**вероятностные модели деятельности системы и их применение**

**для прогнозирования эффективного функционирования**

**предприятия по предоставлению услуг**

**Мария Боровская*,* д-р, старший преподаватель**

 Высшее учебное заведение

им. Станислава Тарновского в Тарнобжеге, Польша

**Игорь Бритченко, д. на науките, профессор**

Высшее учебное заведение

им. Станислава Тарновского в Тарнобжеге, Польша

**Резюме.** В статье представлены две вероятностные модели деятельности производственно-обеспечивающей системы, поддерживающей процесс управления сервисным предприятием. Законы функционирования системы представлены в виде математической системы дифференциальных уравнений. Модели работы системы построены таким образом, что позволяет получить прогнозы в зависимости от параметров системы. Коррекция этих прогнозов путем изменения параметров работы системы позволяет субъектам, принимающим решения, управлять сервисным предприятием, повышать эффективность работы компании.

**Ключевые слова:** сервисное предприятие и его подсистемы, вероятностная модель, прогноз, агрегированный процесс поставки продукции, структурный процесс поставки продукции, параметры системы, количественные характеристики системы, эффективность системы.

# 1. Введение

 Объектом научного исследования является экономическая система управления запасами, составляющая производственно-обеспечивающую систему, поддерживающую сервисное предприятие, схематически проиллюстрировано на рисунке 1.

СЕРВИСНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ

ПРОИЗВОДСТВЕННО-ОБЕСПЕЧИВАЮЩАЯ СИСТЕМА

ПРОИЗВОД-СТВЕННАЯ ПОДСИСТЕМА

ТРАНСПОРТНАЯ ПОДСИСТЕМА

МАГАЗИН-СКЛАД

ПОЛУЧАТЕЛЬ СИСТЕМЫ

Рис. 1. Сервисное предприятие и его подсистемы

 Производственной-обеспечивающей системой для сервисного предприятия может быть, например, система поставки угля для электростанции, или топлива для электроцентрали, возможно сыпучих материалов, таких как гравий, песок или цемент и т.п. для конкретного получателя, которым может быть предприятие по предоставлению строительных услуг.

 Целью исследования представление новых, предварительных инструментов – количественных методов управления услугами. Этим инструментарием является новая методика определения прогнозных характеристик (процессов), описывающих функционирование сервисного предприятия и его подсистем. Такие прогнозы для содействия управлению предприятием, должны зависеть от параметров, описывающих его деятельность: подсистемы продукции, транспортной подсистемы и уровня заполнения склада. Вместе с тем, эти прогнозы дают возможность прогнозирования процесса управления сервисным предприятием, а значит, его функционирование и обеспечение путем использования размера параметров тех подсистем. Если прогнозы окажутся неблагоприятными для функционирования сервисного предприятия, можно скорректировать значение этих параметров для получения прогнозов, полезных для сервисного предприятия, тем самым повысив качество его управления и эффективности.

Для построения таких прогнозов необходимо разработка двух авторских математико-вероятностных моделей (см. пункты 2 и 3), то есть разработку таких условий функционирования производственно-обеспечивающей системы. Итак, эти прогнозы построены на основе и в соответствии с условиями деятельности производственно-обеспечивающей системы в сервисном предприятии.

 В теории и практики прогнозирования можно выделить два направления исследований:

* один из них имеет отношение к прогнозированию определенных процессов, на основе реализации (временных рядов) этих процессов, то есть на основе сбора наблюдений этих процессов, упорядоченных во времени (см. например [14], [15], [21]-[24], [27]-[30]),
* второй – построение прогнозов на основе закономерностей функционирования исследуемых объектов, то есть с использованием соответствующих систем математических уравнений.

Количество публикаций, появившихся в первом направлении научной деятельности является значительно большей по сравнению с количеством работ, посвященных второму направлению исследований (см. пр. [13], [17], [18]).

Прогнозы состояния процессов, описывающих исследуемые прогностические объекты определяется во втором из упомянутых направлений исследования при помощи математических моделей этих объектов – известных моделей или разрабатываемых.

На основе модели, предъявленной в данной статье - инновационный метод прогнозирования (см. пункты 2 и 3.). Эти прогнозы зависят от параметров исследуемой системы, то есть от параметров производственной подсистемы, параметров транспортной подсистемы и уровня запасов (см. рис. 1). Если эти прогнозы окажутся неблагоприятными для функционирования сервисного предприятия, то можно исправить этот прогноз, скорректировав значения параметры производительности системы производства и снабжения, чтобы получить такой прогноз, который указывает на управление сервисным предприятием для эффективного выполнения интересов своих клиентов. Такая возможность корректировки прогнозов не предоставляется возможной при использовании прогнозов, полученных на основе временных рядов.

Данная статья относится ко второму направлению научных исследований. Эта проблематика имеет отношение в основном к вопросам увеличения эффективности функционирования производственно-обеспечивающей системы, функционирующей в разных сферах экономики, с использованием моделирования и прогнозирования (см. пр. [2], [8]-[11]).

В статье проанализированы два варианта деятельности модели: когда процесс поставки продукции на склад представлен общей производственной подсистемой и транспортной подсистемой (см. пункт 2.) – тогда можно говорить, что уровень заполненности склада управляется агрегированным процессом поставки продукта и когда процесс доставки продукта на склад учитывает как производственный процесс, так и транспортную подсистему (см. пункт 3), то есть структурную доставку продукта.

 Как в агрегированной версии (см. пункт 21.), так и в системной версии (см. пункт 3.), анализ деятельности системы производится в трех вариантах заполнения склада: промежуточное состояние заполненности склада, нулевое состояние заполненности склада и, то есть нижний уровень наполненности и состояние полной наполненности, то есть верхней границы.

 Функционирование производственной-обеспечивающей системы в сервисном предприятии проиллюстрировано на рисунке 2.

*y (t*)

*w (t*)

*a*

ПРОИЗВОДСТВЕННАЯ ПОДСИСТЕМА

(Р)

ТРАНСПОРТНАЯ ПОДСИСТЕМА

(Т)

МАГАЗИН-

СКЛАД

(М)

ПОЛУЧАТЕЛЬ СИСТЕМЫ

(O)

Рис. 2. Общая схема функционирования производственно-обеспечивающей системы в сервисном предприятии

 Получателю *O* (например электростанции[[1]](#footnote-1)), функционирование которого обусловлено постоянный потребностью *a* единиц продукта (например угля[[2]](#footnote-2)), поставляется на постоянной основе (например, при помощи конвейера, трубопровода, линии электропередач) поток продукции  (где  обозначает время), реализуемый при помощи производственной подсистемы *P*, как поставщика (см. рис. 4). Примером подсистемы *P* (поставщика) может быть, например, группа шахт. Случайные изменения процесса  во времени  и незапланированные перерывы в работе (аварии) транспортной подсистемы *T* являются факторами, влияющими на уменьшение эффективности функционирования такой системы. Эту эффективность можно увеличить – и одновременно уменьшить возможность возникновения перерывов при поставке соответствующего количества продукции получателю *O* – путем расположения в зоне получателя *O* склада-накопителя *M* указанного объема *V*. Склад-накопитель имеет основное значение для эффективного функционирования сервисного предприятия, потому что амортизирует влияние случайных факторов мешающих поставке продукции получателю – клиенту. Это позволяет более эффективно функционировать сервисному предприятию. Поток продукции  накапливается в подсистеме *M*: когда уровень накопления склада не превышает *V* и когда . Если текущее содержание элемента *M* является равной *V* и , то величина потока  oограничивается уровнем *a*. Когда элемент *M* является пустым i , возникает ситуация вредная для получателя *O*. Определение вероятности этого события имеет важное практическое значение правильного функционирования сервисного предприятия.

Случайное событие, когда склад пустой и процесс поставки продукции на склад меньше, чем потребность получателя является очень вредным для деятельности предприятия. В то же время предприятие не может удовлетворить потребности своих получателей - клиентов. Прогноз большой вероятности этого события является предупреждением для сервисного предприятия, что управление производственно-обеспечивающей системой необходимо улучшить путем улучшения следующих параметров: производственной подсистемы, транспортной подсистемы и уровня заполнения склада-накопителя (см. рис. 2).

Большеe  подсистемы *M*, описывающее процесс поставки продукции на склад *M* и далее получателю *O*, можно исследовать двумя способами:

* агрегированный вариант (пункт 2.): ; процесс  представляет объединение производственной подсистемы *P* и транспортной подсистемы *T*,
* системный вариант (пункт 3.): ; процесс  учитывает *недвусмысленно* как подсистему *P* (производственный поток ), так и подсистему *T*. Процесс  (определенный в пункте 3. формулой (3.)) описывает функционирование транспортной подсистемы.

С целью предложения инструментария, способствующего анализу и процессу эффективного функционирования исследуемой системы (см. рис. 2) нужно понимать, что  и  являются процессами Маркова с конечным количеством состояний. На практике это является естественным условием. Эти процессы описаны при помощи интенсивности перехода между своими состояниями и интенсивностями нахождения в тех же самых состояниях.

Пусть функция времени такая, что  обозначает текущую загрузку склада *M* определенного объема *V*, где *ω* является случайным параметром. Функция *h*  определяется следующим образом:

 (1.)

 Заметим, что стохастический процесс  в диапазоне  постоянной реализации процесса:  выполняет следующее условие для :

. (2.)

Стохастический процесс является величиной, зависящей от случайных факторов  и от времени .

 Уровень наполнения склада является стохастическим процессом, поэтому он зависит от функционирования производственной подсистемы и транспортной подсистемы, и на их функционирование так же имеют влияние случайные факторы и время. Тот факт, что наполнение – производственный запас  в рамках устойчивой реализации процесса  выполняет условие (2.), следует из естественной природы процесса . Если в момент  заполнение склада составляет , то существенным в момент *t*, когда , bоно будет составлять: , когда . В случае максимального заполнения склада *M* до его объема *V*, имеем:  и , итак, когда склад *M* уже полный и транспортная подсистема *T* может поставлять больше результатов производства  подсистеме *P*, чем нуждается потребитель *O*, тогда необходимо удержать транспортную способность системы, уменьшая только суммарную производительность подсистемы *P* соответственно уровню потребности *a* получателя *O*. Состояние пустого склада *M*, то есть когда  возникает только тогда, когда уровень поставки  является не большим, чем потребность, то есть когда . Такая разница состояний  и  указывает на необходимость введения функции *h*, определенной формулой (1.). Функция  является определенной при помощи процесса , итак  является процессом, управляемым процессом поставки продукции .

 Проблематика увеличение эффективности описанной производственной-обеспечивающей системы, обуславливающей соответствующее функционирование сервисного предприятия, является главной тенденцией научных решений данной научной работы. Базовым элементом функционирования сервисного предприятия является склад-накопитель. От уровня его запасов зависит эффективность обслуживания клиентов сервисного предприятия. В свою очередь, на объем заполнения склада имеет влияние эффективное функционирование производственно-обеспечивающей системы. Если производственная-обеспечивающая система соответствует определенному уровню заполнения склада, то сервисное предприятие эффективно обслуживает своих клиентов (получателей).

 Поэтому в данной работе представлена инновационное предложение решения следующих научных проблем:

1. получение вероятностного описания исследуемой производственно-обеспечивающей системы, поддерживающей сервисное предприятие в случае, когда уровень запасов подсистемы *M* регулируется агрегированным процессом поставки продукции. Это описание во-первых: учитывает, как динамику параметров процесса поставки продукции подсистемой *P*, так и – разные варианты функционирования подсистемы *M*; во-вторых: дает возможность моделирования и определения количественных характеристик функционирования системы в агрегированном варианте; в третьих: дает возможность прогнозирования параметров, описывающих функционирование системы в этом варианте,
2. описание и определение показателей, описывающих деятельность и эффективность проектировки системы в агрегированном варианте,
3. прогнозирование процессов, характеризующих систему в агрегированном варианте, генерированных построенной вероятностной моделью,
4. получение стохастического описания рассматриваемой производственно-обеспечивающей системы сервисного предприятия в случае, когда уровень запасов подсистемы *M* регулируется системными процессам процессом поставки продукции. Это описание должно соответствовать свойствам, приведенным в пункте 1) и учитывать *однозначно* параметры (вместе с их динамикой) транспортной подсистемы *T*,
5. получение прогнозируемых параметров, описывающих функционирование системы в системном варианте, генерированных построенной моделью.

Представленная методика прогнозирования должна быть основой информационного прогнозирования, облегчающего технические расчёты с применением современного электронного оборудования. В сервисном предприятии можно установить информационную систему, которая будет эффективно рассчитывать эти прогнозы и предоставлять их субъектам, управляющим сервисным предприятием.

# 2. Модель функционирования производственно-обеспечивающей системы в агрегированном варианте и ее применение для построения показателей и прогнозов и процессов, описывающих функционирование системы, зависящих от ее параметров

Функционирование системы, в рассматриваемом варианте, можно охарактеризовать двухмерным схоластическим процессом (,). Принимаем, что  является однородным, непрерывным и центральным процессом Маркова с конечным числом состояний  будущих неотрицательными, разными действительными числами, и  означает интенсивность перехода процесса  от состояния  до состояния . Одновременно процесс , регулируемый процессом , описан формулой (2.).

Анализ функционирования системы произведем в трех вариантах:

* частичное заполнение склада: , состояние назовем промежуточным состоянием процесса  или подсистемы *M*,
* нижняя граница: , это состояние назовем нижней границей процесса  или подсистемы *M*,
* верхняя граница: , это состояние назовем верхней границей процесса  или подсистемы *M*.

Эти примеры необходимо рассматривать индивидуально, потому что им соответствуют разные условия работы системы.

 С целью решения многих проблем, связанных с улучшением эффективности функционирования сервисного предприятия (рис. 1), вместе с получением соответствующих прогнозов, достаточно определить следующие вероятности:

- частичного заполнения склада: 

- нижней границы: 

- верхней границы: 

где ,  означает плотность вероятности, а  является *k*-тым состоянием вспомогательного вводимого процесса  (, ).

 С целью учета изменений во времени параметров  процесса, регулирующего , будем анализировать функционирование рассматриваемой системы в *m* очередных периодах времени . Пусть потом периоду  соответствует интенсивность . Анализ функционирования системы будет произведен в период времени [[3]](#footnote-3) с учетом трех случаев: . Функционирование системы в варианте  характеризуется вероятностями вида:



Далее проведение анализа работы системы в период  в случае, когда уровень запаса продукции выполняет условие: , деятельность системы в этом варианте для  характеризуются вероятностями вида:



 В свою очередь анализ работы системы в период  в случае, когда уровень запасов продукции выполняет условие: , функционирование системы для  в этом варианте характеризуется вероятностями вида:

.

 Результатом такого анализа, представленной в работе [12] является следующая инновационная модель деятельности системы в агрегированном варианте.

 Таким образом функционирование рассматриваемой системы в период   описывает следующая система дифференцированных уравнений:



 Система уравнений (\*) представляет математическую модель исследуемой системы в случае агрегированного входа  в подсистему *M*.

 Такая вероятностная модель функционирования исследуемой производственной-обеспечивающей системы поддерживающей сервисное предприятие (система (\*)) позволяет построение величин, которые могут быть использованы как в процессе эффективного управления этой системой, так и на этапе проектирования projektowania этой системы.

 Например, если в период  произойдет случайное событие  вида: объем продукции  поставляемой производственной подсистемой *P*, как поставщика получателю *O*, меньше, чем потребность *a* получателя *O* (см. рис. 2), работа которого имеет непрерывный характер (например Производство электрической энергии, воды, машинного масла, строительных материалов и т.д.), и содержание  склада – накопителя *M* составляет ноль, то есть происходит следующая ситуация : , i , то тогда получатель вынужден использовать другие источники обеспечения или ограничения собственного производства, то есть деятельности. Это приводит к потерям в рассматриваемой системе (потери получателя). Вероятность наступления такого вредного события обозначим при помощи  (); оно выражается следующей формулой:



Показатель  итак является вероятностью возникновения дефицита поставки продукции *a* получателю *O* (см. рис. 2).

 Вредное состояние системы в период  связано с другими случайным событием : величина производства  поставляемого подсистемой *P* превышает потребность *a* получателя *O*, и склад *M* заполнен (см. рис. 2), то есть происходит следующая ситуация: :  и . В таком случае производственная подсистема (поставщик) *P* не имеет возможности пересылки своей продукции получателю *O*, что приводит так же к потерям в системе (потери поставщика). Вероятность  этого события () можно определить по следующей формуле:



 Обе величины  i  являются показателями оценки уровня производственных потерь соответственно получателя *O* (показатель ) и производственной подсистемы *P* (показатель ).

 За показатель оценки уровня использования системы элемента *M* в исследуемой системе можно принять вероятность случайного события  вида: уровень заполнения складу является положительным, но меньше, чем , то есть : . Вероятность  события  () выражается следующим уравнением:



 Граничные состояния – нижний и верхний – подсистемы *M* можно описать соответственно показателями  i , описанных соответственно следующими формулами:





 Величина является вероятностью случайного события : уровень заполнения склада  составляет ноль, то есть: , а показатель  выражает вероятность случайного события : склад *M* заполнен, то есть: .

 Для этого, что бы обозначить показатели  (), описывающих функционирование системы в агрегированном варианте, нужно решить систему уравнений (\*). Эти показатели зависят, таким образом, от величины параметров: , , , , что значит, что они являются определенными функциями этих параметров, то есть:

.

 Можно, так же, оптимизировать величины поданных показателей путем соответствующего изменения величины измененных параметров. Улучшая организационные элементы функционирования системы, которые влияют на значение интенсивности  управляющего процесса , можем влиять на значение показателей , и, тем самым, увеличивать эффективность функционирования производственно-обеспечивающей системы, поддерживающей сервисное предприятие.

 Вероятностная модель функционирования системы в агрегированном варианте выражается связями (\*) позволяя так же прогнозирование величин, характеризующих функционирование этой системы. Эти прогнозы передаются органу управления системой и составляют предпосылки для увеличения эффективности ее функционирования.

 Пусть , а  означает прогнозы *i*-той прогнозируемой величины. Прогнозы  вероятности дефициту поставки продукции для получателя *O* в момент *t* рассчитаем при помощи следующей формулы:



 Прогнозы  вероятности потерь поставщика (подсистемы ) в случае заполнения склада *M* в момент *t* определяем используя следующую формулу:



 Прогнозы  показателя оценки уровня использования подсистемы *M* в исследуемой системе в момент *t* рассчитаем на основе следующей формулы:



Если вероятность заполнения склада *M* находится в пределах , то есть , то в следующий момент *t* следует ожидать маленькой вероятности возникновения дефицита поставки продукции получателю *O* или потерь подсистемы  (поставщика). В противном случае, то есть когда , следует ожидать в момент *t* явление потерь поставщика  или дефицита у получателя *O* с большой вероятностью.

 Возникновение граничных состояний подсистемы *M* в будущий момент *t* можно предвидеть при помощи следующих формул:





Формула  описывает прогнозы вероятности возникновения нулевого состояния заполнения склада *M* в момент *t*, в то время как отношение  – прогноз вероятности максимального заполнения в момент *t* подсистемы *M*.

 Прогнозы вероятности состояния частичного заполнения склада *M* или состояния  процесса ввода *y* подсистемы *M* в будущий момент *t* можно рассчитать в свою очередь из следующих формул:



 С целью прогнозирования частичного заполнения подсистемы *M* в пределах  и прогноза его нижней границы или верхней границы в состоянии  процесса *y* в будущий момент *t* можно использовать следующие формулы для прогнозирования  вероятности промежуточного состояния:  прогнозы  вероятности нижней границы:  и прогнозы  вероятности верхней границы: 

Составляющие, создающие указанные прогнозы определяем из системы уравнений (\*) для . Если  и  для каждого  так же  , то с целью определения этих прогнозов следует в модели (\*) принять: , где  является прогнозом величины , определенная при помощи величины . Прогноз  можно получить используя методы, представленные, например, в работах [4], [19], [26].

# 3. модель функционирования производственно-обеспечивающей системы в системном варианте и его применение для прогнозирования процессов, характеризирующих качество функционирования системы

 С целью *точного* учета функционирования транспортной подсистемы  при анализе функционирования исследуемой системы, введем процесс , определяемый формулой:

$v(t)=\left\{\begin{array}{c}1, \&когда подсистема Т работает,\\0, \& когда подсистема Т не работает \left(в аварийном состоянии\right).\end{array}\right.$ (3.)

Тогда уровень запасов  подсистемы  контролируется процессом: , где , описывает величину производства подсистемы . Допустим, что процессы  и  являются независимыми, а  является постоянным, однородным и центральным процессом Маркова с интенсивностью  (интенсивность перехода подсистемы  из рабочего состояния к перерыву в работе (аварии)) и  (интенсивность перехода подсистемы  из перерыва в работе (аварии) в рабочее состояние).

 Уровень заполнения  склада  в пределе  стабильности реализации процесса  выполняет условие

 dla , (4.)

когда  является функцией, описанной формулой (1.).

 Функционирование исследуемой системы характеризует теперь трехмерный стохастический процесс: . Деятельность системы, будет проанализирована в трех вариантах (некритическое состояние уровня запасов подсистемы : , состояние нижней границы уровня запасов подсистемы : , состояние верхней границы уровня запасов подсистемы : ), потому что им соответствуют разные условия работы системы. Для достижения нашей цели достаточно определить, аналогично тому как в агрегированном варианте, вероятности (соответствующие трем вариантам анализа функционирования рассматриваемой системы) следующего вида:

- для некритического заполнения:  ,

- для состояния нижней границы: ,

- для состояния верхней границы: ,

где  означает функцию плотности распределения вероятности, a  является -тым состоянием процесса ;  (работа) или  (авария).

 Что бы учесть изменения во времени параметров , , , то есть перехода подсистемы *T* – соответственно от *i*-того до *j*-того состояния и от рабочего состояния  к аварии  - и на оборот - процесса:  управляющего уровнем запасов склада , будем анализировать функционирование рассматриваемой системы в  следующих периодах времени , , …, . Пусть тогда периоду  соответствует интенсивность: , , , ().

 Функционирование системы в случае, когда уровень запасов продукции в подсистеме  выполняет условие: , характеризируется вероятностью вида:

, , .

 Деятельность исследуемой системы в случае, когда уровень запасов продукции в подсистеме  выполняет условие: , то есть достигает состояния нижней границы, описывается при помощи вероятностей вида:



Функционирование исследуемой системы в случае, когда уровень запасов продукции в подсистеме  соответствует условию: , то есть достигает состояния верхней границы опишем при помощи вероятностей вида:

, dla , .

 Результатом анализа производственной-обеспечивающей системы, произведенного в работе [12] является следующий инновационная вероятностная модель функционирования системы:



 Система уравнений (\*\*) представляет математическую модель системы в случае структурного процесса поставки продукции.

С целью прогнозирования характеристик исследуемой системы принимаем, что , где  означает горизонт прогнозирования -той прогнозированной величины.

Если в исследуемой системе в агрегированном варианте в момент  возникает случайное событие  вида: величина  продукции поставляемой подсистеме *M*, при помощи транспортной подсистемы *T* меньше потребности получателя *O*:  , и загруженность  склада *M* равна нулю, то есть  и подсистема *T* работает:  или загруженность склада *M* равно нулю:  подсистема *T* не работает:  (находится в состоянии аварии), то получатель вынужден использовать другие источники обеспечения или ограничения собственного производства. Это приводит к потерям в исследуемой системе (потери получателя). Вероятность возникновения такого вредного события обозначим при помощи  (). Прогноз  вероятности поставки продукции для получателя *O* в момент  рассчитаем при помощи формулы:



Вредное состояние исследуемой системы в системном варианте в момент  связано так же с другими случайными событиями : величина продукции, поставляемой подсистеме *O*, при помощи транспортной подсистемы *T*, превышает потребность *a* получателя *O*, то есть  и подсистема *T* находится в рабочем состоянии  и склад *M* заполнен  или транспортная подсистема *T* не работает  (находится в состоянии аварии) и склад является пустым: . В таком случае производственная подсистема *P* (поставщика) не имеет возможности поставки своей продукции получателю *O*. Это приводит к потерям в системе (потери поставщика). Обозначим при помощи  вероятность такого вредного события (). Прогноз  вероятности потерь поставщика (подсистемы *P*) в момент  определяем из формулы:



Приведенные величины  и  являются прогнозами характеристик оценки уровня производственных потерь соответственно получателя *O* (характеристика ) и поставщика *P* (характеристика ).

Как характеристика оценки уровня использования склада *M* в момент  в исследуемой системе в случае системного процесса поставки продукции можно принять вероятность случайного события  вида: уровень заполнения склада позитивный, но меньше, чем :  и транспортная подсистема *T* находится в рабочем состоянии  или подсистема *M* находится в промежуточном состоянии  и подсистема *T* не работает: . Пусть, как в предыдущем случае,  означает вероятность события  (). Прогноз  характеристики оценки уровня использования подсистемы *M* в исследуемой системе в будущий момент  рассчитаем по формуле:



Граничные состояния и промежуточный уровень запасов на складе *M* можно прогнозировать при помощи следующих формул:







Формула  описывает прогнозы вероятности возникновения состояния нижней границы уровня *a* запасов на складе *M* (состояние нулевой загрузки склада) в момент , то есть в то же время отношение  – прогноз вероятности состояния верхней границы уровня запасов подсистемы *M* (состояния максимального заполнения склада) в момент , то есть . Вероятность некритического состояния уровня запасов склада *M* в момент , то есть , можно прогнозировать при помощи формулы .

Величина поставки продукции подсистеме *P* и состояния, в которых находиться транспортная подсистема *T* можно прогнозировать с использованием формул:





Прогноз вероятности того, что уровень поставки продукции в момент  будет равен  рассчитываем по формуле , и прогноз вероятности состояния  транспортной подсистемы *T* в момент  (, когда подсистема *T* работает; , когда подсистема *T* не работает (находится в состоянии аварии)) –на основе формулы .

Двумерный процесс  характеризует функционирование подсистемы *M* и транспортной подсистемы *T*. Поэтому можно прогнозировать вероятность возникновения в момент  следующих случайных событий:

* состояние уровня запасов склада *M* не является критическим, то есть  и транспортная подсистема *T* находится в состоянии  ( – работа,  – авария),
* уровень запасов подсистемы *M* достигает состояние нижней границы (склад является пустым), то есть  и транспортная подсистема *T* находится в состоянии  ( или ),
* уровень запасов склада *M* достигает состояния верхней границы (склад является заполненным), тое есть  и подсистема *T* находится в состоянии  ( – работа,  – авария).

Прогноз вероятности изложенных событий можно определить в свою очередь при помощи соответственно следующими формулами:







Процесс  описывает поставку продукции  подсистеме *P* и функционирование  pтранспортной подсистемы *T*. Прогноз вероятности возникновения в будущий момент  случайного события: поставка продукции подсистеме *P* достигает уровня , и транспортная подсистема *T* находится в состоянии  ( – работа,  – авария), рассчитываем по следующей формуле:



В свою очередь процесс  характеризует функционирования  склада  и поставку  продукции подсистеме *P*. Прогноз вероятности возникновения в будущий момент  следующих случайных событий:

* состояние уровня запасов склада *M* является некритическим: , и поставка  продукции подсистеме *P* достигает состояния , то есть ,
* уровень запасов подсистемы *M* достигает состояния нижней границы (склад является пустым), то есть  и поставка  продукции подсистеме *P* состояние , то есть ,
* уровень запасов подсистемы *M* достигает состояния верхней границы (склад является заполненным), то есть  и поставка  продукции подсистеме *P* состояние , то есть 

можно рассчитать в свою очередь при помощи формул:







Функционирование  склада *M*, объемом  поставки продукции подсистеме *P* и деятельность  транспортной подсистемы *T* характеризирует трехмерный процесс: . Прогноз вероятности возникновения в будущий момент  следующих случайных событий:

* состояние уровня запасов склада *M* не является критическим, то есть , поставка продукции подсистеме *P* достигает состояния , то есть , и транспортная подсистема *T* находится в состоянии  ( – работа,  – авария),
* уровень запасов подсистемы *M* достигает состояния нижней границы (склад является пустым), то есть  поставка продукции подсистеме *P* – состояние , то есть , и транспортная подсистема – состояние  ( или ),
* величина запасов склада *M* достигает состояния верхней границы (склад полный), то есть  поставка продукции подсистеме *P* – состояние , то есть , и транспортная подсистема *T* находится в состоянии  ( – работа,  – авария), можно определить в свою очередь при помощи следующих формул:







Приведенные прогнозы  для , характеристик, описывающих функционирование исследуемой проблемы в случае системного процесса поставки продукции, рассчитываем на основе модели (\*\*).

Подчеркиваем, что прогнозы  для  построены так, что их значения *однозначно* зависели от параметров системы: , , , . Это позволяет отслеживать изменения траектории значений прогнозов в зависимости от изменений значений этих параметров, а значит, предвидеть изменения функционирования исследуемой производственно-обеспечивающей системы, поддерживающей сервисное предприятие. Поэтому на величину параметров ,  так же имеют влияние организационные факторы, поэтому создают так же возможности проведения анализа влияния рационализации организационных элементов на величины исследуемых характеристик системы (как в прогностическом аспекте, так и не прогностическом), и поэтому влияют на эффективность деятельности сервисного предприятия.

**4. Заключение**

С учетом роста независимости субъектов хозяйственной деятельности, функционирующих в условиях растущей конкуренции, необходимым становится внедрение существенных изменений в способах управления субъектами. Современный процесс принятия решений нуждается в разработке объективных решений, которые возникают на основе результатов анализа достоверности информации. Такие решения часто получаются в результате применения математического моделирования, позволяющего рационализировать хозяйственную деятельность в различных отраслях. Сложность проблемы управления влечет за собой необходимость все более частого их применения; потому что интуиция становится недостаточным аргументом при принятии решений. Развитие современного, инновационного и эффективного управления и планирования в настоящее время невозможен без использования статистических и математических методов, поддерживаемых современной информатикой.

Данная статья посвящена исследованию производственной-обеспечивающей системы поддерживающей сервисное предприятие, функционирующее в различных отраслях экономики.

В работе представлены новые результаты исследований относительно вероятностного описания рассматриваемой производственно-обеспечивающей системы поддерживающей сервисное предприятие и количественные характеристики этой системы. На основе этого описания была разработана методика прогнозирования параметров (процессов) исследуемой системы. Такое описание получено в двух вариантах: как в случае, когда уровень подсистемы *M* управляется агрегированным процессом поставки продукции (пункт 2.), как и в случае, когда этот уровень управляется неагрегированным процессом поставки продукции (пункт 3.). Эти описания учитывают как динамику параметров процессу поставки продукции производственной подсистемой *P*, динамику параметров процесса, описывающего функционирование транспортной подсистемы *T*, так и разные варианты деятельности подсистемы *M*.

Полученное стохастическое описание функционирование производственной-обеспечивающей системы поддерживающей сервисное предприятие позволяет более четко определить количественные характеристики этой системы, например, показателя оценки дефицита поставки продукции получателю *O*, показателя оценки производственных потерь поставщика *P*, показателя оценки уровня использования подсистемы *M* в исследуемой системе, показателей, касающихся возникновения границ в подсистеме *M*, показателя, описывающего эффективность проектировки рассматриваемой системы (punkty 2. i 3).

Представленные две модели производственной-обеспечивающей системы дают возможность прогнозирования определенных характеристик функционирования системы (пункты 2. i 3.).

Следует подчеркнуть, что в представленном методологическом подходе приведены как количественные характеристики системы, так и их прогнозирование, зависящие *однозначно* от параметров системы, что является бесспорным преимуществом такого подхода. Это позволяет мониторить изменения значений этих величин в зависимости от изменений значений параметров исследуемой системы. Таки образом можно влиять на эти величины – как в прогностическом аспекте, так и в непрогностическом, и тем самым увеличивать эффективность функционирования системы. Можно так же производить анализ влияния рационализации организационных элементов всей системы, которые имеют влияние на параметры процессу поставки продукции подсистемой *P* и на параметры функционирования транспортной подсистемы *T* и на значения определенных характеристик, что создает дополнительные предпосылки для оптимизации деятельности системы, поддерживающей сервисное предприятие.

Рассматриваемая производственная-обеспечивающая система поддерживающая сервисное предприятие является настолько универсальной, что она может быть использована в различных отраслях экономики. Представленные в работе вероятностные описания динамического функционирования анализированной системы, количественные характеристики деятельности этой системы и их прогнозы являются инструментарием при помощи которого можно исследовать и оптимизировать эффективность деятельности рассматриваемой системы, и так же сервисного предприятия. Такого вида инструментарий создает основание для теоретически-методического построения компьютерных программ информационных систем содействующим процессу принятия решений. Развитыми система способствующая принятию решений являются консультативные системы, называемые так же экспертными, которые являются будущим менеджмента [43]. Эти системы кроме заданий, связанных с приготовление и разработкой необходимых данных для принятия решений, все чаще содержат задания, связанные с принятием решений.

В случае, когда параметры процесса поставки продукции подсистемой *P* и процесса, описывающего транспортную подсистему *T* не являются известными, следует производить их оценку на основании выборки. Отметим, что когда число состояний процессов поставки является малым, то применение на практике полученных результатов исследования не представляет больших усилий – тогда можно при использовании аналитических методов получить интересующие нас связи, выражающие *однозначные* соответствующие величины непосредственно при помощи параметров исследуемой системы. В противоположной ситуации, то есть когда число состояний процесса поставки продукции является большим, возникает необходимость применения компьютерной техники с соответствующими числовыми методами с использованием представленной в статье последовательности.

Научная деятельность в направлении создания новых инструментов, способствующих процессу управления различными объектами, в том числе инструментария, основанного на количественных методах (математических, вероятностных, статистических, прогнозировании, оперативных исследованиях, эконометрии и стохастических процессов), является постоянно актуальной и необходимой для совершенствования качества управления разными эконом на основании закономерностей функционирования производственной-обеспечивающей системы поддерживающей сервисное предприятие.

**5. Библиография**

1. *Alternatywne źródła pozyskiwania danych statystycznych Materiały Seminarium SPJS’90*, Systemy Informatyczne, nr 2, Ośrodek Badawczo-Rozwojowy Statystyki GUS, Warszawa 1990.
2. Banaszak Z., Jampolski L.S.: *Komputerowo wspomagane modelowanie elastycznych systemów produkcyjnych*, WNT, Warszawa 1991.
3. Bartkowiak A.: *Podstawowe algorytmy statystyki matematycznej*, PWN, Warszawa 1979.
4. Bodo G., Cividini A., Signorini L.F.: *Forecasting the Italian Industrial Production Index in Real Time*, Journal of Forecasting, Vol. 19, No. 3, 1991.
5. Borowska M. (red. Kozaczka M.): *Przedsiębiorstwo wczoraj, dziś i jutro*, w: Przedsiębiorstwo XXI wieku Szanse i Zagrożenia, Wydawnictwo Katolickiego Uniwersytetu Lubelskiego, Lublin 2013.
6. Borowska M., Galanc T., Jaśniewicz Z.: *Własności zmian poziomów zapasów sterowanego parą procesów stochastycznych*, w: Studia Ekonomiczne AE, Katowice 2000.
7. Borowska M., Galanc T.: *Niedeterministyczna analiza funkcjonowania pewnego systemu o stochastycznym wejściu*, w: Studia Ekonomiczne AE, Katowice 2000.
8. Borowska M.: *Prognozowanie na podstawie praw funkcjonowania systemu. Analiza działania systemu w przypadku zagregowanego wejścia*, w: Społeczeństwo i rodzina Stalowowolskie Studia Katolickiego Uniwersytetu Lubelskiego, Nr 2 (1/2005).
9. Borowska M.: *Prognozowanie na podstawie praw funkcjonowania systemu. Prognozowanie procesów opisujących działanie systemu w przypadku zagregowanego wejścia*, w: Przegląd Prawno-Ekonomiczny, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Wydział Zamiejscowy Nauk o Społeczeństwie w Stalowej Woli, Nr 2 (1/2008).
10. Borowska M.: *Prognozowanie na podstawie praw funkcjonowania systemu. Analiza funkcjonowania systemu w przypadku strukturalnego procesu dostawy produktu*, w: Przegląd Prawno-Ekonomiczny, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Wydział Zamiejscowy Prawa i Nauk o Gospodarce w Stalowej Woli, Nr 18 (1/2012).
11. Borowska M.: *Prognozowanie na podstawie praw funkcjonowania systemu. Prognozowanie procesów opisujących działanie systemu w przypadku strukturalnego procesu dostawy produktu*, w: Przegląd Prawno-Ekonomiczny, Katolicki Uniwersytet Lubelski Jana Pawła II, Wydział Zamiejscowy Prawa i Nauk o Społeczeństwie w Stalowej Woli, Nr 29 (4/2014).
12. Borowska M.: *Prognozowanie na podstawie praw funkcjonowania systemu*, Wydawnictwo Państwowej Wyższej Szkoły Zawodowej im. prof. Stanisława Tarnowskiego w Tarnobrzegu, Tarnobrzeg 2016.
13. Botez M.E.: *Mathematical Tools in Forecasting*, Uniwersitatea Bucuresti, Bukareszt 1975.
14. Cichocki K., Wojciechowski W.: *Metoda prognozowania zmiennych w czasie współczynników inwestycyjnych*, Przegląd Statystyczny, nr 1-2, 1990.
15. Cieślak M., *Prognozowanie gospodarcze*, AE, Wrocław 1993.
16. Cieślak M.: *Nieklasyczne metody prognozowania*, PWN, Warszawa 1983.
17. Forrester J.W.: *Urban Dynamics*, Cambridge 1970, The M.I.T. Press.
18. Forrester J.W.: *World Dynamics*, Cambridge 1971, Wright-Allen Press.
19. Galanc T.: *Metody wspomagania procesu zarządzania, cz. II, Decyzyjne modele liniowe i prognozowanie ekonometryczne*, Wrocław 1993.
20. Garczyński D.: *Systemy ekspertowe – przyszłość zarządzania?*, Badania Operacyjne i Decyzje, nr 1, 1993.
21. Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A.: *Metody prognozowania rozwoju społeczno-gospodarczego*, PWE, Warszawa 1983.
22. Grabiński T., Wydymus S., Zeliaś A.: *Prognozowanie procesów społeczno-ekonomicznych*, PWN, Warszawa 1989.
23. Granger C.W.J.: *Forecasting in Business and Economics*, San Diego, California: Academic Press, 1989.
24. Haustein H.D.: *Prognozy gospodarcze, zagadnienia podstawowe, modele*, PWE, Warszawa 1972.
25. Hellwig Z.: *Problem optymalnego wyboru predykant*, w: Przegląd Statystyczny, nr 3-4, 1969.
26. Hellwig Z.: *Teoria prognozy*, Akademia Ekonomiczna we Wrocławiu 1977.
27. Holden K., Peel D.A., Thompson J.L.: *Economic Forexasting. An Introduction*, Cambridge: Cambridge University Press.
28. Milo W.: *Analiza szeregów czasowych*, UŁ, Łódź 1983.
29. Milo W.: *Szeregi czasowe*, PWE, Warszawa 1990.
30. Woźniak M., Zeliaś A.: *O pewnych metodach budowy krótkookresowej prognozy na podstawie szeregów czasowych z wahaniami sezonowymi*, Przegląd Statystyczny, nr 1, 1971.
1. электроцентрали, или центр строительных услуг [↑](#footnote-ref-1)
2. Топлива, гравия, песка, или цемента [↑](#footnote-ref-2)
3. С целью упрощения записи, период времени  и множество моментов, формирующих период  для  будет обозначаться тем же самым символом. [↑](#footnote-ref-3)