УДК 519.21

О. О. Погоріляк, А. М. Тегза (Ужгородський нац. ун-т)

ПРО ОДИН ІЗ МЕТОДІВ МОДЕЛЮВАННЯ КВАДРАТИЧНО ГАУССОВИХ ПРОЦЕСІВ КОКСА

In this paper we deal with Cox processes driven by a homogeneous square-gaussian random processes. We construct models of such processes which approximate them with some accuracy and reliability given beforehand.

Розглядаються випадкові процеси Кокса керовані стаціонарними квадратично гауссовими процесами. Будуються моделі таких процесів, що наближають їх з певною точністю та надійністю, заданими наперед.

1. Вступ. В роботі описується один з методів моделювання випадкових процесів Кокса. А саме, буде розглянуто випадок коли інтенсивність є стаціонарним квадратично гауссовим випадковим процесом. Дана робота в певному розумінні є модифікацією [1]. В ній використовується аналогічний метод побудови моделі випадкового процесу Кокса, але пропонується зовсім інший підхід до моделювання інтенсивності даного процесу.

Наведемо небхідні означення.

Нехай $\{\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P}\}$ – стандартний ймовірнісний простір, $\mathfrak{B}$ – σ-алгебра борелівських множин $\mathbf{T}$, $\mathbf{T} \subset \mathbf{R}$, $\{Y(t),\ t \in \mathbf{T}\}$ – стаціонарний, центрований, гауссовий, неперервний в середньому квадратичному випадковий процес, $B(t-s) = \mathbf{E}Y(t)\,Y(s)$.

Означення 1. *Нехай $Z(t)$ невід'ємний випадковий процес. Якщо умовний розподіл $\{\nu(B), B \in \mathfrak{B}\}$ при будь-якій реалізації $Z(t)$ є Пуассонівським процесом з функцією інтенсивності $\mu(B) = \int_B Z(\omega_0, t)\,dt$, то $\nu(B)$ називається випадковим процесом Кокса керованим процесом $Z(t)$.*

Якщо $Z(t) = Y^2(t)$, то $\nu(B)$ будемо називати процесом Кокса керованим квадратично гауссовим випадковим процесом $Y^2(t)$, або просто квадратично гауссовим процесом Кокса.

Оскільки $\{\nu(B),\ B \in \mathfrak{B}\}$ це подвійно стохастичний випадковий процес, то його модель будується в два етапи. Спочатку моделюємо гауссовий випадковий процес $\{Y(t),\ t \in \mathbf{T}\}$, далі розглядаємо деяке розбиття $D_{\mathbf{T}}$ області $\mathbf{T}$ і на кожному елементі розбиття $D_{\mathbf{T}}$ будуємо модель пуассонівської випадкової величини з відповідним середнім.

Нехай область моделювання $\mathbf{T}$ має вигляд $\mathbf{T} = [0, T]$, $T \in \mathbf{R}_+$. Розбиття $D_{\mathbf{T}} = \{t_0, t_1, \ldots, t_k\}$ цієї області на інтервали $B_i = [t_{i-1}, t_i]$ виберемо так, щоб $t_i < t_{i+1}$, та $t_{i+1} - t_i = d = \frac{T}{k}, i = \overline{0, k-1}$.

Через $\widetilde{Y}(t)$ позначимо модель процесу $Y(t)$, $\widetilde{\nu}(B_i)$ – модель $\nu(B_i)$, тобто модель пуассонівської випадкової величини з середнім $\widetilde{\mu}(B_i) = \int_{B_i} \widetilde{Y}^2(t)\,dt$.

$\widetilde{\nu}(B_i)$ це число точок моделі, що належать області B_i, але ми не знаємо їхнього справжнього розташування, тому розміщуємо їх в B_i довільно. Якщо ж $\widetilde{\nu}(B_i) = 1$, то точку розміщуємо в центрі області.

Зрозуміло, що модель можна вважати допустимою, якщо умовні ймовірності $p_{kY}(B_i) = \mathbf{P}\{\nu(B_i) = k \,/\, Y(t), t \in \mathbf{T}\}$ та $\widetilde{p}_{kY}(B_i) = \mathbf{P}\Big\{\widetilde{\nu}(B_i) = k \,/\, \widetilde{Y}(t), t \in \mathbf{T}\Big\}$

відрізняються мало, а також ймовірність того, що число точок $\nu(B_i)$ (відповідно і $\widetilde{\nu}(B_i)$) буде більше одиниці, також мала. Отже, задача моделювання квадратично гауссового процесу Кокса розбивається на дві задачі, а саме вибору розбиття області $\mathbf{T}$ та побудови моделі гауссового центрованого процесу $Y(t)$.

2. Задача вибору розбиття області T. Розбиття області $\mathbf{T}$ (тобто d або k) вибираємо так, щоб виконувалась нерівність

$$\mathbf{P}\{\nu(B_i) > 1\} < \delta, \tag{1}$$

де δ певне наперед задане число (наприклад, $\delta = 0.01$).

Теорема 1. *Нехай $\{\nu(B), B \in \mathfrak{B}\}$ квадратично гауссовий процес Кокса. Щоб мала місце нерівність* (1), $d = \frac{T}{k}$ *достатньо вибрати таким чином, щоб*

$$d \leq \sqrt{\frac{\delta e^2}{8\sqrt{2}B^2(0)}}.$$

Доведення. Оскільки $\mathbf{P}\{\nu(B_i) > 1\} = \mathbf{E}(1 - \exp\{-\mu(B_i)\} - \mu(B_i)\exp\{-\mu(B_i)\})$, та при $x > 0$ справедлива оцінка $1 - \exp\{-x\}(1+x) \leq \frac{x^2}{2}$, то для виконання (1) досить, щоб виконувалась нерівність

$$\mathbf{E}\mu^2(B_i) < 2\delta. \tag{2}$$

Виконаємо такі перетворення:

$$\mathbf{E}\mu^2(B_i) = \mathbf{E}\left[\int\limits_{B_i} Y^2(t)\,dt\right]^2 = \mathbf{E}\int\limits_{B_i} Y^2(t)\,dt \int\limits_{B_i} Y^2(s)\,ds =$$
$$= \mathbf{E}\iint\limits_{B_i \times B_i} Y^2(t)\,Y^2(s)\,dtds = \iint\limits_{B_i \times B_i} \mathbf{E}Y^2(t)\,Y^2(s)\,dtds. \tag{3}$$

При u_1, u_2 дійсних таких, що $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{u_2} = 1$ використаємо нерівність Гельдера:

$$\mathbf{E}Y^2(t)\,Y^2(s) \leq \left(\mathbf{E}Y^{2u_1}(t)\right)^{\frac{1}{u_1}} \left(\mathbf{E}Y^{2u_2}(s)\right)^{\frac{1}{u_2}}. \tag{4}$$

Для гауссової випадкової величини ξ справедливе наступне співвідношення:

$$\mathbf{E}|\xi|^p = c_p\left(\sigma^2\right)^{\frac{p}{2}}, \tag{5}$$

причому

$$c_p \leq \sqrt{2}p^{\frac{p}{2}}\exp\left\{-\frac{p}{2}\right\}. \tag{6}$$

Використовуючи (5), маємо $\mathbf{E}Y^{2u_1}(t) = c_{2u_1}\mathbf{E}\left(Y^2(t)\right)^{u_1} = c_{2u_1}B^{u_1}(0)$. Аналогічно $\mathbf{E}Y^{2u_2}(t) = c_{2u_2}B^{u_2}(0)$. Розписавши c_{2u_1} та c_{2u_2} за допомогою (6), із (4) матимемо

$$\mathbf{E}Y^2(t)\,Y^2(s) \leq 4\sqrt{2}u_1u_2e^{-2}B^2(0). \tag{7}$$

Із умови (3), нерівності (7), в якій покладемо $u_1 = u_2 = 2$ та (2), випливає справедливість теореми.

3. Побудова моделі процесу $Y(t)$. Нехай $\{\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P}\}$ – стандартний ймовірнісний простір, $\{Y(t), t \in \mathbf{T}\}$ – стаціонарний, гауссовий, дійсний, неперервний в середньому квадратичному, центрований випадковий процес. Як відомо, коваріаційна функція $B(\tau)$ таких процесів може бути зображена у вигляді інтегралу [2]

$$B(\tau) = \mathbf{E}Y(t+\tau)\,Y(t) = \int_0^\infty \cos\lambda\tau\, dF(\lambda),$$

де $F(\lambda)$, $\lambda \in [0, +\infty]$ монотонно неспадна, неперервна зліва функція, $F(0) = 0$, $F(+\infty) = B(0)$. За теоремою Карунена [3] стаціонарний, центрований процес $Y(t)$ може бути зображений у вигляді

$$Y(t) = \int_0^\infty \cos\lambda\, t\, d\xi(\lambda) + \int_0^\infty \sin\lambda\, t\, d\eta(\lambda), \tag{8}$$

де $\xi(\lambda)$ та $\eta(\lambda)$ центровані випадкові процеси з некорельованими приростами такі, що при $\lambda_1 < \lambda_2$

$$\mathbf{E}\left(\xi(\lambda_2) - \xi(\lambda_1)\right)^2 = \mathbf{E}\left(\eta(\lambda_2) - \eta(\lambda_1)\right)^2 = F(\lambda_2) - F(\lambda_1),$$

$F(\lambda)$ — спектральна функція процесу $Y(t)$, визначена вище.

За модель такого процесу братимемо суму $\widetilde{Y}(t)$ вигляду

$$\widetilde{Y}(t) = \sum_{k=0}^{N} \left(\xi_k \cos\zeta_k t + \eta_k \sin\zeta_k t\right), \tag{9}$$

де $\xi_k = \Delta_k \xi(\lambda) = \int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}} d\xi(\lambda)$, $\eta_k = \Delta_k \eta(\lambda) = \int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}} d\eta(\lambda)$, ζ_k – незалежні випадкові величини; $D_\Lambda = \{\lambda_0, \lambda_1 \ldots \lambda_{N+1}\}$ – таке розбиття множини $[0, \infty]$, що $\lambda_0 = 0$, $\lambda_N = \Lambda(\Lambda \in \mathbf{R}_+)$, $\lambda_{N+1} = \infty, \lambda_k < \lambda_{k+1}$; ξ_k, η_k є гауссовими випадковими величинами такими, що $\mathbf{E}\xi_k = \mathbf{E}\eta_k = 0$, $\mathbf{E}\xi_k^2 = \mathbf{E}\eta_k^2 = F(\lambda_{k+1}) - F(\lambda_k) = b_k^2$; ζ_k – випадкові величини, що приймають значення на відрізках $[\lambda_k, \lambda_{k+1}]$ та при $b_k^2 > 0$

$$F_k(\lambda) = \mathbf{P}\{\zeta_k < \lambda\} = \frac{F(\lambda) - F(\lambda_k)}{F(\lambda_{k+1}) - F(\lambda_k)}.$$

Якщо $b_k^2 = 0$, то $\xi_k = 0$, $\eta_k = 0$, $\zeta_k = 0$ з ймовірністю одиниця (дивись [4]).

4. Наближення квадратично гауссового процесу Кокса з певною точністю та надійністю. Оскільки модель квадратично гауссового процесу Кокса $\{\nu(B_i), B_i \subset \mathfrak{B}\}$ потрібно будувати так, щоб умовні ймовірності $p_{kY}(B_i)$ та $\widetilde{p}_{kY}(B_i)$ з ймовірністю близькою до одиниці відрізнялись мало, то природнім є наступне означення.

Означення 2. *Скажемо, що модель квадратично гауссового процесу Кокса* $\{\nu(B_i), B_i \subset \mathfrak{B}\}$ *наближає його з точністю* α, $0 < \alpha < 1$ *та надійністю* $1 - \gamma$, $0 < \gamma < 1$, *якщо виконується нерівність*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} \left| p_{kY}(B_i) - \widetilde{p}_{kY}(B_i) \right| > \alpha \right\} < \gamma.$$

Лема 1. *Нехай $Y(t)$ – стаціонарний, центрований, неперервний в середньому квадратичному гауссовий випадковий процес, тоді при $p > 1$ має місце оцінка*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} \left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right| > \alpha\right\} \leq \frac{\sqrt{2}k\left(16B\left(0\right)d^2\right)^{\frac{p}{2}} A_N^{\frac{p}{2}} p^p \exp\left\{-p\right\}}{\alpha^p},$$

де

$$A_N = 2B(0)\frac{\Lambda^2 T^2}{N^2} + 8\left(B\left(0\right) - F\left(\Lambda\right)\right).$$

Доведення.

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} \left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right| > \alpha\right\} \leq$$
$$\leq \sum_{i=0}^{k} \mathbf{P}\left\{\left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right| > \alpha\right\} \leq$$
$$\leq k \max_{B_i \in \mathfrak{B}} \mathbf{P}\left\{\left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right| > \alpha\right\}.$$

Використовуючи нерівність Чебишева, матимемо

$$\mathbf{P}\left\{\left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right| > \alpha\right\} \leq \frac{\mathbf{E}\left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|^p}{\alpha^p}.$$

Із узагальненої нерівності Мінковського

$$\left(\mathbf{E}\left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|^p\right)^{\frac{1}{p}} =$$
$$= \left(\mathbf{E}\left(\int\limits_{B_i} \left|Y^2\left(t\right) - \widetilde{Y}^2\left(t\right)\right| dt\right)^p\right)^{\frac{1}{p}} \leq \int\limits_{B_i} \left(\mathbf{E}\left|Y^2\left(t\right) - \widetilde{Y}^2\left(t\right)\right|^p\right)^{\frac{1}{p}} dt.$$

Таким чином, із останніх трьох нерівностей випливає наступна оцінка:

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} \left|\mu\left(B_i\right) - \widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right| > \alpha\right\} \leq \frac{k\left(\int\limits_{B_i} \left(\mathbf{E}\left|Y^2\left(t\right) - \widetilde{Y}^2\left(t\right)\right|^p\right)^{\frac{1}{p}} dt\right)^p}{\alpha^p}. \tag{10}$$

Скористаємось нерівністю Гельдера:

$$\mathbf{E}\left|Y^2\left(t\right) - \widetilde{Y}^2\left(t\right)\right|^p \leq \left(\mathbf{E}\left|Y\left(t\right) - \widetilde{Y}\left(t\right)\right|^{2p}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\mathbf{E}\left|Y\left(t\right) + \widetilde{Y}\left(t\right)\right|^{2p}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{11}$$

Кожен з множників правої частини (11) оцінимо за допомогою (5).

$$\mathbf{E}\left|Y\left(t\right) - \widetilde{Y}\left(t\right)\right|^{2p} = c_{2p}\left(\mathbf{E}\left|Y\left(t\right) - \widetilde{Y}\left(t\right)\right|^2\right)^p. \tag{12}$$

Беручи до уваги зображення (8) та (9) процесу і його моделі, оцінимо різницю

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{E}\left|Y(t)-\widetilde{Y}(t)\right|^2 = \\
&= \mathbf{E}\left(\sum_{k=0}^{N}\left[\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\cos\lambda t-\cos\zeta_k t)\,d\xi(\lambda)+\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\sin\lambda t-\sin\zeta_k t)\,d\eta(\lambda)\right]\right)^2 = \\
&= \sum_{k=0}^{N}\mathbf{E}\left(\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\cos\lambda t-\cos\zeta_k t)\,d\xi(\lambda)\right)^2+\sum_{k=0}^{N}\mathbf{E}\left(\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\sin\lambda t-\sin\zeta_k t)\,d\eta(\lambda)\right)^2 = \\
&= \sum_{k=0}^{N}\mathbf{E}_\xi\mathbf{E}_{\zeta_k}\left(\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\cos\lambda t-\cos\zeta_k t)\,d\xi(\lambda)\right)^2 + \\
&+ \sum_{k=0}^{N}\mathbf{E}_\eta\mathbf{E}_{\zeta_k}\left(\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\sin\lambda t-\sin\zeta_k t)\,d\eta(\lambda)\right)^2 = \\
&= \sum_{k=0}^{N}\mathbf{E}_{\zeta_k}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\cos\lambda t-\cos\zeta_k t)^2\,dF(\lambda)+\sum_{k=0}^{N}\mathbf{E}_{\zeta_k}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\sin\lambda t-\sin\zeta_k t)^2\,dF(\lambda).
\end{aligned}
$$

При виконанні цих перетворень ми врахували, що $\xi(\lambda)$, $\eta(\lambda)$, ζ_k незалежні в сукупності та використали теорему Фубіні.

Оскільки $\mathbf{P}\left\{\zeta_k<\lambda\right\}=\frac{F(\lambda)-F(\lambda_k)}{F(\lambda_{k+1})-F(\lambda_k)}$ та $F(\lambda_{k+1})-F(\lambda_k)=b_k^2$, то

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{E}\left|Y(t)-\widetilde{Y}(t)\right|^2 = \\
&= \sum_{k=0}^{N}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\cos\lambda t-\cos\nu t)^2\,dF(\lambda)\frac{dF(\nu)}{b_k^2}+ \\
&+ \sum_{k=0}^{N}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}(\sin\lambda t-\sin\nu t)^2\,dF(\lambda)\frac{dF(\nu)}{b_k^2}\le \\
&\le \sum_{k=0}^{N-1}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\int_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}8\sin^2\frac{(\lambda-\nu)t}{2}dF(\lambda)\frac{dF(\nu)}{b_k^2}+\int_{\lambda_N}^{\infty}\int_{\lambda_N}^{\infty}\sin^2\frac{(\lambda-\nu)t}{2}dF(\lambda)\frac{dF(\nu)}{b_N^2}.
\end{aligned}
$$

Виберемо розбиття D_Λ таким чином, що $\lambda_{k+1}-\lambda_k=\frac{\Lambda}{N}$, $i=0,1,\ldots,N-1(N\in$

$\mathbf{N}$), тоді

$$\mathbf{E}\left|Y(t)-\widetilde{Y}(t)\right|^{2}\leq\sum_{k=0}^{N-1}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}2\frac{\Lambda^2t^2}{N^2}dF(\lambda)\frac{dF(\nu)}{b_k^2}+8\int\limits_{\lambda_N}^{\infty}\int\limits_{\lambda_N}^{\infty}dF(\lambda)\frac{dF(\nu)}{b_k^2}\leq$$
$$\leq 2B(0)\frac{\Lambda^2T^2}{N^2}+8\left(B(0)-F(\Lambda)\right).$$

Із даного співвідношення та (12) маємо, що

$$\begin{gathered}\mathbf{E}\left|\,Y(t)-\widetilde{Y}(t)\right|^{2p}\leq c_{2p}A_N^p,\\ A_N=2B(0)\frac{\Lambda^2T^2}{N^2}+8\left(B(0)-F(\Lambda)\right).\end{gathered}\tag{13}$$

Оцінимо $\mathbf{E}\left|\,Y(t)+\widetilde{Y}(t)\right|^{2p}$. Для гауссових, стаціонарних, центрованих випадкових процесів мають місце рівності $\mathbf{E}\left(Y(t)\right)^2=B(0)$, $\mathbf{E}\left(\widetilde{Y}(t)\right)^2=F(\Lambda)$, тому

$$\mathbf{E}\left|Y(t)+\widetilde{Y}(t)\right|^{2}=B(0)+F(\Lambda)+2EY(t)\widetilde{Y}(t),$$

$$\mathbf{E}Y(t)\widetilde{Y}(t)=\mathbf{E}\left(\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\cos\lambda t\,d\xi(\lambda)+\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\sin\lambda t\,d\eta(\lambda)\right)\times$$
$$\times\left(\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\cos\zeta_k t\,d\xi(\lambda)+\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\sin\zeta_k t\,d\eta(\lambda)\right)=$$
$$=\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\cos\lambda t\cos\zeta_k t\,dF(\lambda)+\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\sin\lambda t\sin\zeta_k t\,dF(\lambda)$$
$$=\sum_{k=0}^{N}\int\limits_{\lambda_k}^{\lambda_{k+1}}\cos\ t\left(\lambda-\zeta_k\right)dF(\lambda).$$

Із двох останніх співвідношень легко бачити, що

$$\mathbf{E}\left|\,Y(t)+\widetilde{Y}(t)\right|^{2p}\leq c_{2p}\left(4B(0)\right)^{p}.\tag{14}$$

Враховуючи (13) та (14) а також оцінку (6) для c_{2p} після елементарних перетворень із (11) випливає, що

$$\mathbf{E}\left|Y^2(t)-\widetilde{Y}^2(t)\right|^{p}\leq\sqrt{2}\left(16B(0)\right)^{\frac{p}{2}}p^p\exp\{-p\}A_N^{\frac{p}{2}}.$$

Із отриманого співвідношення і нерівності (10) випливає твердження леми.

Лема 2. *Нехай* $Y(t)$ *– стаціонарний, центрований, неперервний в середньому квадратичному гауссовий випадковий процес, тоді якщо* $\alpha > 2d\left(B(0)A_N\right)^{\frac{1}{2}}$, *то має місце оцінка*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i\in\mathfrak{B}}|\,p_{kY}(B_i)-\widetilde{p}_{kY}(B_i)\,|>\alpha\right\}\le\sqrt{2}k\exp\left\{-\frac{\alpha}{2d\left(B(0)A_N\right)^{\frac{1}{2}}}\right\},$$

де A_N *визначено в умові леми 1.*

Доведення. Справедлива нерівність (доведення дивись в [1])

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_{i_1,\dots,i_n}\in\mathfrak{B}}|p_{kY}(B_{i_1,\dots,i_n})-\widetilde{p}_{kY}(B_{i_1,\dots,i_n})|>\alpha\right\}$$
$$\le\mathbf{P}\left\{\max_{B_{i_1,\dots,i_n}\in\mathfrak{B}}|\mu(B_{i_1,\dots,i_n})-\widetilde{\mu}(B_{i_1,\dots,i_n})|>\alpha\right\}.$$

Мінімізувавши функцію $\frac{\sqrt{2}k\left(16B(0)d^2\right)^{\frac{p}{2}}A_N^{\frac{p}{2}}p^p\exp\{-p\}}{\alpha^p}$ по змінній p, легко бачити, що дана лема випливає з леми 1.

Теорема 2. *Нехай* $Y(t)$ *– стаціонарний, гауссовий, центрований, неперервний в середньому квадратичному випадковий процес. Якщо виконуються умови*

$$\alpha>2d\left(B(0)A_N\right)^{\frac{1}{2}},$$
$$\sqrt{2}k\exp\left\{-\frac{\alpha}{2d\left(B(0)A_N\right)^{\frac{1}{2}}}\right\}<\gamma,$$

де

$$A_N=2B(0)\frac{\Lambda^2T^2}{N^2}+8\left(B(0)-F(\Lambda)\right),$$

тоді модель квадратично гауссового процесу Кокса $\{\nu(B_i),\,B_i\subset\mathfrak{B}\}$ *наближає його з точністю* α *та надійністю* $1-\gamma$.

Доведення. Очевидно, що дана теорема є прямим наслідком означення 2 та леми 2.

5. Висновки. В даній роботі будуються моделі випадкових процесів Кокса керованих випадковою інтенсивністю з певною точністю та надійністю. Розглянуто випадок коли інтенсивність породжується квадратичного гауссовим стаціонарним процесом та один з підходів до її моделювання.

1. *Погоріляк О. О.* Моделювання квадратично гауссових процесів Кокса у випадку коли інтенсивність породжена однорідним полем. // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія математика і інформатика. – 2007. – №14-15. – С. 122-129.
2. *Гихман И. И., Скороход А. В., Ядренко М. И.* Теория вероятостей и математическая статистика. – Киев: Выща школа, 1988. – 439с.
3. *Козаченко Ю.В., Пашко А.О.* Моделювання випадкових процесів. – К.: Київський університет, 1999. – 223 с.
4. *Тегза А.М.* Обгрунтування оцінок точності і надійності моделювання гауссових стаціонарних випадкових процесів: дис. на здобуття наукового ступеня канд. наук: 01.01.05; – Ужгород, 2003. – 169 с.

Одержано ..2011