Івано-Франківське математичне товариство
Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника
Інститут математики НАН України

СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Всеукраїнська наукова конференція

Ворохта
24 — 27 лютого 2016 року

(*тези доповідей*)

Івано-Франківськ, 2016

Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу: Всеукраїнська наукова конференція, Ворохта 24 — 27 лютого 2016 р. (тези доповідей), – Івано-Франківськ: ДВНЗ "Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника", 2016. – 152 с.

Організаційний комітет:

Загороднюк А. В.	Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ
Копач М. І.	Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ
Качановський М. О.	Інститут математики НАН України, Київ
Кулик О. М.	Інститут математики НАН України, Київ)
Маслюченко В. К.	Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, Чернівці
Осипчук М. М.	Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ
Пилипенко А. Ю.	Інститут математики НАН України, Київ
Портенко М. І.	Інститут математики НАН України, Київ
Скасків О. Б.	Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів
Слободян С. Я.	Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ
Шарин С. В.	Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ)
Шевчук Р. В.	Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника, Івано-Франківськ

У збірнику представлено стислий виклад доповідей і повідомлень, поданих на Всеукраїнську наукову конференцію "Сучасні проблеми теорії ймовірностей та математичного аналізу". Тези доповідей і повідомлень подані в авторських варіантах.

Зміст

Це поле зберігає властивості дробового броунівського руху. А саме, воно є анізотропним автомодельним за означенням 1 та має стаціонарні прирости на прямокутниках.

У статті [3] доведено, що існують такі гауссівські автомодельні випадкові поля, що мають стаціонарні прирости на прямокутниках і розподіли яких не співпадають з розподілами анізотропного дробового броунівського поля. Зокрема, для полів з індексом $\mathbf{H} = (0.5, 0.5)$ наведено наступний результат.

Твердження 3. *Прирости на прямокутниках гауссівського автомодельного поля X з індексом автомодельності $\mathbf{H} = (0.5, 0.5)$ та коваріаційною функцією*

$$EX(\mathbf{t})X(\mathbf{s}) = (t_1 \wedge s_1)(t_2 \wedge s_2)\left(1 + \frac{\theta}{4}\frac{t_1 - s_1}{t_1 \vee s_1}\frac{t_2 - s_2}{t_2 \vee s_2}\right) \tag{1}$$

є стаціонарними, але не незалежними.

Також у доповіді наведено твердження, що характеризує наявність стаціонарних приростів автомодельного поля в термінах коваріаційної функції відповідного стаціонарного поля з перетворення Ламперті. Доведено закон нуля та одиниці для полів з ергодичним масштабним перетворенням, траєкторії яких нормовані нижніми та верхніми монотонними обмежувальними функціями. Доведено сильні граничні теореми для анізотропних автомодельних полів. Отримано такі граничні теореми для гауссівських полів.

Досліджено збіжність інтегрального функціоналу типу середнього від d-вимірного N-параметричного анізотропного дробового броунівського поля. Доведено збіжність нормованого інтегрального функціоналу від d-вимірного N-параметричного анізотропного автомодельного поля до локального часу у припущенні, що його неперервний локальний час існує.

[1] В. Макогін, *Асимптотичні властивості інтегральних функціоналів від дробових броунівських полів,* Теорія Ймовірностей та Математична Статистика, **91** (2014), 97–106.

[2] V. Makogin, Yu. Mishura, *Strong limit theorems for anisotropic self-similar fields,* Modern Stochastics: Theory and Applications, **1**(1) (2014), 73–93.

[3] V. Makogin, Yu. Mishura, *Example of a Gaussian Self-Similar Field With Stationary Rectangular Increments That Is Not a Fractional Brownian Sheet,* Stochastic Analysis and Applications, **33**(3) (2015), 413–428.

Простори Орліча випадкових величин та простори $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$

Козаченко Ю. В.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
ykoz@ukr.net

Млавець Ю. Ю.
ДВНЗ "Ужгородський національний університет"
yura-mlavec@ukr.net

Синявська О. О.
ДВНЗ "Ужгородський національний університет"
olja_sunjavska@ukr.net

Розглядається C-функція Орліча

$$U(x) = \begin{cases} \left(\frac{e\alpha}{2}\right)^{2/\alpha} x^2, & \text{якщо } |x| \le x_\alpha; \\ \exp\{|x|^\alpha\}, & \text{якщо } |x| > x_\alpha, \end{cases} \tag{1}$$

де $x_\alpha = \left(\frac{2}{\alpha}\right)^{1/\alpha}$, $0 < \alpha < 1$. $L_U(\Omega)$ – простір Орліча, що породжений функцією $U(x)$.

Теорема 1. *Простори Орліча $L_U(\Omega)$, де функція $U(x)$ задана у вигляді (1), містять ті ж самі елементи, що і простори $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, де $\psi(u) = u^{1/\alpha}$, $\alpha > 0$, причому норми в цих просторах – еквівалентні та мають місце нерівності:*

$$\|\xi\|_U \le C_{\psi U} \|\xi\|_\psi, \|\xi\|_U \ge C_{U\psi} \|\xi\|_\psi,$$

де $C_{\psi U} = e^{2/\alpha+2}\left(1 + \frac{e^{1/12}}{\sqrt{2\pi}}\right)^{1/\alpha} e^{1/\alpha}$, $C_{U\psi} = \frac{1}{2^{1/\alpha}}\left(e^{2/\alpha} + 1\right)^{-1/\alpha} \alpha^{1/\alpha} e^{1/\alpha}$.

Теорема 2. *Для простору Орліча $L_U(\Omega)$, де $U(x)$ задана у вигляді (1), справджується умова $\mathbf{H}$ із константою*

$$C_U = 4 \cdot 9^{\frac{1}{\alpha}} \left(\frac{C_{\psi U}}{C_{U\psi}}\right)^2.$$

Встановлюється зв'язок між просторами $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$ і просторами Орліча. Знаходяться умови при яких для досліджуваного простору Орліча виконується умова $\mathbf{H}$.

[1] Ю. Млавець, *Зв'язок просторів Орліча випадкових величин з просторами* $\mathbf{F}_\psi(\Omega)$, Науковий вісник Ужгород. ун-ту. Серія матем. і інформ., **25** (1) (2014), 77–84.

Задача інтерполяції стаціонарних послідовностей

Моклячук М. П.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
mmp@univ.kiev.ua

Сідей М. І.
Київський національний університет імені Тараса Шевченка
marysidei4@gmail.com

Досліджується задача оптимального лінійного оцінювання функціонала $A_s\xi = \sum\limits_{l=0}^{s-1}\sum\limits_{j=M_l}^{M_l+N_{l+1}} a(j)\xi(j)$, $M_l = \sum\limits_{k=0}^{l}(N_k+K_k)$, $N_0=K_0=0$, від невідомих значень стаціонарної стохастичної послідовності $\xi(j)$ за даними спостережень послідовності $\xi(j)+\eta(j)$ в точках $j\in\mathbb{Z}\backslash S$, $S=\bigcup\limits_{l=0}^{s-1}\{M_l,\ldots,M_l+N_{l+1}\}$, де $\eta(j)$ – некорельована з $\xi(j)$ стаціонарна послідовність. За умови, що спектральні щільності послідовностей $\xi(j)$ та $\eta(j)$ відомі, застосовано метод проекцій у гільбертових просторах [1] та знайдено формули для обчислення середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальної оцінки функціонала [3]. У вигляді наслідку розглянута задача для стаціонарної послідовності, що спостерігається без шуму [4]. У випадку, коли вигляд спектральних щільностей невідомий, але задані множини допустимих спектральних щільностей, застосовано мінімаксний метод оцінювання [2]. Для заданих множин допустимих спектральних щільностей визначені найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні спектральні характеристики оптимальної лінійної оцінки функціонала.

[1] А. Н. Колмогоров, *Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник статей / А.Н. Колмогоров*, "Наука", Москва, 1986.

[2] М. П. Моклячук, *Робастні оцінки функціоналів від стохастичних процесів*, ВПЦ "Київський університет", Київ, 2008.

[3] М. П. Моклячук, М. І. Сідей, *Інтерполяція стаціонарних послідовностей, що спостерігаються з шумом*, Теорія Ймовірностей та Математична Статистика, **93** (2015), 143–156.

[4] Mikhail Moklyachuk, Maria Sidei, *Interpolation Problem for Stationary Sequences with Missing Observations*, Statistics, Optimization & Information Computing, **3** (3) (2015), 259–275.

Аналог теореми Беррі-Ессена для функціоналів від слабо ергодичних Марковських процесів

Молибога Г. М.
Інститут математики НАН України
St.George.Molyboga@gmail.com

Нехай X - однорідній Марковський процес, який є слабо ергодичним; тобто, його перехідні ймовірності слабко збігаються до єдиного інваріантного розподілу. Розглянемо суми вигляду $Y_n = \frac{1}{\sqrt{n}}\sum\limits_{k=1}^{n} A(X_k)$. Доводиться, що при відповідних умовах на слабку ергодичність, рівномірна оцінка на швидкість збіжності Y_n до нормального розподілу є $O(\frac{(\ln n)^2}{n^{1/4}})$.

Метод доведення є узагальненням представленого в [1].

[1] A.Yu. Veretennikov, A.M. Kulik, *Diffusion approximation of systems with weakly ergodic Markov perturbations. I, II*, Probability theory and mathematical statistics, **Vol. 87** (2012) 12 – 27; **Vol. 88** (2013), 1 – 16.