Кільце многочленів від кількох невідомих. Симетричні многочлени

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

22 грудня 2022 року

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле,

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число.

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n},$$

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P,

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а $k_1, k_2, \ldots, k_n$

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, $\ldots$, x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, $\ldots$, k_n — деякі невід'ємні цілі числа.

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а $k_1, k_2, \ldots, k_n$ — деякі невід'ємні цілі числа. Показники $k_1, k_2, \ldots, k_n$

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих,

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а $k_1, k_2, \ldots, k_n$ — деякі невід'ємні цілі числа. Показники $k_1, k_2, \ldots, k_n$ називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$a x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а $k_1, k_2, \ldots, k_n$ — деякі невід'ємні цілі числа. Показники $k_1, k_2, \ldots, k_n$ називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Позначимо через X

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Позначимо через X n-вимірний вектор $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$,

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Позначимо через X n-вимірний вектор $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, через K

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Позначимо через X n-вимірний вектор $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, через K — вектор $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$,

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Позначимо через X n-вимірний вектор $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, через K — вектор $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$, а через X^K

Означення 1

Нехай P — деяке довільне поле, n — деяке натуральне число. Одночленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз вигляду

$$ax_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n},$$

де a — елемент поля P, а k_1, k_2, ..., k_n — деякі невід'ємні цілі числа. Показники k_1, k_2, ..., k_n називаються степенями одночлена відносно відповідних невідомих, а число

$$k_1 + k_2 + \cdots + k_n$$

називається степенем одночлена.

Позначимо через X n-вимірний вектор $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, через K — вектор $(k_1, k_2, \ldots, k_n)$, а через X^K — одночлен вигляду

$$x_1^{k_1}x_2^{k_2}\cdots x_n^{k_n}.$$

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз,

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих,

Означення 2

Многочленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

Означення 2

Многочленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$,

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_t \in P$,

Означення 2

Многочленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, a_1, a_2, ..., $a_t \in P$, а K_1, K_2, ..., K_t

Означення 2

Многочленом від невідомих x_1, x_2, ..., x_n над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, a_1, a_2, ..., $a_t \in P$, а K_1, K_2, ..., K_t — деякі попарно різні n-вимірні вектори

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \ldots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \ldots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.

Степенем многочлена (1)

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \ldots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.
Степенем многочлена (1) називається максимальний із степенів одночленів,

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \ldots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.
Степенем многочлена (1) називається максимальний із степенів одночленів, що його складають.

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \dots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \dots + a_tX^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \dots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \dots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.

Степенем многочлена (1) називається максимальний із степенів одночленів, що його складають.

Приклади многочленів.

$$7x_1^3x_2^5 + (-4)x_1^3x_2 + (-1)x_1x_2 + 1x_1^0x_2 + 9x_1^0x_2^0,$$

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \dots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \dots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \dots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.
Степенем многочлена (1) називається максимальний із степенів одночленів, що його складають.

Приклади многочленів.

$$7x_1^3 x_2^5 - 4x_1^3 x_2 - x_1 x_2 + x_2 + 9,$$

Означення 2

Многочленом від невідомих $x_1, x_2, \ldots, x_n$ над полем P називається алгебраїчний вираз, що є формальною сумою одночленів від цих невідомих, тобто вираз вигляду

$$a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \tag{1}$$

де $t \in \mathbb{N}$, $a_1, a_2, \ldots, a_t \in P$, а $K_1, K_2, \ldots, K_t$ — деякі попарно різні n-вимірні вектори з невід'ємними цілими компонентами.

Степенем многочлена (1) називається максимальний із степенів одночленів, що його складають.

Приклади многочленів.

$$7x_1^3x_2^5 - 4x_1^3x_2 - x_1x_2 + x_2 + 9,$$

$$5abc - 2a^2c + 5ab^2 - 4a + b + 7c - 20.$$

Означення 3

Многочлени

Означення 3

Многочлени

$$f(X) \quad = \quad a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \qquad (2)$$

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1 X^{L_1} + b_2 X^{L_2} + \cdots + a_s X^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними,

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1 X^{L_1} + b_2 X^{L_2} + \cdots + a_s X^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1 X^{K_1} + a_2 X^{K_2} + \cdots + a_t X^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1 X^{L_1} + b_2 X^{L_2} + \cdots + a_s X^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного i

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \tag{2}$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \tag{3}$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \ldots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)},$$

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \tag{2}$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \tag{3}$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \ldots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)}, \quad K_i = L_{\delta(i)}.$$

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \ldots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)}, \quad K_i = L_{\delta(i)}.$$

Зауваження 1

Тобто многочлени $f(X)$ і $g(X)$

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \ldots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)}, \quad K_i = L_{\delta(i)}.$$

Зауваження 1

Тобто многочлени $f(X)$ і $g(X)$ рівні тоді і тільки тоді,

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \qquad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \qquad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \dots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)}, \quad K_i = L_{\delta(i)}.$$

Зауваження 1

Тобто многочлени $f(X)$ і $g(X)$ рівні тоді і тільки тоді, коли вони складені із однакових одночленів,

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

називаються рівними, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \dots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)}, \quad K_i = L_{\delta(i)}.$$

Зауваження 1

Тобто многочлени $f(X)$ і $g(X)$ рівні тоді і тільки тоді, коли вони складені із однакових одночленів, розміщених можливо в різному порядку.

Означення 3

Многочлени

$$f(X) = a_1X^{K_1} + a_2X^{K_2} + \cdots + a_tX^{K_t}, \quad (2)$$

$$g(X) = b_1X^{L_1} + b_2X^{L_2} + \cdots + a_sX^{L_s}, \quad (3)$$

називаються **рівними**, якщо $s = t$ і знайдеться підстановка δ степеня t така, що кожного $i \in \{1, 2, \dots, t\}$ справджуються рівності

$$a_i = b_{\delta(i)}, \quad K_i = L_{\delta(i)}.$$

Зауваження 1

Тобто многочлени $f(X)$ і $g(X)$ рівні тоді і тільки тоді, коли вони складені із однакових одночленів, розміщених можливо в різному порядку.

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \dots, t);$$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K,$$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$,

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \dots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \dots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \dots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \dots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

де $\mathcal{M} = \mathcal{K} \cup \mathcal{L}$,

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

де $\mathcal{M} = \mathcal{K} \cup \mathcal{L}$, $c_M = a_M + b_M$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

де $\mathcal{M} = \mathcal{K} \cup \mathcal{L}$, $c_M = a_M + b_M$ для всіх $M \in \mathcal{M}$,

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

де $\mathcal{M} = \mathcal{K} \cup \mathcal{L}$, $c_M = a_M + b_M$ для всіх $M \in \mathcal{M}$, вважаючи $a_M = 0$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

де $\mathcal{M} = \mathcal{K} \cup \mathcal{L}$, $c_M = a_M + b_M$ для всіх $M \in \mathcal{M}$, вважаючи $a_M = 0$ або $b_M = 0$

Далі, якщо перепозначити коефіцієнти многочленів (2) і (3) наступним чином:

$$a_{K_i} = a_i, \quad (i = 1, \ldots, t); \quad b_{L_j} = b_j, \quad (j = 1, \ldots, s),$$

то ці многочлени можна записати у вигляді

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K, \quad g(X) = \sum_{L \in \mathcal{L}} b_L X^L,$$

де $\mathcal{K} = \{K_1, K_2, \ldots, K_t\}$, $\mathcal{L} = \{L_1, L_2, \ldots, L_s\}$.

Означення 4

Сумою многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) + g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} c_M X^M, \tag{4}$$

де $\mathcal{M} = \mathcal{K} \cup \mathcal{L}$, $c_M = a_M + b_M$ для всіх $M \in \mathcal{M}$, вважаючи $a_M = 0$ або $b_M = 0$ за умови, якщо відповідно $M \notin \mathcal{K}$ або $M \notin \mathcal{L}$.

Приклад суми многочленів.

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^3 x_2 - 3x_2^2 + 4x_1 x_2 - x_1 + 5,$$

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^3x_2 - 3x_2^2 + 4x_1x_2 - x_1 + 5,$$
$$g(x_1, x_2) = 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2 + 2x_2 - 9,$$

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^3x_2 - 3x_2^2 + 4x_1x_2 - x_1 + 5,$$

$$g(x_1, x_2) = 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2 + 2x_2 - 9,$$

$$\mathcal{K} = \{(3,1),\ (0,2),\ (1,1),\ (1,0),\ (0,0)\},$$

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$f(x_1, x_2) = 2x_1^3x_2 - 3x_2^2 + 4x_1x_2 - x_1 + 5,$$

$$g(x_1, x_2) = 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2 + 2x_2 - 9,$$

$$\mathcal{K} = \{(3,1),\ (0,2),\ (1,1),\ (1,0),\ (0,0)\},$$

$$\mathcal{L} = \{(2,2),\ (2,0),\ (1,1),\ (0,2),\ (0,1),\ (0,0)\}.$$

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$
\begin{aligned}
f(x_1, x_2) &= 2x_1^3 x_2 - 3x_2^2 + 4x_1 x_2 - x_1 + 5,\\
g(x_1, x_2) &= 6x_1^2 x_2^2 + x_1^2 - 4x_1 x_2 + 7x_2^2 + 2x_2 - 9,\\
\mathcal{K} &= \{(3,1),\ (0,2),\ (1,1),\ (1,0),\ (0,0)\},\\
\mathcal{L} &= \{(2,2),\ (2,0),\ (1,1),\ (0,2),\ (0,1),\ (0,0)\}.
\end{aligned}
$$

Тоді

$$f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2) =$$

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$
\begin{aligned}
f(x_1, x_2) &= 2x_1^3x_2 - 3x_2^2 + 4x_1x_2 - x_1 + 5,\\
g(x_1, x_2) &= 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2 + 2x_2 - 9,\\
\mathcal{K} &= \{(3,1),\ (0,2),\ (1,1),\ (1,0),\ (0,0)\},\\
\mathcal{L} &= \{(2,2),\ (2,0),\ (1,1),\ (0,2),\ (0,1),\ (0,0)\}.
\end{aligned}
$$

Тоді

$$f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2) = 2x_1^3x_2 + 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 + 4x_2^2 - x_1 + 2x_2 - 4,$$

Приклад суми многочленів.

Нехай

$$f(x_1,x_2) = 2x_1^3x_2 - 3x_2^2 + 4x_1x_2 - x_1 + 5,$$
$$g(x_1,x_2) = 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 - 4x_1x_2 + 7x_2^2 + 2x_2 - 9,$$
$$\mathcal{K} = \{(3,1),\ (0,2),\ (1,1),\ (1,0),\ (0,0)\},$$
$$\mathcal{L} = \{(2,2),\ (2,0),\ (1,1),\ (0,2),\ (0,1),\ (0,0)\}.$$

Тоді

$$f(x_1,x_2) + g(x_1,x_2) = 2x_1^3x_2 + 6x_1^2x_2^2 + x_1^2 + 4x_2^2 - x_1 + 2x_2 - 4,$$
$$\mathcal{M} = \{(3,1),\ (2,2),\ (2,0),\ (1,1),\ (0,2),\ (1,0),\ (0,1),\ (0,0)\}$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$
$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X)\cdot g(X)=\sum_{M\in\mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M}=\{K+L\mid K\in\mathcal{K},\ L\in\mathcal{L}\},$$

$$d_M=\textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M\in\mathcal{M}).$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$

$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$

$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a - b) \cdot (a + b) =$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$

$$d_M = \sum\nolimits_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2,$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$
$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2,$$
$$(x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_2) =$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$
$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2,$$
$$(x_1 + x_2)\cdot(x_1 + x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2,$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$
$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2,$$
$$(x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2,$$
$$(a - b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + b^{n-1}) =$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$
$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a-b)\cdot(a+b) = a^2 - b^2,$$
$$(x_1 + x_2)\cdot(x_1 + x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2,$$
$$(a-b)\cdot(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + b^{n-1}) = a^n - b^n.$$

Означення 5

Добутком многочленів $f(X)$ і $g(X)$ називається многочлен

$$f(X) \cdot g(X) = \sum_{M \in \mathcal{M}} d_M X^M,$$

де

$$\mathcal{M} = \{K + L \mid K \in \mathcal{K},\ L \in \mathcal{L}\},$$
$$d_M = \textstyle\sum_{K+L=M} a_K b_L \quad (M \in \mathcal{M}).$$

Приклад добутку многочленів.

$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2,$$
$$(x_1 + x_2) \cdot (x_1 + x_2) = x_1^2 + 2x_1x_2 + x_2^2,$$
$$(a-b) \cdot (a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \cdots + b^{n-1}) = a^n - b^n.$$

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності*

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \dots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\dots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями*

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями додавання і множення многочленів*

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, ..., x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями додавання і множення многочленів є комутативним кільцем з одиницею.*

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями додавання і множення многочленів є комутативним кільцем з одиницею.*

Теорема 2

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями додавання і множення многочленів є комутативним кільцем з одиницею.*

Теорема 2

Степінь добутку двох ненульових многочленів

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями додавання і множення многочленів є комутативним кільцем з одиницею.*

Теорема 2

Степінь добутку двох ненульових многочленів із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$

Теорема 1

Множина $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ *всіх многочленів від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *над полем* P *із введеними на ній відношенням рівності та бінарними алгебраїчними операціями додавання і множення многочленів є комутативним кільцем з одиницею.*

Теорема 2

Степінь добутку двох ненульових многочленів із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$ *дорівнює сумі степенів перемножуваних многочленів.*

Означення 6

Многочлен $g(X)$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X)$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$,

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X)$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X)$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$,

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається **незвідним**,

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається незвідним, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів,

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \dots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X) \in P[x_1, \dots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \dots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \dots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається **незвідним**, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається незвідним, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Теорема 3

Будь-який многочлен із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається **незвідним**, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Теорема 3

Будь-який многочлен із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$ натурального степеня

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається **незвідним**, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Теорема 3

Будь-який многочлен із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$ натурального степеня розкладається у добуток незвідних многочленів.

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається **дільником** многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається **незвідним**, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Теорема 3

Будь-який многочлен із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$ натурального степеня розкладається у добуток незвідних многочленів. Цей розклад є однозначним

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається незвідним, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Теорема 3

Будь-який многочлен із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$ натурального степеня розкладається у добуток незвідних многочленів. Цей розклад є однозначним з точністю до множників нульового степеня

Означення 6

Многочлен $g(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ називається дільником многочлена $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$, якщо існує многочлен $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ такий, що $f(X) = g(X) \cdot h(X)$.

Означення 7

Многочлен $f(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ степеня k, де $k \in \mathbb{N}$, називається незвідним, якщо він не представляється у вигляді добутку двох многочленів, степені яких менші за k.

Теорема 3

Будь-який многочлен із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$ натурального степеня розкладається у добуток незвідних многочленів. Цей розклад є однозначним з точністю до множників нульового степеня і порядку слідування незвідних множників.

Приклад незвідного многочлена.

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом.

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним,

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня,

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0, 0)$,

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0, 0)$, $(a_2, b_2) \neq (0, 0)$.

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0, 0)$, $(a_2, b_2) \neq (0, 0)$. Звідси

$$3x^2 + y$$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0, 0)$, $(a_2, b_2) \neq (0, 0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &+(a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0,0)$, $(a_2, b_2) \neq (0,0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad + (a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5)

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0,0)$, $(a_2, b_2) \neq (0,0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad + (a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5) випливає система рівностей

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x, y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x, y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x, y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x, y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0, 0)$, $(a_2, b_2) \neq (0, 0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad +(a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5) випливає система рівностей

$$a_1a_2 = 3, \quad a_1b_2 + a_2b_1 = 0, \quad b_1b_2 = 0, \tag{6}$$

$$b_1c_2 + b_2c_1 = 1. \tag{7}$$

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0,0)$, $(a_2, b_2) \neq (0,0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y \;&=\; a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad +(a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5) випливає система рівностей

$$a_1a_2 = 3, \quad a_1b_2 + a_2b_1 = 0, \quad b_1b_2 = 0, \tag{6}$$

$$b_1c_2 + b_2c_1 = 1. \tag{7}$$

Із рівностей (6) слідує,

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0,0)$, $(a_2, b_2) \neq (0,0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad +(a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5) випливає система рівностей

$$a_1a_2 = 3, \quad a_1b_2 + a_2b_1 = 0, \quad b_1b_2 = 0, \tag{6}$$

$$b_1c_2 + b_2c_1 = 1. \tag{7}$$

Із рівностей (6) слідує, що $b_1 = b_2 = 0$,

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0,0)$, $(a_2, b_2) \neq (0,0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad + (a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5) випливає система рівностей

$$a_1a_2 = 3, \quad a_1b_2 + a_2b_1 = 0, \quad b_1b_2 = 0, \tag{6}$$

$$b_1c_2 + b_2c_1 = 1. \tag{7}$$

Із рівностей (6) слідує, що $b_1 = b_2 = 0$, що в свою чергу суперечить рівності (7).

Приклад незвідного многочлена.

Многочлен $f(x,y) = 3x^2 + y$ із кільця $\mathbb{Q}[x,y]$ є незвідним многочленом. У протилежному випадку многочлен $f(x,y)$ був би є звідним, а оскільки $f(x,y)$ — многочлен другого степеня, тоді він розкладався б у добуток многочленів першого степеня:

$$3x^2 + y = (a_1x + b_1y + c_1)(a_2x + b_2y + c_2)$$

де $(a_1, b_1) \neq (0,0)$, $(a_2, b_2) \neq (0,0)$. Звідси

$$\begin{aligned} 3x^2 + y &= a_1a_2x^2 + (a_1b_2 + a_2b_1)xy + b_1b_2y^2 + \\ &\quad +(a_1c_2 + a_2c_1)x + (b_1c_2 + b_2c_1)y + c_1c_2. \end{aligned} \tag{5}$$

Із рівності многочленів (5) випливає система рівностей

$$a_1a_2 = 3, \quad a_1b_2 + a_2b_1 = 0, \quad b_1b_2 = 0, \tag{6}$$
$$b_1c_2 + b_2c_1 = 1. \tag{7}$$

Із рівностей (6) слідує, що $b_1 = b_2 = 0$, що в свою чергу суперечить рівності (7). Це доводить незвідність многочлена $3x^2 + y$.

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$

Означення 8

Нехай
$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$
— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P,

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами.

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K\in\mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

Означення 8

Нехай
$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$
— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$
$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени,

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1, k_2, \ldots, k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1, l_2, \ldots, l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$,

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами.

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9)

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K\in\mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10),

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1, k_2, \ldots, k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1, l_2, \ldots, l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число i

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$,

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1, k_2, \ldots, k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1, l_2, \ldots, l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, що

$$k_1 = l_1,$$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, що

$$k_1 = l_1, \quad k_2 = l_2,$$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, що

$$k_1 = l_1, \quad k_2 = l_2, \quad \ldots,$$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, що

$$k_1 = l_1, \quad k_2 = l_2, \quad \ldots, \quad k_{i-1} = l_{i-1},$$

Означення 8

Нехай

$$f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K \quad (a_K \in P,\ K \in \mathcal{K}) \tag{8}$$

— многочлен від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами. Припустимо, що

$$a_{(k_1,k_2,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n}, \tag{9}$$

$$a_{(l_1,l_2,\ldots,l_n)} x_1^{l_1} x_2^{l_2} \cdots x_n^{l_n} \tag{10}$$

— два різні одночлени, які входять у многочлен $f(X)$, з ненульовими коефіцієнтами. Кажуть, що одночлен (9) вище одночлена (10), якщо існує таке число $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, що

$$k_1 = l_1, \quad k_2 = l_2, \quad \ldots, \quad k_{i-1} = l_{i-1}, \quad k_i > l_i.$$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$,

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного,

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$.

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K\in\mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P,

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ ($X = (x_1, \ldots, x_n)$) над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами,

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами,

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ ($X = (x_1, \ldots, x_n)$) над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним,

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним, якщо для будь-якого вектора $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n)$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K\in\mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним, якщо для будь-якого вектора $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n) \in \mathcal{K}$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ ($X = (x_1, \ldots, x_n)$) над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним, якщо для будь-якого вектора $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n) \in \mathcal{K}$ і для будь-якої підстановки δ

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним, якщо для будь-якого вектора $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n) \in \mathcal{K}$ і для будь-якої підстановки δ степеня n

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ $(X = (x_1, \ldots, x_n))$ над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним, якщо для будь-якого вектора $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n) \in \mathcal{K}$ і для будь-якої підстановки δ степеня n виконуються умови:

$$L = (k_{\delta(1)}, k_{\delta(2)}, \ldots, k_{\delta(n)}) \in \mathcal{K},$$

Означення 9

Запис многочлена $f(X)$, у якому кожен одночлен вище наступного, називається лексикографічним записом многочлена $f(X)$. Перший одночлен у лексикографічному записі $f(X)$ називається вищим одночленом многочлена $f(X)$.

Теорема 4

Вищий одночлен добутку двох многочленів від n невідомих дорівнює добутку вищих одночленів співмножників.

Означення 10

Многочлен $f(X) = \sum\limits_{K \in \mathcal{K}} a_K X^K$ від невідомих $x_1, \ldots, x_n$ ($X = (x_1, \ldots, x_n)$) над полем P, де $\mathcal{K}$ — деяка скінченна множина n-вимірних векторів із цілими невід'ємними компонентами, називається симетричним, якщо для будь-якого вектора $K = (k_1, k_2, \ldots, k_n) \in \mathcal{K}$ і для будь-якої підстановки δ степеня n виконуються умови:

$$L = (k_{\delta(1)}, k_{\delta(2)}, \ldots, k_{\delta(n)}) \in \mathcal{K}, \qquad a_L = a_K.$$

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_{n-1}x_n,$$

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \dots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \dots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \dots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sigma_{n-1} = x_1x_2\cdots x_{n-1} + \cdots + x_2x_3\cdots x_n,$$

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sigma_{n-1} = x_1x_2\cdots x_{n-1} + \cdots + x_2x_3\cdots x_n,$$

$$\sigma_n = x_1x_2\cdots x_n$$

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sigma_{n-1} = x_1x_2\cdots x_{n-1} + \cdots + x_2x_3\cdots x_n,$$

$$\sigma_n = x_1x_2\cdots x_n$$

є симетричними многочленами із кільця $P[x_1, \dots, x_n]$.

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sigma_{n-1} = x_1x_2\cdots x_{n-1} + \cdots + x_2x_3\cdots x_n,$$

$$\sigma_n = x_1x_2\cdots x_n$$

є симетричними многочленами із кільця $P[x_1,\ldots,x_n]$.

Означення 11

Многочлени, приведені у теоремі 5,

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sigma_{n-1} = x_1x_2\cdots x_{n-1} + \cdots + x_2x_3\cdots x_n,$$

$$\sigma_n = x_1x_2\cdots x_n$$

є симетричними многочленами із кільця $P[x_1, \dots, x_n]$.

Означення 11

Многочлени, приведені у теоремі 5, називаються **елементарними симетричними многочленами**

Теорема 5

Многочлени

$$\sigma_1 = x_1 + x_2 + \cdots + x_n,$$

$$\sigma_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + \cdots + x_{n-1}x_n,$$

$$\sigma_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + \cdots + x_{n-2}x_{n-1}x_n,$$

$$\dots\dots\dots$$

$$\sigma_{n-1} = x_1x_2\cdots x_{n-1} + \cdots + x_2x_3\cdots x_n,$$

$$\sigma_n = x_1x_2\cdots x_n$$

є симетричними многочленами із кільця $P[x_1, \dots, x_n]$.

Означення 11

Многочлени, приведені у теоремі 5, називаються **елементарними симетричними многочленами** від невідомих x_1, x_2, ..., x_n.

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, $\ldots$, $g_n(X)$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, $\ldots$, $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots,$ $x_n]$, Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, $\ldots$, $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \ldots g_n)$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \ldots g_n)$ будемо позначати многочлен

$$\sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} \cdot g_1(X)^{k_1} \cdot g_2(X)^{k_2} \cdots g_n(X)^{k_n}. \tag{11}$$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \ldots g_n)$ будемо позначати многочлен

$$\sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} \cdot g_1(X)^{k_1} \cdot g_2(X)^{k_2} \cdots g_n(X)^{k_n}. \tag{11}$$

Якщо ж для многочлена $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \dots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\dots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\dots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\dots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \dots g_n)$ будемо позначати многочлен

$$\sum_{(k_1,\dots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\dots,k_n)} \cdot g_1(X)^{k_1} \cdot g_2(X)^{k_2} \cdots g_n(X)^{k_n}. \tag{11}$$

Якщо ж для многочлена $h(X) \in P[x_1, \dots, x_n]$ і деяких многочленів $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \ldots g_n)$ будемо позначати многочлен

$$\sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} \cdot g_1(X)^{k_1} \cdot g_2(X)^{k_2} \cdots g_n(X)^{k_n}. \qquad (11)$$

Якщо ж для многочлена $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ і деяких многочленів $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$

Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \ldots g_n)$ будемо позначати многочлен

$$\sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} \cdot g_1(X)^{k_1} \cdot g_2(X)^{k_2} \cdots g_n(X)^{k_n}. \tag{11}$$

Якщо ж для многочлена $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ і деяких многочленів $g_1(X)$, $g_2(X)$, ..., $g_n(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$існує представлення $h(x)$ у вигляді (11), Якщо $g_1(X)$, $g_2(X)$, ... , $g_n(X)$ — деякі многочлени із кільця $P[x_1, \ldots, x_n]$, то для многочлена

$$f(X) = \sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} x_1^{k_1} x_2^{k_2} \cdots x_n^{k_n} \quad (a_{(k_1,\ldots,k_n)} \in P)$$

через $f(g_1, g_2, \ldots g_n)$ будемо позначати многочлен

$$\sum_{(k_1,\ldots,k_n)\in\mathcal{K}} a_{(k_1,\ldots,k_n)} \cdot g_1(X)^{k_1} \cdot g_2(X)^{k_2} \cdots g_n(X)^{k_n}. \qquad (11)$$

Якщо ж для многочлена $h(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$ і деяких многочленів $g_1(X)$, $g_2(X)$, ... , $g_n(X) \in P[x_1, \ldots, x_n]$існує представлення $h(x)$ у вигляді (11), то кажуть, що многочлен $h(X)$ є многочленом від $g_1(X)$, $g_2(X)$, ... , $g_n(X)$.

Теорема 6

Будь-який многочлен

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n із коефіцієнтами із поля P,

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, $\sigma_2, \ldots, \sigma_n$ *із коефіцієнтами із поля* P, *розглядуваний як многочлен від невідомих* $x_1, x_2, \ldots, x_n$

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n із коефіцієнтами із поля P, розглядуваний як многочлен від невідомих x_1, x_2, ..., x_n є симетричним.

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, $\ldots$, σ_n *із коефіцієнтами із поля* P, *розглядуваний як многочлен від невідомих* x_1, x_2, $\ldots$, x_n *є симетричним.*

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n *із коефіцієнтами із поля* P, *розглядуваний як многочлен від невідомих* x_1, x_2, ..., x_n *є симетричним.*

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен із кільця $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, $\ldots$, σ_n із коефіцієнтами із поля P, розглядуваний як многочлен від невідомих x_1, x_2, $\ldots$, x_n є симетричним.

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен із кільця $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ є многочленом від елементарних симетричних многочленів

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n із коефіцієнтами із поля P, розглядуваний як многочлен від невідомих x_1, x_2, ..., x_n є симетричним.

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен із кільця $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ є многочленом від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n цього кільця.

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n із коефіцієнтами із поля P, розглядуваний як многочлен від невідомих x_1, x_2, ..., x_n є симетричним.

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен із кільця $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ є многочленом від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n цього кільця.

Наслідок 1

Будь-який симетричний многочлен

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, $\ldots$, σ_n із коефіцієнтами із поля P, розглядуваний як многочлен від невідомих x_1, x_2, $\ldots$, x_n є симетричним.

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен із кільця $P[x_1, x_2, \ldots, x_n]$ є многочленом від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, $\ldots$, σ_n цього кільця.

Наслідок 1

Будь-який симетричний многочлен від коренів многочлена

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

Теорема 6

Будь-який многочлен від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n із коефіцієнтами із поля P, розглядуваний як многочлен від невідомих x_1, x_2, ..., x_n є симетричним.

Теорема 7

Будь-який симетричний многочлен із кільця $P[x_1, x_2, \dots, x_n]$ є многочленом від елементарних симетричних многочленів σ_1, σ_2, ..., σ_n цього кільця.

Наслідок 1

Будь-який симетричний многочлен від коренів многочлена

$$f(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0$$

є многочленом від коефіцієнтів a_0, a_1, ..., a_{n-1}.

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) =$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$.

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2 x_2$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3.

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^0$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^0 = \sigma_1\sigma_2$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2x_2+x_1x_2^2+x_1^2x_3+x_1x_3^2+x_2^2x_3+x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1,x_2,x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1,x_2,x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^0=\sigma_1\sigma_2=$$

$$=x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1x_2^2+x_1x_3^2+3x_1x_2x_3+x_2^2x_3+x_2x_3^2.$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^0 = \sigma_1\sigma_2 =$$

$$= x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1x_2^2 + x_1x_3^2 + 3x_1x_2x_3 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2.$$

Позначимо

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2, x_3) - \sigma_1\sigma_2$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2 x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^{0} = \sigma_1\sigma_2 =$$

$$= x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_2^2 + x_1 x_3^2 + 3x_1 x_2 x_3 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2.$$

Позначимо

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2, x_3) - \sigma_1\sigma_2 = -3x_1 x_2 x_3.$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2x_2 + x_1x_2^2 + x_1^2x_3 + x_1x_3^2 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^{0} = \sigma_1\sigma_2 =$$

$$= x_1^2x_2 + x_1^2x_3 + x_1x_2^2 + x_1x_3^2 + 3x_1x_2x_3 + x_2^2x_3 + x_2x_3^2.$$

Позначимо

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2, x_3) - \sigma_1\sigma_2 = -3x_1x_2x_3.$$

Очевидно, $f_1(x_1, x_2, x_3) = -3\sigma_3$.

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2x_2+x_1x_2^2+x_1^2x_3+x_1x_3^2+x_2^2x_3+x_2x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1,x_2,x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1,x_2,x_3)$ є одночлен $x_1^2x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1}\sigma_2^{1-0}\sigma_3^0=\sigma_1\sigma_2=$$

$$=x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1x_2^2+x_1x_3^2+3x_1x_2x_3+x_2^2x_3+x_2x_3^2.$$

Позначимо

$$f_1(x_1,x_2,x_3)=f(x_1,x_2,x_3)-\sigma_1\sigma_2=-3x_1x_2x_3.$$

Очевидно, $f_1(x_1,x_2,x_3)=-3\sigma_3$. Тому

$$f(x_1,x_2,x_3)=\sigma_1\sigma_2-3\sigma_3$$

Приклад розв'язування задачі.

Виразимо через елементарні симетричні многочлени симетричний многочлен

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_3^2 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2$$

із кільця $\mathbb{Q}[x_1, x_2, x_3]$. Вищим одночленом многочлена $f(x_1, x_2, x_3)$ є одночлен $x_1^2 x_2$ із степенями 2, 1, 0 відповідно відносно невідомих x_1, x_2, x_3. Тоді цей одночлен співпадає з вищим одночленом симетричного многочлена

$$\sigma_1^{2-1} \sigma_2^{1-0} \sigma_3^0 = \sigma_1 \sigma_2 =$$

$$= x_1^2 x_2 + x_1^2 x_3 + x_1 x_2^2 + x_1 x_3^2 + 3 x_1 x_2 x_3 + x_2^2 x_3 + x_2 x_3^2.$$

Позначимо

$$f_1(x_1, x_2, x_3) = f(x_1, x_2, x_3) - \sigma_1 \sigma_2 = -3 x_1 x_2 x_3.$$

Очевидно, $f_1(x_1, x_2, x_3) = -3\sigma_3$. Тому

$$f(x_1, x_2, x_3) = \sigma_1 \sigma_2 - 3\sigma_3$$

є шуканим представлення $f(x_1, x_2, x_3)$ у вигляді многочлена від елементарних симетричних многочленів.