

Грінченко Р.В.

## ЗАСТОСУВАННЯ ІНСТРУМЕНТАРІЮ АНАЛІЗУ ФУР'Є ДО ДОСЛІДЖЕННЯ ЦИКЛІЧНИХ КОЛИВАНЬ

*В статті розглянутий інструментарій дослідження циклічних коливань в економіці для отримання подальших можливостей наглядного відображення їх проявів. Метою даної статті виступає теоретико-методичне обґрунтування методичних підходів до проведення аналізу Фур'є при дослідженні циклічних коливань в економіці із урахування їх еволюції у сучасній науковій літературі. Теоретичною та методологічною основою дослідження є фундаментальні положення сучасної економічної науки та наукові праці вчених. Проведено дослідження проявів циклічних коливань в економіці України за допомогою інструментарію аналізу Фур'є. Використано комплексний підхід до аналізу проявів циклічних коливань в економіці України із застосуванням інструментарію Фур'є, побудовою амплітудного та фазового спектрів ВВП України. Отримані результати спрямовані на спрощення процедури дослідження проявів циклічних коливань у будь-яких сферах економіки країни.*

**Ключові слова:** циклічні коливання, аналіз Фур'є, гармонійний аналіз, амплітудний та фазовий спектри.

**Постановка проблеми.** Будь-яка економічна система має дві основні ознаки: стійкість та нестійкість перед негативними впливами. Проте нестійкість є більш довготривалим та розповсюдженим станом економічної системи. Слід зауважити, що повністю стійкої та стабільної економічної системи не існує, так як вона знаходиться у постійному взаємозв'язку із багатьма зовнішніми та внутрішніми чинниками впливу. Зміна внутрішніх та зовнішніх чинників може призводити до зовсім неочікуваних змін всієї економічної системи.

Сучасні динамічні процеси в розвитку економіки країн вимагають від підприємств постійного прогнозування подальшого розвитку економіки та її галузей. Теоретичним підґрунтям ефективного прогнозування виступають раціонально сформовані моделі циклічних коливань. Основною метою такого прогнозування виступає необхідність розробки заходів по нівелюванню можливого негативного впливу циклічних коливань з урахуванням усіх характеристик отриманих моделей.

Вивчення теоретико-методичних засад дослідження циклічних коливань виступає досить актуальним на сучасному етапі у зв'язку з тим, що результати дослідження даної теми можуть бути використані підприємствами та державними органами влади для формування ефективної антициклічної політики. Особливо це актуально для регулювання агропромислового бізнесу країни на засадах забезпечення продовольчої безпеки населення.

### Аналіз останніх досліджень і публікацій.

Теоретичне підґрунтя виникнення циклічних коливань в економіці досліджувала велика кількість видатних вчених, таких як: С. Джевонс, К. Жугляр, В. Зомбарт, Дж. М. Кейнс, М. Кондратьєв, С. Кузнець, Р. Мальтус, К. Маркс, У. Митчел, В. Парето, Ж. Сімонді, М. Туган-Барановський, Р. Фриш, Р. Хаутри, Й. Шумпетер та інші. Дослідженням впливу циклічних коливань на економіку країн займалися такі провідні вчені, як: Ю. Бажал, О. Білорус, О. Бандура, В. Геєць, В. Кучеренко, І. Лукінов, С. Мочерний, Б. Панасюк, Ю. Пахомов, В. Савчук, А. Чухно та інші.

Проте теоретико-методичний базис дослідження циклічних коливань в економіці потребує більш комплексного опрацювання, з детальним розглядом основних методичних підходів до аналізу та виявленням особливостей застосування різних цих підходів. У зв'язку із значною актуальністю та недостатньо комплексним опрацюванням дане питання потребує подальшого розгляду та доповнення.

### Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.

Вивчення методичних підходів до дослідження циклічних коливань в економіці не мають системного характеру, розглядають окремі методи вивчення зазначеної проблеми без акцентування уваги на позитивних, негативних моментах у кожному з методів, та не аналізуючи комплексно можливості поєднання різних методів при формуванні методичного підходу до дослідження циклічних коливань в економіці. Проте актуальним виступає використання математичних методів дослідження циклічних коливань, у тому числі аналізу Фур'є.

**Формулювання цілей статті.** Метою даної статті виступає теоретико-методичне обґрунту-

---

© Грінченко Раїса Володимирівна, к.е.н., доцент, доцент кафедри економіки підприємства, Одеський національний економічний університет, м. Одеса, тел.: +380661854430, e-mail: raya11@ukr.net

вання методичних підходів до проведення аналізу Фур'є при дослідженні циклічних коливань в економіці із урахування їх еволюції у сучасній науковій літературі.

**Опис основного матеріалу дослідження.** У подальшому дослідженні під методичним підходом будемо розуміти сукупність методів, принципів та засобів, які використовуються для розв'язання поставленої задачі. Під методом розуміється конкретний спосіб вирішення поставленої задачі (у нашому випадку дослідження циклічних коливань), інструменти та засоби, за допомогою яких вивчаються циклічні коливання в економіці. Центральними елементами методичного підходу до дослідження циклічних коливань в економіці виступає вибір методів дослідження та формування моделі циклічних коливань.

Для дослідження циклічних коливань в економіці можуть бути застосовані загальнонаукові методи дослідження: аналіз, синтез, індукція, дедукція та аналогія. Методи історичного та логічного підходів, метод порівняння. Проте економічна наука досить часто використовує методи економіко-математичного моделювання як спосіб спрощеного опису реальних проявів циклічних коливань. Дані економічні моделі дають змогу виявити причини, чинники та закономірності у циклічних коливаннях в економіці.

Побудову моделі циклічних коливань в економіці пропонується проводити за наступними етапами [1, с. 22-25]: - постановка мети та завдань дослідження; - спостереження та збір необхідної інформації; - формулювання проблеми дослідження; - відбір методів дослідження; - побудова гіпотез; - експериментальні дослідження; - перевірка отриманої моделі; - економічна інтерпретація отриманих результатів моделі; - прогнозування циклічних коливань в економіці.

У зв'язку з нелінійним характером розвитку ринкової економіки найбільш розповсюдженим є моделювання економічних процесів із використанням динамічних систем.

Моделі, за допомогою яких досліджуються циклічні коливання, можуть бути дискретними або ж базувати свої дослідження на безперервному часовому проміжку. Основні дискретні моделі запропоновані П. Самуельсоном, Дж.Р. Хіксом, Л.Е. Мецлером, Д. Лейдлером. Основною моделлю з безперервним часом вважають модель О.У. Філіпса. Проте зазначені моделі не враховують зовнішні чинники впливу, а допомагають моделювати циклічні коливання тільки для визначеного переліку параметрів [2].

Для дослідження регулярних циклічних коливань в економіці застосовується гармонійний аналіз.

Застосування аналізу Фур'є до дослідження циклічних коливань в економіці проведемо за допомогою алгоритму, описаного Янковим О.Г. [3, с.34]. При моделюванні сезонних і циклічних коливань використовується апроксимація часового ряду рядами Фур'є. Функцію, задану в кожній точці досліджуваного інтервалу часу, можна уявити нескінченним рядом пар синусів і косинусів - так званих гармонік. Знаходження кінцевої суми членів з синусами і косинусами називається гармонійним аналізом [3, с. 34].

Неперервним перетворенням Фур'є є інтегральне перетворення, яке визначається за допомогою наступної формули:

де  $i$  – номер спостереження;

$$\hat{Y} = a_0 + \sum_{t=1}^{N/2} [a_t \sin(\frac{2\pi}{N} ti) + b_t \cos(\frac{2\pi}{N} ti)],$$

$t$  – номер гармоніки ( $t = 1, 2, \dots, N/2$ );

$\frac{2\pi}{N} i$  – аргумент тригонометричних функцій;

$a_t, b_t$  – коефіцієнти гармонік.

Для оцінки коефіцієнтів ряду Фур'є використовуються наступні формули:

$$a_0 = \bar{Y};$$

$$a_t = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \sin(\frac{2\pi}{N} ti);$$

$$b_t = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \cos(\frac{2\pi}{N} ti).$$

Для останньої гармоніки ( $t = N/2$ ) використовуються наступні формули:

$$a_{N/2} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \sin(\pi i) = 0;$$

$$b_t = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N Y_i \cos(\frac{2\pi}{N} ti).$$

При цьому  $\sin(\pi i) = 0$ ,  $\cos(\pi i) = \pm 1$ .

Для аналізу циклічних складових основних показників розвитку економіки України застосуємо метод швидкого перетворення Фур'є. Основним макроекономічним індикатором може виступати динаміка ВВП країни, яка відображає зміни ринкової кон'юнктури та є найпростішим показником для дослідження циклічних коливань в економіці.

Дані ВВП України за останні 16 років представлені в табл. 1.

**Динаміка ВВП України  
за період 2000-2015рр., млн грн.\***

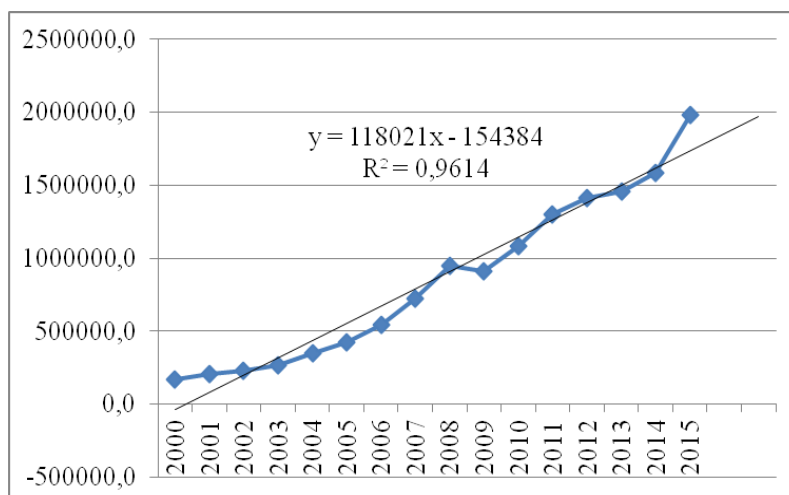
Рік	ВВП, млн грн.	Рік	ВВП, млн грн.
2000	170070,0	2008	948056,0
2001	204190,0	2009	913345,0
2002	225810,0	2010	1082569,0
2003	267344,0	2011	1302079,0
2004	345113,0	2012	1411238,0
2005	424741,0	2013	1454931,0
2006	544153,0	2014	1586915,0
2007	720731,0	2015	1979458,0

\* Сформовано автором за даними [4]

Побудований за допомогою можливостей пакету Microsoft Excel лінійний тренд ВВП України, представлений на рис. 1.

В нашому випадку  $N = 16$  (що відповідає умові кількості спостережень, яка повинна бути

будь-яким числом з можливих варіантів  $2^n$ ), тому ми можемо розрахувати максимум 8 гармонік, враховуючи побудований лінійний тренд.



**Рис. 1. Прогнозування динаміки ВВП України, млн грн.\***

\* Сформовано автором за даними [4]

Таким чином, модель гармонійного аналізу матиме вигляд:

$$\hat{Y} = \hat{A}_0 + \hat{A}_1 \tilde{O} + \sum_{t=1}^{N/2} [a_t \sin\left(\frac{2\pi}{N} ti\right) + b_t \cos\left(\frac{2\pi}{N} ti\right)],$$

де  $A_0, A_1$  – коефіцієнти лінійного тренду.

Перед тим, як перейти до оцінки коефіцієнтів ряду Фур'є, необхідно із вхідних даних виділити лінійний тренд, тобто відняти значення  $\hat{Y}_i$ , які знайдені за рівнянням тренду (розрахунки представлені в табл. 2):

$$\hat{Y} = 118021x - 154384$$

**Таблиця 2**

**Розрахунок даних для проведення гармонійного аналізу\***

Рік	Порядковий номер року (i)	Фактичний ВВП, млн грн. ( $Y_i$ )	Розрахований за рівнянням тренда ВВП, млн грн. ( $\hat{Y}_i$ )	Вихідні дані $\hat{Y}_i$ для гармонійного аналізу (гр. 3 – гр. 4)
1	2	3	4	5
2000	1	170070,0	-36363,0	206433,0
2001	2	204190,0	81658,0	122532,0
2002	3	225810,0	199679,0	26131,0

Продовження табл. 2

2003	4	267344,0	317700,0	-50356,0
2004	5	345113,0	435721,0	-90608,0
2005	6	424741,0	553742,0	-129001,0
2006	7	544153,0	671763,0	-127610,0
2007	8	720731,0	789784,0	-69053,0
2008	9	948056,0	907805,0	40251,0
2009	10	913345,0	1025826,0	-112481,0
2010	11	1082569,0	1143847,0	-61278,0
2012	13	1411238,0	1379889,0	31349,0
2013	14	1454931,0	1497910,0	-42979,0
2014	15	1586915,0	1615931,0	-29016,0
2015	16	1979458,0	1733952,0	245506,0

\* Сформовано автором за даними [4]

Коливання ВВП України після видалення тренду представлені на рис. 2.

результати розрахунків для побудови гармонійного ряду Фур'є представлені в табл. 3.

На наступному етапі перейдемо до розрахунків коефіцієнтів ряду Фур'є. Основні

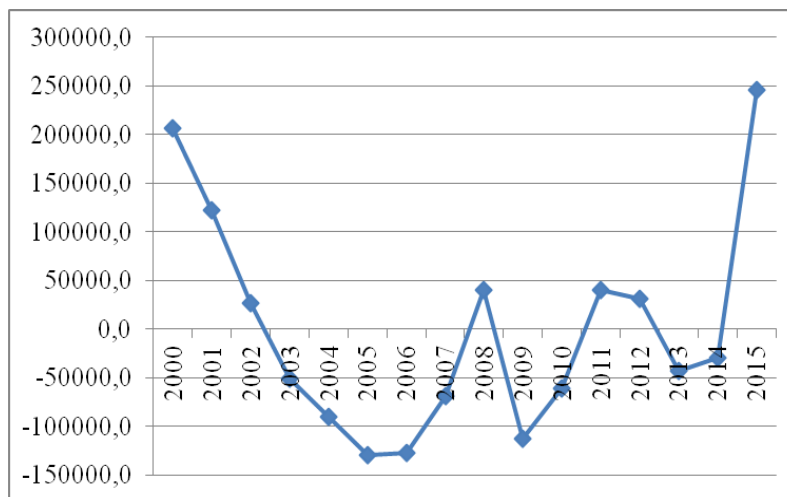


Рис. 2. Коливання зміни ВВП України після видалення тренду\*

\* Сформовано автором за даними [4]

Таблиця 3

Розрахунок коефіцієнтів чотирьох гармонік  $a_i, b_i$

	$\dot{Y}_i \sin x$	$\dot{Y}_i \sin 2x$	$\dot{Y}_i \sin 3x$	$\dot{Y}_i \sin 4x$	$\dot{Y}_i \cos x$	$\dot{Y}_i \cos 2x$	$\dot{Y}_i \cos 3x$	$\dot{Y}_i \cos 4x$
$\Sigma$	32950,18	517070,04	287297,44	351541,22	854364,05	274280,07	-83549,09	225020,50
$a_i, b_i$	4118,77	64633,76	35912,18	43942,65	106795,51	34285,01	-10443,64	28127,56

\* Сформовано автором за даними [4]

Виходячи із результатів,отриманих в таблиці 3, ми отримали наступні коефіцієнти перших чотирьох гармонік:

$$\begin{aligned}
 a_1 &= 4118,77; & b_1 &= 106795,51; \\
 a_2 &= 64633,76; & b_2 &= 34285,01; \\
 a_3 &= 35912,18; & b_3 &= -10443,64; \\
 a_4 &= 43942,65; & b_4 &= 28127,56.
 \end{aligned}$$

Таким чином, модель коливання ВВП України може бути представлена у наступному вигляді:

$$\begin{aligned}
 \hat{Y} &= (118021x - 154384) + (4118,77 \sin x + 106795,51 \cos x) + (64633,76 \sin 2x + 34285,01 \cos 2x) + (35912,18 \sin 3x - 10443,64 \cos 3x) + (43942,65 \sin 4x + 28127,56 \cos 4x).
 \end{aligned}$$

Наступним можливим етапом дослідження коливань ВВП України за допомогою аналізу Фур'є може виступати побудова амплітудного та фазового спектру за допомогою можливостей MS Excel та пакету Аналіз даних – Аналіз Фур'є, функцій =МНИМ.ABS., =МНИМ.AРГУМЕНТ.

Слід підкреслити, що сукупність гармонійних складових, які створюють сигнал несинусоїдальної форми, називається спектр цього негармонійного аналізу. Із цього набору гармонік виділяють та розрізняють амплітудний та фазовий спектри.

Амплітудним спектром називають набір амплітуд всіх гармонік, який зазвичай

представляють діаграмою у вигляді набору вертикальних ліній, довжини яких пропорційні (в обраному масштабі) амплітудним значенням гармонійних складових, а місце на горизонтальній осі визначається частотою (номером гармоніки) даної складової. Аналогічно розглядають фазові спектри як сукупність початкових фаз всіх гармонік; їх також зображують в масштабі у вигляді набору вертикальних ліній.

Амплітудний спектр коливань ВВП України представлений на рис. 3.

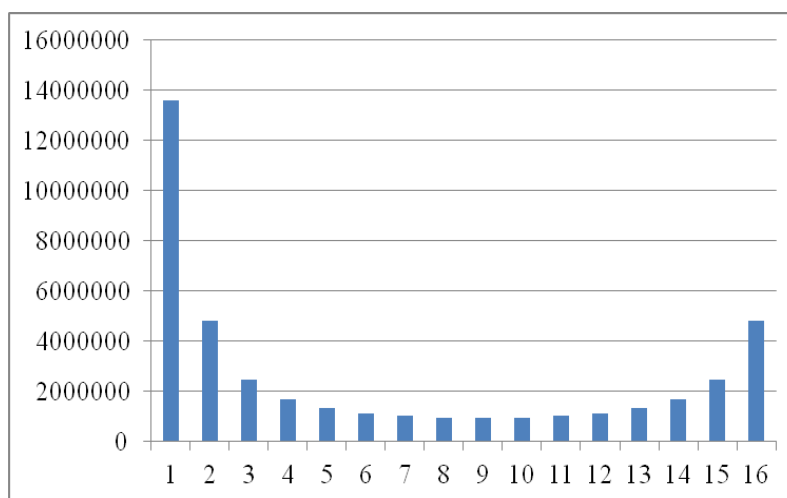


Рис. 3. Амплітудний спектр коливання ВВП України\*

\* Сформовано автором за даними [4]

Так як амплітудний спектр сигналу - амплітуди (розмах коливання, найбільше відхилення від положення рівноваги) всіх гармонік, з яких складається негармонійний сигнал. Тобто згідно із даними рис. 3 останніми роками простежується зростання коливання ВВП України.

Фаза гармонійного коливання – це стан гармонійного процесу. Так як фазовий спектр сигналу - сукупність початкових фаз всіх гармонік. Фазовий спектр коливань ВВП України представлений на рис. 4.

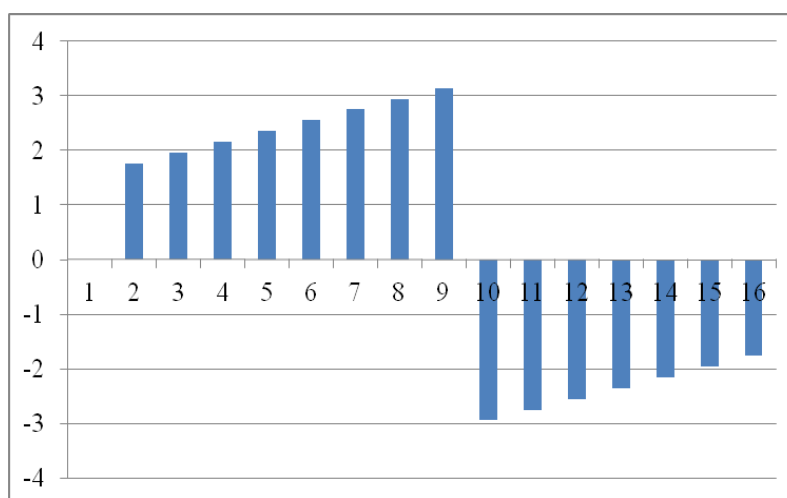


Рис. 4. Фазовий спектр коливання ВВП України

\* Сформовано автором за даними [4]

Проведені розрахунки та побудовані спектри коливань ВВП України надають можливості наглядного відображення циклічних коливань в економіці країни та створюють підґрунтя для розробки антициклічної політики держави.

**Висновки і перспективи подальших досліджень.** Проведені розрахунки та отримані графічні дані наглядно відображають циклічні коливання в економіці України. Даний методичний підхід може бути застосованим до аналізу будь-якого суб'єкту економіки, у тому числі до аналізу діяльності підприємств на тих чи інших ринках, що надає можливості підприємствам прогнозувати розвиток ринків, оцінюючи його не суб'єктивно, а вже об'єктивно, застосовуючи математичні методи.

Особливої актуальності дослідження циклічних коливань набуває у агропромисловому бізнесі у зв'язку із надзвичайною важливістю результатів його діяльності для забезпечення продовольчої безпеки країни та подальшого розвитку всієї економіки.

Дослідження методики проведення аналізу Фур'є при виявленні циклічних коливань в економіці із урахування їх еволюції у сучасній науковій літературі надають можливість отримати наглядні результати дослідження, які будуть зрозумілі всім користувачам при розробці заходів антициклічного регулювання економіки країни, які є необхідною та перспективною складовою державної політики будь-якої світової держави.

### ПЕРЕЛІК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Андрейченко А.В., Горбаченко С.А., Грінченко Р.В., Карпов В.А., Кучеренко В.Р. Аналіз ринкової кон'юнктури: Навчальний посібник// А.В. Андрейченко, С.А. Горбаченко, Р.В. Грінченко, В.А. Карпов, В.Р. Кучеренко, – Одеса: ОНЕУ, 2014. – 345 с.
2. Серветник Н.О. Методологічні аспекти дослідження економічних циклів// Ефективна економіка. Дніпропетровський державний аграрно-економічний університет.– 2014. – № 2. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=2764>
3. Янковой А.Г. Математико-статистические методы и модели в управлении предприятием: Учебное пособие.– Одесса: ОНЭУ. – 2014. – 250 с.
4. Офіційний сайт Державного комітету статистики України / Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

### REFERENCES

1. Andrejchenko A.V., Gorbachenko S.A., Grinchenko R.V., Karpov V.A., Kucherenko V.R. (2014). *Analiz rinkovoї kon'junkturi. [Market research analysis]*. Odesa: ONEU. [in Ukrainian].
2. Servetnyk N.O. (2014). *Metodolohichni aspekty doslidzhennya ekonomichnykh tsykliv [Methodological aspects of the study of economic cycles]*. *Efektivna ekonomika. Dnipropetrovs'kyi derzhavnyy ahrarno-ekonomichnyy universytet.– Efficient Economy. Dnipropetrovsk State Agrarian University of Economics*, 2. Retrieved from: <http://www.economy.nayka.com.ua/?op=1&z=2764> [in Ukrainian].
3. Yankovoy A.H. (2014) *Matematyko-statysticheskye metody modely v upravlenyyi predpryatyem.[ Mathematical and statistical methods and models in enterprise management]*. Odesa: ONЭU. [in Russian].
4. Ofitsiynyy sayt Derzhavnoho komitetu statystyky Ukrayiny. [Official site of the State Statistics Committee of Ukraine] (n.d.) *ukrstat.gov.ua*. Retrieved from: <http://www.ukrstat.gov.ua> [in Ukrainian].

Одержано 24.02.2017 р.