Прямі суми підпросторів

Лектор — доц. Шапочка Ігор

ДВНЗ «Ужгородський національний університет»
Факультет математики та цифрових технологій
Кафедра алгебри та диференціальних рівнянь

23 лютого 2023 року

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A + B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A + B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\}$$

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A + B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2,$$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\}$$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a+b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a+b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A+B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A + B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A + B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A + B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a+b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай
$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$
Тоді
$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$
Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме
$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$
Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай
$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$
Тоді
$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$
Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме
$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$
Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$,

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a+b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A+B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$, то $(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta)$,

Означення 1

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A + B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A + B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A + B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$, то $(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta)$, що означає $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$.

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A + B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$, то $(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta)$, що означає $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$.

Завдання для самостійної роботи.

Нехай $C = \{(\gamma, \gamma) \mid \gamma \in \mathbb{R}\}$

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$, то $(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta)$, що означає $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$.

Завдання для самостійної роботи.

Нехай $C = \{(\gamma, \gamma) \mid \gamma \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$.

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається **прямою сумою**, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a+b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$, то $(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta)$, що означає $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$.

Завдання для самостійної роботи.

Нехай $C = \{(\gamma, \gamma) \mid \gamma \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$. Довести, що сума $A + C$ є прямою

Означення 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P називається прямою сумою, якщо для кожного вектора $c \in A+B$ існує тільки один вектор $a \in A$ і тільки один вектор $b \in B$ такі, що $c = a + b$.

Якщо сума $A+B$ підпросторів є прямою, то її позначатимемо символом $A \oplus B$.

Приклад прямої суми підпросторів.

Нехай

$$A = \{(\alpha, 0) \mid \alpha \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2, \qquad B = \{(0, \beta) \mid \beta \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2.$$

Тоді

$$A + B = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \mathbb{R}^2.$$

Сума $A+B$ є прямою, тому що будь-який вектор $c = (\alpha, \beta) \in A+B$ тільки одним способом представляється у вигляді суми елементів із A і B, а саме

$$(\alpha, \beta) = (\alpha, 0) + (0, \beta).$$

Дійсно, якщо для деяких $(\gamma, 0) \in A$, $(0, \delta) \in B$ справджується рівність $(\alpha, \beta) = (\gamma, 0) + (0, \delta)$, то $(\alpha, \beta) = (\gamma, \delta)$, що означає $\alpha = \gamma$, $\beta = \delta$.

Завдання для самостійної роботи.

Нехай $C = \{(\gamma, \gamma) \mid \gamma \in \mathbb{R}\} \subset \mathbb{R}^2$. Довести, що сума $A + C$ є прямою і $A \oplus C = \mathbb{R}^2$.

Теорема 1

Сума $A+B$ *підпросторів* A *і* B

Теорема 1

Сума $A+B$ *підпросторів* A *і* B *лінійного простору* L *над полем* P

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді,

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором,

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор,

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий,

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A + B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A + B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0} = \bar{0} + \bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0} = \bar{0} + \bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b,$$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.

Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де a, $a' \in A$;

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.

Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$,

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.

Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b=a'+b'$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b=a'+b'$ і, як наслідок,

$$\bar{0}=(a'-a)+(b'-b).$$

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b=a'+b'$ і, як наслідок,

$$\bar{0}=(a'-a)+(b'-b).$$

Це відмінне від $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B,

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.

Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b=a'+b'$ і, як наслідок,

$$\bar{0}=(a'-a)+(b'-b).$$

Це відмінне від $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B, бо або $a'-a \neq 0$, або $b'-b \neq 0$.

Теорема 1

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли існує тільки один вектор a із A і тільки один вектор b із B такі, що $a+b=\bar{0}$.

Доведення.

Зазначимо, що оскільки сума підпросторів A і B лінійного простору L є підпростором, то $\bar{0} \in A+B$. Тому необхідність теореми одразу слідує із означення прямої суми. Через те, що будь-який вектор, зокрема нульовий, із суми $A+B$ однозначно представляється у вигляді суми елементів із A та B. Тому $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине таке представлення.
Доведемо достатність. Нехай $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ — єдине представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B. Припустимо, що сума $A+B$ не є прямою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u=a+b, \qquad u=a'+b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b=a'+b'$ і, як наслідок,

$$\bar{0}=(a'-a)+(b'-b).$$

Це відмінне від $\bar{0}=\bar{0}+\bar{0}$ представлення нульового вектора $\bar{0}$ у вигляді суми елементів із A та B, бо або $a'-a \neq 0$, або $b'-b \neq 0$. Отже, припущення, що сума $A+B$ не є прямою є неправильним. $\square$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P

Теорема 2

Сума $A+B$ *підпросторів* A *і* B *лінійного простору* L *над полем* P *є прямою сумою тоді і тільки тоді,*

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c,

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0}$$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$.

Теорема 2

Сума $A+B$ *підпросторів* A *і* B *лінійного простору* L *над полем* P *є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин* $A \cap B$ *цих підпросторів є нульовим підпростором.*

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою.

Теорема 2

Сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A + B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}, c \in A$ і $\bar{0}, c \in B$. Це суперечить тому, що $A + B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}, c \in A$ і $\bar{0}, c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою.
Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b,$$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де $a,\ a' \in A$;

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}, c \in A$ і $\bar{0}, c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A + B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$,

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b = a'+b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L,

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}, c \in A$ і $\bar{0}, c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$. Аналогічно $b - b' \in B$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою.
Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$. Аналогічно $b - b' \in B$. Тому $a' - a = b - b' \in A \cap B$

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0},\ c \in A$ і $\bar{0},\ c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де $a,\ a' \in A$; $b,\ b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$. Аналогічно $b - b' \in B$. Тому $a' - a = b - b' \in A \cap B = \{\bar{0}\}$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$. Аналогічно $b - b' \in B$. Тому $a' - a = b - b' \in A \cap B = \{\bar{0}\}$. Таким чином, $a' - a = b - b' = \bar{0}$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A\cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A\cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A\cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A\cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a+b = a'+b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$. Аналогічно $b - b' \in B$. Тому $a' - a = b - b' \in A\cap B = \{\bar{0}\}$. Таким чином, $a' - a = b - b' = \bar{0}$. Це означає $a = a'$ і $b = b'$.

Теорема 2

Сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L над полем P є прямою сумою тоді і тільки тоді, коли перетин $A \cap B$ цих підпросторів є нульовим підпростором.

Доведення.

Нехай сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L є прямою сумою. Припустимо, що $A \cap B \neq \{\bar{0}\}$. Це означає, що перетин $A \cap B$ містить вектор c, відмінний від нульового $(c \neq \bar{0})$. Вектор c належить сумі $A+B$. Причому його можна двома способами представити у вигляді суми елементів із A і B:

$$c = c + \bar{0} = \bar{0} + c,$$

оскільки $\bar{0}$, $c \in A$ і $\bar{0}$, $c \in B$. Це суперечить тому, що $A+B$ є прямою сумою. Нехай тепер $A \cap B = \{\bar{0}\}$. Припустимо, що сума $A+B$ підпросторів A і B лінійного простору L не є прямою сумою. Тобто деякий елемент $u \in A+B$ двома способами представлений у вигляді суми елементів із A і B:

$$u = a + b, \qquad u = a' + b',$$

де a, $a' \in A$; b, $b' \in B$ і або $a \neq a'$, або $b \neq b'$. Тоді $a + b = a' + b'$ і, як наслідок, $a - a' = b' - b$. Оскільки A — підпростір в L, то $a - a' \in A$. Аналогічно $b - b' \in B$. Тому $a' - a = b - b' \in A \cap B = \{\bar{0}\}$. Таким чином, $a' - a = b - b' = \bar{0}$. Це означає $a = a'$ і $b = b'$. Одержана суперечність доводить теорему. □

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P.

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A + B$ є прямою

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді,

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A + B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:

$$1)\ \dim_P(A \cap B) = 0;$$

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді,

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A \cap B) = 0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B) = \dim_P A + \dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L;$$

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$
2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$
3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P.

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$

3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L,

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$

2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$

3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L, такий, що L є прямою сумою підпросторів A і B.

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$
2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$
3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L, такий, що L є прямою сумою підпросторів A і B.
4. Нехай дано систему лінійних однорідних рівнянь від n невідомих над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$
2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$
3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L, такий, що L є прямою сумою підпросторів A і B.
4. Нехай дано систему лінійних однорідних рівнянь від n невідомих над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ і матриця A цієї системи відмінна від нульової.

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$
2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$
3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L, такий, що L є прямою сумою підпросторів A і B.
4. Нехай дано систему лінійних однорідних рівнянь від n невідомих над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ і матриця A цієї системи відмінна від нульової. Довести, що простір $\mathbb{R}^n$ є прямою сумою простору розв'язків цієї системи рівнянь

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$
2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$
3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L, такий, що L є прямою сумою підпросторів A і B.
4. Нехай дано систему лінійних однорідних рівнянь від n невідомих над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ і матриця A цієї системи відмінна від нульової. Довести, що простір $\mathbb{R}^n$ є прямою сумою простору розв'язків цієї системи рівнянь і лінійної оболонки,

Завдання для самостійної роботи.

1. Нехай A, B скінченновимірні підпростори лінійного простору L над полем P. Довести, що сума $A+B$ є прямою тоді і тільки тоді, коли виконується одна із наступних умов:
$$1)\ \dim_P(A\cap B)=0; \qquad 2)\ \dim_P(A+B)=\dim_P A+\dim_P B.$$
2. Довести, що простір L є прямою сумою своїх підпросторів A і B тоді і тільки тоді, коли виконуються наступні дві умови:
$$1)\ A+B=L; \qquad 2)\ A\cap B=\{\bar{0}\}.$$
3. Нехай A — нетривіальний підпростір скінченновимірного лінійного простору L над полем P. Довести, що існує підпростір B в L, такий, що L є прямою сумою підпросторів A і B.
4. Нехай дано систему лінійних однорідних рівнянь від n невідомих над полем дійсних чисел $\mathbb{R}$ і матриця A цієї системи відмінна від нульової. Довести, що простір $\mathbb{R}^n$ є прямою сумою простору розв'язків цієї системи рівнянь і лінійної оболонки, натягнутої на рядки матриці A.

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s,

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, . . . , A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору $a_1 \in A_1$,

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$,

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, $\dots$, A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$, $\dots$,

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$, ..., $a_s \in A_s$

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$, ..., $a_s \in A_s$ таких, що $a = a_1 + a_2 + \cdots + a_s$.

Означення 2

Будемо говорити, що лінійний простір L над полем P є прямою сумою своїх ненульових підпросторів A_1, A_2, ..., A_s, якщо для кожного вектора $a \in A$ існує рівно по одному вектору $a_1 \in A_1$, $a_2 \in A_2$, ..., $a_s \in A_s$ таких, що $a = a_1 + a_2 + \cdots + a_s$. У цьому випадку писатимемо, що

$$A = A_1 \oplus A_2 \oplus \cdots \oplus A_s.$$