dots\dots\dots\dots \\ r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x), \\ r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x). \end{aligned} \tag{4}$$

Узявши до уваги, що $r_n(x) = cd(x)$, де c — деякий ненульовий елемент поля P,

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \\ \ldots\ldots & \ldots\ldots \\ r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x), \\ r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x). \end{aligned} \tag{4}$$

Узявши до уваги, що $r_n(x) = cd(x)$, де c — деякий ненульовий елемент поля P, останню із рівностей (4) перепишемо у вигляді

$$cd(x) = r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x)$$

Доведення.

Застосувавши до многочленів $f(x)$ і $g(x)$ алгоритм Евкліда, одержимо рівності (1). Запишемо ці рівності в такому вигляді:

$$\begin{aligned} r_1(x) &= f(x) - g(x)q_1(x), \\ r_2(x) &= g(x) - r_1(x)q_2(x), \\ r_3(x) &= r_1(x) - r_2(x)q_3(x), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ r_{n-1}(x) &= r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x), \\ r_n(x) &= r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x). \end{aligned} \tag{4}$$

Узявши до уваги, що $r_n(x) = cd(x)$, де c — деякий ненульовий елемент поля P, останню із рівностей (4) перепишемо у вигляді

$$cd(x) = r_{n-2}(x) - r_{n-1}(x)q_n(x)$$

або ж

$$r_{n-2}(x) \cdot c^{-1} + r_{n-1}(x)\left[-c^{-1}q_n(x)\right] = d(x).$$

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$,

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$,

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$,

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$,

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

або ж, згрупувавши інакше доданки,

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

або ж, згрупувавши інакше доданки,

$$r_{n-3}(x)v_1(x) + r_{n-2}(x)\big(u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x)\big) = d(x). \tag{5}$$

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

або ж, згрупувавши інакше доданки,

$$r_{n-3}(x)v_1(x) + r_{n-2}(x)\big(u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x)\big) = d(x). \qquad (5)$$

Позначимо

$$u_2(x) = v_1(x),$$

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

або ж, згрупувавши інакше доданки,

$$r_{n-3}(x)v_1(x) + r_{n-2}(x)\big(u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x)\big) = d(x). \tag{5}$$

Позначимо

$$u_2(x) = v_1(x), \qquad v_2(x) = u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x).$$

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

або ж, згрупувавши інакше доданки,

$$r_{n-3}(x)v_1(x) + r_{n-2}(x)\big(u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x)\big) = d(x). \tag{5}$$

Позначимо

$$u_2(x) = v_1(x), \qquad v_2(x) = u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x).$$

Тоді рівність (5) перепишеться у вигляді

Позначивши c^{-1} символом $u_1(x)$, а $-c^{-1}q_n(x)$ — символом $v_1(x)$, запишемо останню рівність так:

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + r_{n-1}(x)v_1(x) = d(x).$$

Підставивши у цю рівність замість $r_{n-1}(x)$ його вираз через $r_{n-2}(x)$ і $r_{n-3}(x)$, тобто $r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)$, одержимо

$$r_{n-2}(x)u_1(x) + \big(r_{n-3}(x) - r_{n-2}(x)q_{n-1}(x)\big)v_1(x) = d(x)$$

або ж, згрупувавши інакше доданки,

$$r_{n-3}(x)v_1(x) + r_{n-2}(x)\big(u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x)\big) = d(x). \tag{5}$$

Позначимо

$$u_2(x) = v_1(x), \qquad v_2(x) = u_1(x) - v_1(x)q_{n-1}(x).$$

Тоді рівність (5) перепишеться у вигляді

$$r_{n-3}(x)u_2(x) + r_{n-2}(x)v_2(x) = d(x).$$

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д.

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь,

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x)+g(x)v(x)=d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно,

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$.

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$,

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.
Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу,

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.

Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу, вказавши тільки наступне: якщо степінь многочлена $u(x)$ більша або рівна за степінь многочлена $g(x)$,

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.
Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу, вказавши тільки наступне: якщо степінь многочлена $u(x)$ більша або рівна за степінь многочлена $g(x)$, то поділимо $u(x)$ на $g(x)$;

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.

Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу, вказавши тільки наступне: якщо степінь многочлена $u(x)$ більша або рівна за степінь многочлена $g(x)$, то поділимо $u(x)$ на $g(x)$; нехай $q(x)$ — частка,

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.
Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу, вказавши тільки наступне: якщо степінь многочлена $u(x)$ більша або рівна за степінь многочлена $g(x)$, то поділимо $u(x)$ на $g(x)$; нехай $q(x)$ — частка, $r(x)$ — остача при діленні $u(x)$ на $g(x)$;

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.

Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу, вказавши тільки наступне: якщо степінь многочлена $u(x)$ більша або рівна за степінь многочлена $g(x)$, то поділимо $u(x)$ на $g(x)$; нехай $q(x)$ — частка, $r(x)$ — остача при діленні $u(x)$ на $g(x)$; тоді рівність (3) можна переписати у вигляді

$$f(x)r(x) + g(x)[v(x) + f(x)q(x)] = d(x);$$

У знайдену рівність замість r_{n-2} підставимо вираз через $r_{n-3}(x)$ і $r_{n-4}(x)$ і т. д. Виконавши $n-1$ таких послідовних підставлянь, знайдемо потрібну рівність

$$f(x)u(x)+g(x)v(x)=d(x).$$

З побудови многочленів $u(x)$ і $v(x)$ видно, що вони належать до кільця $P[x]$. Отже, многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (3), існують.
Доведення другого твердження теореми залишаємо на самостійну роботу, вказавши тільки наступне: якщо степінь многочлена $u(x)$ більша або рівна за степінь многочлена $g(x)$, то поділимо $u(x)$ на $g(x)$; нехай $q(x)$ — частка, $r(x)$ — остача при діленні $u(x)$ на $g(x)$; тоді рівність (3) можна переписати у вигляді

$$f(x)r(x)+g(x)[v(x)+f(x)q(x)]=d(x);$$

слід лише показати, що степінь многочлена $v(x)+f(x)q(x)$ менша за степінь многочлена $f(x)$. $\square$

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ *є взаємно простими*

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ *є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени* $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ *такі,*

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ *є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени* $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ *такі, що*

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \qquad (6)$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості,

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \quad (6)$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$,

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \qquad (6)$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6),

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує,

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ *є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени* $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ *такі, що*

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \qquad (6)$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6),

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ *є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени* $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ *такі, що*

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ *є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени* $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ *такі, що*

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \qquad (6)$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої. Тобто $1 = h(x)w(x)$, для деякого многочлена $w(x)$ із $P[x]$.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої. Тобто $1 = h(x)w(x)$, для деякого многочлена $w(x)$ із $P[x]$. Останнє означає, що $h(x)$ є оборотним елементом кільця $P[x]$,

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої. Тобто $1 = h(x)w(x)$, для деякого многочлена $w(x)$ із $P[x]$. Останнє означає, що $h(x)$ є оборотним елементом кільця $P[x]$, а тому є многочленом нульового степеня.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої. Тобто $1 = h(x)w(x)$, для деякого многочлена $w(x)$ із $P[x]$. Останнє означає, що $h(x)$ є оборотним елементом кільця $P[x]$, а тому є многочленом нульового степеня. Таким чином, довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є многочленом нульового степеня.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої. Тобто $1 = h(x)w(x)$, для деякого многочлена $w(x)$ із $P[x]$. Останнє означає, що $h(x)$ є оборотним елементом кільця $P[x]$, а тому є многочленом нульового степеня. Таким чином, довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є многочленом нульового степеня. Це означає, що ці многочлени — взаємно прості.

Теорема 3

Многочлени $f(x)$, $g(x) \in P[x]$ є взаємно простими тоді і тільки тоді, коли існують многочлени $u(x)$, $v(x) \in P[x]$ такі, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1. \tag{6}$$

Доведення.

Доведемо спочатку необхідність теореми. Припустимо, що многочлени $f(x)$ і $g(x)$ — взаємно прості, тобто найбільший спільний дільник їх дорівнює 1. Тоді за теоремою 2 існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$ із $P[x]$, для яких справджується рівність (6).

Достатність теореми слідує із наступних міркувань. Припустимо, що в кільці $P[x]$ існують многочлени $u(x)$ і $v(x)$, для яких справджується рівність (6), і нехай $h(x)$ — довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$. Тоді з властивостей подільності многочленів слідує, що многочлен $h(x)$ є дільником лівої частини рівності (6), а отже, і правої. Тобто $1 = h(x)w(x)$, для деякого многочлена $w(x)$ із $P[x]$. Останнє означає, що $h(x)$ є оборотним елементом кільця $P[x]$, а тому є многочленом нульового степеня. Таким чином, довільний спільний дільник многочленів $f(x)$ і $g(x)$ є многочленом нульового степеня. Це означає, що ці многочлени — взаємно прості. Теорему доведено. □

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ *взаємно простий з кожним із многочленів* $g(x)$ *і* $h(x)$,

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ *взаємно простий з кожним із многочленів* $g(x)$ *і* $h(x)$*, тоді він взаємно простий і з їх добутком* $g(x)h(x)$*.*

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$,

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$,

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Звідси, всякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і добутку $g(x)h(x)$

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Звідси, всякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і добутку $g(x)h(x)$ є також дільником і для многочлена $h(x)$.

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Звідси, всякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і добутку $g(x)h(x)$ є також дільником і для многочлена $h(x)$. Оскільки за умовою теореми многочлени $f(x)$ і $h(x)$ є взаємно простими,

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Звідси, всякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і добутку $g(x)h(x)$ є також дільником і для многочлена $h(x)$. Оскільки за умовою теореми многочлени $f(x)$ і $h(x)$ є взаємно простими, тобто не мають спільних дільників натурального (тобто ненульового) степеня,

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Звідси, всякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і добутку $g(x)h(x)$ є також дільником і для многочлена $h(x)$. Оскільки за умовою теореми многочлени $f(x)$ і $h(x)$ є взаємно простими, тобто не мають спільних дільників натурального (тобто ненульового) степеня, то многочлени $f(x)$ і $g(x)h(x)$ також не мають спільних дільників натурального степеня.

Теорема 4

Якщо многочлен $f(x)$ взаємно простий з кожним із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, тоді він взаємно простий і з їх добутком $g(x)h(x)$.

Доведення.

За попередньою теоремою, в кільці $P[x]$ є такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + g(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $h(x)$, одержимо

$$f(x)\Big(u(x)h(x)\Big) + \Big(g(x)h(x)\Big)v(x) = h(x).$$

Звідси, всякий спільний дільник многочленів $f(x)$ і добутку $g(x)h(x)$ є також дільником і для многочлена $h(x)$. Оскільки за умовою теореми многочлени $f(x)$ і $h(x)$ є взаємно простими, тобто не мають спільних дільників натурального (тобто ненульового) степеня, то многочлени $f(x)$ і $g(x)h(x)$ також не мають спільних дільників натурального степеня. Теорему доведено. $\square$

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ *і* $g(x)$ *ділиться на* $h(x)$,

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості,

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Доведення.

Оскільки многочлени $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості,

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Доведення.

Оскільки многочлени $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то в кільці $P[x]$ існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$,

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Доведення.

Оскільки многочлени $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то в кільці $P[x]$ існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + h(x)v(x) = 1.$$

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Доведення.

Оскільки многочлени $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то в кільці $P[x]$ існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + h(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $g(x)$, одержимо

$$\Big(f(x)g(x)\Big)u(x) + h(x)\Big(g(x)v(x)\Big) = g(x).$$

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Доведення.

Оскільки многочлени $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то в кільці $P[x]$ існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + h(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $g(x)$, одержимо

$$\Big(f(x)g(x)\Big)u(x) + h(x)\Big(g(x)v(x)\Big) = g(x).$$

Ліва частина цієї рівності ділиться на $h(x)$,

Теорема 5

Якщо добуток многочленів $f(x)$ і $g(x)$ ділиться на $h(x)$, але $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, тоді $g(x)$ ділиться на $h(x)$.

Доведення.

Оскільки многочлени $f(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то в кільці $P[x]$ існують такі многочлени $u(x)$ і $v(x)$, що

$$f(x)u(x) + h(x)v(x) = 1.$$

Помноживши цю рівність на $g(x)$, одержимо

$$\Big(f(x)g(x)\Big)u(x) + h(x)\Big(g(x)v(x)\Big) = g(x).$$

Ліва частина цієї рівності ділиться на $h(x)$, а тому і права частина — многочлен $g(x)$ — ділиться на $h(x)$. $\square$

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$,

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості,

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$,

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$.

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$,

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$, а тому добуток $g(x)u(x)$ ділиться на $h(x)$.

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$, а тому добуток $g(x)u(x)$ ділиться на $h(x)$. Проте оскільки многочлени $g(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості,

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$, а тому добуток $g(x)u(x)$ ділиться на $h(x)$. Проте оскільки многочлени $g(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то за теоремою 5 многочлен $u(x)$ ділиться на $h(x)$,

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$, а тому добуток $g(x)u(x)$ ділиться на $h(x)$. Проте оскільки многочлени $g(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то за теоремою 5 многочлен $u(x)$ ділиться на $h(x)$, тобто $u(x) = h(x)v(x)$ для деякого $v(x) \in P[x]$.

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$, а тому добуток $g(x)u(x)$ ділиться на $h(x)$. Проте оскільки многочлени $g(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то за теоремою 5 многочлен $u(x)$ ділиться на $h(x)$, тобто $u(x) = h(x)v(x)$ для деякого $v(x) \in P[x]$. Звідси

$$f(x) = \Big(g(x)h(x)\Big)v(x)$$

Теорема 6

Якщо многочлен $f(x)$ ділиться на кожен із многочленів $g(x)$ і $h(x)$, які між собою взаємно прості, тоді $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$.

Доведення.

Оскільки $f(x)$ ділиться на $g(x)$, то $f(x) = g(x)u(x)$, для деякого $u(x) \in P[x]$. За умовою $f(x)$ ділиться на $h(x)$, а тому добуток $g(x)u(x)$ ділиться на $h(x)$. Проте оскільки многочлени $g(x)$ і $h(x)$ — взаємно прості, то за теоремою 5 многочлен $u(x)$ ділиться на $h(x)$, тобто $u(x) = h(x)v(x)$ для деякого $v(x) \in P[x]$. Звідси

$$f(x) = \Big(g(x)h(x)\Big)v(x)$$

і, отже, $f(x)$ ділиться на добуток $g(x)h(x)$. □