УДК 519.21

О. О. Погоріляк (Ужгородський національний університет)

МОДЕЛЮВАННЯ ЛОГАРИФМІЧНО СТРОГО СУБГАУССОВИХ ПРОЦЕСІВ КОКСА

In this article simulation of random Cox processes are considered. We study the case when the Cox processes random intensity generated by a random log SSub process. Models of such processes with accuracy and reliability given beforehand are constructed.

В даній роботі розглядається моделювання випадкових процесів Кокса, інтенсивність яких породжена логарифмічно строго субгауссовими випадковими процесами, з наперед заданими точністю та надійністю.

1. Вступ. В даній роботі розглядаються моделювання випадкових процесів Кокса у випадку коли інтенсивність породжується логарифмічно строго субгауссовим випадковим процесом. Отримано достатні умови наближення такого процесу його моделлю з заданими наперед точністю та надійністю.

Нагадаємо деякі основні означення та твердження теорії $Sub(\Omega)$ та $SSub(\Omega)$ процесів.

Нехай $\{\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P}\}$ – стандартний ймовірнісний простір.

Означення 1. *[1] Випадкову величину ξ назвемо субгауссовою якщо знайдеться таке $a \in [0, \infty)$, що для всіх $\lambda \in \mathbf{R}$ виконується нерівність*

$$\mathbf{E} \exp \{\lambda \xi\} \leq \exp \left\{ \frac{a^2 \lambda^2}{2} \right\}.$$

Клас всіх субгауссових випадкових величин, заданих на ймовірнісному просторі $\{\Omega, \mathfrak{F}, \mathbf{P}\}$, позначатимемо $Sub(\Omega)$.

Числову характеристику

$$\tau(\xi) = \inf \left\{ a \geq 0 : E \exp\{\lambda \xi\} \leq \exp \left\{ \frac{a^2 \lambda^2}{2} \right\}, \lambda \in R \right\}$$

називатимемо субгауссовим стандартом випадкової величини ξ. Згідно означення, $\xi \in Sub(\Omega)$ тоді і тільки тоді, коли $\tau(\xi) < \infty$.

Очевидні наступні твердження.

Лема 1. *[1] Справедливі співвідношення:*

$$\tau(\xi) = \sup_{\lambda \neq 0} \left[\frac{2 \ln E \exp\{\lambda \xi\}}{\lambda^2} \right]^{\frac{1}{2}};$$

для всіх $\lambda \in R$

$$E \exp\{\lambda \xi\} \leq \exp \left\{ \frac{\lambda^2 \tau^2(\xi)}{2} \right\}.$$

Лема 2. *[1] Нехай $\xi \in Sub(\Omega)$. Тоді для будь-якого $p > 0$*

$$E|\xi|^p < \infty ,$$

крім того, $E\xi = 0$ і справедлива нерівність

$$E\xi^2 \leq \tau^2(\xi) .$$

Теорема 1. *[1] Простір субгауссових випадкових величин є банаховим відносно норми $\tau(\xi)$.*

Лема 3. *[1] Нехай ξ є субгауссовою випадковою величиною, тоді для всіх $p>0$ справедлива нерівність*

$$E|\xi|^p \leq 2\left(\frac{p}{e}\right)^{p/2}(\tau(\xi))^p. \tag{1}$$

Згідно теореми 1 субгауссовий стандарт є нормою в просторі $Sub(\Omega)$. Тому для будь-яких $\xi_1,\ldots,\xi_n \in Sub(\Omega)$ виконується нерівність трикутника

$$\tau\left(\sum_{k=1}^{n}\xi_k\right) \leq \sum_{k=1}^{n}\tau(\xi_k).$$

Для незалежних субгауссових складових цю нерівність можна підсилити.

Лема 4. *[1] Нехай $\xi_1,\ldots,\xi_n$ – незалежні субгауссові випадкові величини. Тоді має місце нерівність*

$$\tau^2\left(\sum_{k=1}^{n}\xi_k\right) \leq \sum_{k=1}^{n}\tau^2(\xi_k).$$

Означення 2. *[1] Субгауссова величина ξ називається строго субгауссовою, якщо $\tau^2(\xi)=\mathbf{E}\xi^2$, тобто при всіх $\lambda\in\mathbf{R}$ виконується нерівність*

$$\mathbf{E}\exp\{\lambda\xi\} \leq \exp\left\{\frac{\lambda^2\sigma^2}{2}\right\},$$

де $\sigma^2=\mathbf{E}\xi^2$. Клас строго субгауссових випадкових величин будемо позначати $SSub(\Omega)$.

Означення 3. *[1] Випадковий процес $X=\{X(t),\ t\in\mathbf{T}\}$ називається субгауссовим процесом, якщо для кожного $t\in\mathbf{T}$ $X(t)$ – субгауссова випадкова величина та $\sup\limits_{t\in\mathbf{T}}\tau(X(t))<\infty$.*

Означення 4. *Випадковий процес $X=\{X(t),\ t\in\mathbf{T}\}$ називається строго субгауссовим, якщо сім'я випадкових величин $\{X(t),\ t\in\mathbf{T}\}$ є строго субгауссовою.*

Позначимо через $\mathfrak{B}$ σ-алгебру борелівських підмножин множини $\mathbf{T}$, $\mathbf{T}\subset\mathbf{R}$.

Означення 5. *Нехай $Z(\omega,t)$ невід'ємний випадковий процес. Якщо умовний розподіл $\{\nu(B), B\in\mathfrak{B}\}$ при будь-якій реалізації $Z(\omega,t)$ є Пуассонівським процесом з функцією інтенсивності $\mu(B)=\int_B Z(\omega_0,t)\,dt$, то $\nu(B)$ називається випадковим процесом Кокса керованим процесом $Z(t)$.*

Якщо $Z(t)=\exp\{Y(t)\}$, де $Y(t)$ – строго субгауссовий, то $\nu(B)$ будемо називати процесом Кокса керованим логарифмічно строго субгауссовим процесом $Y(t)$ або просто логарифмічно строго субгауссовим процесом Кокса.

Оскільки $\{\nu(B),\ B\in\mathfrak{B}\}$ це подвійно стохастичний процес, то його модель будується в два етапи. Спочатку моделюємо строго субгауссовий випадковий процес $\{Y(t), t \in \mathbf{T}\}$, далі розглядаємо деяке розбиття $D_{\mathbf{T}}$ області $\mathbf{T}$ і на кожному елементі розбиття $D_{\mathbf{T}}$ області $\mathbf{T}$ будуємо модель пуассонівської випадкової величини з відповідним середнім.

Нехай область моделювання $\mathbf{T}$ має вигляд $\mathbf{T} = [0, T]$, $T \in \mathbf{R}_+$. Розбиття $D_{\mathbf{T}} = \{t_0, t_1, \ldots, t_k\}$ цієї області на інтервали $B_i = [t_{i-1}, t_i]$ виберемо так, щоб $t_i < t_{i+1}$, та $t_{i+1} - t_i = d = \frac{T}{k}$, $i = \overline{0, k-1}$.

Через $\widetilde{Y}(t)$ позначимо модель процесу $Y(t)$, $\widetilde{\nu}(B_i)$ – модель $\nu(B_i)$, тобто модель пуассонівської випадкової величини з середнім $\widetilde{\mu}(B_i) = \int_{B_i} \exp\left\{\widetilde{Y}(t)\right\} dt$.

$\widetilde{\nu}(B_i)$ це число точок моделі, що належать області B_i, але ми не знаємо їхнього справжнього розташування, тому розміщуємо їх в B_i довільно. Якщо ж $\widetilde{\nu}(B_i) = 1$, то точку розміщуємо в центрі області.

Зрозуміло, що модель можна вважати допустимою, якщо умовні ймовірності $p_{kY}(B_i) = \mathbf{P}\{\nu(B_i) = k \,/\, Y(t), t \in \mathbf{T}\}$ та $\widetilde{p}_{kY}(B_i) = \mathbf{P}\left\{\widetilde{\nu}(B_i) = k \,/\, \widetilde{Y}(t), t \in \mathbf{T}\right\}$ відрізняються мало, а також ймовірність того, що число точок $\nu(B_i)$ (відповідно і $\widetilde{\nu}(B_i)$) буде більше одиниці, також мала. Таким чином, задача моделювання логарифмічно строго субгауссового процесу Кокса розбивається на дві задачі, а саме вибору розбиття області $\mathbf{T}$ та побудови моделі строго субгауссового процесу $Y(t)$.

2. Побудова моделі строго субгауссового процесу $Y(t)$. Нехай $\{Y(t), t \in \mathbf{T}\}$, $\mathbf{T} \subset \mathbf{R}^n$– центрований, неперервний в середньому квадратичному випадковий процес, $B(t,s) = \mathbf{E}X(t)X(s)$ – його кореляційна функція. Як відомо, $B(t,s)$ невід'ємно визначена функція. Оскільки процес $X(t)$ неперервний в середньому квадратичному, то функція $B(t,s)$ неперервна на $T \times T$.

Розглянемо однорідне інтегральне рівняння Фредгольма другого роду

$$\varphi(t) = \lambda \int_{\mathbf{T}} B(t,s)\, \varphi(s)\, ds. \tag{2}$$

Як відомо, множина власних чисел такого рівняння для неперервного та невід'ємно визначеного ядра не більш як зліченна. Власні числа невід'ємні. Нехай λ_n^2 – власні числа, а $\varphi_k(t)$ – відповідні їм власні функції. Занумеруємо λ_n, $n = 1, 2, \ldots$ в порядку зростання: $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \ldots \leq \lambda_n \leq \ldots$. Відомо, що відповідні їм власні функції $\varphi_k(t)$ є ортонормованими, тобто

$$\int_{\mathbf{T}} \phi_k(\vec{s})\phi_l(\vec{s}) ds = \begin{cases} 1, \; k = l, \\ 0, \; k \neq l. \end{cases}$$

Має місце зображення

$$B(t,s) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_k(t)\; \varphi_k(s)}{\lambda_k^2},$$

причому ряд в правій частині збігається рівномірно по $(s,t) \in \mathbf{T} \times \mathbf{T}$ а також ряд $\sum\limits_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k^2}$ є збіжним [2].

Тоді сам процес $Y\left(\vec{t}\right)$ допускає зображення

$$Y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k \varphi_k(t), \tag{3}$$

де ξ_k – некорельовані випадкові величини: $\mathbf{E}\xi_k = 0$, $\mathbf{E}\xi_k\xi_l = \delta_{kl}\lambda_k^{-2}$, δ_{kl} – символ Кронекера, причому ряд збігається в середньому квадратичному (це випливає з теореми Карунена).

Нехай в розкладі (3) ξ_n – незалежні строго субгауссові випадкові величини такі, що $\mathbf{E}\xi_k^2 = \lambda_k^{-2}$, тоді випадковий процес (3) є строго субгауссовим з кореляційною функцією $B(t,s)$.

За модель такого строго субгауссового процесу прийматимемо суму

$$\widetilde{Y}\,(t) = \sum_{k=1}^{N} \xi_k \varphi_k\,(t)\,. \tag{4}$$

3. Задача вибору розбиття області T. Розбиття $D_{\mathbf{T}}$ області $\mathbf{T}$ вибираємо так, щоб виконувалась нерівність

$$\mathbf{P}\left\{\nu\,(B_i) > 1\right\} < \delta, \tag{5}$$

де δ певне наперед задане число (наприклад, $\delta = 0.01$).

Теорема 2. *Нехай* $\{\nu\,(B_i)\,, B_i \subset \mathfrak{B}\}$ *процес Кокса, породжений логарифмічно строго субгауссовим процесом* $\exp\{Y\,(t)\}\,,\, B(t,s) \le K,\, \forall s,t \in \mathbf{T}$. *Для того, щоб виконувалось співвідношення* (5) *досить вибрати* $d = \frac{T}{k}$ *так, щоб виконувалась нерівність*

$$d \le \left(2\delta \exp\{-2K\}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Доведення. Оскільки

$$\mathbf{P}\left\{\nu\,(B_i) > 1\right\} = \mathbf{E}\left[1 - \exp\{-\mu\,(B_i)\} - \mu\,(B_i)\exp\{-\mu\,(B_i)\}\right],$$

та при $x > 0$ маємо $1 - \exp\{-x\}\,(1+x) \le \frac{x^2}{2}$, то для виконання (5) досить щоб справджувалась нерівність

$$\mathbf{E}\frac{\mu^2\,(B_i)}{2} < \delta.$$

$$\mathbf{E}\mu^2\,(B_i) = \mathbf{E}\left[\int\limits_{B_i} \exp\{Y\,(t)\}\,dt\right]^2 = \mathbf{E}\int\limits_{B_i} \exp\{Y\,(t)\}\,dt \int\limits_{B_i} \exp\{Y\,(s)\}\,ds =$$

$$= \iint\limits_{B_i\times B_i} \mathbf{E}\exp\{Y\,(t) + Y\,(s)\}\,dtds \le \iint\limits_{B_i\times B_i} \exp\left\{\frac{\mathbf{E}\left[Y\,(t) + Y\,(s)\right]^2}{2}\right\} d\vec{t}d\vec{s} \le$$

$$\le \iint\limits_{B_i\times B_i} \exp\left\{\frac{\mathbf{E}Y^2(t)}{2} + \mathbf{E}(Y(t)Y(s)) + \frac{\mathbf{E}Y^2(s)}{2}\right\} dtds \le d^2\exp\{2K\}\,.$$

Таким чином, твердження теореми випливає з останніх двох нерівностей.

4. Наближення логарифмічно строго субгауссового процесу Кокса з певною точністю та надійністю. Очевидно, що модель логарифмічно строго субгауссового процесу Кокса $\{\nu\,(B_i)\,, B \subset \mathfrak{B}\}$ потрібно будувати так, щоб умовні ймовірності $p_{kY}(B_i)$ та $\widetilde{p}_{kY}(B_i)$ з ймовірністю близькою до одиниці відрізнялись мало. Тому природнім є наступне означення.

Означення 6. *Скажемо, що модель логарифмічно строго субгауссового процесу Кокса* $\{\nu(B_i), B_i \subset \mathfrak{B}\}$ *наближає його з точністю* α, $0 < \alpha < 1$ *та надійністю* $1-\gamma$, $0<\gamma<1$, *якщо виконується нерівність*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} |\, p_{kY}(B_i) - \widetilde{p}_{kY}(B_i)\,| > \alpha\right\} < \gamma.$$

Лема 5. *Має місце нерівність*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} |p_{kY}(B_i) - \widetilde{p}_{kY}(B_i)| > \alpha\right\} \le \mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} |\mu(B_i) - \widetilde{\mu}(B_i)| > \alpha\right\}.$$

Доведення. Оцінимо різницю $|\, p_{kY}(B) - \widetilde{p}_{kY}(B)\,|$, $B \in \mathfrak{B}$, застосувавши формулу Лагранжа скінченних приростів. Нехай $k \ne 0$,

$$|\, p_{kY}(B) - \widetilde{p}_{kY}(B)\,| = \left|\frac{\exp\{-\mu(B)\}\,(\mu(B))^k}{k!} - \frac{\exp\{-\widetilde{\mu}(B)\}\,(\widetilde{\mu}(B))^k}{k!}\right| =$$

$$= |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\,\frac{1}{k!}\exp\{-\hat{\mu}\,(B)\}\,(\hat{\mu}\,(B))^{k-1}\,|k - \hat{\mu}(B)| =$$

$$= \begin{cases} |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\dfrac{1}{(k-1)!}\exp\{-\hat{\mu}(B)\}\,(\hat{\mu}(B))^{k-1} \le |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\,, k \ge \hat{\mu}(B)\,; \\ |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\,\dfrac{1}{k!}\exp\{-\hat{\mu}(B)\}\,(\hat{\mu}\,(B))^{k} \le |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\,,\ \ k < \hat{\mu}\,(B)\,. \end{cases}$$

При $k = 0$

$$\begin{aligned} |p_{0Y}(B) - \widetilde{p}_{0Y}(B)| &= |\exp\{-\mu(B)\} - \exp\{-\widetilde{\mu}(B)\}| = \\ &= |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\exp\{-\hat{\mu}\,(B)\} \le |\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|\,. \end{aligned}$$

Таким чином оцінка $|\, p_{kY}(B) - \widetilde{p}_{kY}(B)\,|$ зводиться до оцінки $|\mu(B) - \widetilde{\mu}(B)|$.

Лема 6. *Нехай* $Y(t)$ *– неперервний в середньому квадратичному строго субгауссовий випадковий процес, власні функції інтегрального рівняння* (2) *та коваріаційна функція процесу* $Y(t)$ *обмежені,*

$$\left|\phi_k\left(\vec{t}\right)\right| \le L, \quad \forall \vec{t} \in \mathbf{T}, \forall k \in \mathbf{N},$$

$$B(t,s) \le K, \forall s,t \in \mathbf{T}.$$

Тоді $\forall p > 1$ *справедлива оцінка*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i \in \mathfrak{B}} |\mu(B_i) - \widetilde{\mu}(B_i)| > \alpha\right\} \le 2kC_N^{\frac{p}{2}} p^{\frac{p}{2}} \exp\left\{-\frac{p}{2} + p^2 K\right\},$$

де

$$C_N = \frac{2d^2L^2}{\alpha^2}\sum_{k=N+1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k^2}.$$

Доведення. Очевидні нерівності:

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i\in\mathfrak{B}}\left|\mu\left(B_i\right)-\widetilde{\mu}\left(B_{i_1,\ldots,i_n}\right)\right|>\alpha\right\}\leq$$
$$\leq\sum_{i=1}^{k}\mathbf{P}\left\{\left|\mu\left(B_i\right)-\widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|>\alpha\right\}\leq$$
$$\leq k\max_{B_i\in\mathfrak{B}}\mathbf{P}\left\{\left|\mu\left(B_i\right)-\widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|>\alpha\right\}.$$

За нерівністю Чебишева

$$\mathbf{P}\left\{\left|\mu\left(B_{i_1,\ldots,i_n}\right)-\widetilde{\mu}\left(B_{i_1,\ldots,i_n}\right)\right|>\alpha\right\}\leq\frac{\mathbf{E}\left|\mu\left(B_{i_1,\ldots,i_n}\right)-\widetilde{\mu}\left(B_{i_1,\ldots,i_n}\right)\right|^p}{\alpha^p}.$$

Згідно узагальненої нерівності Мінковського

$$\mathbf{E}\left|\mu\left(B_i\right)-\widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|^p\leq\mathbf{E}\left(\int\limits_{B_i}\left|\exp\left\{Y\left(t\right)\right\}-\exp\left\{\widetilde{Y}\left(t\right)\right\}\right|dt\right)^p\leq$$
$$\leq\left(\int\limits_{B_i}\left(\mathbf{E}\left|\exp\left\{Y\left(t\right)\right\}-\exp\left\{\widetilde{Y}\left(t\right)\right\}\right|^p\right)^{\frac{1}{p}}dt\right)^p.$$

Таким чином, маємо:

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i\in\mathfrak{B}}\left|\mu\left(B_i\right)-\widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|>\alpha\right\}\leq$$
$$\leq\frac{k\left(\int\limits_{B_i}\left(\mathbf{E}\left|\exp\left\{Y\left(t\right)\right\}-\exp\left\{\widetilde{Y}\left(t\right)\right\}\right|^p\right)^{\frac{1}{p}}dt\right)^p}{\alpha^p}.$$

Оскільки $\forall x,y\in\mathbf{R}\quad\left|\exp\left\{x\right\}-\exp\left\{y\right\}\right|\leq\left|x-y\right|\exp\left\{\max\left\{x,y\right\}\right\}$, то використавши нерівність Гельдера, з останнього співвідношення матимемо:

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i\in\mathfrak{B}}\left|\mu\left(B_i\right)-\widetilde{\mu}\left(B_i\right)\right|>\alpha\right\}\leq$$
$$\leq\frac{k\left(\int\limits_{B_i}\left[\left(\mathbf{E}\left|Y\left(t\right)-\widetilde{Y}\left(t\right)\right|^{2p}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\mathbf{E}\exp\left\{2p\max\left\{Y(t),\widetilde{Y}(t)\right\}\right\}\right)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{p}}dt\right)^p}{\alpha^p}.\qquad(6)$$

Для подальших оцінок використаємо лему 3 та зображення (3) й (4).

$$\mathbf{E}\left|Y(t)-\widetilde{Y}(t)\right|^{2p}=\mathbf{E}\left|\sum_{k=1}^{\infty}\xi_k\varphi_k(t)-\sum_{k=1}^{N}\xi_k\varphi_k(t)\right|^{2p}=\mathbf{E}\left|\sum_{k=N+1}^{\infty}\xi_k\varphi_k(t)\right|^{2p}=$$
$$=2\left(\frac{2p}{e}\right)^p\left(\tau^2\left(\sum_{k=N+1}^{\infty}\xi_k\varphi_k(t)\right)\right)^p\le 2\left(\frac{2p}{e}\right)^p\left(\sum_{k=N+1}^{\infty}\tau^2\left(\xi_k\varphi_k(t)\right)\right)^p\le$$
$$\le 2\left(\frac{2p}{e}\right)^p\left(\sum_{k=N+1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k^2}\varphi_k^2(t)\right)^p\le 2\left(\frac{2p}{e}\right)^p L^{2p}\left(\sum_{k=N+1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k^2}\right)^p. \quad (7)$$

$$\mathbf{E}\exp\left\{2p\max\left\{Y(t),\widetilde{Y}(t)\right\}\right\}\le\mathbf{E}\exp\left\{2pY(t)\right\}+\mathbf{E}\exp\left\{2p\widetilde{Y}(t)\right\}\le$$
$$\le\exp\left\{2p^2\mathbf{E}^2Y(t)\right\}+\exp\left\{2p^2\mathbf{E}^2\widetilde{Y}(t)\right\}\le$$
$$\le\exp\left\{2p^2K\right\}+\exp\left\{2p^2K\right\}=2\exp\left\{2p^2K\right\}. \quad (8)$$

Підставивши оцінки (7) та (8) в (6), отримаєм твердження леми.

Лема 7. *Нехай виконані умови леми 6, тоді*

$$\mathbf{P}\left\{\max_{B_i\in\mathfrak{B}}\left|p_{kY}(B_i)-\widetilde{p}_{kY}(B_i)\right|>\alpha\right\}\le 2k\left(\frac{1-\ln C_N}{4K}\right)^{\frac{1-\ln C_N}{8K}}\exp\left\{-\frac{(1-\ln C_N)^2}{16K}\right\}.$$

Доведення. Знайдемо значення функції $2kC_N^{\frac{p}{2}}p^{\frac{p}{2}}\exp\left\{-\frac{p}{2}+p^2K\right\}$ в точці $p_0=\frac{1-\ln C_N}{4K}$ близькій до її точки мінімуму. Далі послідовно скористаємось лемами 6 та 5.

Теорема 3. *Нехай $Y(t)$ – неперервний в середньому квадратичному строго субгауссовий випадковий процес, власні функції інтегрального рівняння (2) та коваріаційна функція процесу $Y(t)$ обмежені,*

$$\left|\phi_k\left(\vec{t}\right)\right|\le L,\quad \forall\vec{t}\in\mathbf{T},\forall k\in\mathbf{N},$$

$$B(t,s)\le K,\forall s,t\in\mathbf{T},$$

тоді модель випадкового процесу Кокса $\{\widetilde{\nu}(B_i),B_i\subset\mathfrak{B}\}$, керованого логарифмічно строго субгауссовим процесом $\widetilde{Y}(t)$, наближає його з точністю α та надійністю $1-\gamma$, якщо виконуються умови:

$$\alpha>\left(2d^2L^2\sum_{k=N+1}^{\infty}\frac{1}{\lambda_k^2}\right)^{\frac{1}{2}},$$

$$2k\left(\frac{1-\ln C_N}{4K}\right)^{\frac{1-\ln C_N}{8K}}\exp\left\{-\frac{(1-\ln C_N)^2}{16K}\right\}<\gamma.$$

Доведення. Твердження теореми є наслідком леми 7 та означення 6.

5. Висновки. В роботі розглянутий один з методів моделювання логарифмічно строго субгауссових випадкових процесів Кокса з наперед заданими точністю та надійністю. Описаний алгоритм моделювання та отримані достатні умови наближення логарифмічно строго субгауссових процесів Кокса їх моделями.

1. *Булдигін В. В., Козаченко Ю. В.* Метричні характеристики випадкових величин і процесів. – Київ: ТВіМС, 1998. — 290 с.
2. *Владимиров В.* Уравнения математической физики. – Москва: Наука, 1967. – 436с.