

НАДТОНКЕ РОЗЩЕПЛЕННЯ І РОЗПАДИ ВАЖКИХ МЕЗОНІВ

І. І. Гайсак, В. С. Морохович

*Ужгородський національний університет, кафедра теоретичної фізики,
вул. Волошина, 32, Ужгород, 88000, Україна*

(Отримано 10 жовтня 2001 р.; в остаточному вигляді — 26 грудня 2001 р.)

Проведено дослідження впливу тензорних сил на спектр мас та ширини розпаду важких кварконіів. Використано квазірелятивістський підхід Брейта–Фермі, де зв'язані стани мезонів описано системою рівнянь Раріті–Швінгера. Розраховано й порівняно з експериментальними даними надтонке розщеплення та лептонні ширини розпаду важких мезонів.

Ключові слова: кварк, тензорний потенціал, спин-спінова взаємодія, розпади.

PACS number(s): 12.39.Pn, 12.40.Yx, 13.20.Gd

I. ВСТУП

На сьогодні послідовна релятивістська теорія, яка могла б дати хороші результати не тільки для спектрів мас, але і для спин-орбітального та спин-спінового розщеплення як для легких, так і для важких кваркових систем, ще не розроблена. Для того щоб описати зв'язані стани кварків, необхідно так чи інакше звертатися до комп'ютера і чисельно розв'язувати рівняння Шредингера для заданого потенціалу. Відомо, що спектроскопією спочатку успішно займалися для важких кварконіів, таких, як чармоній і боттомоній [1–3]. У цьому випадку через великі маси кварків залежні від спіну члени гамільтоніана можна вивчати за теорією збурень, і, крім того, для важких кварконіів виправданий нерелятивістський підхід.

Вивчення мезонів дозволяє одержати інформацію про потенціал взаємодії кварка з антикварком, яка необхідна для розуміння характеру сильної взаємодії на великих відстанях. Різним авторам вдається добре описати лише певну частину характеристик мезонів з різними видами потенціалу міжкваркової взаємодії [4–7]. Але опис в єдиному підході тонкої й надтонкої структури енергетичних рівнів, зумовленої спіновими ефектами, а також ширин розпадів мезонних станів є проблематичним. Тому доцільно розглянути особливості спектра мас кварконію на прикладі енергетичних рівнів, спінове розщеплення між псевдоскалярними $^1S_0(0^{-+})$ й векторними мезонами $^3S_1(1^{-})$ (так зване надтонке розщеплення), спінове розщеплення зі станами $L \neq 0$ (так зване тонке розщеплення) та розпади кварконіів у межах однієї моделі з одним і тим же потенціалом взаємодії.

Відомо, що врахування тензорних сил приводить до змішування S - і D -хвиль [8]. Більшість авторів вважають, що внесок тензорних сил у спектр мас зв'язаних станів кварконію незначний [9,10]. Однак у праці [11] показано, що врахування D -хвилі дає поправку в енергетичний спектр близько 1–5 %.

У цій роботі досліджено вплив тензорних сил на параметри мезонів. При цьому використано квазірелятивістський підхід, причому змішані стани описано системою рівнянь Раріті–Швінгера. Розрахо-

вано надтонке розщеплення та лептонні ширини розпаду важких кваркових систем.

II. КВАЗІРЕЛЯТИВІСТСЬКИЙ ПІДХІД

Нерелятивістська потенціальна кваркова модель у різних підходах дає добрий опис спектра мас як псевдоскалярних мезонів, так і векторних [11–13]. При цьому для узгодження з експериментом автори вваріюють і функціональний вид, і лоренцівську структуру потенціалу [14–16], беруть різні параметри потенціалів для опису синглетних і триплетних станів. Крім того, відзначимо, що векторні мезони розглядають як чисті стани з визначеним орбітальним моментом L . Для аналізу релятивістських ефектів, а також для дослідження тензорних сил ми використали квазірелятивістське рівняння Шредингера з потенціалом, у який включена спин-орбітальна, спин-спінова й тензорна взаємодії

$$V(r) = V_0 + V_{SL} + V_{SS} + V_T. \quad (1)$$

Тут V_0 — центральна частина потенціалу, V_{SL} — спин-орбітальна взаємодія, V_{SS} — спин-спінова та V_T — тензорна частини взаємодії.

Як центральний потенціал міжкваркової взаємодії взято корнелівський потенціал. Причому кулонівська частина потенціалу є чисто векторною, а лінійна — розглянута зі змішаною лоренцівською структурою, тобто вона містить як скалярну, так і векторну частини:

$$V_0 = V_V + V_S = \left(-\frac{\alpha}{r} + \beta_v r\right) + \beta_s r, \quad (2)$$

де V_V — векторна частина, а V_S — скалярна частина потенціалу.

У квазірелятивістському підході спинзалежні члени, як правило, беруть із так званого узагальненого гамільтоніана Брейта–Фермі (коли маси кварка й антикварка рівні, тобто $m_1 = m_2 = m$), а саме

$$V_{LS} = \frac{1}{2m^2 r} \left\{ 3 \frac{dV_V}{dr} - \frac{dV_S}{dr} \right\} (\mathbf{L}\mathbf{S}), \quad (3)$$

$$V_T = \frac{1}{m^2} \left\{ \frac{1}{r} \frac{dV_V}{dr} - \frac{d^2 V_V}{dr^2} \right\} \hat{S}_{12},$$

$$V_{SS} = \frac{2}{3m^2} \nabla^2 V_V (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2),$$

де $\hat{S}_{12} = \frac{(s_1 r)(s_2 r)}{r^2} - \frac{s_1 s_2}{3}$ — тензорний оператор.

В узагальненому гамільтоніані Брейта-Фермі ми нехтуємо членом $\sim \mathbf{p}^4/m^3$, оскільки в нашій статті розглядаємо важкі кваркові системи [3].

Підставляючи формулу (2) в (3), отримуємо такі вирази для спінзалежних членів:

$$V_{LS} = \frac{1}{2m^2} \left[3 \frac{\alpha}{r^3} + 3 \frac{\beta_v}{r} - \frac{\beta_s}{r} \right] (\mathbf{L}\mathbf{S}), \quad (4)$$

$$V_T = \frac{1}{m^2} \left\{ \frac{3\alpha}{r^3} + \frac{\beta_v}{r} \right\} \hat{S}_{12},$$

$$V_{SS} = \frac{4}{3m^2} \left\{ \frac{\beta_v}{r} - 2\pi\alpha\delta(r) \right\} (\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2).$$

Обчислення власних значень енергії і хвильової функції рівняння Шредингера з узагальненим гамільтоніаном Брейта-Фермі дає енергетичний спектр мезонів та дозволяє розрахувати ширини розпаду кварконіїв.

III. НАДТОНКЕ РОЗЩЕПЛЕННЯ ДВОКВАРКОВИХ СИСТЕМ

У загальному випадку стан двоферміонної системи визначається енергією, повним моментом \mathbf{J} , проекцією моменту M та парністю P . Оператор орбітального моменту L не комутує з тензорною частиною потенціалу, тобто орбітальний момент не зберігається. Але орбітальним моментом визначається парність системи $P = (-1)^{L+1}$, тому для ідентифікації станів використовують спектроскопічні позначення S, P, D, F, \dots (що відповідають $L = 0, 1, 2, 3, \dots$).

Зауважимо, що повний спін системи \mathbf{S} ($\mathbf{S} = \mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2$) зберігається, якщо система є істинно нейтральною. У цьому разі стан системи додатково характеризується зарядовою парністю $C = (-1)^{L+S}$. В інших випадках повний спін системи невизначений. Триплетний стан з $J = 1$, який має парність (-1) , є сумішшю станів 3S_1 і 3D_1 , а стан з $J = 1$, що має парність $(+1)$, є чистим 3P_1 -станом [11].

Синглетні стани $q\bar{q}$ -системи описуються рівняннями Шредингера

$$\frac{d^2 v}{dr^2} + \left[k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - V_C \right] v = 0. \quad (5)$$

Змішані триплетні стани описуються системою рівнянь Раріті-Швінгера [8], де включено спін-орбітальну, спін-спінову й тензорну взаємодії, а саме

$$\begin{cases} u'' + [k^2 - V_C] u = \sqrt{8} V_T w, \\ w'' + (k^2 - \frac{6}{r^2} - V_C + 2V_T + 3V_{SL}) w = \sqrt{8} V_T u, \end{cases} \quad (6)$$

де $u(r)$ — радіальна хвильова функція при $L = 0$, $w(r)$ — хвильова функція при $L = 2$; $V_C = V_0 + V_{SS}$ — центральна частина потенціалу; $k^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$.

Як бачимо, через наявність у потенціалі кулонівського члена в спінзалежних членах гамільтоніана (4) виникають сингулярні члени ($\delta(r)$ та $\frac{1}{r^3}$). Тому, як правило, розраховують надтонке розщеплення в межах теорії збурень [12,17]. У праці [18] було регуляризовано кулонівський потенціал так:

$$V_C = -\frac{\alpha}{r+a} + (\beta_v + \beta_s) r,$$

де $a > 0$ — довільна стала. Тоді, очевидно, при $r = 0$ немає особливостей, і всі залежні від спіну члени можна розглядати поза межами теорії збурень.

У цій роботі розрахунки власних значень енергій і хвильових функцій отримано чисельним розв'язком рівнянь (5) і (6) з регулярною частиною потенціалу (4). Сингулярні члени потенціалу враховано в межах теорії збурень.

Знаючи хвильову функцію, можна визначити внесок кожної компоненти гамільтоніана у величину енергії системи

$$E = \langle (\psi_S + \psi_D) | \hat{H} | (\psi_S + \psi_D) \rangle, \quad (7)$$

де ψ_S і ψ_D — компоненти хвильових функцій, що відповідають $L = 0$ і $L = 2$.

Хвильова функція має вигляд

$$\psi = \psi_S + \psi_D = \frac{u(r)}{r} Y_{101}^1 + \frac{w(r)}{r} Y_{121}^1, \quad (8)$$

де для спін-орбітальної частини хвильової функції взято позначення Y_{jLS}^M . Результат дії тензорного оператора дорівнює

$$\hat{S}_{12} Y_{101}^1 = \sqrt{8} Y_{121}^1, \quad (9)$$

$$\hat{S}_{12} Y_{121}^1 = \sqrt{8} Y_{101}^1 - 2Y_{121}^1,$$

а відповідно оператор спін-орбітальної взаємодії ($\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{S}}$) = 0 при $L = 0$ і ($\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{S}}$) = -3 при $L = 2$. Тоді величину енергії можна розбити на компоненти

$$E = E_S + E_D + E_{SD}, \quad (10)$$

де виділено відповідно внески S -, D -хвиль та інтер-

ференційний член E_{SD} і враховано внески збурених частин потенціалу, а саме $\Delta V_T = \frac{3\alpha}{m^2 r^3} \widehat{S}_{12}$ та $\Delta V_{SL} = \frac{3\alpha}{2m^2 r^3} (\widehat{L}\widehat{S})$.

Член з $\delta(r)$ дає внесок лише при $L = 0$ (S -стани), а при $L \neq 0$ $\delta(r)$ в спин-спіновому члені V_{SS} внеску не дає. Спінзалежна корекція нерелятивістського гамільтоніяна, яка відповідальна за надтонке розщеплення для енергетичних рівнів, має вигляд

$$H_{SS} = \frac{32\pi\alpha_S}{9m_q m_{\bar{q}}} \left(S_1 S_2 - \frac{1}{4} \right) \delta(r). \quad (11)$$

Таким чином, перший порядок ефекту збурення повинен змістити положення енергетичного рівня 1S_0 на величину:

$$\Delta E = -\frac{8\alpha_S}{9m_q m_{\bar{q}}} |R(0)|^2, \quad (12)$$

де $R(0)$ — радіальна хвильова функція в нулі для S -хвилі; α_S — стала сильної взаємодії ($\alpha = \frac{4}{3}\alpha_S$).

Сталу сильної взаємодії визначаємо за формулою

$$\alpha_S(q^2) = 12\pi / [(33 - 2n_j) \ln(q^2/\Lambda^2)], \quad (13)$$

де $\Lambda = \Lambda_{\text{КХД}} = 140$ МеВ; $n_j = 3$ для легких і змішаних мезонів; $n_j = 4$ для $c\bar{c}$ - і $b\bar{b}$ -кварконіїв. Для корнельського потенціалу надтонке розщеплення мезонів можна описати з доброю точністю, якщо взяти $q = 2\mu$ (μ — зведена маса) [17].

Беручи до уваги поправки, які дають сингулярні члени, ми розраховували надтонке розщеплення з урахуванням і без урахування тензорних сил для важких кварконіїв. Тобто при нехтуванні тензорних сил триплетні стани описано першим рівнянням системи (6) (чиста S -хвиля). Обчислення проводили з такими параметрами потенціалу: $\beta_V = 0.04$ ГеВ², $\beta_S = 0.14$ ГеВ²; а сталу сильної взаємодії ми розраховували за формулою (13) і для $c\bar{c}$ -системи $\alpha_S = 0.38$, для $b\bar{b}$ -системи — $\alpha_S = 0.24$. Розрахунки виконали для таких значень мас кварків: $m_c = 1.4$ ГеВ і $m_b = 4.7$ ГеВ. При описі $q\bar{q}$ системи ми варіювали параметр β_V при умові, що $\beta_V + \beta_S = 0.18$ ГеВ².

Стан	S -хвиля $E_{\text{ТЕОР}}$, МеВ	SD -хвилі $E_{\text{ТЕОР}}$, МеВ	[6], $E_{\text{ТЕОР}}$, МеВ	[19], $E_{\text{ЕКСП}}$, МеВ	E_{SD} , °/°	P_D , °/°	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$, Φ_M
1S_0	2980	—	—	2980	—	—	—
3S_1	3153	3097	—	3097	16	0.05	0.43
1S_1 - 3S_0	173	117	110	117	—	—	—
2S_0	3642	—	—	3590	—	—	—
2S_1	3759	3734	—	3685	3	0.8	0.85
2S_1 - 2S_0	117	92	67	95	—	—	—
3S_0	4107	—	—	—	—	—	—
3S_1	4208	4192	—	4040	1	1.3	1.18
3S_1 - 3S_0	101	85	—	—	—	—	—

Таблиця 1. Надтонке розщеплення $c\bar{c}$ -системи.

Стан	S -хвиля $E_{\text{ТЕОР}}$, МеВ	SD -хвилі $E_{\text{ТЕОР}}$, МеВ	[6], $E_{\text{ТЕОР}}$, МеВ	[19], $E_{\text{ЕКСП}}$, МеВ	E_{SD} , °/°	P_D , °/°	$\sqrt{\langle r^2 \rangle}$, Φ_M
1S_0	9415	—	—	—	—	—	—
3S_1	9462	9460	—	9460	2.1	0.004	0.26
1S_1 - 3S_0	47	45	46	—	—	—	—
2S_0	9883	—	—	—	—	—	—
2S_1	9911	9911	—	10023	0.2	0.04	0.55
2S_1 - 2S_0	28	28	26	—	—	—	—
3S_0	10201	—	—	—	—	—	—
3S_1	10224	10224	—	10355	0.1	0.1	0.77
3S_1 - 3S_0	23	23	—	—	—	—	—

Таблиця 2. Надтонке розщеплення $b\bar{b}$ -системи.

У таблицях 1 і 2, крім спектра мас псевдоскалярних та векторних мезонів, наведено також величину домішки D -хвилі у хвильовій функції векторного мезона P_D , внесок інтерференційного члена E_{SD} та середньоквадратичний радіус $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$.

IV. РОЗПАДИ КВАРКОНІЇВ

Ширини лептонних розпадів векторних мезонів обчислено за формулою Ван Роена–Вайскопфа [20]

$$\tilde{\Gamma} (^3S_1 \rightarrow e^+e^-) \doteq \frac{4\alpha^2 Q^2}{M_{q\bar{q}}^2} |R(0)|^2. \quad (14)$$

Тут $M_{q\bar{q}}$ — маса векторного мезона, α є сталою тонкої структури, Q — заряд кварків. З урахуванням перших радіаційних і релятивістських поправок ця формула набуває вигляду [21]

$$\Gamma (^3S_1 \rightarrow e^+e^-) \doteq \tilde{\Gamma} \left[1 - \frac{16\alpha_S (m_q^2)}{3\pi} \right]. \quad (15)$$

Однак Айхтен і Квіг у своїй роботі [22] відзначили, що КХД-корекція значно зменшує величину ширини розпаду. Для векторних мезонів, які містять легкі кварки, ця формула веде до парадоксів. У праці [12] Л. Мотика і К. Залевський розраховали лептонні ширини розпаду за формулою

$$\Gamma_{V \rightarrow e^+e^-} = F(q) \frac{32\alpha_S}{9M_V^2} \cdot |R(0)|^2, \quad (16)$$

де величини поправки для чармонію й боттомонію відповідно дорівнюють $F(c) = 4.73 \times 10^{-5}$ і $F(b) = 2.33 \times 10^{-5}$. Формула (16) отримана інтерполяцією виразу (15) раціональною та експоненціальною функціями.

Ми розраховали лептонні ширини розпаду важких кварконіїв за допомогою формули Ван Роена–Вайскопфа (14) та формули (16), яка враховує КХД-корекції. Результати обчислень подано в табл. 3 і порівняно з експериментальними даними.

Обчислювали лептонні ширини розпаду з урахуванням і без урахування тензорних сил. Зазначимо, що в дужках подано значення ширин, розрахованих за формулою (16).

Стан	S -хвиля $\Gamma_{\text{ТЕОР}}$, кеВ	SD -хвилі $\Gamma_{\text{ТЕОР}}$, кеВ	[12] $\Gamma_{\text{ТЕОР}}$, кеВ	[23] $\Gamma_{\text{ТЕОР}}$, кеВ	[24] $\Gamma_{\text{ТЕОР}}$, кеВ	[19] $\Gamma_{\text{ЕКСП}}$, кеВ
$J/\Psi 1S$	8.2(5.63)	7.8(5.41)	4.5	4.24	8.0	5.26 ± 0.37
$\Psi' 2S$	4.0(2.79)	3.7(2.59)	1.9	1.81	3.7	2.12 ± 0.18
$\Psi'' 3S$	2.9(2.01)	2.6(1.82)	—	1.22	—	0.75 ± 0.15
$\Upsilon 1S$	1.2(1.01)	1.14(0.96)	1.36	0.85	1.7	1.32 ± 0.04
$\Upsilon' 2S$	0.63(0.53)	0.58(0.49)	0.59	0.38	0.8	0.52 ± 0.03
$\Upsilon'' 3S$	0.49(0.42)	0.44(0.37)	0.4	0.27	0.6	0.48 ± 0.08

Таблиця 3. Лептонні ширини розпаду.

V. ВИСНОВКИ

Аналіз результатів, поданих у таблицях 1 і 2, показує, що теоретичні розрахунки спектра мас збігаються з експериментальними даними в межах 1–4%. Характерним є той факт, що нам вдалося добре описати величину надтонкого розщеплення для $c\bar{c}$ -системи, а також оцінити величину розщеплення для $b\bar{b}$ -системи. Причому D -хвиля дає дуже малий внесок у повну хвильову функцію (долі відсотка), але в енергетичний спектр внесок D -хвилі вже становить 0.1–16%. Слід відзначити, що наші значення $\sqrt{\langle r^2 \rangle}$ узгоджуються зі значеннями, наведеними в праці [25]. Середньоквадратичний радіус 0.7 Фм відповідає умовам утворення кварк-антикваркової пари. Для станів, у яких ця величина перебивається, необхідно модифікувати потенціальну модель з урахуванням відкриття нового каналу.

Для ширин лептонних розпадів аналіз результатів показує, що для чармонію теоретичні значення ширин, які розраховані за формулою Ван Роена–Вайскопфа, систематично більші за експериментальні дані, а для боттомонію — менші. Як бачимо, для Ψ -мезона ліпші значення ширин розпаду отримано за формулою (16), яка враховує КХД-корекції. Тут вплив D -хвилі становить від 4% для основного стану до 25% для другого збудженого, а для значень, розрахованих за формулою Ван Роена–Вайскопфа, — від 8 до 50%. Для Υ -мезона, навпаки, точнішими є розрахунки, виконані за формулою (14), а КХД-корекція дещо знижує результат. Причому D -хвиля дає менший внесок, ніж для чармонію, а саме: від 4% для основного стану до 11% для другого збудженого.

Наведені результати вказують на те, що внеском D -хвилі не можна нехтувати при розгляді лептонних ширин розпаду кварконіїв. Слід відзначити, що

для вибору реалістичного виду потенціалу міжкваркової взаємодії доцільно розглядати в комплексі всі характеристики системи (енергетичний спектр, тонке й надтонке розщеплення, ширини розпадів).

-
- [1] S. Ono, F. Schoberl, *Phys. Lett. B* **118**, 419 (1982).
 [2] S. Godfrey, N. Isgur, *Phys. Rev. D* **32**, 189 (1985).
 [3] В. Люха, Ф. Шёберл, *Сильное взаимодействие* (Академ. Экспресс, Львов, 1996).
 [4] T. Matsuki, T. Morii, *Phys. Rev. D* **56**, 5646 (1997).
 [5] M. Hirano, T. Honda, K. Kato *et al.*, *Phys. Rev. D* **51**, 2353 (1995).
 [6] V. Lengyel, Yu. Fekete, I. Haysak, A. Shpenik, *Eur. Phys. J. C* **21**, 355 (2001).
 [7] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, *Phys. Rev. D* **62**, 034014 (2000).
 [8] W. Rarita, J. Schwinger, *Phys. Rev.* **59**, 436 (1941).
 [9] P. Moxhay, J. L. Rosner, *Phys. Rev. D* **28**, 1132 (1983).
 [10] L. Motyka, K. Zalewski, *Acta Phys. Pol. B* **29**, 1437 (1998).
 [11] І. І. Гайсак, В. І. Лендєл, В. С. Морохович, *Наук. Вісн. Уж. ун-ту, сер. фіз.* **5**, 193 (1999).
 [12] L. Motyka, K. Zalewski, *Eur. Phys. J. C* **4**, 107 (1998).
 [13] E. Eichten, K. Gottfried, T. Kinoshita *et al.*, *Phys. Rev. D* **21**, 203 (1980).
 [14] D. Ebert, R. N. Faustov, V. O. Galkin, *Eur. Phys. J. C* **7**, 539 (1999).
 [15] V. Lengyel, V. Rubish, Yu. Fekete, S. Chalupka, M. Salak, *Condens. Matter Phys.* **13**, 575 (1998).
 [16] D. B. Lichtenberg, E. Predazzi, R. Roncaglia, *Phys. Rev. D* **45**, 3268 (1992).
 [17] А. М. Бадалян, *Яд. физ.* **46**, 1213 (1987).
 [18] D. Flamm, F. Schoberl, H. Uematsu, *Nuovo Cimento A* **98**, 559 (1987).
 [19] Particle Data Group, *Eur. Phys. J. C* **15**, 650 (2000).
 [20] R. Van Royen, V. F. Weisskopf, *Nuovo Cimento A* **50**, 617 (1967).
 [21] W. Buchmuller, S.-H. Tye, *Phys. Rev. D* **24**, 132 (1981).
 [22] E. Eichten, C. Quigg, *Fermilab preprint 95/045* (1995).
 [23] V. Lengyel, V. Makkay, S. Chalupka, M. Salak, *Ukr. Fiz. Zh.* **42**, 773 (1997).
 [24] E. J. Eichten, C. Quigg, *Phys. Rev. D* **49**, 5845 (1994).
 [25] N. Brambilla, A. Vairo, *HEPHY-PUB 696/98 UWThPh-1998-33* (1998).

HYPERFINE SPLITTING AND DECAY OF HEAVY MESONS

I. I. Haysak¹, V. S. Morokhovych²

*Uzhgorod National University, Department of Theoretical Physics,
 32 Voloshyn Str., UA-88000, Uzhgorod*

¹*e-mail: haysak@univ.uzhgorod.ua,*

²*e-mail: morv@univ.uzhgorod.ua*

The influence of tensor forces on the mass spectra and the decay widths of heavy quarkonia is studied. The quasirelativistic Breit–Fermi approach is used. The bound states of mesons are described by the system of Rarita–Schwinger equations. The calculated results are compared with the experimental hyperfine splitting and leptonic decay widths of heavy mesons.