

ДО ПИТАННЯ ПРО МІНІМУМИ ТА МАКСИМУМИ В ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗАХ ПРУЖНОГО ПРОТОН-ПРОТОННОГО РОЗСІЯННЯ ПРИ ВИСОКИХ ЕНЕРГІЯХ

3.3. Торич

Інститут електронної фізики НАН України, вул. Університетська, 21, м. Ужгород, 88017

e-mail: iep@iep.uzhgorod.ua

Запропоновано дипольну модель померона з двома незалежними експонентами. Показано, що в ній можна описати виникнення мінімумів і максимумів у диференціальному перерізі пружного pp -розсіяння при високих енергіях, що спостерігається на експерименті. Виконано аналіз моделі, отримано обмеження на окремі її параметри.

Вступ

Як відомо, розсіяння адронів (частинок, що сильно взаємодіють) при високих енергіях носить переважно дифракційний характер. Відповідний теоретичний апарат базується на релятивістській теорії комплексних кутових моментів, тобто полюсах Редже. Одним з них, домінуючим при високих енергіях, є полюс Померанчука, або просто померон, який є вакуумний полюс Редже з перетином (інтерсектом), що дорівнює одиниці, і, таким чином, забезпечує асимптотичний зріст повних перерізів. На сьогодні ще не існує мікроскопічної теорії полюсів Редже; її замінюють різні моделі, про які йдеться в даній статті.

В експериментах по вимірюванню диференціальних перерізів пружного протон-протонного розсіювання при високих енергіях (на даний час експериментальні дані є до енергії $\sqrt{s} = 62$ GeV) на відповідних кривих спостерігається по одному мінімуму і максимуму (рис. 1). Ці криві диференціальних перерізів в логарифмічній шкалі можна представити як комбінацію двох з'єднаних “дифракційних конусів” з чітким максимумом та мінімумом між ними, причому перший “конус”, для якого квадрат переданого імпульсу $|t| < 1,5$ GeV², спадає дуже різко, а другий – значно повільніше. До того ж, ці екстремуми з ростом енергії розсіяння \sqrt{s} повільно зміщуються в бік менших $|t|$.

Пояснення існування мінімумів і максимумів, динаміки їх руху є каменем спотикання при критичних теоретичних перевірках адекватності різних моделей для описання експериментальних даних.

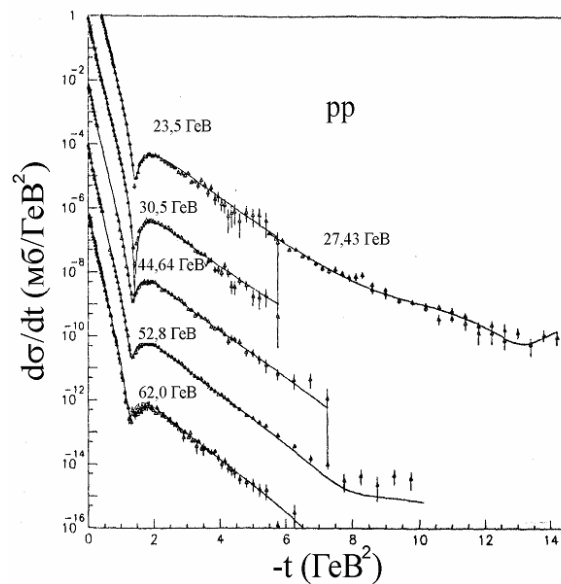


Рис. 1. Диференціальні перерізи пружного pp -розсіювання.

В роботах [1,2] було запропоновано модель дифракційного розсіяння адронів, в якій вдалося задовільно описати мінімуми і максимуми на кривих диференціального перерізу пружного pp -розсіяння при високих енергіях. Достоїнством моделі є її простота в тому сенсі, що вона включає лише мінімальне число вільних параметрів, пов'язаних з властивостями

дипольного померона, відповідального за динаміку дифракційного розсіяння. Точніше, таких вільних констант, котрі визначаються з чисельних підгонок, усього чотири. Проте ця модель замість росту з енергією відношення перерізу пружного рр-розсіяння до повного перерізу σ_{el}/σ_{tot} , що спостерігається в експерименті, дає його асимптотичний спад до деякої постійної (див. [3]). Існують моделі [4,5], що враховують, наприклад, вклад трикратного померона і прекрасно описують поведінку згаданих диференціальних перерізів та σ_{el}/σ_{tot} в широкій області квадрату переданого імпульсу і енергії, однак це досягається завдяки тому, що в них значно більше вільних параметрів підгонки (від 10 до 20). Більше того, померон, що є полюсом кратності вище другого степеня, призводить до порушення унітарності.

Амплітуда розсіяння в [2] (див. I розд.), крім простого доданку, включає один експоненціальний член, який, на відміну від попереднього, залежить від t . Обидва члени містять по одному вільному незалежному параметру, які визначаються з чисельної підгонки до експерименту. Як відмічено в [4], якраз неекспоненціальний член відповідає за появу екстремумів в диференціальних перерізах розсіяння.

Виникає питання: чи є альтернатива, тобто чи можлива інша дипольна модельна амплітуда, яка придатна для описання згаданої вище поведінки диференціальних перерізів пружного рр-розсіяння? Нижче запропоновано дипольну померонну амплітуду, яка містить тільки два експоненціальні доданки із залежністю від t . Таким чином, число вільних параметрів, які присутні в них, теж дорівнює двом. Виявляється, що ця модель також допускає появи мінімуму і максимуму на кривих диференціальних перерізів пружного протон-протонного розсіяння. У запропонованій моделі отримано обмеження на різні комбінації вільних параметрів, що є наслідками фізичного змісту задачі.

Дипольна модель з одною експонентою

Для аналізу моделі [1,2] перетворимо амплітуду (6), наведену в [2], до вигляду, зручного для подальшого аналізу. Виконавши очевидні перетворення та використавши явні вирази функцій $G'(\alpha-1)$ і $G(\alpha-1)$, отримуємо замість вихідного такой вираз для амплітуди розсіяння:

$$T(s,t) = A \left(-i \frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)} \left\{ \left[1 + \frac{1}{b} \ln \left(-i \frac{s}{s_0}\right) \right] \times e^{b[\alpha(t)-1] - \gamma \ln \left(-i \frac{s}{s_0}\right)} \right\}, \quad (1)$$

де s – квадрат енергії рр-системи в центрі інерції, t – квадрат переданого імпульсу в цій системі, s_0 можна вважати параметром розмірності і вибрати $s_0=1$ ГеВ², $\alpha(t)$ – траєкторія померона з одиничним перетином: $\alpha(0)=1$. У виразі (1) явно видно експоненціальний член з параметром b та логарифмічний доданок з параметром γ .

У випадку лінійної траєкторії померона

$$\alpha(t)=1+\alpha'(t) \quad (2)$$

для точок мінімуму і максимуму в [2] отримано достатньо прості формули. З них впливає така динаміка поведінки цих точок при великих $L=\ln(s/s_0)$:

$$t_{min} \sim 1/L, \quad t_{max} \sim \ln(1/L).$$

Відмітимо, що амплітуду (16) у [2] також можна звести до вигляду (1).

Дипольна модель з двома експонентами

Дипольну амплітуду виберемо в достатньо простій формі, щоб можна було максимально виконати аналітичні викладки. Вона матиме вигляд:

$$P(s,t) = isg_0 \left[e^{at} + ce^{bt} \ln \left(-i \frac{s}{s_0}\right) \right] \times \left(-i \frac{s}{s_0}\right)^{\alpha(t)-1}, \quad (3)$$

де g_0 , a , b , c – постійні, відмінні від нуля, а $s_0=1$ ГеВ², як і раніше.

Тут використано таке нормування амплітуди, що диференціальний і повний перерізи рр-розсіяння при високих енергіях обчислюються за формулами:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{\pi}{s^2} |P(s,t)|^2, \quad (4)$$

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{s} \text{Im}P(s,t=0). \quad (5)$$

Таким чином, згідно з формулою (4) для диференціального перерізу знаходимо такий вираз:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{\pi g^2}{s^2} [(e^{at} + c e^{bt} \ln \frac{s}{s_0})^2 + (\frac{\pi c}{2})^2 e^{2bt}] (\frac{s}{s_0})^{2\alpha(t)}, \quad (6)$$

де введено позначення $g = g_0 s_0$.

Для повного перерізу розсіяння отримуємо формулу:

$$\sigma_{tot} = - \frac{4\pi g}{s_0} (1 + c \ln \frac{s}{s_0}). \quad (7)$$

Екстремуми диференціального перерізу

Тут, як і в роботі [2], траєкторію померона вважаємо лінійною, тобто заданою за формулою (2). Запишемо умову екстремуму диференціального перерізу (6) по t :

$$\frac{d}{dt} \frac{d\sigma_{el}}{dt} = 2 \frac{\pi g^2}{s^2} (\frac{s}{s_0})^{2(1+\alpha't)} \{ (a + \alpha'L) e^{2at} + [cL(a+b) + 2\alpha'cL^2] e^{(a+b)t} + [c^2(b + \alpha'L)(L^2 + \frac{\pi^2}{4})] e^{2bt} \} = 0.$$

Звідси одержуємо рівняння для точок екстремуму:

$$(a + \alpha'L) e^{2at} + cL(a+b + 2\alpha'L) e^{(a+b)t} + [c^2(b + \alpha'L)(L^2 + \frac{\pi^2}{4})] e^{2bt} = 0. \quad (8)$$

Надалі враховуємо, що при порівнянні формули (7) з експериментальними даними постійна c виявляється від'ємним числом, тобто $c < 0$. Беручи до уваги цей факт, помножуючи (8) на e^{-2bt} та увівши позначення

$$e^{(a-b)t} = x, \quad (9)$$

отримуємо умову існування екстремуму у вигляді квадратного рівняння:

$$(a + \alpha'L)x^2 - [cL(a+b + 2\alpha'L)x + c^2(b + \alpha'L)(L^2 + \frac{\pi^2}{4})] = 0. \quad (10)$$

Розв'язок цього рівняння

$$x_{\pm} = \frac{|c|}{2(a + \alpha'L)} [L(a+b + 2\alpha'L) \pm \sqrt{L^2(a-b)^2 - \pi^2(a + \alpha'L)(b + \alpha'L)}] \quad (11)$$

$$\pm \sqrt{L^2(a-b)^2 - \pi^2(a + \alpha'L)(b + \alpha'L)} = 0.$$

Проаналізуємо формулу (11). Одразу відмітимо, що нахил траєкторії померона вважаємо заданим: $\alpha' = 0,25 \text{ GeV}^{-2}$. З таким значенням, прийнятим у більшості робіт, добре описується великий масив експериментальних даних не тільки pp - і $\bar{p}p$ -розсіяння, а також інших процесів при високих енергіях. З другого боку, нас цікавить та область високих енергій, де внесок померона є домінуючим. Як відомо, починаючи з енергій $\sqrt{s} \sim 4-5 \text{ GeV}$ і вище, основний вклад у диференціальний або повний перерізи дає померон. Тому аналіз виконуватиметься на множині $L \geq 0$.

Фізичними, як видно з формули (9), будуть тільки додатні значення x . З другого боку, підкорінний вираз має бути додатнім, щоб забезпечити дійсність розв'язків, тобто існування мінімуму та максимуму диференціального перерізу. Таким чином, для всіх $L \geq 0$ вимагаємо

$$L^2(a-b)^2 - \pi^2(a + \alpha'L)(b + \alpha'L) > 0 \quad (12)$$

Ліву частину нерівності (12) можна розглядати як функцію від L :

$$f(L) = [(a-b)^2 - (\pi\alpha')^2]L^2 - \pi^2\alpha'(a+b)L - \pi^2ab > 0. \quad (13)$$

Очевидно, що повинна виконуватись нерівність

$$(a-b)^2 - (\pi\alpha')^2 > 0. \quad (14)$$

Оскільки $a+b+2\alpha'L$ повинно бути додатнім числом при всіх $L \geq 0$, то має виконуватись

$$a+b > 0. \quad (15)$$

Нерівність (13) повинна виконуватись і при $L=0$, тобто

$$-\pi^2ab > 0. \quad (16)$$

Не обмежуючи загальності, виберемо $a > 0$, а $b < 0$. Тоді з (15) випливає, що

$$a > |b|. \quad (17)$$

Мінімум функція $f(L)$ приймає в точці

$$L_{\min} = \frac{\pi^2\alpha'(a+b)}{2[(a-b)^2 - (\pi\alpha')^2]}, \quad (18)$$

тобто $L_{min} > 0$. Ясно, що і мінімальне значення $f(L)$

$$f(L_{min}) = -\pi^2 ab \frac{\pi^4 \alpha'^2 (a+b)^2}{4[(a-b)^2 - (\pi\alpha')^2]} > 0. \quad (19)$$

Цю нерівність можна переписати у такому вигляді:

$$a|b| - \frac{\pi^2 \alpha'^2 (a - |b|)^2}{4[(a + |b|)^2 - (\pi\alpha')^2]} > 0. \quad (20)$$

Звідси одержуємо, що $(a + |b|)^2 (4a|b| - \pi^2 \alpha'^2) > 0$,

тобто

$$4a|b| > (\pi\alpha')^2,$$

або

$$a|b| > (\pi\alpha'/2)^2 = 0,15. \quad (21)$$

У фізичній області квадрат переданого імпульсу $t \leq 0$, тому, як легко можна побачити ти з виразу (9), $0 < x \leq 1$.

З формули (11) для $L=0$ отримуємо

$$x_0 = \frac{|c|}{2a} (\pm \sqrt{\pi^2 a|b|}), \quad (22)$$

тобто в точці $L=0$ фізичним буде розв'язок зі знаком "+". З другого боку,

$$\frac{\pi|c|}{2a} \sqrt{a|b|} \leq 1.$$

Звідси отримуємо, що

$$|b| \leq \frac{4a}{(\pi c)^2}.$$

Таким чином, на константу b накладаються такі обмеження:

$$\left(\frac{\pi\alpha'}{2\sqrt{a}}\right)^2 < |b| \leq \frac{4a}{(\pi c)^2}. \quad (23)$$

З цього виразу легко отримати нижню межу для константи a :

$$a > \pi^2 \alpha' |c| / 4. \quad (24)$$

Як видно з (22), при $L=0$ розв'язок x_- стає від'ємним. Таким чином, існує значення, починаючи з якого цей розв'язок буде вже додатнім. Тільки в цьому випадку може існувати одночасно мінімум і максимум у диференціальному перерізі. Граничне значення, при якому це настане, можна знайти з рівняння

$$L_1(a + b + 2\alpha'L_1) - \sqrt{L_1^2(a-b)^2 - \pi^2(a + \alpha'L_1)(b + \alpha'L_1)} = 0.$$

Воно зводиться до вигляду

$$(4L_1^2 + \pi^2)(a + \alpha'L_1)(b + \alpha'L_1) = 0,$$

звідки отримуємо

$$L_1 = |b| / \alpha'.$$

Таким чином, одночасно мінімум і максимум у диференціальному перерізі може існувати при тих значення L , для яких $L > L_1$.

З другого боку, як видно з (11), при достатньо великих L значення x_{\pm} стають більше одиниці. Тобто при цих значення L спочатку зникає один, а потім і другий екстремум. Це підтверджується експериментальними даними для пружного $\bar{p}p$ -розсіяння, для якого вони існують від енергій $\sqrt{s} = 546$ ГеВ. Значення L знаходяться із рівнянь

$$\frac{|c|}{2(a + \alpha'L)} [L(a + b + 2\alpha'L) \pm \sqrt{L^2(a-b)^2 - \pi^2(a + \alpha'L)(b + \alpha'L)}] = 1.$$

Висновки

У розглянутій померонній моделі для амплітуди розсіяння протонів на протонах було показано, що в ній існує як мінімум, так і максимум у диференціальному перерізі пружного розсіяння цих елементарних частинок. Із фізичних міркувань одержано декілька обмежень на константи, виконання яких забезпечує наявність екстремумів у зазначеному перерізі. Модель має ще те достоїнство, що вказує на існування таких значень енергії, починаючи з яких спочатку появляються мінімуми і максимуми на перерізах, а потім вони зникають. Це явище підтверджується сучасними даними експериментів.

Висловлюю вдячність Л.Л. Єнковському за обговорення питань, поставлених в даній роботі.

Література

1. Jenkovszky L.L., Wall A.N. Czech. J. Phys. B 26, 447 (1976).
2. Валл А.Н., Енковский Л.Л., Струминский Б.В. Физика элементарных частиц и атомного ядра (ЭЧАЯ). 19, 180 (1988).
3. Валл А.Н., Енковский Л.Л., Струминский Б.В. Ядерная физика. 46, 1519 (1987).
4. P. Desgrolard, M. Giffon, E. Predazzi. Z. Phys. C 63, 241 (1994).
5. Yu. Ijgin, A. Lengyel, Z. Tarics. Diffraction 2002. Ed.: R. Fiore, L.L. Jenkovszky, M.I. Kotsky, V.K. Magas and A. Papa. Ser. II. Mathematics, Physics and Chemistry. Vol. 101. Kluwer Academic Publ. P. 109-116.

TO PROBLEM ABOUT MINIMUMS AND MAXIMUMS IN DIFFERENTIAL CROSS-SECTIONS OF ELASTIC PROTON-PROTON SCATTERING AT HIGH ENERGIES

Z.Z. Tarics

Institute of Electron Physics, NAS of Ukraine, Universitetska str. 21, Uzhgorod, 88017
e-mail: iep@iep.uzhgorod.ua

A dipole model of pomeron with two independent exponents is suggested. It is shown that in terms of the above model the appearance of the minima and maxima observed experimentally in the differential cross-sections of elastic pp-scattering at high energies could be described. The model is analyzed, the limitations for some its parameters are obtained.