

**Ф.Е. Гече, В.М. Коцовський** (Ужгородський національний університет)

## ОЦІНКА ЧИСЛА ПОРОГОВИХ БУЛЬОВИХ ФУНКЦІЙ

В роботі встановлюються верхні й нижні оцінки числа функцій, реалізованих на порогових та двопорогових нейронних елементах, та вивчається їх асимптотична поведінка.

In the current work we obtain upper and lower bounds of the number of the threshold and double-threshold functions. We also treat here asymptotical behaviour.

Двопороговий нейронний елемент з міткою  $\alpha$  (ДНЕ $_{\alpha}$ ) [1] – функціональний елемент з  $n$  входами  $x_1, \dots, x_n$ , одним виходом  $y$ , поведінка якого описується співвідношеннями:

$$y = \alpha, \text{ якщо } (\mathbf{w}, \mathbf{x}) \leq p_1 \text{ або } (\mathbf{w}, \mathbf{x}) \geq p_2,$$

$$y = \bar{\alpha}, \text{ якщо } p_1 < (\mathbf{w}, \mathbf{x}) < p_2,$$

де змінні  $x_i$  і  $\alpha$  приймають значення 0, 1, параметри  $w_i, p_1, p_2$  – дійсні числа,

$$(\mathbf{w}, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n w_i x_i,$$

$w_i$  називаються вагами,  $p_1, p_2$  ( $p_1 < p_2$ ) – порогами. Вектор  $[\mathbf{w}, p_1, p_2]$  називається вектором структури (або просто структурою) двопорогового нейронного елемента. Будемо розглядати  $y$  як бульову функцію входів.

Нехай  $N(n, 2)$  – число  $n$ -місних бульових функцій, реалізованих на ДНЕ.

**Теорема 1.** Для всякого натурального  $n$

$$N(n, 2) < 2^{n^2+n+1} \quad (1)$$

**Теорема 2.** Для  $n > 2$

$$N(n, 2) > 2^{n^2-2n+4}. \quad (2)$$

**Теорема 3.**

$$2^{n^2-2n+4} < N(n, 2) < 2^{n^2+n+1}, \quad n > 2;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N(n, 2)}{n^2} = 1.$$

Нехай  $N(n)$  – число  $n$ -місних порогових функцій

**Теорема 4.** Для натурального  $n > 2$

$$N(n) > 2^{n^2-4n+8}.$$

Доведення випливає з 2 і леми 5.

*Зауваження.* Лема 5 дозволяє встановити верхню оцінку для  $N(n, 2)$ , яка небагато в чому поступається верхній оцінці (1).

**Теорема 5.** Для натурального  $n > 2$

$$2^{n^2-4n+8} < N(n) < 2^{n^2};$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log_2 N(n)}{n^2} = 1.$$

*Зауваження.* Отримані результати можна узгальнити на більш широкий клас предикатів, ніж бульові функції, і на функціональні елементи більш загального вигляду (див [2]).

1. Гече Ф. Е. Реалізація бульових функцій на двопорогових нейронних елементах // Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. Матем. – Ужгород, 1999. – Вип. 4 С. 17-24.
2. Гече Ф. Е., Коцовський В. М. Задання предикатів із скінченою областю визначення за допомогою багатопорогових нейронних елементів // Науковий вісник Ужгородського університету. Сер. Матем. – Ужгород, 2001. – Вип. 6 С. 32-37.