

В. І. Жаба

НОВІ АНАЛІТИЧНІ ФОРМИ ХВИЛЬОВОЇ ФУНКЦІЇ І ПОЛЯРИЗАЦІЙНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ДЕЙТРОНА ДЛЯ ПОТЕНЦІАЛУ Reid93

Апроксимовано хвильову функцію дейтрона в координатному представленні для феноменологічного реалістичного нуклон-нуклонного потенціалу Reid93. Запропоновано дві нові аналітичні форми у вигляді добутку степеневих функцій (або полінома 2-го чи 4-го порядку) на експоненціальну функцію. Розраховані по цим аналітичним формам хвильові функції дейтрона не містять надлишкових вузлів поблизу початку координат. По отриманим хвильовим функціям дейтрона в координатному та імпульсному представленнях розраховано його поляризаційні характеристики: компоненту тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} , поляризаційну передачу K_0 , тензорну аналізуючу здатність A_{yy} і тензор-тензорну передачу поляризації K_{yy} . Величини T_{20} і A_{yy} співрозмірні з раніше опублікованими. Вибір аналітичної форми для апроксимації хвильової функції дейтрона в координатному представленні впливає на результати розрахунків поляризаційних характеристик для області великих значень імпульсу.

Ключові слова: дейтрон, хвильова функція, потенціал, апроксимація, аналітична форма, поляризація, вузол.

1. Вступ

Дейтрон є найпростішим ядром, яке складається з двох сильно взаємодіючих частинок - протона і нейтрона. Простота будови дейтрона робить його зручною лабораторією для вивчення міжнуклонних сил. На даний час розрахунки статичних характеристик дейтрона добре узгоджуються з експериментальними даними [1].

Незважаючи на досить добрий теоретичний опис експериментальних величин параметрів дейтрона, існують певні теоретичні неузгодженості. Наприклад, одна або обидві компоненти хвильової функції мають вузли [2,3] поблизу початку координат. Наявність вузлів у хвильових функціях основного (і єдиного) стану дейтрона може вказувати на існування певних неузгодженостей в реалізації чисельних алгоритмів в подібних задачах. Вплив вибору чисельних алгоритмів на розв'язки задачі приведено в роботах [4-6].

Такі потенціали нуклон-нуклонної взаємодії, як CD-Bonn [2], Moscow [3], NijmI, NijmII, Nijm93 (Неймегенської групи [7]), Argonne v18 чи Paris мають досить непросту структуру і громіздкий запис. Оригінальний потенціал Reid68 був параметризований на основі фазового аналізу Неймегенською групою і отримав назву Reid93. Параметризація була проведена для 50 параметрів потенціалу, причому $\chi^2/N_{data}=1.03$ [7].

Крім того, хвильова функція дейтрона може бути представлена таблично: через відповідні масиви значень радіальних хвильових функцій. Іноді при чисельних розрахунках оперувати такими масивами чисел доволі складно. І текст програм для чисельних розрахунків є перевантажений. Тому є доцільним отримання більш простих аналітичних форм представлення хвильових функцій дейтрона.

2. Апроксимація хвильової функції дейтрона

Хвильова функція дейтрона записується у виді суми хвильових функцій 3S_1 - і 3D_1 -станів

$$\Psi_d = \psi_S + \psi_D = \frac{u(r)}{r} Y_{101}^1 + \frac{w(r)}{r} Y_{121}^1,$$

де $u(r)$ і $w(r)$ - радіальні хвильові функції дейтрона для станів для орбітальних моментів $l=0$ і $l=2$; $Y_{JLS}^M(\theta, \varphi)$ - сферичні гармоніки, які визначаються орбітальним моментом L , спіном S , повним моментом кількості руху $J=L+S$ та його проекцією M . Для дейтрона повний спін $S=1$, а сумарний момент $J=M=S=1$. Радіальні хвильові функції дейтрона $u(r)$ і $w(r)$ отримують як розв'язки системи зв'язаних рівнянь Шредінгера. Зв'язуючим потенціалом такої системи є тензорна частина нуклон-нуклонного потенціалу взаємодії.

Відомі чисельні значення радіальної хвильової функції дейтрона в координатному представленні можна апроксимувати за допомогою зручних розкладів [8]:

$$\begin{cases} u_a(r) = \sum_{i=1}^{N_a} A_i \exp(-a_i r^2), \\ w_a(r) = r^2 \sum_{i=1}^{N_a} B_i \exp(-b_i r^2), \end{cases} \quad (1)$$

асиметричного подвійного сигмоїдала [6] або апроксимацій юкавівського виду [2]:

$$\begin{cases} u_b(r) = \sum_{i=1}^{N_b} C_i \exp(-m_i r), \\ w_b(r) = \sum_{i=1}^{N_b} D_i \exp(-m_i r) \left[1 + \frac{3}{m_i r} + \frac{3}{(m_i r)^2} \right], \end{cases} \quad (2)$$

де $m_i = \beta + (i-1)m_0$, $\beta = \sqrt{ME_d}$, $m_0 = 0.9 \text{ fm}^{-1}$, M - нуклонна маса, E_d - енергія зв'язку дейтрона. Пошук коефіцієнтів аналітичної форми (2) був здійснений для Боннського [2] і Парижського потенціалів. Крім (1) і (2), хвильову функцію дейтрона можна апроксимувати аналітичними формами у вигляді добутку степеневі функції (або полінома 2-го чи 4-го порядку) на експоненціальну функцію:

$$\begin{cases} u_c(r) = r^{3/2} \sum_{i=1}^{N_c} E_i \exp(-e_i r^3), \\ w_c(r) = r \sum_{i=1}^{N_c} F_i \exp(-f_i r^3), \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} u_d(r) = P_{(2)} \sum_{i=1}^{N_d} G_i \exp(-g_i r^3), \\ w_d(r) = P_{(4)} \sum_{i=1}^{N_d} H_i \exp(-h_i r^3), \end{cases} \quad (4)$$

де $P_{(2)}$ і $P_{(4)}$ - поліноми другого і четвертого порядку, вибір яких зумовлений поведінкою хвильової функції дейтрона поблизу початку координат. Незважаючи на громіздкі і довготривалі розрахунки і мінімізації χ^2 , доводилося апроксимувати масиви 839×4 чисельних значень хвильових функцій дейтрона в інтервалі $r=25 \text{ fm}$ для потенціалу Reid93. Значення коефіцієнтів розкладу для формул (3) і (4) знаходились при $N_c=11$ і $N_d=10$. Розраховані хвильові функції дейтрона (3) і (4) не містять надлишкових вузлів і добре корелюють із даними роботи [9]. Оскільки розмірність радіальних хвильових функцій $u(r)$ і $w(r)$ становить $[\text{fm}^{-1/2}]$, то, наприклад, розмірності коефіцієнтів E_i, e_i, F_i, f_i згідно розкладів в ряди (3) будуть $[\text{fm}^{-2}]$, $[\text{fm}^{-3}]$, $[\text{fm}^{-3/2}]$, $[\text{fm}^{-3}]$ відповідно.

3. Поляризаційні характеристики дейтрона

По отриманих хвильових функціях доцільними є розрахунки поляризаційних характеристик дейтрона [10]. Вимірювання поляризаційних характеристик реакції фрагментації дейтрона $A(d,p)X$ при проміжкових і високих енергіях залишається одним із основних інструментів для дослідження структури дейтрона. У рамках моделі одноступінчастого обміну імпульсна залежність компонента тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} повністю визначається хвильовою функцією в імпульсному представленні [11]

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2\sqrt{2}u(p)w(p) - w(p)^2}{u(p)^2 + w(p)^2}, \quad (5)$$

де $u(p)$ і $w(p)$ - хвильові функції дейтрона в імпульсному представленні, які отримують з $u(r)$ і $w(r)$ за допомогою перетворення Ханкеля:

$$u(p) = \int_0^{\infty} u(r)j_0(pr)dr; \quad w(p) = \int_0^{\infty} w(r)j_2(pr)dr.$$

Тут $j_0(pr)$ і $j_2(pr)$ - функції Бесселя нульового і другого порядку.

Експериментально компонента T_{20} визначається через перерізи, що відповідають проекціям спіну (+, 0, -1) початкового дейтрона на вісь [11]:

$$T_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_+ + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_- - 2\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0}{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_+ + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_- + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0}.$$

Крім компоненти тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} , хвильовою функцією дейтрона в імпульсному представленні визначається поляризаційна передача K_0 :

$$K_0 = \frac{u(p)^2 - w(p)^2 - u(p)w(p)/\sqrt{2}}{u(p)^2 + w(p)^2}. \quad (6)$$

Експериментально саму величину тензорної аналізуючої здатності A_{yy} отримують з чисел протонів n^+ , n^- і n^0 , зареєстрованих для різних мод поляризації пучка після поправки на мертвий час установки за допомогою виразу [13]:

$$A_{yy} = 2 \frac{p_z^-(n^+ / n^0 - 1) - p_z^+(n^- / n^0 - 1)}{p_z^- p_{zz}^+ - p_z^+ p_{zz}^-}. \quad (7)$$

Тензорна аналізуюча здатність A_{yy} і тензор-тензорна передача поляризації K_{yy} в імпульсному представленні теоретично розраховуються по наступних формулах [10]:

$$A_{yy} = \frac{T_{00}^2 - T_{11}^2 + 4P^2 T_{10}^2}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4P^2 T_{10}^2}, \quad K_{yy} = \frac{5T_{11}^2 + T_{00}^2 - 8P^2 T_{10}^2}{T_{00}^2 + 2T_{11}^2 + 4P^2 T_{10}^2} \quad (8)$$

де $P=0.4p$ - введений параметр; $T_{ij}(p/2)$ - амплітуди:

$$T_{00} = S_0(p/2) + \sqrt{2}S_2(p/2); T_{11} = S_0(p/2) - \frac{1}{\sqrt{2}}S_2(p/2); \quad (9)$$

$$T_{10} = \frac{i}{\sqrt{2}} \int_0^{\infty} \left(u^2(r) - \frac{w^2(r)}{2} \right) j_0(rp/2)dr + \frac{i}{2} \int_0^{\infty} w(r) \left(u(r) + \frac{w(r)}{\sqrt{2}} \right) j_2(rp/2)dr.$$

Тут S_0 і S_2 - сферичний і квадрупольний формфактори дейтрона [10].

Розраховані поляризаційні характеристики дейтрона приведено на Рис. 1.

Розрахована по формулі (5) величина характеристики T_{20} для потенціалу Reid93 добре корелює з результатами роботи [12]. Розрахована величина A_{yy} співрозмірна з

результатами [14] для Боннського потенціалу. Слід відмітити, що величини поляризаційних характеристик T_{20} і A_{yy} для потенціалу Reid93 в даній роботі майже співпадають зі значеннями цих характеристик для цього потенціалу при їх визначенні в роботі [5], де хвильові функції дейтрона в координатному та імпульсному представленнях також не містять надлишкових вузлів. Відхилення присутні тільки для проміжку великих значень імпульсу, оскільки в цій області має вплив саме вибір аналітичної форми для апроксимації хвильової функції дейтрона в координатному представленні.

Висновки

Запропоновано дві нові аналітичні форми (3) і (4) для хвильової функції дейтрона в координатному представленні для реалістичного нуклон-нуклонного потенціалу Reid93. Чисельно розраховані коефіцієнти цих апроксимаційних залежностей. Отримані хвильові функції не містять надлишкових вузлів.

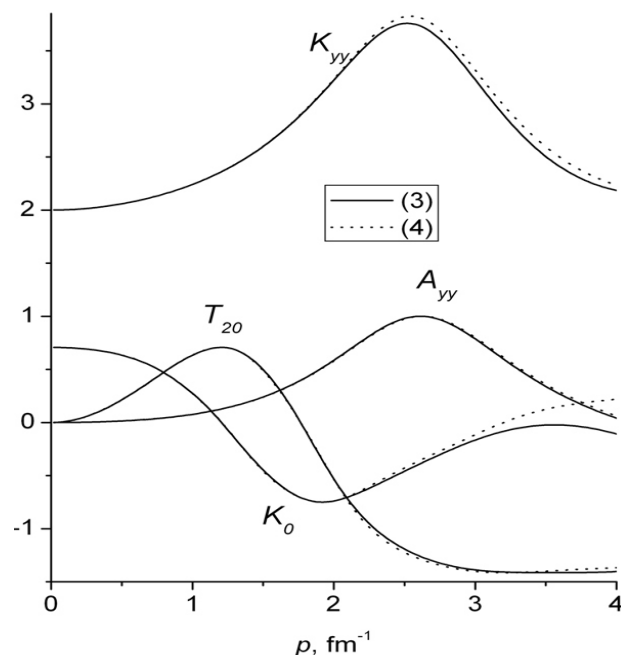


Рис. 1. Поляризаційні характеристики дейтрона

Використовуючи хвильові функції дейтрона в координатному та імпульсному представленнях, розраховано його поляризаційні характеристики: компоненту тензора чутливості до поляризації дейтронів T_{20} , поляризаційну передачу K_0 , тензорну аналізуючу здатність A_{yy} і тензор-тензорну передачу поляризації K_{yy} . Порівнюються отримані результати з опублікованими експериментальними і теоретичними результатами.

В подальшому доцільним є застосування нових аналітичних форм (3) і (4) для апроксимації хвильової функції дейтрона для інших потенціальних моделей.

Список використаної літератури

1. Machleidt R. The nuclear force in the third millennium / R. Machleidt // Nucl. Phys. A. – 2001. – Vol. 689, Iss. 1. – P. 11–22.
2. Machleidt R. High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential / R. Machleidt // Phys. Rev. C. – 2001. – Vol. 63, Iss. 2. – P. 024001–024032.

3. Kukulín V. I. Moscow-type NN-potentials and three-nucleon bound states / V. I. Kukulín, V. N. Pomerantsev, A. Faessler, A. J. Buchmann, E. M. Tursunov // *Phys. Rev. C.* - 1998. – Vol. 57, Iss. 2. – P. 535–554.
4. Гайсак І. Про вузли хвильової функції дейтрона / І. Гайсак, В. Жаба // *Вісник Львів. ун-ту. Серія фізична.* – 2009. – №. 44. – С. 8–15.
5. Гайсак І. І. Дейтрон: хвильова функція і параметри / І. І. Гайсак, В.І. Жаба // *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія Фізика.* – 2014. – № 36. – С. 100–106.
6. Бохінюк В. С. До питання про енергетичну залежність перерізу реакції (γ, γ') / В. С. Бохінюк, В. І. Жаба, О. М. Парлаг // *Наук. вісник Ужгород. ун-ту. Серія Фізика.* – 2012. – №. 31. – С. 111–115.
7. Stoks V. G. J. Construction of high quality NN potential models / V. G. J. Stoks, R. A. M. Klomp, C. P. F. Terheggen, J. J. de Swart // *Phys. Rev. C.* – 1994. – Vol. 49, Iss. 6. – P. 2950–2962.
8. Дубовиченко С. Б. Свойства легких атомных ядер в потенциальной кластерной модели / С. Б. Дубовиченко. – Алматы: Данекер, 2004. – 247 с.
9. de Swart J. J. The Nijmegen Potentials / J. J. de Swart, R. A. M. M. Klomp, M. C. M. Rentmeester et al. // *Few-Body Systems.* – 1995. – Vol. 8. – P. 438–447.
10. Ладыгин В. П. Поляризаационные эффекты в неупругом рассеянии дейтронов $(d, d')X$ в области возбуждения барионных резонансов / В. П. Ладыгин, Н. Б. Ладыгина // *ЯФ.* – 2002. – Том 65, №1. – С. 188–195.
11. Карманов В. А. Поляризаационные явления в упругом pd -рассеянии назад при энергии в области 1 ГэВ / В. А. Карманов // *ЯФ.* – 1981. – Том 34, №4. – С. 1020–1027.
12. Ladygin V. P. Measurement of the tensor analyzing power T20 in the $dd \rightarrow 3He$ n and $dd \rightarrow 3He$ p at intermediate energies and at zero degree / V. P. Ladygin, T. Uesaka, T. Saito et al. // *Phys. Lett. B.* – 2004. – Vol. 598, №1. – P. 47–54.
13. Azhgirey L. S. Measurement of the tensor A_{yy} and vector A_y analyzing powers of the deuteron inelastic scattering of beryllium at 5.0 GeV/c and 178 mrad / L. S. Azhgirey, S. V. Afanasiev, A. Yu. Isupov et. al. // *Phys. Atom. Nucl.* – 2005. – Vol. 68, №6. – P. 991–998.
14. Ladygin V. P. Tensor A_{yy} and Vector A_y Analyzing Powers of the (d, p) and (d, d) Reactions at 5 GeV/c and 178 MR / V. P. Ladygin, L. S. Azhgirey, S. V. Afanasiev et al. // *arXiv:nucl-ex/0412020.*

References

1. Machleidt R. (2001). The nuclear force in the third millennium. *Nucl. Phys. A.*, 689(1), 11-22.
2. Machleidt R. (2001). High-precision, charge-dependent Bonn nucleon-nucleon potential. *Phys. Rev. C.*, 63(2), 024001-024032.
3. Kukulín V. I., Pomerantsev V. N., Faessler A. et al. (1998). Moscow-type NN-potentials and three-nucleon bound states. *Phys. Rev. C.*, 57(2), 535-554.
4. Haysak I., Zhaba V. (2009). On the nodes of the deuteron wave function. *Visnyk Lviv. un-tu. Seriiia fizychna (Visnyk Lviv Univ. Ser. Phys.)*, 44, 8-15. (in Ukr)
5. Haysak I. I., Zhaba V. I. (2014). Deuteron: wave function and parameters. *Nauk. visnyk Uzhhorod. un-tu. Seriiia Fizyka (Uzhhorod Univ. Scien. Herald. Ser. Phys.)*, 36, 100-106. (in Ukr)
6. Bohinyuk V.S., Zhaba V. I., Parlag A. M. (2012). On the reaction cross section energy dependence (γ, γ') . *Nauk. visnyk Uzhhorod. un-tu. Seriiia Fizyka (Uzhhorod Univ. Scien. Herald. Ser. Phys.)*, 31, 111-115. (in Ukr)
7. Stoks V. G. J., Klomp R. A. M., Terheggen C. P. F. et al. (1994). Construction of high quality NN potential models. *Phys. Rev. C.*, 49(6), 2950-2962.

8. Dubovichenko S. B. (2004). *Properties of light atomic nuclei in the potential cluster model*. Almaty: Daneker. (in Rus.)
9. de Swart J. J., Klomp R. A. M. M., Rentmeester M. C. M. et al. (1995). The Nijmegen Potentials. *Few-Body Systems*, 8, 438-447.
10. Ladygin V. P., Ladygina N. B. (2002). Polarization effects in the inelastic deuteron scattering (d,d')X in the vicinity of baryonic resonance excitation. *Yadernaya Fizika (Yad. Fiz.)*, 65(1), 188-195 (in Rus.)
11. Karmanov V. A. (1981). Polarization appearances in elastic pd-scattering back at an energy in the field of 1 GeV. *Yadernaya Fizika (Yad. Fiz.)*, 34(4), 1020-1027. (in Rus.)
12. Ladygin V. P., Uesaka T., Saito T. et al. (2004). Measurement of the tensor analyzing power T_{20} in the $dd \rightarrow 3\text{He}$ and $dd \rightarrow 3\text{He}$ at intermediate energies and at zero degree. *Phys. Lett. B.*, 598(1), 47-54.
13. Azhgirey L. S., Afanasiev S. V., Isupov A. Yu. et al. (2005). Measurement of the tensor A_{yy} and vector A_y analyzing powers of the deuteron inelastic scattering of beryllium at 5.0 GeV/c and 178 mrad. *Phys. Atom. Nucl.*, 68(6), 991-998.
14. Ladygin V. P., Azhgirey L. S., Afanasiev S. V. et al. Tensor A_{yy} and Vector A_y Analyzing Powers of the (d,p) and (d,d) Reactions at 5 GeV/c and 178 MR // arXiv:nucl-ex/0412020.

Summary. *V.I. Zhaba. New analytical forms of the deuteron wave function and polarization characteristics for potential Reid93. The deuteron wave function can be presented as a table: through respective arrays of values of radial wave functions. It is sometimes quite difficult to operate with such arrays of numbers during numerical calculations. And the program code for numerical calculations is overloaded. Therefore, it is feasible to obtain simpler analytical forms. The deuteron wave function in coordinate representation for realistic phenomenological nucleon-nucleon potential Reid93 have been approximated. Two new analytical forms are offered as the product of the power function (or polynomial 2nd or 4th order) on the exponential function. The coefficients of analytical forms have been numerically calculated. The calculated deuteron wave function for these analytical forms do not contain any superfluous knots near the origin of the coordinates. On the received deuteron wave function in coordinate and momentum representation are calculated such polarization characteristics: sensitivity tensor components to polarization of deuterons T_{20} , polarization transmission K_0 , tensor analyzing power A_{yy} and tensor-tensor polarization transfer K_{yy} . The results for T_{20} and A_{yy} is proportionate to the earlier published results. The obtained value A_{yy} for potential Reid93 is commensurate to the results for Bonn potential. The choice of analytical form for approximation the deuteron wave function in coordinate representation influences results of calculations for polarization characteristics in the area of large values momentum. This effect is well illustrated for polarization transfer K_0 and tensor-tensor polarization transfer K_{yy} .*

Keywords: deuteron, wave functions, potential, approximation, analytical form, polarization, knot.