

Івано-Франківське математичне товариство  
Прикарпатський національний університет  
імені Василя Стефаника

**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ  
ТА  
МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

Всеукраїнська наукова конференція

Тези доповідей

Ворохта  
20 – 26 лютого 2012

Івано-Франківськ, 2012

3) Для всіх  $\{x_1, x_2\} \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 \neq x_2$ ,

$$P \{\varphi_t(x_1) \neq \varphi_t(x_2), t \geq 0\} = 1.$$

**Теорема 2.** Для всіх  $\{x_1, x_2\} \in \mathbb{R}$ ,  $x_1 < x_2$ ,

$$\frac{\ln(\varphi_t(x_2) - \varphi_t(x_1))}{t} \rightarrow ab, t \rightarrow \infty, \text{ майже напевно.}$$

- [1] A.K.Zvonkin. A transformation of the phase space of a diffusion process that removes the drift. *Mat. Sb. (N.S.)*, 93(135):129–149, 1974.

## УТОЧНЕННЯ ОСНОВНОЇ ФАКТОРИЗАЦІЙНОЇ ТОТОЖНОСТІ ДЛЯ МАЙЖЕ НАПІВНЕПЕРЕРВНИХ ГРАТЧАСТИХ ПРОЦЕСІВ НА ЛАНЦЮГАХ МАРКОВА

ГЕРИЧ МИРОСЛАВА СЕРГІЙВНА

Ужгородський національний університет

miroslava.gerich@yandex.ru

Розглядається гратчастий пуассонівський процес на ланцюгу Маркова (ЛМ)

$$\mathbf{Z}(t) = \{\xi(t), x(t)\} \quad (t \geq 0, \xi(0) = 0),$$

де  $x(t)$  – регулярний однорідний ЛМ з обмеженою множиною станів  $\mathbb{E} = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ ;  $\xi(t) = \{\xi_1(t), \dots, \xi_k(t)\}$ , де кожному стану ЛМ  $x(t) = k$  відповідає  $\xi_k(t)$ . Повне означення процесу  $\mathbf{Z}(t)$  в негратчастому і гратчастому випадках див. в [1, 2].

В [2] одержано двосторонній факторизаційний розклад для

$$\mathbf{g}(s, z) = \mathbf{E}z^{\xi(\theta_s)} = \|E[z^{\xi(\theta_s)}, x(\theta_s) = r|x(0) = k]\|, \quad (r, k \in \mathbb{E})$$

$\theta_s$  –показниково розподілена випадкова величина (такий розклад для  $\mathbf{g}(s, z)$  називають матричною основною факторизаційною тотожністю (о.ф.т.)).

У випадку майже напівнеперервності зверху (знизу) розглядуваного процесу, коли його додатні (від’ємні) стрибки мають геометричний розподіл, одержано явний вигляд компонент о.ф.т., а саме, генератрис екстремумів процесу та їх доповнень:

$$\mathbf{g}_{\pm}(s, z) = \mathbf{E}z^{\xi^{\pm}(\theta_s)} = \|E[z^{\xi^{\pm}(\theta_s)}, x(\theta_s) = r|x(0) = k]\|,$$

$$\mathbf{g}^{\pm}(s, z) = \mathbf{E}z^{\xi(\theta_s) - \xi^{\mp}(\theta_s)}.$$

Для напівнеперервних процесів, коли їх додатні (від’ємні) стрибки одиничні в [3] одержано вигляд  $\mathbf{g}_{\pm}(s, z)$ ,  $\mathbf{g}^{\pm}(s, z)$ .

- [1] Гусак Д.В. Граничні задачі для процесів з незалежними приростами на скінченних ЛМ та для напівмарковських процесів. – Київ: Ін-т математики НАН України, 1998. – 320 с.
- [2] Гусак Д.В., Герич М.С. Уточнення компонент основної факторизаційної тотожності для ґратчастих пуассонівських процесів на ланцюгах Маркова// Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер.матем. і інформ. (подано до друку)
- [3] Гусак Д.В., Туремлязова А.И. О решетчатых полунепрерывных пуассоновских процессах на цепи Маркова// Укр. матем. ж. - 1987. -39, № 6.- с.707-711.

## СИСТЕМА $M^{\theta}/G/1/m$ З ГІСТЕРЕЗИСНИМ РЕГУЛЮВАННЯМ ДОВЖИНИ ЧЕРГИ

ЖЕРНОВИЙ Костянтин Юрійович

Львівський національний університет імені Івана Франка

k\_zhernovyi@yahoo.com

У застосуваннях систем обслуговування важливе значення має вирішення двох проблем: а) черга повинна бути невеликою; б) загальний час простою системи повинен бути малим. Покажемо, що вирішення стандартним шляхом одної з цих проблем ускладнює вирішення другої. Нехай  $\rho$  – коефіцієнт завантаження системи  $M^{\theta}/G/1$ . Відомо, що для  $0 < \rho < 1$  середня довжина черги скінченна, але черга необмежено зростає, якщо  $\rho \uparrow 1$ . З іншого боку, середнє значення відносного часу простою має тенденцію до збільшення, якщо  $\rho \downarrow 0$ . Отже, вирішення проблеми а) вимагає значень  $\rho$ , близьких до 0, а проблеми б) – близьких до 1. У цій праці ми намагаємось задовольнити обидві вимоги одночасно, використовуючи особливий тип системи обслуговування, в якій протікає осцилюючий випадковий процес.

Для системи  $M^{\theta}/G/1/m$  застосовуються два режими обслуговування (основний та післяпороговий) з функціями розподілу часу обслуговування  $F(t)$  і  $\tilde{F}(t)$  відповідно. Післяпороговий режим супроводжується блокуванням вхідного потоку і починає функціонувати, якщо в момент  $t$  початку обслуговування чергового замовлення кількість замовлень у системі  $\xi(t)$  задовольняє умову  $\xi(t) > h_2$ . Повернення до основного режиму і припинення блокування здійснюється в момент початку обслуговування того замовлення, для якого  $\xi(t) \leq h_1$ , де  $h_1 \leq h_2$  ( $1 \leq h_2 \leq m - 1$ ).

Спираючись на метод потенціалу В. С. Королюка [1] для неперервних знизу випадкових блукань, знайдено перетворення Лапласа для розподілу кількості замовлень у системі під час періоду зайнятості і для функції розподілу періоду зайнятості, визначена середня тривалість періоду зайнятості, отримано формули для стаціонарного розподілу кількості замовлень у системі та стаціонарних характеристик. Розглянуто випадок  $m = \infty$  і розв'язано задачі оптимального синтезу систем з заданими характеристиками.