ЗБІРНИК ТЕЗ ЗА МАТЕРІАЛАМИ ТРЕТЬОЇ МІЖУНІВЕРСИТЕТСЬКОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ МОЛОДИХ ВЧЕНИХ З МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ

Національний університет
«Києво-Могилянська академія»
25–27 квітня 2013 року, м. Київ

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національний технічний університет України «КПІ»
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова
Національний університет «Києво-Могилянська академія»

ТРЕТЯ МІЖУНІВЕРСИТЕТСЬКА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ МОЛОДИХ ВЧЕНИХ З МАТЕМАТИКИ ТА ФІЗИКИ

Київ – 2013

Третя міжуніверситетська наукова конференція молодих вчених з математики та фізики

Організатори

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національний технічний університет України «КПІ»
Національний педагогічний університет імені М. П. Драгоманова
Національний університет «Києво-Могилянська академія»

Програмний комітет

Барановський О. М.
Бевз В. Г.
Боднарчук Ю. В.
Вірченко Н. О.
Гермаш Л. П.
Глибовець М. М.
Голод П. І.
Гончаренко Я. В.
Горбачук І. Т.
Грищенко Г. П.
Джежеря Ю. І.
Диховичний О. О.
Дудкін М. Є.
Дяченко С. М.
Іванов О. В.
Івасишен С. Д.
Клесов О. І.
Олійник Б. В.
Працьовитий М. В.
Решетняк С. О.
Сиротюк В. Д.
Торбін Г. М.
Фінкельштейн Д. Л.
Швець В. О.
Шут М. І.
Яковець В. П.

Організаційний комітет

Боднарчук Ю. В.
Ванін В. В.
Дрінь С. С.
Крюкова Г. В.
Лепеха Т. С.
Руссєв А. В.
Торбін Г. М.
Щестюк Н. Ю.

Секції

Секція 1. Математичного аналізу, теорії ймовірностей, диференціальних рівнянь
Голова: Клесов Олег Іванович
Секція 2. Метричної теорії чисел, геометрії, фрактального аналізу
Голова: Працьовитий Микола Вікторович
Секція 3. Алгебри, дискретної математики, теорії алгоритмів, інформатики
Голова: Боднарчук Юрій Вікторович
Секція 4. Фізики та математичної фізики
Голова: Голод Петро Іванович
Секція 5. Методики навчання математики і фізики
Голова: Вірченко Ніна Опанасівна

Одна оцінка коефіцієнтів регресії гауссових випадкових полів

О. О. Синявська

Нехай $X_1(t_1,\dots,t_m),\dots,X_m(t_1,\dots,t_m)$, $\eta(t_1,\dots,t_m)$, де $t = (t_1,\dots,t_m)\in[0,1]^m$ — незалежні однорідні гауссові випадкові поля з нульовими середніми та коваріаційними функціями $r_j(t)$, $1\le j\le m$, $r_\eta(t)$, $t\in[0,1]^m$. За спостереженнями випадкового поля

$$Y(t_1,\dots,t_m)=\theta_1X_1(t_1,\dots,t_m)+\dots+\theta_mX_m(t_1,\dots,t_m)+ \\ +\eta(t_1,\dots,t_m),\quad (t_1,\dots,t_m)\in[0,1]^m, \quad (1)$$

в точках

$$\Big\{(\underbrace{1,\dots,1}_{i-1},\tfrac{k}{a_n},1,\dots,1),\ 0\le k\le a_n,\ 1\le i\le m\Big\},$$

де $a_n\in\mathrm{N}$, $n\ge 1$; $a_n\to\infty$, $n\to\infty$, побудувано консистентну оцінку коефіцієнта регресії $\theta=(\theta_1,\dots,\theta_m)\in[0,d]^m$ ($d>0$ — відома стала) та знайдено довірчі області. Випадкове поле $\eta(t)$, $t\in[0,1]^m$ має більшу гладкість, ніж поля $X_j(t)$, $t\in[0,1]^m$, $1\le j\le m$. Така задача оцінювання коефіцієнта регресії для гауссових випадкових процесів розглядалась в роботі О. О. Курченка та О. О. Синявської [1].

Припустимо, що для коваріаційних функцій $r_j(t)$, $1\le j\le m$, $r_\eta(t)$, $t\in[0,1]^m$ виконуються наступні умови:

(1) існують сталі $c_{j,i}>0$, $q_{j,i}>0$, $\delta_{j,i}>0$, $1\le j,i\le m$ та $H_{j,i}\in(0,1)$, $H_{ii}<H_{ji}$, $1\le j,i\le m$, такі, що:

$$\Big|r_j(\underbrace{1,\dots,1}_{i-1},0,1,\dots,1)-r_j(\underbrace{1,\dots,1}_{i-1},h,1,\dots,1)-c_{j,i}h^{2H_{ji}}\Big|\le \\ \le q_{j,i}h^{2H_{ji}+\delta_{j,i}},\quad h\in(0,1];$$

(2) звуження $r_j(\cdot)$ на i-ту координатну вісь задовольняє умову:

$$\left|\frac{\partial^2 r_j(t_1,\dots,t_m)}{\partial t_i^2}\right|\Bigg|_{\substack{t_j=1,\,i\ne j\\ t_i=\tau}}\le\frac{L_{j,i}}{\tau^{2-2H_{ji}}},$$

де $L_{j,i}>0$, $1\le j,i\le m$, $\tau\in(0,1]$;

(3) існують сталі $\beta_i>2H_{ii}$ та $b_i\ge 0$, $1\le i\le m$ такі, що:

$$\Big|r_\eta(\underbrace{1,\dots,1}_{i-1},0,1,\dots,1)-r_\eta(\underbrace{1,\dots,1}_{i-1},h,1,\dots,1)\Big|\le b_ih^{\beta_i},$$

де $h\in(0,1]$, $1\le i\le m$.

Покладемо

$$\Delta_i Y_{k,n} = Y\big(\underbrace{1,\ldots,1}_{i-1}, \tfrac{k}{a_n}, 1,\ldots,1\big) - Y\big(\underbrace{1,\ldots,1}_{i-1}, \tfrac{k-1}{a_n}, 1,\ldots,1\big),$$

$1 \le i \le m$, $1 \le k \le a_n$. Розглянемо послідовності бакстерівських сум: $\hat{S}_n^{(i)} = a_n^{2H_{ii}-1} \sum_{k=1}^{a_n} (\Delta_i Y_{k,n})^2$, де $1 \le i \le m$, $n \ge 1$.

Теорема 1. *Нехай виконуються припущення (1)-(3). Тоді статистика*

$$\hat{\theta}_n = \big(\hat{\theta}_n^{(1)}, \ldots, \hat{\theta}_n^{(m)}\big) = \left(\sqrt{\frac{\hat{S}_n^{(1)}}{2c_{1,1}}}, \ldots, \sqrt{\frac{\hat{S}_n^{(m)}}{2c_{m,m}}}\right)$$

є консистентною оцінкою коефіцієнта регресії $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_m)$ за спостереженнями випадкового поля (1).

Теорема 2. *Нехай виконуються припущення (1)-(3). Тоді область*

$$\left(\sqrt{\alpha_n^{(1)}(p)}, \sqrt{\beta_n^{(1)}(p)}\right) \times \ldots \times \left(\sqrt{\alpha_n^{(m)}(p)}, \sqrt{\beta_n^{(m)}(p)}\right),$$

де

$$\alpha_n^{(i)}(p) = \max\Big(0, \tfrac{\hat{S}_n^{(i)} - \gamma_n^{(i)}}{2c_{i,i}}\Big), \quad \beta_n^{(i)}(p) = \min\Big(\tfrac{\hat{S}_n^{(i)} + \gamma_n^{(i)}}{2c_{i,i}}, d^2\Big),$$

$$\gamma_n^{(i)} = 2\max\Big(u_n^{(i)}, \sqrt{\tfrac{v_n^{(i)}}{p/m}}\Big), \quad 1 \le i \le m, \quad p \in (0,1),$$

$$u_n^{(i)} = \tfrac{2q_{i,i}d^2}{a_n^{\delta_{i,i}}} + \textstyle\sum_{j=1,\, j\ne i}^{m-1} \tfrac{2d^2(c_{j,i}+q_{j,i})}{a_n^{2H_{ji}-2H_{ii}+\delta_{j,i}}} + \tfrac{2b_i}{a_n^{\beta_i - 2H_{ii}}},$$

$$v_n^{(i)} = 8(m+1)\Big(\textstyle\sum_{j=1}^{m} d^4 \tfrac{(c_{j,i}+q_{j,i})^2}{\omega_n^{-1}} + \tfrac{b_i^2}{a_n^{\beta_i - 2H_{ii}}}\Big) +$$
$$+ 8(m+1) a_n^{2(2H_{ii}-\beta_i)} b_i^2 \tfrac{a_n - 1}{a_n} +$$
$$+ 8(m+1) d^4 \textstyle\sum_{j=1}^{m} \omega_n \big(3 + 2^{4H_{ii}+1}\big)(c_{j,i} + q_{j,i})^2 +$$
$$+ 4(m+1)d^4 \sum_{j=1}^{m} L_{j,i}^2 \omega_n \begin{cases} \zeta(2(2-2H_{ji})), & H_{ji} < \frac{3}{4}, \\ 1 + \ln a_n, & H_{ij} = \frac{3}{4}, \\ 1 + \frac{a_n^{4H_{ji}-3}}{4H_{ji}-3}, & H_{ji} \in (\frac{3}{4}, 1), \end{cases} \quad 1 \le j \le m,$$

$\omega_n = a_n^{4H_{ii}-4H_{ji}-1}$, $\zeta(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^s}$, $s > 1$, *є довірчою областю для коефіцієнта регресії $\theta = (\theta_1, \ldots, \theta_m)$ з рівнем довіри $1 - p$.*

Література.

[1] *Курченко О. О., Синявська О. О.* Бакстерівська оцінка коефіцієнта регресії в одній моделі // Вісник Київського університету. Серія: Фіз.-мат. науки. — 2011. — Вип. 3. — С. 40–45.

Київський національний університет імені Т. Г. Шевченка, Київ, Україна
E-mail address: olja_sunjavska@ua.fm

Підписано до друку 17.04.13. Формат 60x84/16.
Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Тираж 100 прим. Замовлення 03/04.

Відруковано в ВПЦ НаУКМА
Свідоцтво ДК №3631 від 23.11.09