

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

**РОБОЧА ПРОГРАМА**  
**дисципліни “Теоретична механіка”**  
**для спеціальності 01.01 – “Математика”**

Затверджено на засіданні кафедри  
диференціальних рівнянь та математичної фізики УжНУ  
17 листопада 2005 р., протокол №4

**Ужгород – 2006**

## МЕТА І ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Теоретична механіка, як фундаментальна наука, залишається однією із дисциплін, яка дає поглиблені знання про природничі процеси і служить засобом виховання у майбутніх спеціалістів необхідних навиків до побудови математичних моделей явищ, їх реалізації і аналізу отриманих результатів.

Основна трудність, з якою студент зустрічається із самого початку вивчення механіки – це вироблення самостійних навичок схематизації механічних процесів і явищ та вміння надавати конкретним фізичним задачам абстрактну математичну форму. Тому при вивченні курсу теоретичної механіки студент повинен не тільки працювати над підручником, але й звернути серйозну увагу на самостійне розв'язування задач.

Вивчення курсу тісно пов'язане з основами лінійної і векторної алгебри, аналітичної і диференціальної геометрії, диференціального та інтегрального числення, тому доцільним є повторення даних розділів із попередніх курсів.

Загальна кількість годин, які відводяться згідно робочого плану на вивчення даної дисципліни – 140, що складає 2,59 кредиту. З них:

лекційних – 72 год.,

лабораторних – 68 год.,

залік – V семестр,

екзамен – VI семестр.

## РОБОЧИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ з/п	Теми лекційних та практичних занять	К-сть годин			Література (підручник, розділ, параграф)
		Лекції	Лаб. роб.	Самост. роб.	
<b>V семестр</b>					
<b>Модуль I. Кінематика матеріальної точки</b>					
1	Вступ. Предмет теоретичної механіки, її методологічні основи, розділи механіки. Основні поняття: простір, час, системи відліку, механічна взаємодія. Історія розвитку механіки.	2		2	[1] Вступ; [2] Т.1, § 1-2; Т. 2, § 1; [5] Вступ, § 1; [9] §1.
2	Способи задання руху матеріальної точки: векторний, координатний, натуральний. Траєкторія руху. Швидкість точки при різних способах задання руху.	3	4	2	[1] Т.1, § 9.1-9.5; [2] Т.1, §4-6; [5] § 7.2-7.8.
3	Прискорення точки при координатному, векторному і натуральному способах задання руху. Дотичне і нормальне прискорення.	2	2	2	[1] Т.1, § 9.6; [2] Т.1, §5-6; [5] § 7.9-7.12.
4	Швидкість і прискорення точки в частинних випадках: рівномірний і рівнозмінний рухи, прямолінійний і обертальний рухи. Кінематика точки в криволінійних координатах. Рух точки у сферичній і циліндричній системах координат.	2	4	2	[1] Т.1, § 9.7-9.9; [2] Т.1, §6; [5] § 7.13-7.15.
5	Кінематика твердого тіла. Найпростіші види рухів (поступальний і обертальний): властивості, рівняння рухів, розподіл швидкостей і прискорень.	1	2	2	[1] Т.1, § 10.1-10.2; [2] Т.1, § 8; [5] § 8.1-8.3.
6	Плоско-паралельний рух твердого тіла: рівняння руху, властивості, розподіл швидкостей і прискорень. Миттєвий центр швидкостей і прискорень та їх кінематичне значення, властивості.	3	4	2	[1] Т.1, § 11.1-11.5; [2] Т.1, § 9; [5] § 11.1-11.5.

7	Обертальний рух твердого тіла навколо нерухомої точки. Кути Ейлера. Визначення швидкості і прискорення. Кінематичні формули Ейлера.	3	2	2	[1] Т.1, § 12.1-12.3, 14.3; [2] Т.1, § 10; [5] § 10.1-10.3.
8	Рух вільного твердого тіла: рівняння руху, розподіл швидкостей і прискорень.	1		2	[1] Т.1, § 12.4; [2] Т.1, § 12; [5] § 10.4, 10.5.
9	Складний (абсолютний) рух точки. Відносний і переносний рухи точки. Теорема про абсолютну і локальну похідні вектор-функції. Теореми додавання швидкостей і прискорень. Прискорення Коріоліса.	3	2	2	[1] Т.1, § 13.1-13.4; [2] Т.1, § 11; [5] § 9.1-9.6.
Контрольна робота		2			
Всього по модулю		22	20	18	
<b>Модуль II. Динаміка матеріальної точки</b>					
10	Основні закони і поняття динаміки. Динамічні характеристики. Дві основні задачі. Способи інтегрування диференціальних рівнянь руху.	2	2	2	[1] Т.2, § 1.1-1.7; [2] Т.1, § 32; [5] § 13.2-13.5. [8] Гл. XVII, §1-2.
11	Основні теореми динаміки точки і їх наслідки (закони збереження). Робота сил і їх обчислення. Потужність.	2		2	[1] Т.2, § 3.1-3.6; [5] § 16.4-16.5, 16.9, 16.11, 17.1, 17.4; [8] Гл. XV, § 1-3.
12	Прямолінійні коливання матеріальної точки: вільні, затухаючі, вимушені. Графічна і механічна інтерпретація розв'язків.	2	2	2	[1] Т.2, § 2.1-2.6; [5] § 30.4-30.7; [8] Гл. XIV, § 1-3.
13	Рух точки в полі центральної сили. Рівняння Біне. Дослідження розв'язку рівняння Біне.	2	4	2	[1] Т.2, § 4.1-4.5; [2] Т.1, § 37; [5] § 14.1-14.5.
14	Невільний рух матеріальної точки. Натуральне рівняння руху. Рух точки по кривій і по заданій поверхні. Математичний маятник.	2	6	2	[1] Т.2, § 5.1-5.5; [2] Т.1, § 38; [5] § 13.6, 16.8, 27.2, [8] Гл. XVI, § 1-2.
15	Відносний рух точки: рівняння, теорема про зміну кінетичної енергії.	2	2	2	[1] Т.2, § 6.1-6.8; [2] Т.1, § 38; [5] § 20.1-20.2, [8] Гл. XVI, § 2.
Контрольна робота		2			
Всього по модулю		14	16	12	
<b>Всього за V семестр</b>		<b>36</b>	<b>36</b>	<b>30</b>	

VI семестр						
Модуль III. Динаміка механічної системи та твердого тіла						
16	Механічна система, центр мас. Моменти інерції: відносно точки, осі і площини. Головні і головні центральні осі інерції. Еліпсоїд інерції. Моменти інерції відносно паралельних осей і відносно довільної осі.	2	2	2	[1] Т.2, § 7.1, 12.1-12.8; [2] Т.2, § 1-2; [5] § 15.1-15.9.	
17	Загальні теореми динаміки системи і їх наслідки. Зовнішні та внутрішні сили.	2	2	2	[1] Т.2, § 8.1-8.3, 9.1, 9.3, 10.1-10.4; [2] Т.2, § 3; [5] § 16.4, 16.5, 16.9, 16.11, 17.1, 17.7.	
18	Динаміка точки змінної маси. Диференціальне рівняння Мещерського. Задачі Ціолковського і Мещерського.	2	2	2	[1] Т.2, § 11.1-11.7; [5] § 24.1-24.5.	
19	Динаміка твердого тіла. Міри руху і способи їх обчислення Основні теореми динаміки твердого тіла і їх наслідки. методи розв'язування основних задач.	2	2	2	[1] Т.2, §13.1, 13.2; [2] Т.2, § 12; [5] § 21.1.	
20	Диференціальні рівняння найпростіших видів рухів. Плоско-паралельний рух твердого тіла.	2	2	2	[1] Т.2, §13.3-13.4, 13.9; [2] Т.2, § 13; [5] § 21.1-21.3, 21.6.	
21	Визначення опорних реакцій в обертальному русі твердого тіла.	2	2	2	[1] Т.2, §13.4; [2] Т.2, § 12; [5] § 21.4.	
22	Статичні і динамічні реакції. Загальні рівняння механіки і їх аналіз.	2	2	2	[1] Т.2, §13.5-13.6; [2] Т.2, § 12; [5] § 21.4.	
23	Динамічні рівняння сферичного руху твердого тіла. Кількість руху, момент кількості руху і кінетична енергія. Найпростіші випадки рухів (випадок Ейлера і випадок Пуансо).	2	2	2	[1] Т.2, §14.1-14.3; [2] Т.2, § 12-14; [5] § 21.7-21.9.	
Контрольна робота		2				
Всього по модулю		18	16	16		
Модуль IV. Аналітична механіка і теорія удару						
24	В'язі і їх класифікація. Основні принципи механіки та їх класифікація. Дійсні і можливі переміщення.	2	2	2	[1] Т.2, § 18.1-18.4; [2] Т.2, § 5-6; [5] §1.4, 25.2-25.4.	
25	Принципи: Даламбера, Лагранжа-Даламбера, можливих переміщень.	2	2	2	[1] Т.2, § 18.5-18.7; [2] Т.2, § 5-6; [5] §25.5-25.7.	

26	Рівняння Лагранжа 2-го роду. Методика розв'язування задач на його основі.	2	2	2	[1] Т.2, § 18.6, 19.1-19.6; [2] Т.2, § 7-8; [5] § 27.3-27.9.
27	Малі коливання системи навколо положення стійкої рівноваги. Поняття про стійкість руху.	2	2	2	[1] Т.2, § 20.1-20.3; [2] Т.2, § 10, 32; [5] § 30.1-30.3.
28	Інтегральні варіаційні принципи механіки. Ізохронна і повна варіації.	2	2	2	[2] Т.2, § 5-8, 24-26.
29	Принципи найменшої дії в формі Остроградського і в формі Ейлера-Лагранжа.	2	2	2	[2] Т.2, § 5-8, 24-26.
30	Елементарна теорія удару. Основне рівняння теорії удару.	2	2	2	[1] Т.2, § 17.1-17.5; [5] § 23.1-23.4, [8] Гл. XXIII.
31	Прямий центральний удар двох тіл.	2	2	2	[1] Т.2, § 17.8-17.9; [5] § 23.3.
Контрольна робота		2			
Всього по модулю		18	16	16	
<b>Всього за VI семестр</b>		<b>36</b>	<b>32</b>	<b>32</b>	
<b>Всього за рік</b>		<b>72</b>	<b>68</b>	<b>62</b>	

## СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Д. Курс теоретической механики: в 2 Т. – М.: Наука, 1998. – 736 с.
2. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики. – М.: Наука, 1972, т. 1. – 362 с., т. 2. – 412 с.
3. Ишлинский А.Ю. Классическая механика и силы инерции. – М.: Наука, 1987.
4. Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механики. – М.: Наука, 1981. – 480 с.
5. Павловський М.А. Теоретична механіка. – К.: Техніка, 2002. – 512 с.
6. Путята Т.В., Фрадлін Б.Н. Методика розв'язання задач з теоретичної механіки. – К.: Радянська школа, 1962. – 366 с.
7. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Под ред. проф. А.А. Яблонского. – М.: Высшая школа, 1972. – 432 с.
8. Старжинский В.М. Теоретическая механика. – М.: Наука, 1980. – 464 с.
9. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1986. – 486 с.

## ПИТАННЯ ДЛЯ САМОПЕРЕВІРКИ

### Кінематика

1. Що називається законом або рівнянням руху точки по заданій траєкторії?
2. Які застосовуються в кінематиці способи задання руху точки і в чому вони полягають?
3. Як напрямлена і чому дорівнює за величиною швидкість точки в даний момент?
4. Яка існує залежність між радіус-вектором рухомої точки і вектором швидкості цієї точки?
5. Чому рівні проекції швидкості точки на осі координат?
6. Що називається прискоренням точки?
7. Яка залежність існує між радіус-вектором і вектором прискорення цієї точки?
8. Чому рівні проекції прискорення точки на осі декартових координат?
9. Які осі називаються натуральними?
10. Чому рівні проекції прискорення точки на натуральні осі?
11. В яких рухах рівне нулеві дотичне прискорення, нормальне прискорення точки?
12. Який рух твердого тіла називається поступальним?
13. В чому полягає теорема про рух точок твердого тіла, яке рухається поступально?
14. Що називають законом, або рівнянням обертального руху твердого тіла навколо нерухомої осі?
15. Що називається кутовою швидкістю тіла, кутовим прискоренням?
16. Яке обертання твердого тіла називається рівномірним, рівнозмінним?
17. Яка залежність існує між кутовою швидкістю тіла, що обертається, і числом його обертів за секунду?
18. Як зображується кутова швидкість у вигляді вектора?
19. Як виражається залежність між кутовою швидкістю тіла, що обертається та лінійною швидкістю точки цього тіла?
20. Як виражається дотичне і доцентрове прискорення точки твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі?
21. Яке геометричне місце точок твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, прискорення яких мають в даний момент часу однакову величину?
22. Чи буде поступальним рух шатуна в кривошипно-шатунному механізмі?
23. Який рух твердого тіла називається плоскопаралельним? Скількома рівняннями він визначається?
24. На які два рухи можна розкласти плоскопаралельний рух тіла?
25. Що називається миттєвим центром швидкостей плоскої фігури, що рухається в своїй площині?
26. Як можна графічно знайти положення миттєвого центра швидкостей плоскої фігури, якщо відомо швидкості двох точок цієї фігури?

27. Які швидкості точок плоскої фігури в тому випадку, коли миттєвий центр цієї фігури виявиться на нескінченності?
28. Що називається миттєвим центром прискорень?
29. Сумою яких трьох складових прискорень є прискорення довільно вибраної точки плоскої фігури, що рухається в своїй площині?
30. Кутова швидкість плоскої фігури, що рухається в своїй площині, постійна. Задано прискорення  $\vec{w}_A$  і  $\vec{w}_B$  точок  $A$  і  $B$  цього тіла. Як побудувати миттєвий центр прискорень?
31. В чому полягає теорема про переміщення твердого тіла, що має одну нерухому точку?
32. Що називається миттєвою віссю обертання твердого тіла?
33. Як виражаються проекції на координатні осі швидкості точки твердого тіла, що має одну нерухому точку?
34. Тіло рухається навколо нерухомої точки з постійною кутовою швидкістю. Як напрямлений вектор кутового прискорення в цьому випадку?
35. Сумі яких двох складових швидкостей дорівнює швидкість якої-небудь точки вільного тіла в загальному випадку?
36. Який рух називається відносним?
37. Який рух називається переносним?
38. Яка швидкість називається відносною швидкістю точки?
39. Як визначається переносна швидкість точки?
40. В чому полягає теорема про додавання швидкостей?
41. Які прискорення точки називаються відносним, переносним?
42. Як визначається абсолютне прискорення точки в тому випадку, коли переносний рух є поступальним, обертальним?
43. В яких випадках коріолісове прискорення дорівнює нулю?
44. Чому рівна проекція коріолісового прискорення рухомої точки на напрямок відносної швидкості цієї точки?
45. Який рух твердого тіла називається гвинтовим?
46. Що називається кроком гвинта?
47. Яке геометричне місце точок твердого тіла, що бере участь в гвинтовому русі, швидкості яких в даний момент часу однакові за величиною і напрямком?
48. В чому полягають теореми про додавання паралельних і перетинаючихся кутових швидкостей?
49. Якому руху еквівалентна пара кутових обертань? Чому рівна швидкість цього руху?

### Динаміка

1. При якій умові матеріальна точка при дії на неї кількох сил буде рухатися прямолінійно і рівномірно?
2. В чому полягають дві основні задачі динаміки точки?
3. Як визначаються значення довільних сталих, що з'являються при інтегруванні диференціальних рівнянь руху матеріальної точки?



4. Як виражається закон гармонічного коливання матеріальної точки?
5. Чи залежить період гармонічного коливання від початкових умов руху матеріальної точки?
6. В якому випадку при вимушених коливаннях матеріальної точки наступить явище резонансу? Чим характерно це явище?
7. Що називається кількістю руху матеріальної точки?
8. Що називається елементарним імпульсом сили?
9. Як напрямлений елементарний імпульс сили?
10. В чому полягає теорема про кількість руху матеріальної точки?
11. Як напрямлений вектор моменту кількості руху відносно даної точки?
12. Яка залежність існує між моментами кількості руху відносно даної точки і відносно осі, що проходить через цю точку?
13. Як виражається теорема про момент кількості руху матеріальної точки у векторній та координатній формах?
14. В якому випадку момент кількості руху матеріальної точки відносно даного центра залишається постійним?
15. Як виражається величина елементарної роботи?
16. Як виражається робота на скінченному шляху?
17. В чому полягає теорема про роботу рівнодійної?
18. Чому рівна робота сили тяжіння при переміщенні даного тіла з одного положення в інше?
19. Що називається кінетичною енергією матеріальної точки?
20. В чому полягає теорема про зміну кінетичної енергії матеріальної точки?
21. Яке силове поле називають потенціальним?
22. Яка функція називається силовою?
23. Який вигляд мають поверхні рівня в полі тяжіння?
24. В чому полягає закон збереження механічної енергії?
25. Що називається механічною системою матеріальних точок?
26. Які дві класифікації сил, що діють на систему, застосовуються в динаміці системи?
27. Що називається кількістю руху системи?
28. В чому полягає теорема про зміну кількості руху системи?
29. Чому головний вектор внутрішніх сил завжди рівний нулю?
30. В якому випадку кількість руху системи залишається постійною?
31. Яка точка називається центром мас (центром інерції) системи?
32. Як виражається кількість руху системи через кількість руху її центра мас?
33. Тверде тіло вагою  $P$  обертається навколо нерухомої осі з кутовою швидкістю  $\omega$ . Відстань від центра мас цього тіла до осі обертання рівна  $h$ . Чому рівна кількість руху цього тіла?
34. В чому полягає теорема про рух центра мас системи?
35. Які сили, що діють на систему, не впливають на рух її центра мас?
36. Що називається кінетичним моментом системи відносно даної точки, даної осі?

37. Як виражається теорема про зміну кінетичного моменту системи у векторній і координатній формах?
38. В якому випадку кінетичний момент системи відносно даної осі залишається постійним?
39. Як виражається кінетичний момент твердого тіла, що обертається, відносно осі обертання?
40. Що називається моментом інерції твердого тіла відносно даної осі і даної точки?
41. Яке фізичне значення моменту інерції відносно осі?
42. Що називається радіусом інерції тіла відносно даної осі і даної точки?
43. Яка залежність існує між моментами інерції тіла відносно трьох координатних осей і відносно початку координат?
44. В чому полягає теорема про залежність між моментами інерції тіла відносно двох паралельних осей?
45. Що називається кінетичною енергією системи?
46. Як виражається кінетична енергія твердого тіла при поступальному і обертальному русі цього тіла?
47. В чому полягає теорема про зміну кінетичної енергії системи?
48. Чи входять в рівняння, яке виражає теорему про кінетичну енергію системи, внутрішні сили цієї системи?
49. В якому випадку у рівняння, що виражає теорему про зміну кінетичної енергії системи, не входять сили реакції в'язей?
50. Якщо дана система ізольована від дії різних зовнішніх сил так, що в ній діють тільки внутрішні сили, то чи будуть змінюватися кількість руху і кінетична енергія цієї системи? Що можна сказати про рух центра мас такої системи?
51. Як виражається елементарна робота сили, прикладеної до твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, через момент цієї сили відносно осі обертання?
52. Які напрямки і модуль сили інерції матеріальної точки?
53. Як напрямлена (за рухом чи проти руху) сила інерції вагону на прямолінійній ділянці шляху при гальмуванні?
54. В чому полягає принцип Даламбера для матеріальної точки?
55. В чому полягає принцип Даламбера для системи?
56. Як довести, що головний вектор сил інерції матеріальних точок механічної системи рівний за величиною і протилежний за напрямком головному вектору зовнішніх сил цієї системи?
57. За якою формулою визначається період малих коливань фізичного маятника?
58. Що називається приведеною довжиною фізичного маятника?
59. Як записуються в загальному вигляді диференціальні рівняння плоскопаралельного руху твердого тіла?
60. Що називається відцентровим моментом інерції твердого тіла?

61. Які осі називаються головними осями інерції тіла в даній точці?
62. Як напрямлені три головні осі інерції в якій-небудь точці круглого однорідного диска?
63. При яких умовах координатна вісь  $Oz$  є однією з головних осей інерції тіла в початку координат  $O$ ?
64. Твердому тілу, яке може обертатися навколо нерухомої горизонтальної осі, надано деяку початкову кутову швидкість. При якій умові це тіло буде обертатися рівномірно, якщо ніякі сили, крім сили тяжіння, на нього не діють?
65. При яких умовах динамічні реакції двох нерухомих точок твердого тіла, що обертається, не залежать ні від кутової швидкості, ні від кутового прискорення тіла?
66. При яких умовах система сил інерції матеріальних часток твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, еквівалентна нулю?
67. Як математично виражаються в'язі, накладені на систему?
68. Які в'язі називаються стаціонарними, нестаціонарними?
69. Як виражається (сформулюйте) означення узагальнених координат системи?
70. Що називається числом степеней вільності механічної системи?
71. Яке переміщення системи називається можливим?
72. Які в'язі називаються ідеальними?
73. В чому полягає принцип можливих переміщень?
74. Що називається узагальненою силою?
75. Який аналітичний вираз узагальненої сили?
76. Чому рівна узагальнена сила у випадку твердого тіла, що обертається навколо нерухомої осі, якщо узагальненою координатою є кут повороту цього тіла?
77. Якщо система знаходиться в потенціальному силовому полі, то як виражаються узагальнені сили через потенціальну енергію?
78. Як записується узагальнене рівняння динаміки системи?
79. Як записуються в загальному вигляді диференціальні рівняння руху системи в узагальнених координатах (рівняння Лагранжа)?
80. Що називається узагальненою швидкістю?
81. Який вигляд має рівняння Лагранжа, відповідне координаті  $q_1$ , якщо ця координата не входить у вираз ні кінетичної, ні потенціальної енергії системи?
82. В чому полягає характерна особливість явища удару?
83. Яким є переміщення матеріальної точки під час дії на неї ударної сили?
84. Матеріальна точка маси  $m = 2 \text{ кг}$  рухається зі швидкістю  $v = 1 \text{ м/с}$ . В результаті дії на цю точку ударної сили її швидкість стає  $u = 5 \text{ м/с}$ , причому вектор  $\vec{v}$  складає з вектором  $\vec{u}$  кут  $60^\circ$ . Яка величина ударного імпульсу?
85. В якому випадку при дії на матеріальну точку ударної сили момент кількості руху цієї точки відносно даної осі залишається незмінним?
86. Що називають коефіцієнтом відновлення?
87. Як можна із досліду знайти коефіцієнт відновлення?

88. Кулька масою  $m = 0,01$  кг, що рухається зі швидкістю  $2$  м/с, вдаряється в нерухому поверхню. Яка швидкість, з якою кулька відскочить від цієї поверхні, якщо удар прямий і абсолютно пружний? Яка величина ударного імпульсу?
89. В якому випадку при прямому ударі двох куль ці кулі після удару зупиняться?
90. В якому випадку при прямому ударі двох куль ці кулі після удару обміняються швидкостями?

### ПИТАННЯ НА ЕКЗАМЕН З КУРСУ "ТЕОРЕТИЧНА МЕХАНІКА"

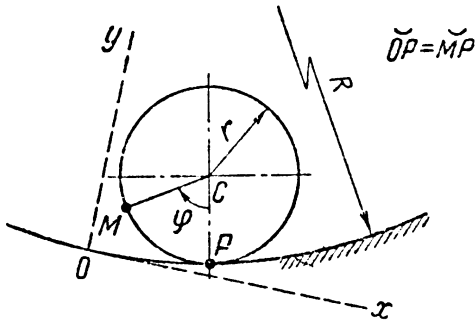
1. Способи задання руху матеріальної точки.
2. Швидкість і прискорення точки при координатному способі задання руху.
3. Швидкість і прискорення точки при натуральному способі задання руху.
4. Швидкість і прискорення точки при векторному способі задання руху.
5. Швидкість і прискорення точки в полярній системі координат.
6. Теорема про похідну від одиничного вектора.
7. Поступальний рух твердого тіла (рівняння руху, властивості, швидкість і прискорення).
8. Обертальний рух твердого тіла (рівняння руху, властивості, швидкість і прискорення).
9. Рівномірний та рівнозмінний рухи матеріальної точки.
10. Рівномірний та рівнозмінний обертальні рухи точки.
11. Плоско-паралельний рух твердого тіла (рівняння руху, властивості, швидкість).
12. Теорема про розподіл швидкостей точок твердого тіла в плоско-паралельному русі
13. Миттєвий центр швидкостей і його властивості.
14. Теорема про прискорення точок твердого тіла в плоско-паралельному русі.
15. Миттєвий центр прискорень в плоско-паралельному русі.
16. Абсолютний рух точки. Теорема про абсолютну і локальну похідні вектор-функції.
17. Швидкість точки в абсолютному русі.
18. Прискорення точки в абсолютному русі.
19. Додаткове прискорення (Коріоліса) в абсолютному русі.
20. Сферичний рух твердого тіла (рівняння руху, властивості, швидкість).
21. Прискорення точки при сферичному русі.
22. Кінематичні формули Ейлера.
23. Динамічні рівняння руху матеріальної точки.
24. Дві основні задачі динаміки точки.
25. Відносний рух точки.
26. Вільні коливання матеріальної точки.

27. Затухаючі коливання матеріальної точки.
28. Вимушені коливання матеріальної точки.
29. Теорема про зміну кількості руху точки. Закон збереження.
30. Теорема про зміну моменту кількості руху точки. Закон збереження.
31. Теорема про зміну кінетичної енергії точки. Закон збереження.
32. Закон площ.
33. Рух у полі центральної сили.
34. Дослідження розв'язку задачі Біне.
35. Невільний рух матеріальної точки. Математичний маятник.
36. Геометрія мас. Моменти інерції.
37. Моменти інерції відносно паралельних осей.
38. Моменти інерції відносно довільної осі.
39. Теорема про зміну кількості руху системи і твердого тіла.
40. Теорема про зміну моменту кількості руху системи і тіла.
41. Теорема про зміну кінетичної енергії тіла і системи.
42. Кінетична енергія тіла в плоско-паралельному русі.
43. Обчислення динамічних характеристик в обертальному русі твердого тіла.
44. Динамічне рівняння обертального руху твердого тіла.
45. Динамічні і статичні реакції в обертальному русі. Рівняння сил.
46. Динамічні і статичні реакції в обертальному русі. Рівняння моментів.
47. Динаміка сферичного руху твердого тіла.
48. Принцип Д'аламбера і Д'аламбера-Лагранжа.
49. Рівняння Лагранжа 2-го роду.
50. Основи елементарної теорії удару.
51. Прямий центральний удар двох тіл.
52. Рівняння точки змінної маси. Задачі Ціолковського і Мещерського.

## ТИПОВІ КОМПЛЕКСНІ ЗАДАЧІ НА ЕКЗАМЕН

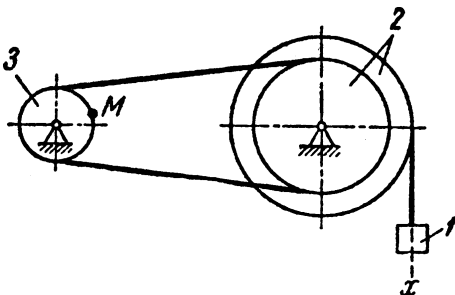
**Задача 1.** За заданими рівняннями руху  $x(t) = -2t^2 + 3$  м,  $y(t) = -5t$  м точки  $M$  встановити вигляд її траєкторії та в момент часу  $t_1 = 1/2$  с знайти положення точки на траєкторії, її швидкість, повне, дотичне і нормальне прискорення, а також радіус кривизни траєкторії у відповідній точці.

**Задача 2.** Рух точки  $M$  задано в полярних координатах рівняннями  $r = ae^{kt}$  і  $\varphi = kt$ , де  $a$  і  $k$  – сталі величини. Знайти рівняння траєкторії, швидкість прискорення і радіус кривизни траєкторії точки як функції її радіуса  $r$ .

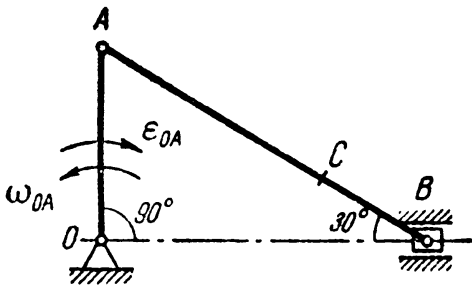


$$\dot{\varphi}r = \dot{M}r$$

**Задача 3.** Для точки  $M$  заданого механізму скласти рівняння руху, накреслити ділянку її траєкторії і для моменту часу  $t_1 = 1/15$  с знайти швидкість точки, повне, дотичне і нормальне прискорення, а також радіус кривизни траєкторії у відповідній точці.

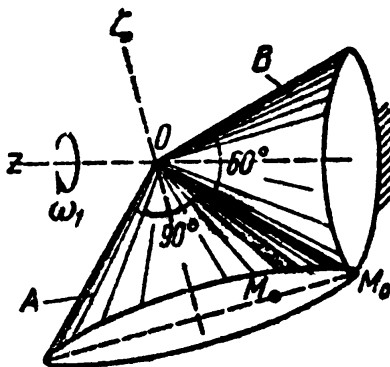


**Задача 4.** За заданим рівнянням прямолінійного поступального руху вантажу 1 визначити швидкість, а також обертальне, доцентрове і повне прискорення точки  $M$  механізму в момент часу, коли шлях, пройдений вантажем, рівний  $s = 0.1$  м. Рівняння руху вантажу 1:  $x(t) = 2 + 50t^2$ ;  $R_2 = 20$  см;  $r_2 = 15$  см;  $R_3 = 10$  см.

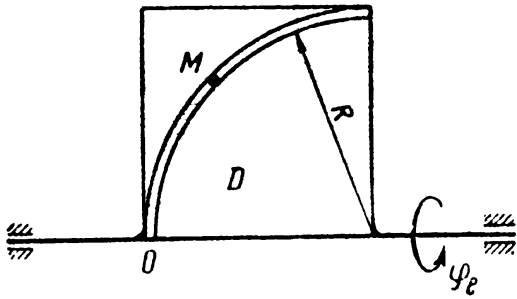


**Задача 5.** Для заданого положення механізму знайти швидкості і прискорення точок  $B$  і  $C$ . Тут

$$OA = 35 \text{ см}, \quad AC = 45 \text{ см}, \quad \omega_{OA} = 4 \text{ с}^{-1}, \\ \epsilon_{OA} = 8 \text{ с}^{-2}.$$



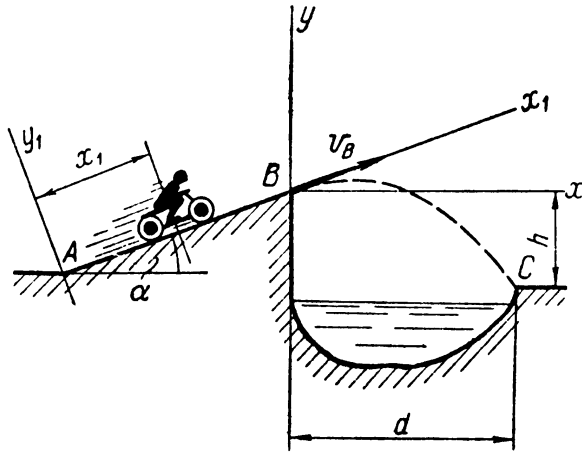
**Задача 6.** Тіло  $A$  котиться без ковзання по поверхні нерухомого тіла  $B$ , маючи нерухому точку  $O$ . Визначити кутову швидкість і кутове прискорення тіла  $A$ , а також швидкість і прискорення точки  $M$  при заданому положенні тіла  $A$ , якщо його вісь  $Oz$  обертається з сталою кутовою швидкістю  $\omega_1 = 0.7 \text{ с}^{-1}$  навколо нерухомої осі  $Oz$ ,  $OM_0 = 40$  см,  $M_0M = 15$  см.



**Задача 7.** За заданими рівняннями відносно-го руху точки  $M$  ( $OM = 120\pi^2 \text{ см}$ ) і переносного руху тіла  $D$  ( $\varphi_e = 8t^2 - 3t \text{ рад}$ ) визначити для моменту часу  $t_1 = 1/3 \text{ с}$  абсолютну швидкість і абсолютне прискорення точки  $M$ .

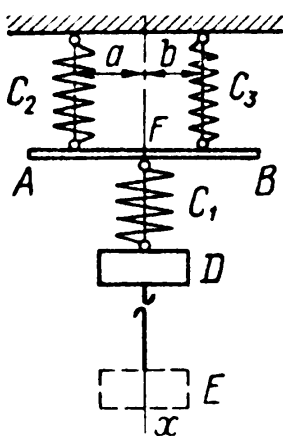
мотоцикл піднімається  $\tau \text{ с}$  по ділянці  $AB$  довжиною  $l = 40 \text{ м}$ , яка утворює горизонт кут  $\alpha = 30^\circ$ . При поїзді на всій ділянці  $AB$  рушійній силі мотоцикл в точці  $B$  набуває швидкість  $v_B = 4,5 \text{ м/с}$  і перелітає через річку шириною  $d = 3 \text{ м}$ . Визначити  $\tau$  і  $h$ .

При розв'язанні задачі прийняти мотоцикл з мотоцикліста матеріальну точку і не врахувати сили опору руху.



**Задача 8.** Маючи в точці  $A$  швидкість  $v_A = 0$ ,

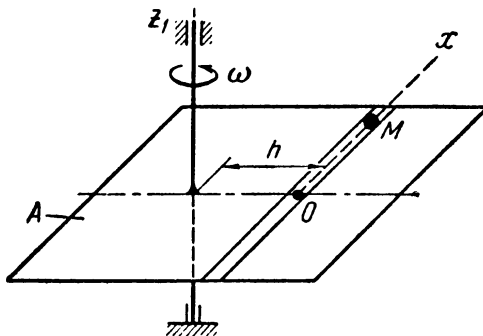
лянці рує з тійній  $P \neq 0$  кості ши- том вати



**Задача 9.** Вантаж  $D$  ( $m_D = 0,8 \text{ кг}$ ) висить на пружині, яка прикріплена до точки  $F$  бруска  $AB$  і має коефіцієнт жорсткості  $c_1 = 10 \text{ н/см}$ . Брусок підвішений до двох паралельних пружин, коефіцієнти жорсткості яких  $c_2 = 4 \text{ н/см}$ ,  $c_3 = 6 \text{ н/см}$ ; точка  $F$  знаходиться на відстанях  $a$  і  $b$  від осей цих пружин:  $\frac{a}{b} = \frac{c_3}{c_2}$ . В деякий момент часу до вантажу  $D$  підвішують вантаж  $E$  ( $m_E = 1,2 \text{ кг}$ ). В цей же момент системі вантажів надають швидкості  $v_0 = 0,2 \text{ м/с}$ , яка напрямлена вниз.

Знайти рівняння руху системи вантажів  $D$  і  $E$  відносно осі  $x$ ; початок відліку сумістити з положенням спокою системи вантажів  $D$  і  $E$  (при статичній деформації пружини). Стержень, що з'єднує вантажі, та брусок  $AB$  вважати невагомими та абсолютно жорсткими.

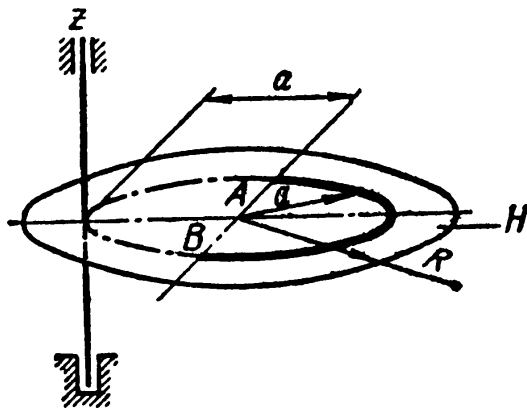
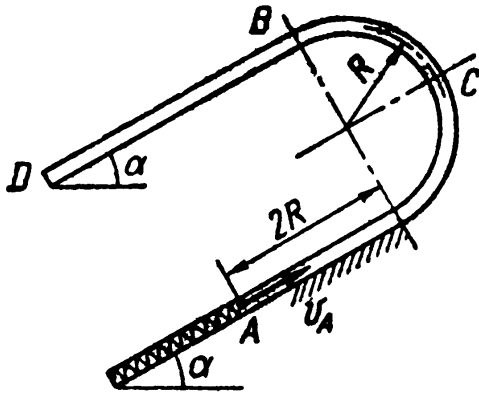
Знайти рівняння руху системи вантажів  $D$  і  $E$  відносно осі  $x$ ; початок відліку сумістити з положенням спокою системи вантажів  $D$  і  $E$  (при статичній деформації пружини). Стержень, що з'єднує вантажі, та брусок  $AB$  вважати невагомими та абсолютно жорсткими.



**Задача 10.** Кулька  $M$ , розглядувана як матеріальна точка маси  $m = 0,02 \text{ кг}$ , рухається по циліндричному каналу рухомого тіла  $A$ . Тіло  $A$  рівномірно обертається навколо нерухомої вертикальної осі  $z_1$  з кутовою швидкістю  $\omega = \pi \text{ с}^{-1}$ . Знайти рівняння відносного руху цієї

кульки  $x = f(t)$ , прийнявши за початок відліку точку  $O$ , а також координату  $x$  і тиск кульки на стінку каналу в момент часу  $\tau = 0.4$  с, якщо дано початкові умови  $x_0 = 0$  м,  $\dot{x}_0 = 0.2$  м/с;  $h = 0.15$  м.

**Задача 11.** Кулька маси  $m = 0.4$  кг, прийнята за матеріальну точку, рухається з положення  $A$  всередині трубки у вертикальній площині з початковою швидкістю  $v_A = 5$  м/с. Пройшовши шлях  $h_0 = 50$  см, кулька відділяється від пружини з коефіцієнтом жорсткості  $c = 5$  н/см. Знайти швидкість кульки в положеннях  $B$ ,  $C$  і  $D$  та тиск на стінку каналу в положенні  $C$ , якщо  $\tau = 1$  с – час руху кульки на ділянці  $AB$ ,  $R = 1$  м, коефіцієнт тертя кульки по стінці каналу  $f = 0.1$ ,  $\alpha = 30^\circ$ . Тертям на криволінійних ділянках траєкторії знехтувати.



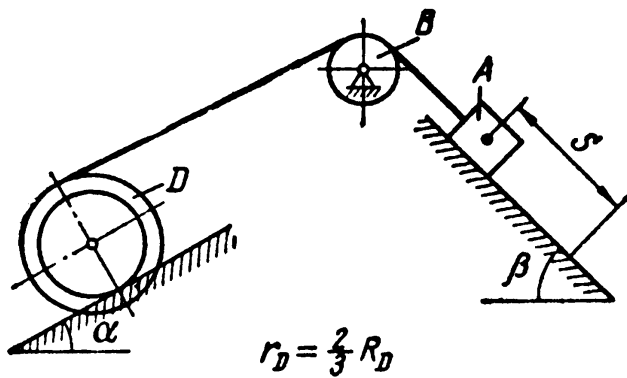
**Задача 12.** Тіло масою  $m_1 = 160$  кг обертається навколо вертикальної осі  $z$  з постійною кутовою швидкістю  $\omega_0 = -1.25$  с<sup>-1</sup>; при цьому в точці  $O$  жолобу  $AB$  тіла  $H$  на відстані  $AO = \pi a / 6$  м від точки  $A$ , яка відраховується вздовж жолобу, знаходиться матеріальна точка  $K$  масою  $m_2 = 80$  кг. В деякий момент часу ( $t = 0$ ) на систему починає діяти пара сил з моментом  $M_z = -700t$  Нм

(знак мінус перед  $\omega_0$  і  $M_z$  відповідає напрямку обертання годинникової стрілки, якщо дивитися з боку додатнього напрямку осі  $z$ ). При  $t = \tau = \sqrt{3}$  с дія пари сил припиняється; одночасно точка  $K$  починає відносний рух з точки  $O$  вздовж жолобу  $AB$  (в напрямку до  $B$ ) за законом  $OK = s = \frac{5\pi a}{18}(t - \tau)^2$  м для  $t > \tau$ .

Визначити кутову швидкість тіла  $H$  при  $t = \tau$  і при  $t = T = 2\sqrt{3}$  с, нехтуючи опором обертанню тіла  $H$ , якщо  $a = 1.5$  м,  $R = 2.5$  м.

**Задача 13.** Механічна система під дією сил тяжіння приводиться до руху з стану спокою. Враховуючи тертя ковзання тіла  $A$  і опір коченню тіла  $D$ , яке котиться без ковзання, нехтуючи іншими силами опору і масами нерозтяжних ниток, визначити швидкість тіла  $A$  в той момент, коли пройдений шлях стане рівним  $s$ .

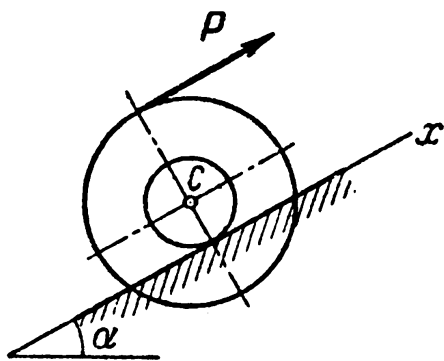




Маси тіл  $A$ ,  $B$  і  $D$  відповідно рівні  $m_A = m$ ,  $m_B = 1/2 m$ ,  $m_D = 1/3 m$ ; радіус кола  $R_D = 30 \text{ см}$ ; радіус інерції тіла  $D$  відносно горизонтальних осей, що проходять через його центр мас, дорівнює  $i_{Dx} = 20 \text{ см}$ ; кути нахилу площин до горизонту  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$ ; коефіцієнт тертя ковзання тіла  $A$   $f = 0.22$ ;

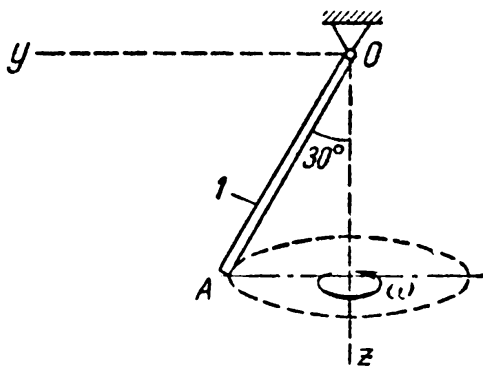
коефіцієнт тертя кочення тіла  $D$   $\delta = 0.20 \text{ см}$ ;  $s = 2 \text{ м}$ .

**Задача 14.** Визначити максимальну величину сталої сили  $P$ , під дією якої колесо масою  $m$  котиться без ковзання.



Знайти також для цього випадку рівняння руху центра мас колеса  $C$ , якщо в початковий момент часу його координата  $x_{C_0} = 0$  і швидкість  $v_{C_0} = 0$ .

Маса колеса  $m = 300 \text{ кг}$ ; радіус інерції колеса відносно центральної осі, перпендикулярної до його площини,  $i_C = 50 \text{ см}$ ; радіуси великого та малого кіл відповідно  $R = 80 \text{ см}$  і  $r = 40 \text{ см}$ ;  $\alpha = 20^\circ$ ; коефіцієнт зчеплення (коефіцієнт тертя спокою)  $f_{зч} = 0.35$ ; коефіцієнт тертя кочення  $\delta = 1 \text{ см}$ .



$$OA = l$$

**Задача 15.** Визначити реакції зовнішніх в'язей механічної системи, яка обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ , в довільний момент часу. На схемі площина  $xAy$  горизонтальна, а  $yAz$  вертикальна. Маса тіла  $m_1 = 20 \text{ кг}$ ; його довжина  $OA = l = 80 \text{ см}$ .

Робочу програму складено на підставі типової програми дисципліни „Теоретична механіка”, затвердженої навчально-методичним управлінням з вищої освіти 2 грудня 1986 р., індекс УМУ-0-5/3.

Робочу програму склали: доц. Ливдар В.О., доц. Рейтій О.К.

Підписано до друку	Формат	Офсетний друк.
Умов. друк. арк.	Облік.-вид. арк.	Замовлення №
Тираж екз.	Безплатно.	

---

Видавництво Ужгородського національного університету  
м. Ужгород, вул. Капітульна, 18.