

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
УЖГОРОДСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**

РОБОЧА ПРОГРАМА

**дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння”
для спеціальності 01.04 – “Фізика”**

Затверджено на засіданні кафедри
диференціальних рівнянь та математичної фізики УжНУ
17 листопада 2005 р., протокол №4

Ужгород – 2006

МЕТА І ЗАВДАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

При вивченні багатьох явищ природи, описі різноманітних еволюційних процесів часто виникають рівняння, в яких невідомі функції входять під знак диференціала (інтеграла). Такі рівняння, які отримали назву відповідно диференціальних (інтегральних), зустрічаються при розв'язуванні задач з техніки, радіоелектроніки, біології, хімії, економіки, соціології та інших наук, проте найширшою областю їх застосування залишається, безперечно, фізика. Класична і квантова механіка, термодинаміка і статистична фізика, електродинаміка і оптика, атомна і ядерна фізика тощо – напевно немає жодного розділу фізики, в якому б широко не використовувались диференціальні чи інтегральні рівняння.

Мета і завдання курсу – ознайомити студента-фізика з основними, базовими поняттями, фактами і методами теорії диференціальних та інтегральних рівнянь, навчити його складати математичні моделі при дослідженні різних явищ природи, знаходити розв'язки таких задач та давати їх фізичну інтерпретацію, проводити дослідження реальних процесів на основі вивчення якісних властивостей побудованих математичних моделей.

Для освоєння курсу студент повинен володіти такими стандартними розділами математичного аналізу, як „Границі”, „Похідна”, „Інтеграл Рімана”, „Диференціальне числення функцій кількох незалежних змінних”, а також такими елементами лінійної алгебри, як визначники, матриці, системи лінійних рівнянь, теорія лінійних просторів та лінійних операторів.

Загальна кількість годин, які згідно робочого плану відводяться на вивчення даної дисципліни – 60, що складає 1,11 кредиту. З них:

лекційних – 30 год.,

практичних – 30 год.,

екзамен – III семестр.

РОБОЧИЙ ПЛАН ДИСЦИПЛІНИ

№ з/п	Теми лекційних та практичних занять	К-сть годин			Література (підручник, розділ, параграф)
		Лекції	Практичні	Самост. роб.	
Модуль I. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку					
1	Вступ. Прикладні задачі, що приводять до диференціальних рівнянь. Найпростіші типи диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення теорії диференціальних рівнянь.	2	1		[5], [9] Гл.1, §1-2; [6] Гл. XIII, §1-4; [7] Гл.1, §1; [8] Вступ, Розділ1, п.1.1-1.3; [12] Введение, Гл.1, §1-2.
2	Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку та звідні до них.	2	2	2	[5], [9], [12] Гл. 1, §3; [6] Гл. XIII, §5-6; [7] Гл. 1, §2; [8] Розділ 1, п. 1.4.
3	Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Методи їх інтегрування (метод підстановки, варіації сталих, інтегрувального множника). Рівняння Бернуллі. Рівняння Ріккати.	2	2	2	[5], [12] Гл. 1, §4; [6] Гл. XIII, §7-8; [7] Гл. 1, §2; [8] Розділ 1, п. 1.5; [9] Гл. 1, §4,6.
4	Рівняння у повних диференціалах. Умова Ейлера. Інтегрувальний множник та способи його відшукання.	2	2	2	[5], [12] Гл. 1, §5; [6] Гл. XIII, §9-10; [7] Гл. 1, §9; [8] Розділ 1, п. 1.6; [9] Гл. 2, §3.
5	Диференціальні рівняння 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної, їх найпростіші типи. Рівняння Лагранжа та Клеро. Теорема існування та єдиності розв'язку.	2	2	2	[5] Гл. 1, §7; [7] Гл. 1, §14; [8] Розділ 1, п. 1.8; [9] Гл. 3, §1-3; [12] Гл. 1, §8.
Контрольна робота			1		
Всього по модулю		10	9	8	
Модуль II. Диференціальні рівняння вищих порядків					
6	Диференціальні рівняння вищих порядків. Постановка задачі Коші для диференціальних рівнянь n -го порядку. Інтегровні типи рівнянь n -го порядку, пониження порядку рівнянь.	2	2	2	[5] Гл. 2, §10; [6] Гл. XIII, §16-18; [7] Гл. 2, §1-2; [8] Розділ 2, п. 2.1; [9] Гл. 4, §2-3; [12] Гл. 2, §1,2.
7	Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку. Властивості лінійних рівнянь. Лінійна залежність функцій. Детермінант Вронського. Формула Ліувілля-Остроградського. Фундаментальна система розв'язків.	2	1	2	[5] Гл. 2, §11; [6] Гл. XIII, §20; [7] Гл. 2, §3; [8] Розділ 2, п. 2.2-2.4; [9] Гл. 5, §1-3; [12] Гл. 2, §3.

8	Лінійні однорідні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами. Диференціальні рівняння, що зводяться до лінійних рівнянь з сталими коефіцієнтами.	2	2	2	[5] Гл. 2, §12-13; [6] Гл. XIII, §21-22; [7] Гл. 2, §4; [8] Розділ 2, п. 2.5; [9] Гл. 6, §1; [12] Гл. 2, §4.
9	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку. Метод варіації сталих. Метод невизначених коефіцієнтів.	2	2	2	[5] Гл. 2, §14; [6] Гл. XIII, §23-25; [7] Гл. 2, §7; [8] Розділ 2, п. 2.6; [9] Гл. 6, §1; [12] Гл. 2, §5-6.
Контрольна робота			1		
Всього по модулю		8	8	8	
Модуль III. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння в частинних похідних 1-го порядку. Інтегральні рівняння					
10	Основні поняття та означення, теорема існування та єдиності розв'язку системи звичайних диференціальних рівнянь. Метод виключення. Метод інтегрованих комбінацій. Симетрична форма.	2	2	2	[5] Гл. 4, §19; [6] Гл. XIII, §29; [7] Гл. 2, §5; [8] Розділ 4, п. 4.1; [9] Гл. 7, §1; [12] Гл. 3, §1-3.
11	Лінійні системи диференціальних рівнянь n -го порядку. Лінійна залежність функцій. Детермінант Вронського. Фундаментальна система розв'язків. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами.	2	2	2	[5] Гл. 4, §20-21; [6] Гл. XIII, §30; [7] Гл. 2, §7; [8] Розділ 4, п. 4.2-4.3; [9] Гл. 7, §2; [12] Гл. 3, §4-5.
12	Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Метод невизначених коефіцієнтів.	2	2	2	[5] Гл. 4, §22; [8] Розділ 4, п. 4.4; [9] Гл. 7, §2; [12] Гл. 3, §5.
13	Лінійні однорідні та неоднорідні рівняння з частинними похідними першого порядку. Пошук поверхонь, що проходять через задану криву.	2	2	1	[5] Додаток 1; [7] Гл. 2, §10; [8] Додаток 1; [9] Гл. 8, §1-3; [12] Гл. 5, §1-2.
14	Інтегральні рівняння та їх класифікація. Власні значення та власні функції однорідного рівняння Фредгольма 2-го роду. Метод Келлога.	2	2	2	[1], Гл. 12. §1,2.
15	Неоднорідне рівняння Фредгольма 2-го роду. Рівняння Фредгольма 1-го роду. Рівняння Вольтерра 1-го та 2-го роду.	2	1	2	[1], Гл. 12. §1,2.
Контрольна робота			1		
Всього по модулю		12	12	11	
Всього за III семестр		30	30	27	

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Васильева А.П., Тихонов Н.А. *Интегральные уравнения*. – М.: Изд-во МГУ, 1989. – 156 с.
2. Камке Э. *Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. – М.: Наука, 1976. – 576 с.
3. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. *Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям*. – М.: Высшая школа, 1978. – 312 с.
4. Матвеев Н.М. *Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений*. – М.: Высшая школа, 1967. – 564 с.
5. Перестюк М.О., Свищук М.Я. *Збірник задач з диференціальних рівнянь*. – К.: ТВіМС, 2004. – 192 с.
6. Пискунов Н.С. *Дифференциальное и интегральное исчисления*. Т.2. – М.: Наука, 1978. – 576 с.
7. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. *Диференціальні рівняння*. – К.: Либідь, 2003. – 600 с.
8. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. *Диференціальні рівняння в задачах*. – К.: Либідь, 2003. – 504 с.
9. Степанов В.В. *Курс дифференциальных уравнений*. – М.: Высшая школа, 1969. – 468 с.
10. Филиппов А.Ф. *Сборник задач по дифференциальным уравнениям*. – Ижевск: РХД, 2000. – 176 с.
11. Шкіль М.І., Сотніченко М.А. *Звичайні диференціальні рівняння*. К.: Вища школа, 1992. – 303 с.
12. Эльсгольц Л.Э. *Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление*. – М.: Наука, 1969. – 424 с.

**ПИТАННЯ НА ЕКЗАМЕН З КУРСУ
"ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ"**

1. Прикладні задачі, що приводять до розв'язування диференціальних рівнянь.
2. Звичайні диференціальні рівняння 1-го порядку. Основні поняття та означення (загальний розв'язок, загальний інтеграл, задача Коші, її геометричний зміст).
3. Рівняння з відокремленими та відокремлюваними змінними.
4. Однорідні диференціальні рівняння 1-го порядку.
5. Диференціальні рівняння 1-го порядку, що зводяться до однорідних. Квазі-однорідні рівняння.
6. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. Метод підстановки
7. Лінійні диференціальні рівняння 1-го порядку. Метод варіації сталої.
8. Властивості лінійних диференціальних рівнянь 1-го порядку.
9. Рівняння Бернуллі.
10. Рівняння Ріккати.
11. Рівняння в повних диференціалах. Умова Ейлера. Побудова загального розв'язку.
12. Теорема про існування інтегрувального множника. Знаходження інтегрувального множника.
13. Частинні випадки відшукування інтегрувального множника ($\mu = \mu(x)$, $\mu = \mu(y)$). Інтегрувальний множник для лінійного та однорідного рівнянь.
14. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь 1-го порядку (без доведення). Особливі точки, особливі розв'язки.
15. Диференціальні рівняння 1-го порядку, не розв'язані відносно похідної. Найпростіші типи рівнянь, що розв'язуються в квадратурах.
16. Рівняння Лагранжа.
17. Рівняння Клеро.
18. Теорема існування та єдиності розв'язку диференціальних рівнянь, не розв'язаних відносно похідної. Пошук особливих розв'язків. Обвідна.
19. Диференціальні рівняння вищих порядків. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціальних рівнянь n-го порядку
20. Інтегровні типи рівнянь n-го порядку.
21. Рівняння вищих порядків, що допускають зниження порядку.
22. Лінійні диференціальні рівняння n-го порядку. Лінійний диференціальний оператор та його властивості.
23. Лінійно залежні та лінійно незалежні функції. Визначник Вронського та його властивості.
24. Загальний розв'язок лінійного однорідного рівняння. Фундаментальна система розв'язків.
25. Формула Остроградського-Ліувілля.
26. Формула Абеля.
27. Лінійні однорідні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера (випадок різних коренів характеристичного рівняння).

28. Лінійні однорідні диференціальні рівняння з сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера (випадок кратних коренів характеристичного рівняння).
29. Рівняння, які зводяться до лінійних диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами. Рівняння Ейлера.
30. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку. Теорема про загальний розв'язок.
31. Метод варіації сталих для лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь n -го порядку.
32. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку з сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів.
33. Системи звичайних диференціальних рівнянь. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для нормальної системи.
34. Застосування систем диференціальних рівнянь у фізиці. Механічний зміст нормальної системи.
35. Зведення системи рівнянь до одного рівняння вищого порядку.
36. Системи в симетричній та канонічній формі. Метод інтегровних комбінацій.
37. Загальна теорія лінійних однорідних систем диференціальних рівнянь. Визначник Вронського для системи.
38. Лінійні однорідні системи з сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера (випадки дійсних коренів характеристичного рівняння).
39. Лінійні однорідні системи з сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера (випадки комплексних коренів характеристичного рівняння).
40. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь. Метод варіації сталих.
41. Лінійні неоднорідні системи з сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів.
42. Квазілінійні диференціальні рівняння в частинних похідних. Векторні лінії та векторні поверхні.
43. Знаходження інтегральної поверхні, що проходить через криву, задану в параметричній формі. Лінійне однорідне диференціальне рівняння в частинних похідних від n змінних.
44. Інтегральні рівняння, їх класифікація.
45. Зведення диференціальних рівнянь до інтегральних.
46. Фізичні задачі, які приводять до інтегральних рівнянь
47. Власні значення та власні функції однорідного рівняння Фредгольма 2-го роду. Метод Келлога.
48. Знаходження власних функцій і власних значень однорідного рівняння Фредгольма 2-го роду у випадку вироджених ядер.
49. Неоднорідне рівняння Фредгольма 2-го роду.
50. Рівняння Фредгольма та Вольтерра 1-го роду.
51. Рівняння Вольтерра 2-го роду.

**ТИПОВІ ЗАДАЧІ ДО ЕКЗАМЕНУ З КУРСУ
“ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ”**

Визначити тип рівняння та проінтегрувати його:

- | | |
|--|--|
| 1. $xy' - y = x \cdot \operatorname{tg} \frac{y}{x}$. | 2. $xy' = \sqrt{x^2 - y^2} + y$. |
| 3. $(2x - 4y + 6)dx + (x + y - 3)dy = 0$. | 4. $(2x + y + 1)dx - (4x + 2y - 3)dy = 0$. |
| 5. $y' = 2x(x^2 + y)$. | 6. $y' - y \cdot \operatorname{ctgx} = \cos x$. |
| 7. $y' = y^4 \cos x + y \cdot \operatorname{tgx}$. | 8. $y' + 2y = y^2 e^x$. |
| 9. $e^{-y} dx - (2y + xe^{-y}) dy = 0$. | 10. $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$. |
| 11. $(1 + y^2 \sin 2x) dx - 2y \cos^2 x dy = 0$. | 12. $\frac{y}{x} dx + (y^3 + \ln x) dy = 0$. |
| 13. $\left(y - \frac{1}{x}\right) dx + \frac{dy}{y} = 0$. | 14. $\left(\frac{x}{\sin y} + 2\right) dx + \frac{(x^2 + 1) \cos y}{\cos 2y - 1} dy = 0$. |
| 15. $y = y'^2 + 2y'^3$. | 16. $x = y'^3 + y'$. |
| 17. $xy'(xy' + y) = 2y^2$. | 18. $y'^2 + xy = y^2 + xy'$. |
| 19. $x = y'^3 + y'$. | 20. $y'^2 - 2xy' = 8x^2$. |
| 21. $x(y'^2 + 1) = 2yy'$. | 22. $y = 3xy' - 7y'^3$. |
| 23. $y = xy'^2 - 2y'^3$. | 24. $y = y'^2 + 2y'^3$. |
| 25. $2xy' - y = \ln y'$. | 26. $xy'(y' + 2) = y$. |
| 27. $y^2 dx - (xy + x^3) dy = 0$. | 28. $x(y'^2 - 1) = 2y'$. |

29. За 30 днів розпалося 50% початкової кількості радіоактивної речовини. Через який час залишиться 1% від початкової кількості. (Закон радіоактивного розпаду: кількість радіоактивної речовини, що розпадається за одиницю часу, пропорційна наявній кількості цієї речовини в розглядуваний момент часу).
30. У сприятливих для розмноження умовах перебуває певна кількість бактерій. З експерименту відомо, що швидкість розмноження бактерій пропорційна їх швидкості. Через який час кількість бактерій подвоїться?
31. З деякої висоти вертикально вгору з швидкістю V_0 кинуто тіло маси m . Встановити за яким законом буде змінюватися його швидкість V , якщо, крім сили тяжіння, на нього діє сила опору повітря, пропорційна швидкості. Через який час після того, як тіло було кинуто, воно набере максимальної висоти?
32. Швидкість охолодження тіла в повітрі пропорційна різниці між температурою тіла та температурою повітря. Температура повітря 20°C , тіло протягом 20 хв охолоджується від 100°C до 60°C . Знайти залежність температури від часу та через який час температура тіла знизиться до 30°C .

33. Знайти криві, для яких площа трикутника, утвореного дотичною, ординатою точки дотику і віссю Ox , є величина стала і рівна a^2 .
34. Знайти криві, для яких сума катетів трикутника, утвореного дотичною, ординатою точки дотику і віссю Ox , є величина стала і рівна b .
35. У бочці знаходиться 100 л ропи, яка містить 10 кг розчиненої солі. Зі швидкістю 3 л за хвилину в чан вливається вода, і суміш з такою ж швидкістю вилівається з бочки. Скільки солі в бочці залишиться через годину?
36. У залі з кубатурою 10800 м^3 повітря після зборів містить $0,12\%$ CO_2 . Скільки м^3 повітря, що містить $0,04\%$ CO_2 , треба щохвилини подавати в залу, щоб через 10 хв у ній було $0,06\%$ CO_2 ?

Знайти інтегрувальний множник та проінтегрувати рівняння:

37. $(x^2 + 2x + y)dx = (x - 3x^2y)dy$;
38. $(x^2 + y^2 + x)dx + ydy = 0$;
39. $x dx = (x dy + y dx)\sqrt{1 + x^2}$;
40. $(x + x^2 + y^2)y' - y = 0$.

Розв'язати рівняння

- | | |
|---------------------------------------|-------------------------------------|
| 41. $yy'' = y^2 - y^3$; | 42. $2yy'' = y^2 + y'^2$; |
| 43. $y'^2 + 2yy'' = 0$; | 44. $y''^2 - 2y'y''' + 1 = 0$; |
| 45. $y'^2 + 2yy'' = 0$; | 46. $y''' = y''^2$; |
| 47. $y'' + y'^2 = 2e^{-y}$; | 48. $y''^2 = y'^2 + 1$; |
| 49. $yy'' = y'(y' + 1)$; | 50. $yy'' + y'^2 = 1$; |
| 51. $2xy''' = y''$; | 52. $xy'' + y' - x^2 - 1 = 0$; |
| 53. $xy''' - y'' + \frac{1}{x} = 0$; | 54. $x^3y''' + x^2y'' = \sqrt{x}$. |

Записати загальний вигляд розв'язку рівняння

55. $y''' - 8y'' + 20y' = x + 3 + 5xe^{4x} \sin(2x) + e^{2x}$;
56. $y''' - 2y'' + 4y' - 8y = e^{2x} \sin(2x) + x^2e^{2x} + x \cos(2x)$;
57. $y^{(4)} + 5y'' + 4y = x \sin(2x) + x^2 \cos(2x) + e^{2x}$;
58. $y^{(5)} - 10y''' + 9y' = x + e^{3x}x^2 + \sin(2x)$;
59. $y^{(5)} - 81y' = x + e^{3x}x^2 + x \sin(3x) + e^{-3x}x \sin(3x)$;
60. $y^{(4)} + y'' = 7x - 3x \cos x + e^{-x}$;
61. $y''' - 6y'' + 13y' = x^2e^{3x} + x - 3e^{3x} \cos(2x)$;
62. $y^{(4)} + 2y''' + y'' = 2 - 3x^2 + xe^{-x} + \sin(3x)$;
63. $y''' - 6y'' + 13y' - 10y = 10 + 4xe^{2x} \sin x + x^2e^{2x}$;
64. $y''' - 3y'' + 2y' = (1 - 2x)e^{2x} + 4xe^{-x} + 5x \sin x + x^2e^{2x}$.

Розв'язати рівняння, звівши їх до рівнянь із сталими коефіцієнтами

65. $x^2 y'' - xy' + y = 0$;

66. $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$;

67. $x^2 y'' - xy' + 4y = 0$;

68. $x^2 y'' - 3xy' + 13y = 0$;

69. $x^2 y'' - 3xy' + 5y = 10x^3$;

70. $(x+2)^2 y'' - 3(x+2)y' + 4y = 10x$.

Знайти загальні розв'язки рівнянь

71. $y''' - 3y'' + 2y' = (1-2x)e^x + 12x + 24x^2$;

72. $y'' + 4y = \sec(2x)$;

73. $y'' - 6y' + 9y = \frac{9x^2 + 6x + 2}{x^3}$;

Розв'язати задачу Коші

74. $y'' = 98y^3$, $y(1) = 1$, $y'(1) = 7$;

75. $y'' = 18\sin^3 y \cos y$, $y(1) = \frac{\pi}{2}$, $y'(1) = 3$;

76. $y^3 y'' = y^4 - 16$, $y(0) = 2\sqrt{2}$, $y'(0) = \sqrt{2}$;

77. $y'' - 6y' + 8y = \frac{8e^{2x}}{1+e^{2x}}$, $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{4}{3}$;

78. $y'' - 9y' + 18y = \frac{9e^{3x}}{1+e^{-3x}}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$;

79. $y'' + 9y = \frac{9}{\sin(3x)}$, $y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4$, $y'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3\pi}{2}$;

80. $y'' + 4y = 8\operatorname{ctg}(2x)$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 5$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4$.

Дослідити функції на лінійну залежність в області їх визначення

81. $\varphi_1(x) = x$, $\varphi_2(x) = x^2 + 1$, $\varphi_3(x) = x^3 - x$;

82. $\varphi_1(x) = \sin x$, $\varphi_2(x) = \sin(2x)$, $\varphi_3(x) = \sin(3x)$;

83. $\varphi_1(x) = x$, $\varphi_2(x) = e^x$, $\varphi_3(x) = xe^x$;

84. $\varphi_1(x) = x$, $\varphi_2(x) = |x^3|$, $\varphi_3(x) = x^3$;

Знайти загальний розв'язок системи:

85.
$$\begin{cases} \dot{x} = 5x + 2y - 3z \\ \dot{y} = 4x + 5y - 4z \\ \dot{z} = 6x + 4y - 4z \end{cases}$$

86.
$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + y - 2z \\ \dot{y} = x - 2y + 2z \\ \dot{z} = 3x - 3y + 5z \end{cases}$$

87.
$$\begin{cases} \dot{x} = 3x - y + z \\ \dot{y} = x + y + z \\ \dot{z} = 4x - y + 4z \end{cases}$$

$$88. \begin{cases} \dot{x} = x - y + z \\ \dot{y} = x + y - z \\ \dot{z} = 2z - y \end{cases} \quad 89. \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y - z \\ \dot{y} = 3x - 4y - 3z \\ \dot{z} = 2x - 4y \end{cases} \quad 90. \begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = x + 3y - z \\ \dot{z} = 2y + 3z - x \end{cases}$$

$$91. \begin{cases} \dot{x} = 2x + 2z - y \\ \dot{y} = x + 2z \\ \dot{z} = y - 2x - z \end{cases} \quad 92. \begin{cases} \dot{x} = x - y + z \\ \dot{y} = x + y - z \\ \dot{z} = 2z - y \end{cases} \quad 93. \begin{cases} \dot{x} = y - 2z - x \\ \dot{y} = 4x + y \\ \dot{z} = 2x + y - z \end{cases}$$

$$94. \begin{cases} \dot{x} = -2x - y \\ \dot{y} = x - 2y \\ \dot{z} = x + 3y + z \end{cases} \quad 95. \begin{cases} \dot{x} = y - 2z - x \\ \dot{y} = 4x + y \\ \dot{z} = 2x + y - z \end{cases} \quad 96. \begin{cases} \dot{x} = x - 2y - z \\ \dot{y} = -x + y + z \\ \dot{z} = x - z \end{cases}$$

$$97. \begin{cases} \dot{x} = 2x - y - z \\ \dot{y} = 2x - y - 2z \\ \dot{z} = 2z - x + y \end{cases} \quad 98. \begin{cases} \dot{x} = 2x + y \\ \dot{y} = 2y + 4z \\ \dot{z} = x - z \end{cases} \quad 99. \begin{cases} \dot{x} = y - 2z - x \\ \dot{y} = 4x + y \\ \dot{z} = 2x + y - z \end{cases}$$

Розв'язати лінійну неоднорідну систему:

$$100. \begin{cases} x' = y + 2e^t \\ y' = x + t^2 \end{cases} \quad 101. \begin{cases} x' = x + 2y \\ y' = x - 5\sin t \end{cases}$$

$$102. \begin{cases} x' = 3x - 4y + e^{-2t} \\ y' = x - 2y - 3e^{-2t} \end{cases} \quad 103. \begin{cases} x' = y + tg^2 t - 1 \\ y' = -x + tg t \end{cases}$$

$$104. \begin{cases} x' = 3x - 2y \\ y' = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases} \quad 105. \begin{cases} x' = x - y + \frac{1}{\cos t} \\ y' = 2x - y \end{cases}$$

Дослідити особливі точки, нарисувати інтегральні криві:

$$106. y' = \frac{x - 2y}{3x - 4y}; \quad 107. y' = \frac{x - 4y}{-3x + 2y};$$

$$108. y' = \frac{-6x - 5y}{x + 3y}; \quad 109. y' = \frac{-2x + 5y}{x + 2y};$$

$$110. \begin{cases} x' = 2x + 4y \\ y' = 3x + 6y \end{cases} \quad 111. \begin{cases} x' = x - y \\ y' = 5x - y \end{cases}$$

Знайти загальний розв'язок системи:

$$112. \frac{dx}{z^2 - y^2} = \frac{dy}{z} = -\frac{dz}{y}; \quad 113. \frac{dx}{x + y^2 + z^2} = \frac{dy}{y} = \frac{dz}{z}.$$

Знайти загальний розв'язок рівняння

$$114. 2x \frac{\partial z}{\partial x} + (y - x) \frac{\partial z}{\partial y} = x^2; \quad 115. x^2 z \frac{\partial z}{\partial x} + y^2 z \frac{\partial z}{\partial y} = x + y;$$

$$116. \quad xy \frac{\partial z}{\partial x} + (x - 2z) \frac{\partial z}{\partial y} = yz;$$

$$117. \quad y \frac{\partial z}{\partial x} + x \frac{\partial z}{\partial y} = x - y.$$

Знайти поверхню, яка задовольняє даному рівнянню і проходить через задану лінію:

$$118. \quad x \frac{\partial z}{\partial x} - 2y \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 + y^2, \quad y = 1, \quad z = x^2;$$

$$119. \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - x^2 - y^2, \quad y = -2, \quad z = x - x^2;$$

$$120. \quad x \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = z^2(x - 3y), \quad x = 1, \quad yz + 1 = 0;$$

$$121. \quad x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy, \quad x = 2, \quad z = y^2 + 1;$$

$$122. \quad yz \frac{\partial z}{\partial x} + xz \frac{\partial z}{\partial y} = xy, \quad x = a, \quad y^2 + z^2 = a^2.$$

Розв'язати інтегральні рівняння

$$123. \quad y(x) = \lambda \int_1^2 \ln x \ln s y(s) ds; \quad 124. \quad y(x) = \lambda \int_{-1}^1 (1 + xs) y(s) ds + ax^2 + bx + d;$$

$$125. \quad y(x) = \lambda \int_0^{\pi/4} \left(-\sqrt{\cos x \cos s} \right) y(s) ds; \quad 126. \quad y(x) = \lambda \int_0^1 (x - s) y(s) ds;$$

$$127. \quad y(x) = \int_0^x (x - s) y(s) ds + x^2; \quad 128. \quad \int_0^x (x + s + 1) y(s) ds = x^2.$$

Робочу програму складено на підставі типової програми дисципліни „Диференціальні рівняння”, затвердженої навчально-методичним управлінням з вищої освіти 8 лютого 1985 р., індекс УМУ-20/199.

Робочу програму склав доц. Рейтій О.К.

Підписано до друку

Формат

Офсетний друк.

Умов. друк. арк.

Облік.-вид. арк.

Замовлення №

Тираж екз.

Безплатно.

Видавництво Ужгородського національного університету

м. Ужгород, вул. Капітульна, 18.