Математика
Прикладна математика

Ю.А. Василенко, Г.Е. Копча
(Закарпатський державний університет)

АЛГЕБРАЇЧНИЙ ОПИС ДЕЯКИХ ВИДІВ СХЕМ

Поняття схеми, яке базується на принципах теоретичної алгебри [1], має значні переваги порівняно з цим же поняттям, яке розглянуто з точки зору конструктивності [2]. Конструктивність – це деякі обмеження в порівнянні з загальними поняттями алгебри. Алгебра ж, навпаки, надає поняттю схеми універсальність, математичну строгість та можливість його практичного застосування в обчислювальній математиці, теорії автоматів та інших областях, де використовуються різні схеми перетворення інформації.

В [1] розглянуто і вивчено деякі загальні властивості схем, повністю описано і вивчено алгоритмічні схеми без циклів.

В теорії цих схем важливе місце посідають Z_1-схеми [4]. Z_1-схема є найбільш загальним поняттям оператора, який діє над наборами функцій і предикатів, і який зберігає всюди визначеність.

Але дані схеми не вичерпують всіх алгоритмічних схем. Для визначення класу Θ всіх алгоритмічних схем вводиться [1] поняття Z_2-схеми. Φ_2 і R_2-схеми будемо називати Z_2-схемами. Оскільки повне відображення є частинним випадком часткового, то кожна Z_1-схема являється Z_2-схемою. Z_2-схема a кожному (G,n,K)-набору $f_1, f_2, \ldots, f_n; p_1, p_2, \ldots, p_k$ ($f_i \in \Phi'(G)$, $p_j \in R'(G)$) (i=1, 2, …n; j=1, 2, …k) (де $\Phi'(G)$ – множина всіх всюди визначених операцій на деякій множині G, $R'(G)$ – множина всіх всюди визначених предикатів на цій множині) ставить у відповідність деякий елемент f_a із $Z(G)$ ($Z(G)= \Phi(G) \cup R(G)$, $\Phi(G)$ – множина всіх операцій на множині G, $R(G)$ – множина всіх предикатів на цій множині).

В [1] дається визначення фінітарної схеми і показується, що фінітарність є необхідною умовою для алгоритмічності Z_2-схеми.

Кожне регулярне відображення a представляє собою схему, яка (G,n,K)-набору $f_1, f_2, \dots, f_n; p_1, p_2, \dots, p_k$ ($f_i \in \Phi'(G)$, $p_j \in R'(G)$) (i=1, 2, …n; j=1, 2, …k) ставить у відповідність деякий елемент f_a із $Z(G)$.

Регулярні відображення виду $L^\infty \to D$ $L^\infty \to \{0,1\}$ (L – множина всіх D_p-комплексів, $D_p = \bigcup_{i=0}^{\infty} D_p^i$, D – множина всіх слів з алфавіту $F=\{f_1, \dots, f_n\}$, D^i – множина всіх слів із D, довжина яких не перевищує i, D_p – множина всіх слів виду $p_j s$, $p_j \in P$, $s \in D$, $P=\{p_1, \dots, p_k\}$, D_p^i – множина всіх слів виду $p_j s$, $p_j \in P$, $s \in D^i$, i=0, 1, …) називаються Γ-схемами.

Доводяться такі основні теореми [1].

Теорема 1. Кожна фінітарна Z_2-схема представляється за допомогою деякої Γ-схеми a' і, навпаки, кожна Γ-схема a' представляє деяку фінітарну Z_2-схему a. Схеми a і a' Z'-еквівалентні ($Z'(G)=\Phi'(G) \cup R'(G)$).

Теорема 2. Дві Z_2-схеми Z'-еквівалентні тоді і тільки тоді, коли вони рівні.

З цих двох теорем випливає така:

Теорема 3. Дві Γ-схеми Z'-еквівалентні тоді і тільки тоді, коли вони представляють одну і ту ж фінітарну Z_2-схему a.

Кожна алгоритмічна Z_2-схема має бути фінітарною Z_2-схемою. Тому клас алгоритмічних Z_2-схем визначається як підклас класу фінітарних Z_2-схем.

Γ-схема b називається алгоритмічною, якщо вона представляє собою частково-рекурсивне відображення виду $L^\infty \to D$ або $L^\infty \to \{0,1\}$.

Z_2-схема a називається алгоритмічною, якщо вона представляється за допомогою деякої алгоритмічної Γ-схеми. Алгоритмічну Γ-схему b можна обчислювати за деяким алгоритмом A_b.

Таким чином, для кожної алгоритмічної Z_2-схеми a існує ефективна процедура, яка обчислює значення $f_a(x)$ (схеми a і b розглядаються на (G,n,K)-наборах із $Z'(G)$).

З результатів роботи [1] випливають такі проблемні задачі, що стосуються схем:

1. Зображення алгоритмічних схем за допомогою алгоритмів (вивчення і аналіз регулярних алгоритмів, їх використання для зображення схем, аналіз пам'яті, швидкодії та інших характеристик алгоритму, який зображує схему, оптимізація алгоритмів, за допомогою яких зображуються схеми).

2. Еквівалентні перетворення і спрощення алгоритмічних схем (вивчення різноманітних виразів, за допомогою яких зображуються алгоритмічні схеми, знаходження повних систем правил перетворення цих виразів, методів спрощення виразів, дослідження проблеми складності виразів).

3. Застосування теорії алгоритмічних схем в теорії цифрових автоматів, теорії аналого-цифрових перетворювачів, теорії розпізнавання образів (вивчення повноти алгоритмічних мов відносно представлення в них алгоритмічних схем, застосування теорії алгоритмічних схем в автоматизації програмування, вивчення проблеми синтезу різноманітних цифрових автоматів з точки зору алгоритмічних схем) [3].

Література:

1. *И.В.Витенько*. Схемы, алгоритмы и многообразия. – Ужгород, 1970.
2. *І.В.Вітенько.* Конструктивні операції. – Ужгород. Уж. ун-т, 1970.
3. *Ю.А.Василенко, Ф.Г.Ващук.* Об алгоритмическом понятии вычислительной схемы. – Ужгород: Науковий вісник УжДІЕП, №1, 1997.
4. *Ю.А. Василенко, Г.Е.Копча.* Алгоритмічна схема як алгебраїчний об'єкт // Матеріали IV Міжнародної науково-практичної конференції „Динаміка наукових досліджень ' 2005". Том 50. Сучасні інформаційні технології. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2005. – С. 3-5.
5. *Ю.А. Василенко, Г.Е.Копча.* Деякі види схем з точки зору алгебри // Матеріали IX Міжнародної науково-практичної конференції „Наука та освіта-'2006". Том 13. Фізика, математика. – Дніпропетровськ: Наука і освіта, 2006. – С. 57-59.