Інститут математики НАН України
Київський національний університет ім. Тараса Шевченка
Національний педагогічний університет ім. М. Драгоманова
Національний технічний університет України «КПІ»

П'ЯТНАДЦЯТА МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ ІМЕНІ АКАДЕМІКА МИХАЙЛА КРАВЧУКА

15–17 травня 2014 р., Київ

МАТЕРІАЛИ КОНФЕРЕНЦІЇ

III

Теорія ймовірностей та математична статистика

Київ — 2014

ГЕНЕРАТРИСИ РОЗПОДІЛУ АБСОЛЮТНИХ ЕКСТРЕМУМІВ ДЛЯ МАЙЖЕ НАПІВНЕПЕРЕРВНИХ ЗНИЗУ ЦІЛОЧИСЛОВИХ ПУАССОНІВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ НА ЛАНЦЮГАХ МАРКОВА

М. С. Герич

Ужгородський національний університет, Ужгород, Україна

miroslava.gerich@yandex.ru

Розглядається цілочисловий пуассонівський процес на ланцюгу Маркова (ЛМ)

$$\mathbf{Y}(t) = \left\{\xi(t), x(t)\right\} \quad \left(t \geq 0,\ \xi\left(0\right) = 0\right),$$

де $x\left(t\right)$ — регулярний однорідний ЛМ з скінченною множиною станів $E = \left\{1, 2, ..., m\right\}$ та твірною матрицею Q.

$$\xi\left(t\right) = \left\{\xi_1\left(t\right), \xi_2\left(t\right), ..., \xi_m\left(t\right)\right\},$$

де кожному стану ЛМ $x\left(t\right) = k$ відповідає процес $\xi_k\left(t\right)$. Означення процесу $Y\left(t\right)$ в неґратчастому і ґратчастому випадках див. в [1, 2]. Позначимо:

θ_s — випадкова величина з показниковим розподілом

$$(P\left\{\theta_s > t\right\} = e^{-st}, s, t > 0);$$

$$\xi^{\pm}(t) = \sup_{0 \leq t' \leq t}(\inf)\xi\left(t'\right),\ \xi^{\pm} = \sup_{0 \leq t \leq \infty}(\inf)\ \xi\left(t\right),\ \bar{\xi}(t) = \xi(t) - \xi^{+}(t),$$

$$\check{\xi}(t) = \xi(t) - \xi^{-}(t);$$

$$g_{\pm}(s, z) = E\left[z^{\xi^{\pm}(\theta_s)}\right] = \left\| E\left[z^{\xi^{\pm}(\theta_s)}, x\left(\theta_s\right) = r \mid x(0) = k\right]\right\|,$$

$$g^{+}(s, z) = E\left[z^{\bar{\xi}(\theta_s)}\right],\ g^{-}(s, z) = E\left[z^{\check{\xi}(\theta_s)}\right],\ K\left(z\right) = \ln E\left[z^{\xi(1)}\right],\ K\left(1\right) = Q.$$

В [2] встановлено основну факторизаційну тотожність (о. ф. т.) для

$$g\left(s, z\right) = E\, z^{\xi(\theta_s)} = \left\| E\left[z^{\xi(\theta_s)}, x\left(\theta_s\right) = r \middle| x\left(0\right) = k\right]\right\|,\ \left(r, k \in E\right).$$

Для майже напівнеперервного знизу розглядуваного процесу $\xi\left(t\right)$ на ЛМ $x\left(t\right)$ (від'ємні стрибки геометрично розподілені, а додатні мають довільний ґратчастий розподіл) в [3] показано, що $g_{-}(s, z)$, $g^{-}(s, z)$ є матричними дробово-лінійними функціями, а $g_{+}(s, z)$, $g^{+}(s, z)$ визначаються за допомогою застосування операції проектування до генератриси самого процесу.

У доповіді наводяться співвідношення для генератрис $g_{+}(s,z)$ та $g^{+}(s,z)$ без застосування операції проектування, при цьому генератриси абсолютних екстремумів,

$$g_{+}(z) = g_{+}(0,z), \text{ при } m_1^0 < 0; \; g^{+}(z) = g^{+}(0,z), \text{ при } m_1^0 > 0,$$

де m_1^0 — усереднене за стаціонарним розподілом

$$P_0 = \lim_{s \to 0} s(sI - Q)^{-1}$$

середнє значення, виражаються через генератрису хвостів розподілу негеометрично розподілених додатних стрибків. Такі співвідношення випливають з того, що кумулянта $K(z)$ зводиться до вигляду в термінах згаданих «хвостових» генератрис.

Список літератури

1. Гусак Д. В. Граничні задачі для процесів з незалежними приростами на скінченних ЛМ та для напівмарковських процесів. — К.: Ін-т математики НАН України, 1998. — 320 с.
2. Гусак Д. В., Герич М. С. Уточнення компонент основної факторизаційної тотожності для гратчастих пуассонівських процесів на ланцюгах Маркова // Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Сер. «Матем. і інформ.». — 2011. — Вип. 22, № 2. — С.54–63
3. Герич М. С. Уточнення основної факторизаційної тотожності для майже напівнеперервних гратчастих пуассонівських процесів на ланцюгах Маркова // Карпатські математичні публікації. — 2012. — Т. 4, №2. — С. 229–240.