Скінченновимірний лінійний простір. Базис і розмірність лінійного простору. Формули перетворення координат

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

14 лютого 2023 року

Означення 1

Лінійний простір L над полем P

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**,

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною,

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s,

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L,

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір,

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається **нескінченновимірним**, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається **скінченновимірним**.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Кільце многочленів $\mathbb{R}[x]$,

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Кільце многочленів $\mathbb{R}[x]$, розглядуване як лінійний простір над полем $\mathbb{R}$ дійних чисел

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Кільце многочленів $\mathbb{R}[x]$, розглядуване як лінійний простір над полем $\mathbb{R}$ дійних чисел є нескінченновимірним лінійним простором.

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Кільце многочленів $\mathbb{R}[x]$, розглядуване як лінійний простір над полем $\mathbb{R}$ дійних чисел є нескінченновимірним лінійним простором. Бо для будь-якого натурального числа n

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Кільце многочленів $\mathbb{R}[x]$, розглядуване як лінійний простір над полем $\mathbb{R}$ дійних чисел є нескінченновимірним лінійним простором. Бо для будь-якого натурального числа n система многочленів $1,\ x,\ x^2,\ \dots,\ x^{n-1}$

Означення 1

Лінійний простір L над полем P називається нескінченновимірним, якщо для будь-якого натурального числа n існує лінійно незалежна система із n векторів лінійного простору L. Якщо для деякого натурального числа m будь-яка система із m векторів лінійного простору L є лінійно залежною, то лінійний простір L називається скінченновимірним.

Означення 2

Розмірністю скінченновимірного лінійного простору L над полем P називається натуральне число s, для якого існує лінійно незалежна система із s векторів лінійного простору L, а будь-яка система із $s+1$ векторів є лінійно залежною.

Якщо L — нульовий простір, то вважають, що його розмірність рівна нулю. Розмірність нескінченновимірного простору вважають умовно рівною ∞. Розмірність лінійного простору L над полем P позначають через $\dim_P L$.

Приклад нескінченновимірного лінійного простору.

Кільце многочленів $\mathbb{R}[x]$, розглядуване як лінійний простір над полем $\mathbb{R}$ дійних чисел є нескінченновимірним лінійним простором. Бо для будь-якого натурального числа n система многочленів $1,\ x,\ x^2,\ \ldots,\ x^{n-1}$ є лінійно незалежною системою векторів.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^n = n$),

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів,

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P,

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \dots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \dots, 0, 0), \quad \dots, \quad e_n = (0, 0, \dots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним).

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{C}$.

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}} \mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{R}} \mathbb{C}$.
2. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{C}$.
2. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем раціональних чисел $\mathbb{Q}$

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \dots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \dots, 0, 0), \quad \dots, \quad e_n = (0, 0, \dots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{C}$.
2. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем раціональних чисел $\mathbb{Q}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \ldots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \ldots, 0, 0), \quad \ldots, \quad e_n = (0, 0, \ldots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{C}$.
2. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем раціональних чисел $\mathbb{Q}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (так само звертаємо увагу, що будь-яке раціональне число є комплексним).

Приклад скінченновимірного лінійного простору.

Дійсний n-вимірний векторний простір $\mathbb{R}^n$ є скінченновимірним лінійним простором. Бо добре відомо, що будь-яка система із більш як n n-вимірних векторів є лінійно залежною. Розмірність дійсного n-вимірного векторного простору $\mathbb{R}^n$ дорівнює n (тобто $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{R}^n = n$), оскільки існує лінійно незалежна система із n векторів, наприклад канонічний базис $\mathbb{R}^n$:

$$e_1 = (1, 0, \dots, 0, 0), \quad e_2 = (0, 1, \dots, 0, 0), \quad \dots, \quad e_n = (0, 0, \dots, 0, 1).$$

Аналогічно, яким би не було поле P, векторний простір P^n над полем P також є скінченновимірним лінійним простором над полем P і $\dim_P P^n = n$.

Завдання для самостійної роботи.

1. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (звертаємо увагу, що будь-яке дійсне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{R}}\mathbb{C}$.
2. Показати, що поле комплексних чисел $\mathbb{C}$ є лінійним простором над полем раціональних чисел $\mathbb{Q}$ відносно звичайних алгебраїчних операцій додавання та множення комплексних чисел (так само звертаємо увагу, що будь-яке раціональне число є комплексним). Знайти $\dim_{\mathbb{Q}}\mathbb{C}$.

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**,

Означення 3

Система векторів a_1, a_2, ..., a_s лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається базисом лінійного простору L, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається базисом лінійного простору L, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Нехай L — ненульовий лінійний простір над полем P.

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається базисом лінійного простору L, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Нехай L — ненульовий лінійний простір над полем P. Якщо L є скінченновимірним лінійним простором над полем P,

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Нехай L — ненульовий лінійний простір над полем P. Якщо L є скінченновимірним лінійним простором над полем P, то існує базис лінійного простору L.

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Нехай L — ненульовий лінійний простір над полем P. Якщо L є скінченновимірним лінійним простором над полем P, то існує базис лінійного простору L. Число векторів будь-якого базису лінійного простору L

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Нехай L — ненульовий лінійний простір над полем P. Якщо L є скінченновимірним лінійним простором над полем P, то існує базис лінійного простору L. Число векторів будь-якого базису лінійного простору L дорівнює $\dim_P L$

Означення 3

Система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ лінійного простору L над полем P називається **базисом лінійного простору L**, якщо виконуються такі дві умови:

1. система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною;
2. будь-який вектор лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s$.

Теорема 1 (теорема про базис і розмірність)

Нехай L — ненульовий лінійний простір над полем P. Якщо L є скінченновимірним лінійним простором над полем P, то існує базис лінійного простору L. Число векторів будь-якого базису лінійного простору L дорівнює $\dim_P L$ (розмірності лінійного простору L над полем P).

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k,

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$,

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число.

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною.

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною.

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю,

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k \qquad = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б,

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k \qquad = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_k є лінійно залежною.

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\dots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_k є лінійно залежною.

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\dots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_k є лінійно залежною. Тому

$$b = -\tfrac{\alpha_1}{\beta} a_1 - \tfrac{\alpha_2}{\beta} a_2 - \dots - \tfrac{\alpha_k}{\beta} a_k,$$

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, ..., α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійно залежною. Тому

$$b = -\frac{\alpha_1}{\beta} a_1 - \frac{\alpha_2}{\beta} a_2 - \cdots - \frac{\alpha_k}{\beta} a_k,$$

тобто будь-який вектор b лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k.

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \dots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\dots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_k є лінійно залежною. Тому

$$b = -\frac{\alpha_1}{\beta} a_1 - \frac{\alpha_2}{\beta} a_2 - \dots - \frac{\alpha_k}{\beta} a_k,$$

тобто будь-який вектор b лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, $\dots$, a_k. Що в свою чергу означає,

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_k є лінійно залежною. Тому

$$b = -\tfrac{\alpha_1}{\beta} a_1 - \tfrac{\alpha_2}{\beta} a_2 - \cdots - \tfrac{\alpha_k}{\beta} a_k,$$

тобто будь-який вектор b лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_k. Що в свою чергу означає, що ця система векторів

Доведення.

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P розмірності k, тобто $\dim_P L = k$, де k — деяке натуральне число. Тоді існує деяка лінійно незалежна система із k векторів лінійного простору L:

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k.$$

Причому будь-яка система із $k+1$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною. Тому для довільного вектора b лінійного простору L система векторів

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_k, \quad b$$

є лінійно залежною. Це означає, що існують елементи α_1, α_2, $\ldots$, α_k, β поля P не всі рівні нулю такі, що

$$\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_k a_k + \beta b = \bar{0}.$$

Елемент β не дорівнює нулю, бо у протилежному випадку одержали б, що система векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_k є лінійно залежною. Тому

$$b = -\tfrac{\alpha_1}{\beta} a_1 - \tfrac{\alpha_2}{\beta} a_2 - \cdots - \tfrac{\alpha_k}{\beta} a_k,$$

тобто будь-який вектор b лінійного простору L є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_k. Що в свою чергу означає, що ця система векторів є базисом лінійного простору L над полем P.

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P.

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L,

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k.

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації,

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною,

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.

Доведення.

Далі, нехай $c_1, c_2, \ldots, c_l$ — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки $a_1, a_2, \ldots, a_k$ — базис лінійного простору L, то кожен із векторів $c_1, c_2, \ldots, c_l$ є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_k$. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів $c_1, c_2, \ldots, c_l$ є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки,

Доведення.

Далі, нехай $c_1, c_2, \ldots, c_l$ — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки $a_1, a_2, \ldots, a_k$ — базис лінійного простору L, то кожен із векторів $c_1, c_2, \ldots, c_l$ є лінійною комбінацією системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_k$. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів $c_1, c_2, \ldots, c_l$ є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_k$

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l,

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо,

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$.

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку,

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. $\square$

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P.

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$. Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*
2. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*
2. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s — базис лінійного простору L;*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. $\square$

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*
2. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s — базис лінійного простору L;*
3. *існує вектор $b \in L$ такий,*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$. Теорема доведена. $\square$

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*
2. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s — базис лінійного простору L;*
3. *існує вектор $b \in L$ такий, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$.
Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*
2. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s — базис лінійного простору L;*
3. *існує вектор $b \in L$ такий, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b є лінійно незалежною.*

Доведення.

Далі, нехай c_1, c_2, ..., c_l — деякий інший базис лінійного простору L над полем P. Оскільки a_1, a_2, ..., a_k — базис лінійного простору L, то кожен із векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійною комбінацією системи векторів a_1, a_2, ..., a_k. За теоремою про лінійні комбінації, враховуючи що система векторів c_1, c_2, ..., c_l є лінійно незалежною, одержимо, що $l \leq k$.
Навпаки, враховуючи, що кожен із векторів лінійно незалежної системи векторів a_1, a_2, ..., a_k є лінійною комбінацією системи векторів c_1, c_2, ..., c_l, аналогічно одержимо, що $k \leq l$. Таке можливе лише у випадку, коли $l = k$. Теорема доведена. □

Теорема 2

Нехай a_1, a_2,..., a_s — деяка система векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Справджується лише одне із наступних тверджень:

1. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s є лінійно залежною;*
2. *система векторів a_1, a_2, ..., a_s — базис лінійного простору L;*
3. *існує вектор $b \in L$ такий, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b є лінійно незалежною.*

Доведення теореми 2 аналогічне доведенню подібної теореми для дійсних n-вимірних векторів.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, $\dots$, a_s є лінійно незалежною системою векторів

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s + 1 \leq n$.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s + 1 \leq n$. Якщо $s + 1 = n$,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, $\dots$, a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_s, b_1

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 — базис L.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s + 1 \leq n$. Якщо $s + 1 = n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \dots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \dots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \dots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n$

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, $\ldots$, a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів a_1, a_2, $\ldots$, a_s, b_1 — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2 > n = \dim_P L$.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, $\dots$, a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_s, b_1 — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \le n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s + 1 \leq n$. Якщо $s + 1 = n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s + 2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2 > n = \dim_P L$. Якщо ж $s+1 < n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1, b_2$

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \dots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \dots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \dots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів $a_1, a_2, \dots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів $a_1, a_2, \dots, a_s, b_1, b_2$ є лінійно незалежною і т. д.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2 > n = \dim_P L$. Якщо ж $s+1 < n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1, b_2$ є лінійно незалежною і т. д. Оскільки s і n — деякі фіксовані натуральні числа,

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1, b_2 є лінійно незалежною і т. д. Оскільки s і n — деякі фіксовані натуральні числа, то зрозуміло, що цей процес зупиниться на $n-s$-му кроці.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай a_1, a_2, ..., a_s є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2>n=\dim_P L$. Якщо ж $s+1<n$, то система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1 не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів a_1, a_2, ..., a_s, b_1, b_2 є лінійно незалежною і т. д. Оскільки s і n — деякі фіксовані натуральні числа, то зрозуміло, що цей процес зупиниться на $n-s$-му кроці. Після якого одержимо базис a_1, a_2, ..., a_s, b_1, b_2, ..., b_{n-s}

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1 = n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2 > n = \dim_P L$. Якщо ж $s+1 < n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1, b_2$ є лінійно незалежною і т. д. Оскільки s і n — деякі фіксовані натуральні числа, то зрозуміло, що цей процес зупиниться на $n-s$-му кроці. Після якого одержимо базис $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1, b_2, \ldots, b_{n-s}$ лінійного простору L.

Наслідок 1

Будь-яку лінійно незалежну систему векторів скінченновимірного лінійного простору L над полем P, яка не є базисом L, можна доповнити до деякого базису простору L.

Доведення.

Дійсно, нехай $a_1, a_2, \ldots, a_s$ є лінійно незалежною системою векторів скінченновимірного лінійного простору L розмірності n над полем P, яка не є базисом L. За попередньою теоремою знайдеться вектор b_1 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ є лінійно незалежною. Тоді $s+1 \leq n$. Якщо $s+1=n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ — базис L. Бо для цієї системи векторів очевидно не справджуються 1-ше твердження із теореми 2. А 3-тє твердження не справджується у цьому випадку через те, що будь-яка система із $s+2$ векторів лінійного простору L є лінійно залежною, бо $s+2 > n = \dim_P L$. Якщо ж $s+1 < n$, то система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1$ не є базисом L, бо за доведеним раніше будь-який базис L повинен складатися з n векторів. Тому знову ж таки за теоремою 2 знайдеться вектор b_2 із L, що система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1, b_2$ є лінійно незалежною і т. д. Оскільки s і n — деякі фіксовані натуральні числа, то зрозуміло, що цей процес зупиниться на $n-s$-му кроці. Після якого одержимо базис $a_1, a_2, \ldots, a_s, b_1, b_2, \ldots, b_{n-s}$ лінійного простору L. Наслідок доведено. □

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n n-вимірних векторів

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n n-вимірних векторів векторного простору P^n над полем P

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n n-вимірних векторів векторного простору P^n над полем P утворюють базис цього простору

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n n-вимірних векторів векторного простору P^n над полем P утворюють базис цього простору тоді і тільки тоді, коли детермінант,

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n n-вимірних векторів векторного простору P^n над полем P утворюють базис цього простору тоді і тільки тоді, коли детермінант, складений з компонент даних векторів,

Завдання для самостійної роботи.

Показати, що дані n n-вимірних векторів векторного простору P^n над полем P утворюють базис цього простору тоді і тільки тоді, коли детермінант, складений з компонент даних векторів, не дорівнює нулю.

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L *— ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем* P*,* Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — базис лінійного простору L,

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — *ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем* P, *а система векторів* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — *базис лінійного простору* L, *відповідно* $n = \dim_P L$ — *розмірність лінійного простору* L *над полем* P.

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L *— ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем* P*, а система векторів* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *— базис лінійного простору* L*, відповідно* $n = \dim_P L$ *— розмірність лінійного простору* L *над полем* P*. Для кожного вектора* b *лінійного простору* L

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля P така,

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \quad (1)$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L.

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P такі,

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P такі, що справджується рівність (1).

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, $\dots$, β_n поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, $\dots$, β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, $\dots$, γ_n поля P такі,

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ поля P такі, що справджується рівність

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, ..., β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, ..., γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \qquad (1)$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, ..., β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, ..., γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L *— ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем* P, *а система векторів* a_1, a_2, ..., a_n *— базис лінійного простору* L, *відповідно* $n = \dim_P L$ *— розмірність лінійного простору* L *над полем* P. *Для кожного вектора* b *лінійного простору* L *існує тільки одна система елементів* β_1, β_2, ..., β_n *поля* P *така, що вектор* b *представляється у вигляді*

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \qquad (1)$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, ..., β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, ..., γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n.$$

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи $\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_n$ поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n.$$

Звідси

$$(\beta_1 - \gamma_1)a_1 + \cdots + (\beta_i - \gamma_i)a_i + \cdots + (\beta_n - \gamma_n)a_n = \bar{0}.$$

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля Pтака, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, ..., β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, ..., γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n.$$

Звідси

$$(\beta_1 - \gamma_1)a_1 + \cdots + (\beta_i - \gamma_i)a_i + \cdots + (\beta_n - \gamma_n)a_n = \bar{0}.$$

Оскільки $\beta_i - \gamma_i \neq 0$,

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем P, а система векторів a_1, a_2, ..., a_n — базис лінійного простору L, відповідно $n = \dim_P L$ — розмірність лінійного простору L над полем P. Для кожного вектора b лінійного простору L існує тільки одна система елементів β_1, β_2, ..., β_n поля P така, що вектор b представляється у вигляді

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, ..., β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, ..., γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n.$$

Звідси

$$(\beta_1 - \gamma_1)a_1 + \cdots + (\beta_i - \gamma_i)a_i + \cdots + (\beta_n - \gamma_n)a_n = \bar{0}.$$

Оскільки $\beta_i - \gamma_i \neq 0$, то із останньої рівності слідує, що система векторів a_1, a_2, ..., a_n є лінійно залежною,

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — *ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем* P, *а система векторів* a_1, a_2, $\dots$, a_n — *базис лінійного простору* L, *відповідно* $n = \dim_P L$ — *розмірність лінійного простору* L *над полем* P. *Для кожного вектора* b *лінійного простору* L *існує тільки одна система елементів* β_1, β_2, $\dots$, β_n *поля* P *така, що вектор* b *представляється у вигляді*

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, $\dots$, β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, $\dots$, γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \dots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \dots, n\}$. Тоді

$$\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \dots + \beta_n a_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \dots + \gamma_n a_n.$$

Звідси

$$(\beta_1 - \gamma_1)a_1 + \dots + (\beta_i - \gamma_i)a_i + \dots + (\beta_n - \gamma_n)a_n = \bar{0}.$$

Оскільки $\beta_i - \gamma_i \neq 0$, то із останньої рівності слідує, що система векторів a_1, a_2, $\dots$, a_n є лінійно залежною, що суперечить умові теореми.

Теорема 3 (про розклад)

Нехай L — *ненульовий скінченновимірний лінійний простір над полем* P, *а система векторів* a_1, a_2, ..., a_n — *базис лінійного простору* L, *відповідно* $n = \dim_P L$ — *розмірність лінійного простору* L *над полем* P. *Для кожного вектора* b *лінійного простору* L *існує тільки одна система елементів* β_1, β_2, ..., β_n *поля* P *така, що вектор* b *представляється у вигляді*

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n. \tag{1}$$

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми і b — довільний вектор лінійного простору L. Із означення базису одразу слідує, що існують елементи β_1, β_2, ..., β_n поля P такі, що справджується рівність (1). Припустимо, що існують елементи γ_1, γ_2, ..., γ_n поля P такі, що справджується рівність

$$b = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

причому $\beta_i \neq \gamma_i$ для деякого $i \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n.$$

Звідси

$$(\beta_1 - \gamma_1)a_1 + \cdots + (\beta_i - \gamma_i)a_i + \cdots + (\beta_n - \gamma_n)a_n = \bar{0}.$$

Оскільки $\beta_i - \gamma_i \neq 0$, то із останньої рівності слідує, що система векторів a_1, a_2, ..., a_n є лінійно залежною, що суперечить умові теореми. Теорема доведена. $\square$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1)

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису a_1, a_2, $\ldots$, a_n цього лінійного простору

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L.

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається **розкладом вектора за базисом** $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються **координатами** вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b).

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису a_1, a_2, ..., a_n цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом a_1, a_2, ..., a_n лінійного простору L. Коефіцієнти β_1, β_2, ..., β_n називаються координатами вектора b у базисі a_1, a_2, ..., a_n (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі a_1, a_2, ..., a_n. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів a_1, a_2, ..., a_n

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \ldots, e_n$ канонічного базису в P^n,

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису a_1, a_2, ..., a_n цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом a_1, a_2, ..., a_n лінійного простору L. Коефіцієнти β_1, β_2, ..., β_n називаються координатами вектора b у базисі a_1, a_2, ..., a_n (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі a_1, a_2, ..., a_n. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів a_1, a_2, ..., a_n співпадають відповідно з векторами e_1, ..., e_n канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \ldots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису a_1, a_2, ..., a_n цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом a_1, a_2, ..., a_n лінійного простору L. Коефіцієнти β_1, β_2, ..., β_n називаються координатами вектора b у базисі a_1, a_2, ..., a_n (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі a_1, a_2, ..., a_n. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів a_1, a_2, ..., a_n співпадають відповідно з векторами e_1, ..., e_n канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$\ldots\ldots$$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \ldots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$\cdots\cdots$$
$$a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n.$$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \dots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \dots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \dots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \dots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$\cdots\cdots$$

$$a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n.$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1)$, $u_3 = (0,0,1)$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \ldots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$\cdots\cdots$$

$$a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n.$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1, 1, 1)$, $u_2 = (0, 1, 1)$, $u_3 = (0, 0, 1)$ дійсного тривимірного векторного простору $\mathbb{R}^3$.

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1,\ \beta_2,\ \dots,\ \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1,\ a_2,\ \dots,\ a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \dots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$\dots\dots$$

$$a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n.$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1)$, $u_3 = (0,0,1)$ дійсного тривимірного векторного простору $\mathbb{R}^3$. Оскільки для вектора $w = (2,3,4)$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \dots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \dots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \dots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \dots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$\cdots\cdots$$
$$a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n.$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1)$, $u_3 = (0,0,1)$ дійсного тривимірного векторного простору $\mathbb{R}^3$. Оскільки для вектора $w = (2,3,4)$ справджується рівність $w = 2u_1 + 1u_2 + 1u_3$,

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису a_1, a_2, $\dots$, a_n цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом a_1, a_2, $\dots$, a_n лінійного простору L. Коефіцієнти β_1, β_2, $\dots$, β_n називаються координатами вектора b у базисі a_1, a_2, $\dots$, a_n (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі a_1, a_2, $\dots$, a_n. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів a_1, a_2, $\dots$, a_n співпадають відповідно з векторами e_1, $\dots$, e_n канонічного базису в P^n, дійсно:

$$
\begin{aligned}
a_1 &= 1a_1 + 0a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 0a_n,\\
a_2 &= 0a_1 + 1a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 0a_n,\\
&\cdots\cdots\\
a_n &= 0a_1 + 0a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 1a_n.
\end{aligned}
$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1)$, $u_3 = (0,0,1)$ дійсного тривимірного векторного простору $\mathbb{R}^3$. Оскільки для вектора $w = (2,3,4)$ справджується рівність $w = 2u_1 + 1u_2 + 1u_3$, то $(2,1,1)$

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1,\ \beta_2,\ \ldots,\ \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \ldots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

$$\cdots\cdots$$

$$a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n.$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1,1,1),\ u_2 = (0,1,1),\ u_3 = (0,0,1)$ дійсного тривимірного векторного простору $\mathbb{R}^3$. Оскільки для вектора $w = (2,3,4)$ справджується рівність $w = 2u_1 + 1u_2 + 1u_3$, то $(2,1,1)$ є координатним рядком вектора w

Означення 4

Представлення вектора b лінійного простору L у вигляді (1) лінійної комбінації векторів деякого базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ цього лінійного простору називається розкладом вектора за базисом $a_1, a_2, \ldots, a_n$ лінійного простору L. Коефіцієнти $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n$ називаються координатами вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$ (β_1 — 1-ша координата, β_2 — 2-га координата і т.д., β_n — n-а координата вектора b). n-вимірний вектор $(\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_n)$ будемо називати координатним рядком вектора b у базисі $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Відповідно стовпець, складений із цих координат, будемо називати координатним стовпцем у цьому базисі.

Приклад розкладу за базисом.

1. Відмітимо, що координатні рядки базисних векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ співпадають відповідно з векторами $e_1, \ldots, e_n$ канонічного базису в P^n, дійсно:

$$\begin{gathered} a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ \cdots\cdots \\ a_n = 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n. \end{gathered}$$

2. Розглянемо базис $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (0,1,1)$, $u_3 = (0,0,1)$ дійсного тривимірного векторного простору $\mathbb{R}^3$. Оскільки для вектора $w = (2,3,4)$ справджується рівність $w = 2u_1 + 1u_2 + 1u_3$, то $(2,1,1)$ є координатним рядком вектора w у базисі u_1, u_2, u_3 векторного простору $\mathbb{R}^3$.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L *над полем* P *вибрано базис*

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, $\dots$, a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, $\dots$, a_n:

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n,$$

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$;

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$; i, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$.

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$; i, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$b + c =$$

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$; i, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$b + c = (\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) + (\gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n) =$$

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, …, a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, …, a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$; i, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$b + c = (\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) + (\gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n) =$$

$$= \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n + \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n =$$

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, ..., a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, ..., a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$; i, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\begin{aligned} b + c &= (\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) + (\gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n) = \\ &= \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n + \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n = \\ &= (\beta_1 a_1 + \gamma_1 a_1) + (\beta_2 a_2 + \gamma_2 a_2) + \cdots + (\beta_n a_n + \gamma_n a_n) = \end{aligned}$$

Теорема 4 (про дії над векторами у координатній формі)

Нехай у скінченновимірному лінійному просторі L над полем P вибрано базис і вектори лінійного простору розкладені за цим базисом. Тоді координати суми векторів дорівнюють сумам відповідних координат цих векторів. Щоб одержати координати добутку елемента поля P на вектор лінійного простору L потрібно цей елемент поля помножити на відповідні координати цього вектора.

Доведення.

Нехай L — деякий скінченновимірний лінійний простір над поем P і a_1, a_2, …, a_n — деякий базис цього лінійного простору. Розглянемо будь-які вектори b і c лінійного простору L. Розкладемо вектори b і c за базисом a_1, a_2, …, a_n:

$$b = \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n, \quad c = \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n,$$

де β_i, $\gamma_j \in P$; i, $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді

$$\begin{aligned} b + c &= (\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) + (\gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n) = \\ &= \beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n + \gamma_1 a_1 + \gamma_2 a_2 + \cdots + \gamma_n a_n = \\ &= (\beta_1 a_1 + \gamma_1 a_1) + (\beta_2 a_2 + \gamma_2 a_2) + \cdots + (\beta_n a_n + \gamma_n a_n) = \\ &= (\beta_1 + \gamma_1) a_1 + (\beta_2 + \gamma_2) a_2 + \cdots + (\beta_n + \gamma_n) a_n. \end{aligned}$$

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, ..., $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$.

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, $\ldots$, $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми.

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, ..., $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми. А саме, для довільного елемента δ поля P

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1,\ \beta_2 + \gamma_2,\ \ldots,\ \beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми. А саме, для довільного елемента δ поля P

$$\delta b =$$

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, ..., $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми. А саме, для довільного елемента δ поля P

$$\delta b = \delta(\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) =$$

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, ..., $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми. А саме, для довільного елемента δ поля P

$$\delta b = \delta(\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) =$$

$$= \delta(\beta_1 a_1) + \delta(\beta_2 a_2) + \cdots + \delta(\beta_n a_n) =$$

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, ..., $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми. А саме, для довільного елемента δ поля P

$$\delta b = \delta(\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) =$$

$$= \delta(\beta_1 a_1) + \delta(\beta_2 a_2) + \cdots + \delta(\beta_n a_n) =$$

$$= (\delta\beta_1)a_1 + (\delta\beta_2)a_2 + \cdots + (\delta\beta_n)a_n.$$

Доведення.

Тому за теоремою про розклад $\beta_1 + \gamma_1$, $\beta_2 + \gamma_2$, ..., $\beta_n + \gamma_n$ є відповідно 1-шою, 2-гою і т.д., n-ю координатою вектора $b + c$. Подібним чином доводиться друга частина теореми. А саме, для довільного елемента δ поля P

$$\delta b = \delta(\beta_1 a_1 + \beta_2 a_2 + \cdots + \beta_n a_n) =$$

$$= \delta(\beta_1 a_1) + \delta(\beta_2 a_2) + \cdots + \delta(\beta_n a_n) =$$

$$= (\delta\beta_1)a_1 + (\delta\beta_2)a_2 + \cdots + (\delta\beta_n)a_n.$$

Звідси слідує, що $(\delta\beta_1, \delta\beta_2, \ldots, \delta\beta_n)$ є координатним рядком вектора δb. Теорема доведена. $\square$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P,

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P.

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів a_1, a_2, ..., a_n та b_1, b_2, ..., b_n — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$b_1 = \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n,$$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$b_1 = \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n,$$
$$b_2 = \tau_{12}a_1 + \tau_{22}a_2 + \cdots + \tau_{n2}a_n,$$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів a_1, a_2, ..., a_n та b_1, b_2, ..., b_n — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$\begin{aligned} b_1 &= \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n, \\ b_2 &= \tau_{12}a_1 + \tau_{22}a_2 + \cdots + \tau_{n2}a_n, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n &= \tau_{1n}a_1 + \tau_{2n}a_2 + \cdots + \tau_{nn}a_n, \end{aligned}$$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$\begin{aligned} b_1 &= \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n, \\ b_2 &= \tau_{12}a_1 + \tau_{22}a_2 + \cdots + \tau_{n2}a_n, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n &= \tau_{1n}a_1 + \tau_{2n}a_2 + \cdots + \tau_{nn}a_n, \end{aligned}$$

де $\tau_{ij} \in P$;

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів a_1, a_2, ..., a_n та b_1, b_2, ..., b_n — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$
\begin{gathered}
b_1 = \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n, \\
b_2 = \tau_{12}a_1 + \tau_{22}a_2 + \cdots + \tau_{n2}a_n, \\
\dots\dots\dots\dots \\
b_n = \tau_{1n}a_1 + \tau_{2n}a_2 + \cdots + \tau_{nn}a_n,
\end{gathered}
$$

де $\tau_{ij} \in P$; i, $j \in \{1, 2, \dots, n\}$.

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$\begin{gathered} b_1 = \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n, \\ b_2 = \tau_{12}a_1 + \tau_{22}a_2 + \cdots + \tau_{n2}a_n, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n = \tau_{1n}a_1 + \tau_{2n}a_2 + \cdots + \tau_{nn}a_n, \end{gathered}$$

де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді матриця

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \ldots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \ldots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \ldots & \tau_{nn} \end{pmatrix}$$

Означення 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$ та $b_1,\ b_2,\ \ldots,\ b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Розкладемо вектори одного базису по другому базису:

$$\begin{aligned} b_1 &= \tau_{11}a_1 + \tau_{21}a_2 + \cdots + \tau_{n1}a_n, \\ b_2 &= \tau_{12}a_1 + \tau_{22}a_2 + \cdots + \tau_{n2}a_n, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ b_n &= \tau_{1n}a_1 + \tau_{2n}a_2 + \cdots + \tau_{nn}a_n, \end{aligned}$$

де $\tau_{ij} \in P$; $i,\ j \in \{1, 2, \ldots, n\}$. Тоді матриця

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \ldots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \ldots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \ldots & \tau_{nn} \end{pmatrix}$$

називається матрицею переходу від базису $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$ до базису b_1, $b_2, \ldots,\ b_n$.

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P,

Теорема 5

Нехай L — *лінійний простір розмірності* n *над полем* P, *а системи векторів* a_1, a_2, ..., a_n;

Теорема 5

Нехай L — *лінійний простір розмірності* n *над полем* P, *а системи векторів* $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_n$

Теорема 5

Нехай L *— лінійний простір розмірності* n *над полем* P*, а системи векторів* $a_1, a_2, \ldots, a_n$*;* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *та* $c_1, c_2, \ldots, c_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*.*

Теорема 5

Нехай L *— лінійний простір розмірності* n *над полем* P*, а системи векторів* $a_1, a_2, \dots, a_n$*;* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *та* $c_1, c_2, \dots, c_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*. Якщо* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \dots, b_n$*,*

Теорема 5

Нехай L — *лінійний простір розмірності* n *над полем* P, *а системи векторів* $a_1, a_2, \dots, a_n$; $b_1, b_2, \dots, b_n$ *та* $c_1, c_2, \dots, c_n$ — *базиси лінійного простору* L *над полем* P. *Якщо* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \dots, b_n$, *а* S *є матрицею переходу від базису* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *до базису* $c_1, c_2, \dots, c_n$,

Теорема 5

Нехай L *— лінійний простір розмірності* n *над полем* P*, а системи векторів* $a_1, a_2, \ldots, a_n$*;* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *та* $c_1, c_2, \ldots, c_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*. Якщо* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$*, а* S *є матрицею переходу від базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *до базису* $c_1, c_2, \ldots, c_n$*, то* TS *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $c_1, c_2, \ldots, c_n$*.*

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_n$ та $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_n$ та $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \ldots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \ldots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \ldots & \tau_{nn} \end{pmatrix},$$

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$; $b_1, b_2, \dots, b_n$ та $c_1, c_2, \dots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \dots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \dots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \dots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

Теорема 5

Нехай L — *лінійний простір розмірності* n *над полем* P, *а системи векторів* $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *та* $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — *базиси лінійного простору* L *над полем* P. *Якщо* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$, *а* S *є матрицею переходу від базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *до базису* $c_1, c_2, \ldots, c_n$, *то* TS *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \ldots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \ldots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \ldots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ldots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

є відповідно матрицями переходу від першого базису до другого базису

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$; $b_1, b_2, \dots, b_n$ та $c_1, c_2, \dots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \dots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \dots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \dots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

є відповідно матрицями переходу від першого базису до другого базису і від другого базису до третього базису.

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$; $b_1, b_2, \dots, b_n$ та $c_1, c_2, \dots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \dots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \dots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \dots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

є відповідно матрицями переходу від першого базису до другого базису і від другого базису до третього базису. Тоді

$$b_i = \tau_{1i}a_1 + \tau_{2i}a_2 + \dots + \tau_{ni}a_n$$

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$; $b_1, b_2, \dots, b_n$ та $c_1, c_2, \dots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \dots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \dots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \dots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

є відповідно матрицями переходу від першого базису до другого базису і від другого базису до третього базису. Тоді

$$b_i = \tau_{1i}a_1 + \tau_{2i}a_2 + \dots + \tau_{ni}a_n = \sum_{k=1}^{n} \tau_{ki}a_k \quad (i = 1,\ 2,\ \dots,\ n),$$

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_n$ та $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \ldots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \ldots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \ldots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ldots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

є відповідно матрицями переходу від першого базису до другого базису і від другого базису до третього базису. Тоді

$$b_i = \tau_{1i}a_1 + \tau_{2i}a_2 + \cdots + \tau_{ni}a_n = \sum_{k=1}^{n} \tau_{ki}a_k \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

$$c_j = \sigma_{1j}b_1 + \sigma_{2j}b_2 + \cdots + \sigma_{nj}b_n$$

Теорема 5

Нехай L — лінійний простір розмірності n над полем P, а системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$; $b_1, b_2, \ldots, b_n$ та $c_1, c_2, \ldots, c_n$ — базиси лінійного простору L над полем P. Якщо T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$, а S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$, то TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови теореми та

$$T = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \ldots & \tau_{1n} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \ldots & \tau_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tau_{n1} & \tau_{n2} & \ldots & \tau_{nn} \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \ldots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \ldots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \ldots & \sigma_{nn} \end{pmatrix}$$

є відповідно матрицями переходу від першого базису до другого базису і від другого базису до третього базису. Тоді

$$b_i = \tau_{1i}a_1 + \tau_{2i}a_2 + \cdots + \tau_{ni}a_n = \sum_{k=1}^{n} \tau_{ki}a_k \quad (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ n),$$

$$c_j = \sigma_{1j}b_1 + \sigma_{2j}b_2 + \cdots + \sigma_{nj}b_n = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj}b_l \quad (j = 1,\ 2,\ \ldots,\ n).$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l =$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) =$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1,\, 2,\, \ldots,\, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} \right) a_k$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1,\, 2,\, \ldots,\, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} \right) a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{kl} \sigma_{lj} \right) a_k.$$

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \dots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} \right) a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{kl} \sigma_{lj} \right) a_k.$$

Отже,

$$\begin{pmatrix} \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{l2} & \dots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{ln} \\ \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{l2} & \dots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{ln} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{l2} & \dots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{ln} \end{pmatrix}$$

є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \dots, c_n$.

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} \right) a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{kl} \sigma_{lj} \right) a_k.$$

Отже,

$$\begin{pmatrix} \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{l2} & \ldots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{ln} \\ \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{l2} & \ldots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{ln} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{l2} & \ldots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{ln} \end{pmatrix}$$

є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$. Остання ж за означенням добутку матриць дорівнює добутку TS матриць T і S.

Доведення.

Тоді для довільного $j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ справджуються наступні рівності

$$c_j = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} b_l = \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{kl} a_k \right) = \sum_{l=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k =$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \sigma_{lj} \tau_{kl} \right) a_k = \sum_{k=1}^{n} \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{kl} \sigma_{lj} \right) a_k .$$

Отже,

$$\begin{pmatrix} \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{l2} & \ldots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{1l}\sigma_{ln} \\ \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{l2} & \ldots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{2l}\sigma_{ln} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{l1} & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{l2} & \ldots & \sum\limits_{l=1}^{n} \tau_{nl}\sigma_{ln} \end{pmatrix}$$

є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $c_1, c_2, \ldots, c_n$. Остання ж за означенням добутку матриць дорівнює добутку TS матриць T і S. Теорема доведена. □

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$

Наслідок 2

Нехай T *є матрицею переходу від базису* a_1, a_2, ..., a_n *до базису* b_1, b_2, ..., b_n *лінійного простору* L *над полем* P.

Наслідок 2

Нехай T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *лінійного простору* L *над полем* P*. Матриця* T *є оборотною матрицею,*

Наслідок 2

Нехай T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *лінійного простору* L *над полем* P*. Матриця* T *є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця* T^{-1}

Наслідок 2

Нехай T *є матрицею переходу від базису* a_1, a_2, ..., a_n *до базису* b_1, b_2, ..., b_n *лінійного простору* L *над полем* P. *Матриця* T *є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця* T^{-1} *є матрицею переходу від базису* b_1, b_2, ..., b_n *до базису* a_1, a_2, ..., a_n.

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$,

Наслідок 2

Нехай T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *лінійного простору* L *над полем* P. *Матриця* T *є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця* T^{-1} *є матрицею переходу від базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *до базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею.

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$a_1 = 1a_1 + 0a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$a_2 = 0a_1 + 1a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 0a_n,$$
$$\dots\dots$$

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$\begin{aligned} a_1 &= 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ a_2 &= 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ &\ldots\ldots \\ a_n &= 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n. \end{aligned}$$

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$\begin{aligned} a_1 &= 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ a_2 &= 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ &\cdots\cdots \\ a_n &= 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n. \end{aligned}$$

Оскільки добуток TS дорівнює одиничній матриці,

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$\begin{aligned} a_1 &= 1a_1 + 0a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ a_2 &= 0a_1 + 1a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ &\dots\dots \\ a_n &= 0a_1 + 0a_2 + \dots + 0a_{n-1} + 1a_n. \end{aligned}$$

Оскільки добуток TS дорівнює одиничній матриці, то T є оборотною матрицею,

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$\begin{aligned} a_1 &= 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ a_2 &= 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ &\cdots\cdots \\ a_n &= 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n. \end{aligned}$$

Оскільки добуток TS дорівнює одиничній матриці, то T є оборотною матрицею, а S є оберненою матрицею до матриці T.

Наслідок 2

Нехай T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ лінійного простору L над полем P. Матриця T є оборотною матрицею, а обернена до неї матриця T^{-1} є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$.

Доведення.

Нехай виконуються умови наслідку і S є матрицею переходу від базису $b_1, b_2, \dots, b_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$. Тоді за попередньою теоремою матриця TS є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $a_1, a_2, \dots, a_n$, яка очевидно є одиничною матрицею. Нагадаємо

$$\begin{aligned} a_1 &= 1a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ a_2 &= 0a_1 + 1a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 0a_n, \\ &\cdots\cdots \\ a_n &= 0a_1 + 0a_2 + \cdots + 0a_{n-1} + 1a_n. \end{aligned}$$

Оскільки добуток TS дорівнює одиничній матриці, то T є оборотною матрицею, а S є оберненою матрицею до матриці T. Наслідок доведено. □

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1,\ a_2,\ \ldots,\ a_n$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*,*

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P, *а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$.

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*, а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$*. Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*, а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$*. Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*, а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$*. Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \ldots, a_n$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*, а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$*. Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P, *а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \dots, b_n$. *Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *пов'язані рівністю*

$$U_a = TU_b.$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P, *а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$. *Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *пов'язані рівністю*

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми,

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P, *а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$. *Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *пов'язані рівністю*

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*, а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$*. Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *пов'язані рівністю*

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L.

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P, а T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$. Тоді для будь-якого вектора u лінійного простору L координатні стовпці U_a та U_b вектора u відповідно у базисах $a_1, a_2, \dots, a_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ пов'язані рівністю

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n,$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P*, а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \dots, b_n$*. Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \dots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \dots, b_n$ *пов'язані рівністю*

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \dots + \beta_n b_n.$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P, а T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Тоді для будь-якого вектора u лінійного простору L координатні стовпці U_a та U_b вектора u відповідно у базисах $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ пов'язані рівністю

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \cdots + \beta_n b_n.$$

Тоді

$$u = \sum_{k=1}^{n} \beta_k b_k$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P, а T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Тоді для будь-якого вектора u лінійного простору L координатні стовпці U_a та U_b вектора u відповідно у базисах $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ пов'язані рівністю

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \cdots + \beta_n b_n.$$

Тоді

$$u = \sum_{k=1}^{n} \beta_k b_k = \sum_{k=1}^{n} \beta_k \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{lk} a_l \right)$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \dots, a_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P, а T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \dots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \dots, b_n$. Тоді для будь-якого вектора u лінійного простору L координатні стовпці U_a та U_b вектора u відповідно у базисах $a_1, a_2, \dots, a_n$ та $b_1, b_2, \dots, b_n$ пов'язані рівністю

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \dots + \beta_n b_n.$$

Тоді

$$u = \sum_{k=1}^{n} \beta_k b_k = \sum_{k=1}^{n} \beta_k \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{lk} a_l \right) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \beta_k \tau_{lk} a_l$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P, а T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Тоді для будь-якого вектора u лінійного простору L координатні стовпці U_a та U_b вектора u відповідно у базисах $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ пов'язані рівністю

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \cdots + \beta_n b_n.$$

Тоді

$$u = \sum_{k=1}^{n} \beta_k b_k = \sum_{k=1}^{n} \beta_k \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{lk} a_l \right) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \beta_k \tau_{lk} a_l = \sum_{l=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{lk} \beta_k \right) a_l.$$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ — базиси лінійного простору L над полем P, а T є матрицею переходу від базису $a_1, a_2, \ldots, a_n$ до базису $b_1, b_2, \ldots, b_n$. Тоді для будь-якого вектора u лінійного простору L координатні стовпці U_a та U_b вектора u відповідно у базисах $a_1, a_2, \ldots, a_n$ та $b_1, b_2, \ldots, b_n$ пов'язані рівністю

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \cdots + \beta_n b_n.$$

Тоді

$$u = \sum_{k=1}^{n} \beta_k b_k = \sum_{k=1}^{n} \beta_k \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{lk} a_l \right) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \beta_k \tau_{lk} a_l = \sum_{l=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{lk} \beta_k \right) a_l.$$

Із теореми про розклад слідує, що $\alpha_l = \sum\limits_{k=1}^{n} \tau_{lk} \beta_k$

Теорема 6

Нехай системи векторів $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *— базиси лінійного простору* L *над полем* P, *а* T *є матрицею переходу від базису* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *до базису* $b_1, b_2, \ldots, b_n$. *Тоді для будь-якого вектора* u *лінійного простору* L *координатні стовпці* U_a *та* U_b *вектора* u *відповідно у базисах* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ *та* $b_1, b_2, \ldots, b_n$ *пов'язані рівністю*

$$U_a = TU_b. \tag{2}$$

Доведення.

Нехай справджуються умови теореми, $T = \|\tau_{ij}\|$, де $\tau_{ij} \in P$; $i, j \in \{1, 2, \ldots, n\}$ і u — довільний вектор лінійного простору L. Розкладемо вектор u за обома базисами:

$$u = \alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \cdots + \alpha_n a_n, \quad u = \beta_1 b_1 + \beta_2 b_2 + \cdots + \beta_n b_n.$$

Тоді

$$u = \sum_{k=1}^{n} \beta_k b_k = \sum_{k=1}^{n} \beta_k \left(\sum_{l=1}^{n} \tau_{lk} a_l \right) = \sum_{k=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \beta_k \tau_{lk} a_l = \sum_{l=1}^{n} \left(\sum_{k=1}^{n} \tau_{lk} \beta_k \right) a_l.$$

Із теореми про розклад слідує, що $\alpha_l = \sum\limits_{k=1}^{n} \tau_{lk} \beta_k$ для довільного $l \in \{1, 2, \ldots, n\}$, що й потрібно було довести. $\square$

Означення 6

Рівність (2) називається **формулою перетворення координат** вектора при переході від одного базису лінійного простору до іншого базису.