

текста. Поликодовость. Интертекстуальность / В. Е. Чернявская. — М. : ЛИБРОКОМ, 2009. — 248 с. 4. Шурыгин А. М. Математические методы прогнозирования / А. М. Шурыгин. — М. : Горячая линия – Телеком, 2009. — 180 с.

СПОСОБЫ РАСШИРЕНИЯ СЕМАНТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ДЛЯ ТЕКСТОВЫХ МОДЕЛЕЙ

Статья посвящена анализу способов расширения базовых семантических параметров, к которым относятся: семантическая значимость, семантическое противоречие, семантический конфликт для описания текстовых моделей.

METHODS OF EXPANSION OF SEMANTIC PARAMETERS FOR TEXT MODELS

The methods of expansion of base semantic parameters are investigated, namely: semantic meaningfulness, semantic contradiction, semantic conflict for the construction of text models.

УДК 004.451

Б. В. Дурняк

Українська академія друкарства

М. М. Кляп

*Державний вищий навчальний заклад
«Ужгородський національний університет»*

ОСНОВНІ МЕТОДИ ПРОГНОЗУВАННЯ ПОДІЙ РІЗНИХ ТИПІВ

У статті проаналізовано методи прийняття керівних рішень при реалізації технологічних процесів у друкарському виробництві та здійснено прогнозування подій різних типів.

Ключові слова: *прогнозування подій, регресійні моделі, авторегресія.*

Для прийняття адекватних керівних рішень при реалізації технологічних процесів у друкарському виробництві необхідно розв'язувати певні задачі:

- оцінити ряд параметрів, які характеризують ситуацію, що не передбачуваним способом впливає на процес;
- здійснити аналіз зв'язку конкретної ситуації з подіями, наявними в технологічному процесі до моменту настання непередбачуваної події;
- прийняти рішення щодо реалізації адекватної реакції системою управління (особливо при управлінні технологічним процесом у напівавтоматизованому режимі, коли обслуговуючий персонал приймає рішення та реалізує відповідну керівну дію).

Основою для розв'язку сформульованих задач можуть служити методи, що ґрунтуються на відповідних способах реалізації прогнозу. Непередбачувану ситуацію в нашому випадку називатимемо випадковою подією. Отож розглянемо відомі методи прогнозування та їх класифікацію. Класифікація методів прогнозування проводиться з урахуванням застосовуваних методів та на основі різних типів подій, передбачення яких реалізується методами прогнозування. Другий підхід до класифікації задач прогнозування є поширенішим, оскільки методи прогнозування можна адаптувати до типу чи класу подій, стосовно яких прогнозування реалізується. Прикладом такої класифікації може служити спосіб їх поділу [6]:

- прогнозування багатовимірних нормальних розподілів;
- регресійний прогноз;
- прогнозування випадкових функцій;
- прогнозування гаусівського процесу;
- прогнозування точкових полів;
- прогнозування часових рядів;
- технологічне прогнозування тощо.

Наведена класифікація вміщує ознаки, що стосуються методів та типів подій, які передбачається прогнозувати, а відповідно, вона не може бути повною. В нашому випадку будемо дотримуватися цієї класифікації, адже специфіка друкарських технологічних процесів така, що події, які не є очікуваними, доволі складно віднести до одного з класів випадкових подій.

Базовим параметром довільного методу або довільної моделі прогнозування служить параметр точності відповідного прогнозу. Очевидно, що параметр точності прогнозу, який позначимо символом δ , не може набувати одного з граничних значень. Наприклад, якщо δ інтерпретувати як похибку прогнозування, що досить часто використовується (особливо в статистичних моделях прогнозування), δ не може бути рівним нулю, бо в цьому випадку слід було б говорити про модель, що забезпечує такий прогноз, як модель детерміновану з точки зору виявлення або визначення відповідної події [2]. При інтерпретації параметра δ як похибки прогнозу, що рівна 50%, остання допускає бінарну інтерпретацію факту виникнення відповідної події, яку можна представити формою: «...відповідна подія відбудеться чи не відбудеться з ймовірністю $\frac{1}{2}$ ». Подальше збільшення величини похибки не має сенсу для довільної моделі прогнозування.

При використанні регресійних моделей для розв'язування задач прогнозування оцінка точності побудованого регресійного рівняння може інтерпретуватися як оцінка точності прогнозування. Розглянемо основні поняття, що використовуються при аналізі оцінки точності функції регресії. При цьому використовується функція густини розподілу $f(x, \vartheta)$ незалежних випадкових величин $x_1, \dots, x_n \in X \subseteq R^1$, де R^1 — множина чисел. Змінна ϑ є параметром, відносно якого встановлюється точність визначення значення змінної y , яку інтерпретуватимемо як величину, яку планується передбачити. У загальному вигляді

відповідна регресійна модель може бути записана співвідношенням $y = f(x, \vartheta)$. У такому випадку y інтерпретується як прогнозована величина, x — як базовий параметр прогнозування, а ϑ — як параметр, що визначає величину можливої похибки прогнозування. Якщо, для прикладу, прийняти, що функція $y = f(x, \vartheta)$, оцінка максимуму правдоподібності θ_0 становить розв'язок рівняння:

$$\sum \frac{\partial}{\partial \vartheta} \log f(x_i, \theta) |_{\theta=\theta_0} = 0, \quad (1)$$

який мінімізує дисперсію асимптотичного розподілу оцінки. Для співвідношення

$$\sum \rho(x, \tilde{\theta}) \quad (2)$$

функція $\rho(x, \tilde{\theta})$ є функцією контрасту. Для середнього \bar{x} функція $\rho(x - \bar{x}) = (x - \bar{x})^2$. Функція

$$\psi(x, \theta) = c(\theta) \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \right) \rho(x, \theta)$$

називається оціночною. Оціночна функція для випадку середнього $\psi(x - \bar{x}) = \psi(y) = y$, а для медіани $\psi(x - m) = \psi(y) = \text{sgn}(y)$. Як правило, оцінка залежить від кількості спостережень і має граничний розподіл з математичним очікуванням δ і дисперсією σ^2 . Отже, оцінювальна функція, що представляє собою границю

$$V(f, \psi) = \lim_{n \rightarrow \infty} n E(\hat{\theta}_n - \theta)^2 = \delta^2 + \sigma^2,$$

називатиметься квадратичною оцінкою $\hat{\theta}$. Така помилка безпосередньо перекладається на уявлення про точність прогнозування, якщо прогнозування реалізується на основі використання ймовірнісних моделей.

Більшість неочікуваних подій виникає внаслідок дії цілого ряду факторів, що характеризуються певними параметрами. Це обумовлює доцільність використання методів прогнозування, що оперують багатовимірними випадковими величинами, певні значення яких інтерпретуються як події, які підлягають передбаченню. В більшості випадків приймається, що певні значення кожного складового фактора розподілені відповідно до нормального закону розподілу та інтерпретуються в рамках загального вектора як подія, яку планується передбачити. Тобто всі статистичні дані, або всі дані, які спостерігались у рамках систем моніторингу відповідних параметрів, описуються нормальними стандартними розподілами: $\varphi(x) = (2\pi)^{-1/2} e^{-x^2/2}$. При цьому густина розподілу загального вектора описується співвідношенням $\varphi(x) = (2\pi)^{-p/2} e^{-x^T x/2}$, отриманим унаслідок перемножування часткових густин розподілу. Якщо використовувати уявлення про коваріацію компонент загального вектора $y = Ax$, можна записати співвідношення:

$$E y y^T = E A x (A x)^T = E (E x x^T) A^T = A I A^T = A A^T := C,$$

де E — математичне очікування; y — загальний вектор; y^T — транспонована матриця, що описує вектор y ; A — матриця коефіцієнтів незалежних компо-

нент x ; I — діагональна матриця одиничних дисперсій; $C = \{c_{kl}\}$ — матриця коваріацій компонент вектора \bar{y} , на діагоналі якої містяться дисперсії компонент [7].

Використовуючи уявлення про коваріацію, отримаємо густину розподілу вектора \bar{x} у вигляді:

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2}|C|^{1/2}} \exp [-(x - m)^T \cdot C^{-1} (x - m)/2]. \quad (3)$$

Оцінка максимуму правдоподібності багатовимірного нормального розподілу може бути записана у вигляді системи наступних двох рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} m_0 &= n^{-1} \sum_{i=1}^n x_i \\ c_0 &= n^{-1} \sum_{i=1}^n (x_i - m_0)(x_i - m_0)^T \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Практика використання багатовимірних моделей обмежується чотиривимірними моделями, оскільки використання вищих розмірностей не тільки суттєво ускладнює розрахунки, а й призводить до зниження рівня стійкості відповідних функцій розподілу [1].

У багатьох випадках при багатовимірному нормальному розподілі вектори \bar{x} перших $q < p$ компонент не відомі. Позначають їх $x^{(1)}$, а значення $p - q$ компонент є відомими і вектор, що формується ними, позначається $x^{(2)}$. Це приводить до поділу вектора математичного очікування m і матриці коваріацій c , або:

$$m = \begin{Bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{Bmatrix}; C = \begin{Bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{Bmatrix}.$$

Розглянемо випадок $q = 1$ і перейдемо до запису в формі:

$$\bar{y} = \bar{x} - \bar{m} = (y^{(1)}, y^{(2)})^T.$$

Дисперсія найкращого прогнозу $\bar{y} = a^T y^{(2)}$, де a — вектор коефіцієнтів, запишеться у вигляді:

$$E(\widehat{y}^{(1)} - y^{(1)})^2 = E\bar{a}^T (\bar{y}^{(2)})^T \bar{a} - 2E\bar{a}^T \bar{y}^{(2)} \bar{y}^{(1)} + c_{11} = \bar{a}^T c_{22} \bar{a} - 2\bar{a}^T c_{21} + c_{11} \quad (5)$$

Диференціюємо вектор та прирівнюємо до нуля, і в результаті знаходимо найкращий лінійний прогноз у вигляді співвідношення:

$$\hat{x}^{(1)} = m_1 + c_{12} c_{22}^{-1} (x^{(2)} - m_2).$$

Отже, дисперсія, що представлена формулою (5), не залежить від математичного очікування, вона рівна:

$$E(\widehat{y}^{(1)} - y^{(1)})^2 = (c_{22}^{-1} c_{23})^T c_{22} (c_{22}^{-1} c_{21}) - 2(c_{22}^{-1} c_{21})^T c_{21} + c_{11} = c_{11} - c_{12} c_{22}^{-1} c_{21}.$$

При виписуванні моментів не використовувалась нормальність розподілу. Можна отримати вектор умовних математичних очікувань та матрицю умовних коваріацій для $q > 1$ [1].

Класична регресійна модель записується як:

$$y = r(x, \vartheta) + \varepsilon$$

де r — функція регресії. Незалежні змінні $x = x^{(1)}, \dots, x^{(p-1)}$ прийнято називати предикторами, результуючу змінну y — відгуками, вектор $\theta = (\vartheta_1, \dots, \vartheta_q)$ — регресійні коефіцієнти, що визначають точність розв'язку задачі прогнозування на основі використання регресії. Прийmemo, що $f_1(x)$ — густина розподілу вектора x , $f_2(\varepsilon)$ — функція розподілу ε , яка є незалежною від x випадковою величиною. Переважно ε інтерпретується як шум з моментами $E\varepsilon = 0$, $E\varepsilon^2 = \sigma^2$. Тоді за незалежними n спостереженнями (x_i, y_i) необхідно знайти оцінку $\hat{\theta}$ вектора регресійних коефіцієнтів. Для цього розв'язується задача мінімуму контрасту, приводячи до мінімізації суми:

$$\sum_{i=1}^n \rho(x_i, y_i, \hat{\theta}) = 0 \quad (6)$$

Використовуючи оцінки найменших квадратів для оцінення похибки, які дає використання функції (6), при розв'язку задачі прогнозування отримаємо співвідношення:

$$\sum_{i=1}^n [y_i - r(x_i, \hat{\theta})]^2 \rightarrow \min, \text{ або } \sum_{i=1}^n [x_i - \hat{\mu}]^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

У цьому випадку мінімується похибка оцінки регресії, якщо густина розподілу $f_2(\varepsilon)$ є нормальною. Відповідна оцінка при невеликих відхиленнях від нормалізованого розподілу виявились нестійкою. Отож було запропоновано змінити оціночну функцію. Найбільш вдалою заміною є оціночна функція, запропонована Л. Д. Мешалкіним [5], яка становить залежність $\rho(b) = -\exp\left(-\frac{lb^2}{2}\right)$.

При практичному використанні рекурсійних моделей для розв'язування задач прогнозування неочікуваних подій характерна нестійкість оцінки похибки прогнозування, що обумовлюється зміною густини розподілу значень змінних, які спостерігаються. Оскільки однією з поширених оцінок є середньоквадратичне відхилення, у зв'язку з чим розглядається уявлення про нестійкість оцінки $\hat{\theta}$, що відповідає оціночній функції $\psi(x, \vartheta)$, у відношенні до зміни густини розподілу, оцінка визначатиметься співвідношенням: $W(f, \psi) = \int \psi^2(x, \theta) dx / (\int \psi(x, \theta) dx)^2$. Воно допускає інтерпретацію, яка полягає в тому, що оціночна функція $\psi(x, \theta)$ буде називатися стійкою, якщо $W := W(f, \psi) < \infty$, і нестійкою — якщо величина W необмежена.

Вимірювання стійкості аналогічне вимірюванню ефективності. Квадратичне відхилення $V(f, \psi)$ прийнято вважати мірою неефективності, а функціонал W називається мірою нестійкості. В загальному випадку стійкість оцінки θ з оціночною функцією $\psi(x, \theta)$ називатиметься стосунок $stb\hat{\theta} = W_*/W(f, \psi)$, де W_* — функціонал, у якому використовується максимально стійка оцінка μ_* , що є параметром локалізації й визначається співвідношенням:

$$W_* = W(f, \psi_*) = \left| E \frac{\partial}{\partial \mu} \psi_*(x - \mu) \right|^{-1} = \left(\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_*^2(x - \mu) dx \right)^{-1}.$$

Оптимізація за двома характеристиками, якими є ефективність і нестійкість, або $[eff\hat{\theta}, stb\hat{\theta}]$ — один зі способів розв'язку задачі визначення стійкого оцінювання. Для стандартної процедури оцінювання вибирається з множини умовно оптимальних оцінок оцінка, для якої приблизно однакові ефективність і стійкість.

Розглянуті регресійні моделі оперували випадковими величинами. При цьому неочікуваною подією є певне значення випадкової величини, яке може набути відповідний параметр через час Δt . Об'єктом прогнозування при використанні регресійних моделей може бути випадкова функція, яку трактуємо як її ймовірнісний розподіл. Для опису процесу зі стаціонарними приростами, що мають нормальний розподіл різниці процесів, використовуються співвідношення [8]:

$$E(x_{t+s} - x_t) = 0; E(x_{t+s} - x_t)^2 = v_{|s|}, \quad (8)$$

де параметрична функція $v_t \geq 0$ називається структурною. Коваріація значень процесу в точках t і s запишеться співвідношенням:

$$Cov(x_s, x_t) = \frac{1}{2}(v_{|s|} + v_{|t|} - v_{|t-s|}). \quad (9)$$

Структурні функції відомих простих випадкових процесів апроксимуються степеневими функціями:

$$v_{|s|} = \omega^2 s^\gamma; 0 \leq \gamma \leq 2. \quad (10)$$

Значенню $\gamma = 0$ відповідає нормований білий шум, значенню $\gamma = 1$ — процес броунівського руху, а випадок $\gamma = 2$ відповідає випадковій прямій, що проходить через точку x_0 .

Інтерпретація неочікуваних ситуацій випадковими функціями дозволяє розширити можливості прогнозування відповідних подій. Таке розширення полягає в тому, що відповідна подія є неочікуваним процесом, який виникає в рамках технологічної системи штатної сукупності процесів. Зрозуміло, виявлення такого випадкового процесу завдяки прогнозуванню сприяє проведенню більш повної діагностики причин можливих відхилень, що можуть проявлятися у вигляді випадкової функції, яку отримано в результаті прогнозу.

Випадковий процес x_t називатимемо неперервним у середньоквадратичному в точці t_p , якщо має місце:

$$\lim_{s \rightarrow t} E(x_t - x_s)^2 = \lim_{s \rightarrow t} v_{|t-s|} = 0.$$

Визначимо кореляцію приросту пріоритетів значень процесів на двох суміжних відрізках рівної довжини $[0, h]$ і $[h, 2h]$:

$$\rho_h = \frac{E[x_h(x_{2h} - x_h)]}{\sqrt{E x_h^2 E(x_{2h} - x_h)^2}} = \frac{E x_h x_{2h} - E x_h^2}{v_h} = \frac{v_h + v_{2h} - v_h - v_h}{2 v_h} = \frac{1}{2} \frac{v_{2h}}{v_h} - 1.$$

Скориставшись формулою (9) та прийнявши $v_r = r^r$, отримаємо

$$\rho_h = \rho = 2^{\gamma-1} - 1. \quad (11)$$

Враховуючи, що $|\rho| \leq 1$, отримаємо $\gamma \leq 2$.

Гаусівську послідовність авторегресії можна представити співвідношенням:

$$x_{k+1} = \sum_{i=1}^k h_{k-i} x_i + \varepsilon_{k+1},$$

де k — порядок авторегресії, h_i — коефіцієнти; величина ε_{k+1} має розподіл $N(0, \sigma^2)$. При переході до неперервних змінних h_t, x_t отримуємо співвідношення:

$$x_{k+1} = \int_1^k h_{k-t} x_t dt + \varepsilon_{k+1},$$

де x_{k+1} — прогноз, що має дисперсію σ^2 . Система залежних рядів авторегресії, запропонована Грангером і Енгле, представляє собою систему:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \sum_{i=1}^k (a_{k-i} x_i + b_{k-i} y_i) + \varepsilon_{k+1} \\ y_{k+1} &= \sum_{i=1}^k (a_{k-i} x_i + d_{k-i} y_i) + \varepsilon_{k+1}^* \end{aligned}$$

Використання випадкових функцій у задачах прогнозування дозволяє розв'язувати задачі, що стосуються прогнозування величин параметрів у деякій дискретній множині даних у точках, що відповідають дискретним точкам множини, які визначаються як дані. Такі множини можуть інтерпретуватися як ізотропні випадкові поля на площині. Для розв'язку задач прогнозування в області $Q = \{x_1, \dots, x_n\}$ вибирається деяка пряма L , на якій задається одновимірний просторовий параметр t . Випадкова зміна функції y_t по вибраній прямій забезпечує реалізацію випадкового процесу x_t , який називається перерізом випадкового поля x_t . Якщо ймовірні характеристики різних перерізів не залежать від вибраних прямих L , поле x_t називається ізотропним.

Випадкове поле зі стаціонарними приростами визначається моментами, що описуються співвідношеннями:

$$E(x_{t+s} - x_t) = 0; E(x_{t+s} - x_t)^2 = \nu_{||s||}.$$

Коваріація випадкового поля описується співвідношенням (9). Для випадкових полів використовується степенева апроксимація структурної формули (11).

При використанні регресійних моделей досить істотне значення має вибір випадкових процесів, що спостерігаються і використовуються при реалізації прогнозу. Річ у тім, що спостережувані випадкові функції в точках спостереження можуть зашумлюватися. Для уникнення цього можливо використовувати методику Аллана вибору кроку спостережень. Нехай маємо процес, що спостерігається $z_t = \bar{x}_t + x_t$, який складається зі складових низькочастотної та високочастотної, яка представляє собою шум. Треба визначити такий крок спостереження h^* , при якому дисперсії локальної зміни сигналу і шуму порівняно рівні. Таким чином, спостереження з кроком $h > h^*$ корисні, бо вони виявляють сигнал. Функція Аллана в цьому випадку запишеться у вигляді:

$$a_h = E \frac{(\Delta z_h)^2}{h} = v^2 h / 2 + \omega^2 h^{\gamma-1}. \quad (12)$$

Точка h^* мінімуму цієї функції по h пропонується як розв'язок поставленої задачі про вибір кроку спостережень h для випадку білого шуму, коли $\gamma = 0$. Вивести потрібну формулу можна наступним чином [9]. Розглянемо ситуацію, в якій крок h малий порівняно з частотою сигналу, та виберемо одиницю часу такою, щоб період сигналу був рівний 2π . Тоді сигнал може становити синусоїду. Різниця її значень у сусідніх точках спостереження опишеться співвідношенням:

$$\Delta \tilde{x}_t = v[\sin(t+h) - \sin(t)] \approx vh \frac{d}{dt} \sin t = v h \cos(t),$$

де v — амплітуда сигналу. Якщо інтервал спостереження T великий і спостережувані точки розміщені в ньому випадково, їх різниця містить наступні моменти:

$$\left. \begin{aligned} E \Delta \tilde{x}_h &= \frac{vh}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos(t) dt = 0; \\ E(\Delta \tilde{x}_h)^2 &= v^2 h^2 \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \cos^2(t) dt = v^2 \frac{h^2}{2} \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Як моделі для шуму x_i вибираємо випадковий гаусівський процес зі стандартним приростом. Для різниць процесів, що спостерігаються, z_i мають місце рівності:

$$E \Delta z_h = 0; E(\Delta z_h)^2 = \frac{v^2 h^2}{2} + \omega^2 h^\gamma := b_h. \quad (14)$$

Поділивши (12) на величину h , отримаємо функцію (14).

При побудові моделей прогнозування, крім загальних принципів їх побудови, важливе значення мають безпосередні дані про предметну область, в рамках якої задача розв'язується. Для ілюстрації цього факту розглянемо прогноз точкових полів. У рамках точкових полів проста модель пуасонового потоку використовується нечасто, оскільки об'єкти, що ідентифікуються, є взаємозалежними. В простому варіанті взаємодії випадкова величина x_i має густину $f(x)$, а в множині цих точок R на елемент вибірки x_i зі сторони елемента x^* діє сила, рівна $\zeta(x - x^*)$. Ця сила може зміщувати елемент x вправо або вліво, що описується співвідношеннями $\zeta(x - x^*) < 0$ і $\zeta(x - x^*) > 0$ відповідно. Коли елементів, які діють на елемент x , є багато, вони можуть врівноважуватися таким чином, що їх сума прямує до інтегралу, що описується співвідношенням

$$g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \xi(x - x^*) f(x^*) dx^* = \xi * f \equiv 0, \text{ для всіх } x.$$

У поданій формулі символ «*» означає згортку функцій.

Розглянемо розподіл міжточкових віддалей. Нехай x_1, \dots, x_n є вибіркою з неперервного розподілу області $Q \in R^p$. Міжточковими віддалями будуть $r_{\alpha\beta} = \|x_\alpha - x_\beta\| \in (0, \rho)$, де ρ — діаметр області Q , і таких віддалей буде $m = n(n-1)/2$. Тоді, точками $0 = \rho_0 < \rho_1 < \dots < \rho_{k-1} < \rho_k = \rho$ розділимо ін-

тервал $(0, \rho)$ можливих віддалей на k інтервалів і m_i буде кількістю віддалей r , для яких $\rho_{i-1} < r < \rho_i$, або $\delta_i := \rho\{\rho_{i-1} < r < \rho_i\}$ є ймовірність того, що віддаль r виявиться в інтервалі (ρ_{i-1}, ρ_i) для рівномірного розподілу x в Q . Послідовність величин $g_i := \frac{m_i}{\delta_i m_i}$; ($i = 1, \dots, k$) буде гістограмою віддалей [9]. Якщо x_1, \dots, x_n розподілені в Q рівномірно і величини m_i зростають разом із n , їх розподіл асимптотично нормальний. Очевидно, що $Em_i = \delta_i m_i$. Для другого моменту всі m_i асимптотично незалежні та має місце співвідношення:

$$Dm_i = \delta_i(1 - \delta_i)m.$$

Стаціонарні випадкові процеси через незмінність їх ймовірнісних характеристик у часі мають квазіперіодичний характер, що дозволяє представити випадкову функцію у вигляді випадкових функцій деякої допоміжної змінної, яка має розмірність частоти.

Прийmemo, що випадкова функція $x(t)$, математичне очікування якої можна вважати рівним нулю, може бути представлена як сума гармонійних коливань із різними частотами ω_i і випадковими значеннями амплітуд, що можна подати як співвідношення:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n (A_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t), \quad (15)$$

де A_i і B_i — випадкові величини. Використавши функції Ейлера, співвідношення (15) можна записати у вигляді:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n (P_i e^{i\omega_i t} + Q_i e^{-i\omega_i t}), \quad (16)$$

де P_i і Q_i — випадкові величини, що лінійно виражаються через A_i і B_i . Введемо зручнішу нумерацію ω_l , позначаючи $-\omega_i = \omega_{-i}$. Тоді співвідношення (15) можна записати у вигляді:

$$x(t) = \sum_{l \neq 0, l=-n}^n \Phi_l e^{i\omega_l t} \quad (17)$$

де при позитивному значенні l функція $\Phi_l = P_l$, а при негативному $l - \Phi_l = Q_l$. Аби $x(t)$ була стаціонарною, необхідно, щоб у виразі для кореляції зберігались тільки ті коефіцієнти, у яких індекси l_i однакові. При цьому в показниках степенів з'явиться різниця $(t_2 - t_1)$, яка повинна бути єдиним аргументом кореляційної функції стаціонарного процесу. Кореляційну функцію можна записати співвідношенням:

$$K_x(t_1, t_2) = M(\sum_{l=-n, l \neq 0}^n \Phi_l^* e^{-i\omega_l t_1} \cdot \sum_{j \neq 0, j=-n}^n \Phi_j e^{i\omega_j t_2}), \quad (18)$$

де

$$M(\Phi_l^k, \Phi_j) = s_l \cdot \delta_{lj}; M(\Phi_l) = 0, \quad (19)$$

причому s_l — деякий невід'язковий додатний коефіцієнт; δ_{ij} — символ Кронекера, який описується співвідношенням $[(l = j) \rightarrow (\delta_{ij} = 1)]V[(l \neq j) \rightarrow (\delta_{ij} = 0)]$.

Зберігаючи в сумі відмінні від нуля складники, отримуємо кінцеве рівняння для кореляції:

$$K_x(t_1, t_2) = \sum_{l=-n}^n S_l e^{i\omega_l(t_2-t_1)} = K_x(t_2, t_1), \quad (20)$$

а дисперсія випадкового процесу описується виразом

$$\sigma_x^2 = K_x(0) = \sum_{l=-l}^n S_l.$$

Можна стверджувати, що для стаціонарної випадкової функції, заданої у вигляді (17), необхідно, щоб коефіцієнти ряду задовольняли наступні умови: $M(\Phi_l^k, \Phi_j) = s_l \cdot \delta_{lj}$; $M(\Phi_l) = 0$.

Якщо перейти до неперервності частот гармонійних коливань ω_l , зберігаючи скінченною дисперсію випадкового процесу, можна записати наступне співвідношення: $x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t} d\Phi(\omega)$, яке називається інтегралом Стільєса і відрізняється від звичайного інтегралу Рімана тим, що під знаком інтегралу є не приріст аргументу $d(\omega)$, а приріст деякої функції $d\Phi(\omega)$, який відповідає приросту $d(\omega)$.

Таким чином, наведені перетворення підтверджують можливість існування зв'язку між випадковими та спектральними функціями.

1. Андерсон Е. Введение в многомерный статистический анализ / Е. Андерсон. — М. : Физматгиз, 1963. — 543 с. 2. Гмурман В. Г. Теория вероятностей и математическая статистика / В. Г. Гмурман. — М. : Высш. школа, 2003. — 479 с. 3. Довгий С. А. Математическое прогнозирование процессов приватизации и инвестирования / С. А. Довгий, А. И. Савенков, П. И. Бидюк. — К. : ОАО «Укртелеком», 2001. — 232 с. 4. Колмогоров А. Н. Кривые в гильбертовском пространстве, инвариантное по отношению к однопараметрической группе движений / А. Н. Колмогоров // Докл. АН СССР. — М., 1940. — Т. 14. — С. 303–325. — (Сер. Мат.). 5. Мешалкин Л. Д. Новый подход к параметризации регрессионных зависимостей. Исследования по математической статистике / Л. Д. Мешалкин, А. И. Курочкина // Записки научных семинаров ЛОМИ СССР. — Л., 1979. — Т. 87. — С. 79–86. 6. Тюрин Ю. Н. Анализ данных на компьютере / Ю. Н. Тюрин, А. А. Макаров. — М. : ИНФРА-М, 2003. — 544 с. 7. Шуригин А. М. Розмірності багатомірної статистики / А. М. Шуригин // Автоматика і телемеханіка. — К., 1995. — № 8. — С. 103–123. 8. Шурыгин А. М. Межточечные расстояния и разности в характеристике точечных потоков / А. М. Шурыгин // Теория вероятностей и её применение. — М., 1981. — Т. 26. — Вып. 1. — С. 201–203. 9. Allan D. W. Should the classical variance be used a basic measure in standards metrology / D. W. Allan // IEEE Transaction on Instrumentation and Measurement. 1987. — P. 646–654.

ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ СОБЫТИЙ РАЗНЫХ ТИПОВ

Статья посвящена анализу методов принятия управленческих решений при реализации технологических процессов в печатном производстве и прогнозирования разных типов событий.

BASIC METHODS OF PREDICTING EVENT TYPES

This article analyzes the methods of management decision-making in the implementation of technological processes in print production and forecasting different types of events.